บทที่ 6
องค์ประกอบเก็บพลังงาน
Energy Storage Elements

ในบทผ่านมาเราได้ศึกษาองค์ประกอบวงจรหลักๆไปแล้วคือ ตัวต้านทาน แหล่งจ่ายชนิดต่างๆ และสวิทช์ เป็นต้น อุปกรณ์ประเภทตัวต้านทานนั้นจะรับพลังงานและเปลี่ยนแปลงไปเป็นพลังงานรูปอื่น หรือเรานิยมเรียกว่าใช้พลังงานไป เมื่อเราหยุดให้พลังงานค่าพลังงานในตัวต้านทานจะเป็นศูนย์ทันที คือมันไม่สามารถสะสมพลังงานไว้ได้ ในบทนี้จะกล่าวถึงองค์ประกอบวงจรอีกสองชนิดคือตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำ ซึ่งสามารถเก็บสะสมพลังงานไว้ในตัวมันได้ และจะสามารถจ่ายคืนให้กับวงจรได้ในบางชั่วขณะเวลา และในตอนท้ายของบทจะได้กล่าวถึงเงื่อนไขเริ่มต้นวงจรสวิทช์ซึ่งจะเป็นค่าสำคัญที่จะต้องนำไปใช้ในการวิเคราะห์วงจรอันดับหนึ่งในบทถัดไป

6.1 อุปกรณ์เก็บพลังงาน

แนวคิดในการเก็บพลังงานไว้ในอุปกรณ์แล้วนำมาปล่อยออกเมื่อต้องการใช้มีมานานมากตั้งแต่ปี ค.ศ. 1746 (พ.ศ. 2289) ที่ศาสตราจารย์ด้านฟิสิกส์แห่งมหาวิทยาลัยเลย์เดน ประเทศเนเธอร์แลนด์ (หรือฮอลแลนด์ในขณะนั้น) ได้ทดลองเก็บประจุในขวดน้ำ ซึ่งสามารถนำไปปลดปล่อยเพื่อใช้ช๊อคได้ เรียกว่าเลย์เดนจาร์ (Leyden Jar) ซึ่งเป็นอุปกรณ์ตัวแรกที่มนุษย์ประดิษฐ์ขึ้นเพื่อใช้เก็บประจุไฟฟ้า ในขณะนั้นได้มีการศึกษาพบว่าประจุที่เก็บสะสมจะแปรโดยตรงกับพื้นที่ผิวของตัวนำ และแปรผกผันกับความหนาของแก้ว ในช่วงเวลานั้นนักวิทยาศาสตร์คิดว่าแก้วเป็นวัสดุที่จำเป็นในการสร้างเลย์เดนจาร์ ต่อมาความคิดนี้ถูกลบล้างโดยการทดลองสร้างตัวเก็บประจุแผ่นขนาน (Parallel Plate) ตัวแรกขึ้นในปี ค.ศ. 1762 (พ.ศ. 2305)

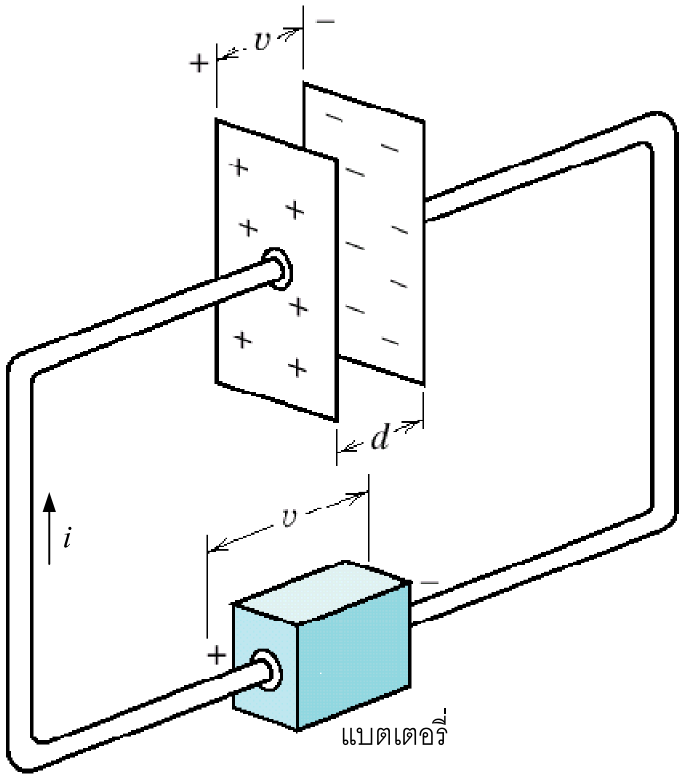
นอกจากนี้นั้นนักวิทยาศาสตร์ยังสนใจในทฤษฎีแม่เหล็ก โดยในปีค.ศ. 1820 (พ.ศ. 2363) ฮานส์ คริสเตียน เออสเต็ด ศาสตราจารย์แห่งมหาวิทยาลัยโคเปนเฮเกน ได้ตีพิมพ์ผลการค้นคว้าว่าสนามแม่เหล็กเกี่ยวข้องกับกระแสไฟฟ้า และได้สรุปว่าเข็มของเข็มทิศจะกระดิกเมื่อ มีกระแสไหลอยู่ใกล้ๆ และสนามแม่เหล็กนั้นมีลักษณะเป็นวงรอบๆ ตัวนำที่มีกระแสไหล สืบเนื่องจากผลการค้นพบของศาสตราจารย์เออสเต็ด ต่อมาอังเดร มารี แอมแปร์ ได้ตีพิมพ์ผลงานที่แสดงว่าขดลวดสองขดที่มีกระแสไหลประพฤติตัวเหมือนแท่งแม่เหล็ก

ต่อมาไมเคิล ฟาราเดย์ได้ทดลองพันขดลวดสองขด ต่อขดหนึ่งเข้ากับแบตเตอรี่ และอีกขดหนึ่งเข้ากับกัลวานอร์มิเตอร์ และพบว่าเกิดการเหนี่ยวนำให้เกิดกระแสไหลในขดลวดที่สองขณะทำการตัดต่อสวิทช์ระหว่างขดลวดที่หนึ่งกับแบตเตอรี่ ฟาราเดย์ได้ตีพิมพ์ผลงานของเขาในปี ค.ศ. 1832 (พ.ศ. 2375) เพื่อเป็นเกียรติแก่ฟาราเดย์ได้กำหนดหน่วยของตัวเก็บประจุเป็น ฟารัด (F) ในช่วงเวลาเดียวกันนี้ โจเซฟ เฮนรี่ ชาว

อเมริกัน ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของสนามแม่เหล็กโดยใช้แม่เหล็กไฟฟ้า ถึงแม้ว่าฟาราเดย์จะเป็นผู้ค้นพบการเหนี่ยวนำแม่เหล็กของขดลวดสองขด แต่เฮนรี่เป็นผู้ค้นพบค่าความเหนี่ยวนำตัวเอง (Self Inductance) ของขดลวดขดเดียว โดยเขาพบว่าเกิดการสปาร์คขึ้นเมื่อเขาถอดแบตเตอรี่ออกจากขดลวด และเพื่อเป็นเกียรติแก่เฮนรี่ได้กำหนดหน่วยของตัวเหนี่ยวนำเป็นเฮนรี่ (H)

6.2 ตัวเก็บประจุ

ตัวเก็บประจุคือองค์ประกอบสองขั้วที่ใช้จำลองอุปกรณ์ที่ประกอบด้วยแผ่นตัวนำสองแผ่นที่แยกออกจากกันด้วยวัสดุที่ไม่ใช่ตัวนำ ประจุไฟฟ้าจะสะสมที่แผ่นตัวนำ ดังแสดงในรูปที่ 6.1 พื้นที่บริเวณช่องว่างระหว่างแผ่นตัวนำโดยทั่วไปจะเติมให้เต็มด้วยวัสดุไดอิเล็กตริกหรือฉนวน (หรือสารกึ่งตัวนำบางชนิด) ค่าความเก็บประจุจะแปรโดยตรงกับค่าคงที่ของไดอิเล็กตริก (Dielectric constant) ในบางครั้งจะเรียกว่าค่าสภาพยอมสัมพัทธ์ (Relative Permittivity, ε_r) และพื้นที่ผิวของแผ่นตัวนำและจะแปรผกผันกับความหนาของไดอิเล็กตริก(หรือระยะห่างระหว่างตัวนำ)



รูปที่ 6.1 ตัวเก็บประจุแผ่นขนาน

เพื่อให้ได้ค่าความเก็บประจุสูงๆ จะต้องใช้โครงสร้างในลักษณะที่แผ่นตัวนำมีขนาดใหญ่และวางชิดกันมากโดยคั่นด้วยฉนวนบางๆ เท่านั้น สำหรับโครงสร้างที่มีแผ่นตัวนำขนานกันจะเรียกว่า ตัวเก็บประจุแผ่นขนาน (Parallel Plate Capacitor) ดังแสดงในรูปที่ 6.1 ซึ่งสามารถหาค่าความเก็บประจุได้จาก

$$C = \frac{\varepsilon A}{d} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 A}{d} \tag{6.1}$$

เมื่อ ε คือค่าสภาพยอมของไดอิเล็กตริก ε_r คือค่าคงที่ของไดอิเล็กตริกหรือค่าสภาพยอมสัมพัทธ์ ε_0 คือค่าสภาพยอมของสูญญากาศ A คือพื้นที่ผิวของตัวนำและ d คือระยะห่างระหว่างแผ่นตัวนำ ตารางที่ 6.1 แสดงค่าคงที่ของไดอิเล็กตริกสำหรับวัสดุที่นิยมใช้ในงานวิศวกรรม

ตาราง 6.1 ค่าคงที่ของไดอิเล็กตริกสำหรับวัสดุที่นิยมใช้ในงานวิศวกรรม

วัสดุ	**ค่าสภาพยอมสัมพัทธ์ ε_r**
แก้ว	7.5
ไนลอน	2
เบเกอไลท์	7
กระดาษ	3.5
ไมก้า	5
อากาศ	1.006

จากรูปที่ 6.1 จะเห็นได้ว่าประจุบวก $+q$ จะอยู่ที่แผ่นตัวนำแผ่นหนึ่งในขณะที่ประจุลบ $-q$ จะอยู่ที่อีกแผ่นตัวนำ ค่าพลังงานที่ใช้ในการเคลื่อนประจุ q มายังแผ่นตัวนำบวกได้มาจากแหล่งจ่ายแรงดันจากแบตเตอรี่ v เราเรียกว่าทำการประจุตัวเก็บประจุด้วยแรงดัน v ซึ่งจะมีค่าแปรโดยตรงกับค่าประจุไฟฟ้า q ดังแสดงด้วยสมการ

$$q = Cv \tag{6.2}$$

เมื่อคือ C ค่าคงที่ของการแปรตาม ซึ่งเราเรียกว่าค่าความจุ (Capacitance) ของตัวเก็บประจุ มีหน่วยเป็นฟารัด (Farad, F) ตัวเก็บประจุจะเป็นอุปกรณ์เชิงเส้นตราบใดที่สมการ (6.2) เป็นจริง

ตัวเก็บประจุสามารถใช้เป็นแบบจำลองแทนการเก็บประจุในอุปกรณ์ใดๆ ตัวเก็บประจุส่วนใหญ่ที่ใช้ในงานอิเล็กทรอนิกส์ทั่วไปจะเป็นอุปกรณ์เชิงเส้น อย่างไรก็ตามมีการเก็บประจุในอุปกรณ์บางชนิดที่ไม่เป็นอุปกรณ์เชิงเส้นเช่นการเก็บประจุในไดโอดสารกึ่งตัวนำ เป็นต้น ในการศึกษาต่อไปนี้จะกล่าวถึงตัวเก็บประจุที่เป็นเชิงเส้นเท่านั้น

เมื่อเราเริ่มต่อแบตเตอรี่เข้ากับตัวเก็บประจุดังในรูปที่ 6.1 กระแสจะไหลขณะที่ประจุเคลื่อนจากแผ่นตัวนำหนึ่งไปยังอีกแผ่นหนึ่ง เนื่องจากเราใช้ทิศทางการไหลของกระแสตามประจุบวกดังนั้นค่ากระแสจะเท่ากับ

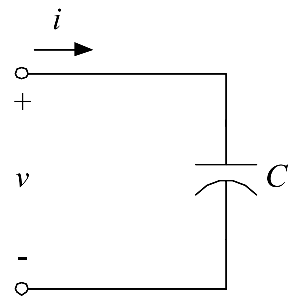
$$i = \frac{dq}{dt} \tag{6.3}$$

แทนค่า q จากสมการ (6.2)

$$i = C\frac{dv}{dt} \tag{6.4}$$

สมการที่ (6.4) คือความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและแรงดันของแบบจำลองของตัวเก็บประจุ ซึ่งสามารถแสดงได้ว่ามีความสัมพันธ์กันเป็นเชิงเส้น โดยอาศัยการมีคุณสมบัติตามหลักการทับซ้อนและคุณสมบัติความเป็นเอกพันธ์ ดังนั้นตัวเก็บประจุจะเป็นอุปกรณ์เชิงเส้น

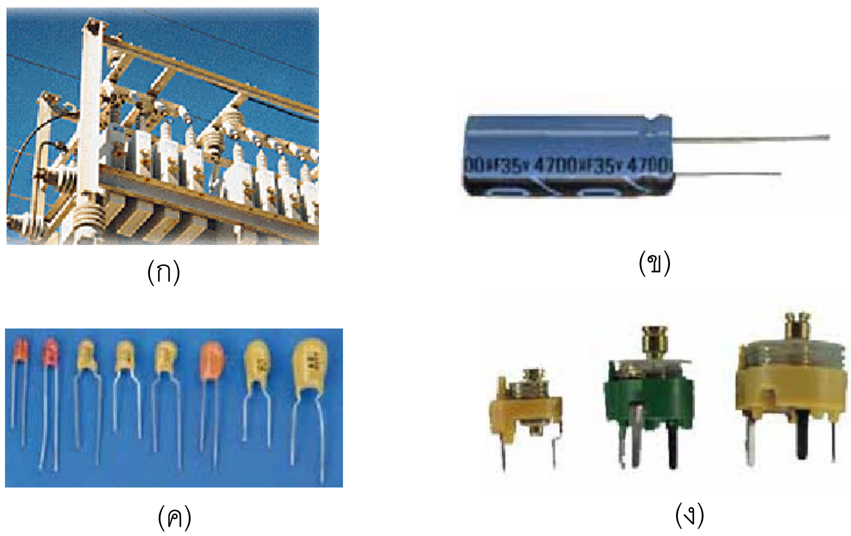
เมื่อประจุบวกเคลื่อนที่มายังแผ่นตัวนำด้านซ้ายมือ มันจะทำให้แผ่นตัวนำนั้นมีแรงดันเป็นบวกเมื่อเทียบกับแผ่นตัวนำด้านขวามือ รูปที่ 6.2 แสดงสัญลักษณ์ของตัวเก็บประจุ เรายังคงใช้หลักการสัญนิยมเครื่องหมายพาสซีพในการกำหนดทิศทางของกระแสให้ไหลเข้าสู่ขั้วบวกของตัวเก็บประจุ



รูปที่ 6.2 สัญลักษณ์ของตัวเก็บประจุ

โดยสรุปตัวเก็บประจุคืออุปกรณ์สองขั้วตัวหนึ่ง จุดประสงค์ในการใส่ตัวเก็บประจุในวงจรก็คือ การที่วงจรมีการเก็บประจุ เราต้องใส่แบบจำลองของค่าความจุลงในวงจร ค่าความจุถูกนิยามว่าคือ อัตราส่วนของประจุที่ถูกเก็บต่อแรงดันต่างระหว่างแผ่นตัวนำทั้งสอง ตามสมการ $C = \frac{q}{v}$

มีการสร้างตัวเก็บประจุหลากหลายรูปแบบ โดยใช้ไดอิเล็กตริกชนิดต่างๆ รูปที่ 6.3 แสดงตัวอย่างของตัวเก็บประจุแบบต่างๆ ซึ่งอาจมีค่าความจุตั้งแต่ ไม่กี่ pF จนกระทั่งถึงเป็น mF



รูปที่ 6.3 ตัวอย่างตัวเก็บประจุ (ก) แบบที่ใช้ในระบบไฟฟ้ากำลัง (ข) แบบอิเล็กโตรไลท์ (ค) แบบแทนทาลัม (ง) แบบปรับค่าได้

จากสมการ (6.4) จะสังเกตว่าค่ากระแสจะขึ้นกับค่าอนุพันธ์ของแรงดัน ซึ่งในที่นี้แรงดันจะเป็นฟังก์ชันของเวลา เราเขียนว่า $v(t)$ ถ้าแรงดันเป็นค่าคงที่อนุพันธ์ของมันจะเป็นศูนย์ ส่งผลให้กระแสเป็นศูนย์ด้วย ดังนั้นจะไม่มีกระแสไหลผ่านตัวเก็บประจุหากแรงดันตกคร่อมตัวมันไม่มีการเปลี่ยนแปลง ถ้าแรงดันเป็นฟังก์ชันเส้นตรง

$$v(t) = kt$$

เมื่อ k เป็นค่าคงที่ ดังนั้น

$$i = C\frac{dv}{dt} = Ck$$

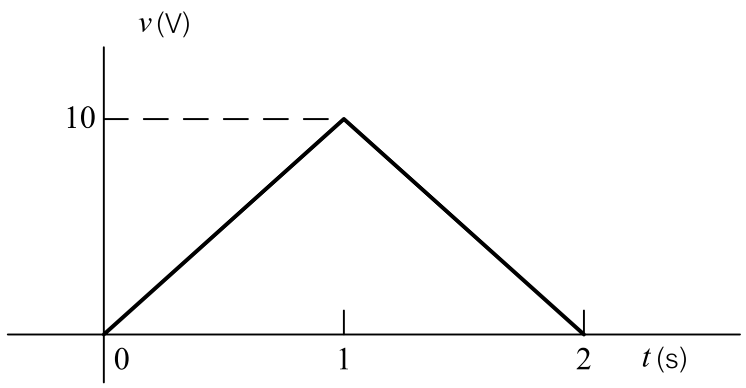
ถ้าแรงดันเป็นฟังก์ชันไซน์

$$v(t) = 5\sin t$$

จะได้

$$i = 5C\cos t$$

ตัวอย่าง 6.1 จงหาค่ากระแสที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ $C = 1$ mF เมื่อแรงดันตกคร่อมตัวมันมีรูปคลื่นดังแสดงในรูป Ex6.1 (ก)



รูปที่ Ex6.1 (ก)

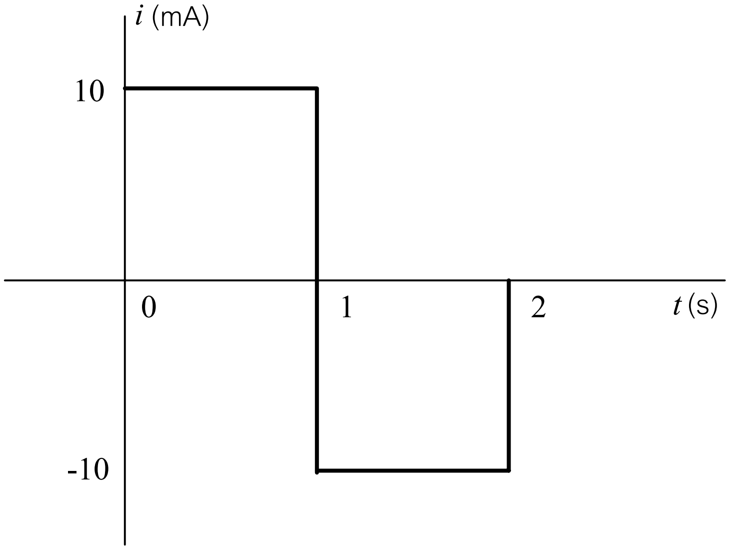
วิธีทำ จากรูปคลื่นแรงดัน เขียนสมการโดยแบ่งเป็นช่วงเวลาได้

$$v = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ 10t & 0 < t < 1 \\ 20 - 10t & 1 < t < 2 \\ 0 & t > 2 \end{cases}$$

เนื่องจาก $i = C\frac{dv}{dt}$ เมื่อ $C = 10^{-3}$ F จะได้

$$i = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ 10^{-2} & 0 < t < 1 \\ -10^{-2} & 1 < t < 2 \\ 0 & t > 2 \end{cases}$$

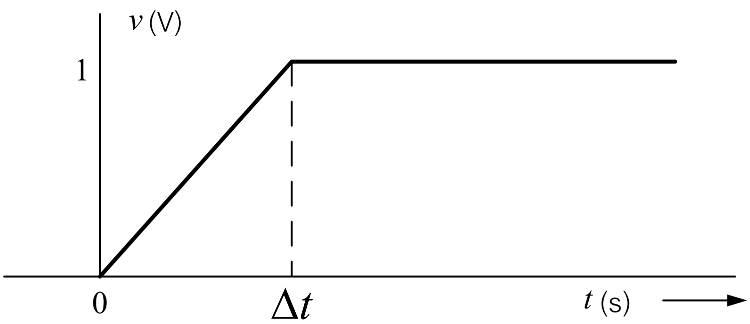
จะได้กระแสเป็นพัลส์ที่มีขนาด 10^{-2} A และ -10^{-2} A ตามลำดับดังแสดงในรูป Ex6.1 (ข)



รูปที่ Ex6.1 (ข)

พิจารณารูปคลื่นของแรงดันดังแสดงในรูปที่ 6.4 เมื่อแรงดันเปลี่ยนจากค่าคงที่ค่าหนึ่ง (0 V) ไปเป็นค่าคงที่อีกค่าหนึ่ง (1 V) ในช่วงเวลา Δt จะได้ค่ากระแส

$$i = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ C\left(\dfrac{1}{\Delta t}\right) & 0 < t < 1 \\ 0 & t > 2 \end{cases}$$



รูปที่ 6.4 รูปคลื่นแรงดันเปลี่ยนจาก 0 V ไปเป็น 1 V ในช่วงเวลา Δt

ดังนั้นเราจะได้กระแสพัลส์ที่มีขนาด $\dfrac{C}{\Delta t}$ เมื่อค่า Δt ลดลง ขนาดของกระแสจะเพิ่มขึ้น ซึ่งถ้า Δt เข้าสู่ศูนย์กระแสจะเข้าสู่ค่าอนันต์ ซึ่งเป็นไปไม่ได้ในทางปฏิบัติเนื่องจากกระแสอนันต์หมายถึงต้องจ่ายกำลังเป็นอนันต์และทำการเคลื่อนประจุทันทีโดยไม่ใช้เวลาเลย จากความต้องการของการอนุรักษ์ประจุ

ปริมาณประจุจะไม่สามารถเปลี่ยนแปลงทันทีทันใด ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุแบบทันทีทันใดจึงเป็นไปไม่ได้

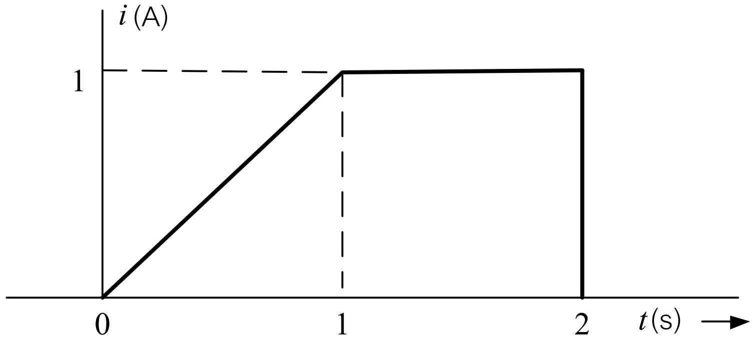
จากหลักการอนุรักษ์ประจุ ปริมาณประจุจะไม่สามารถเปลี่ยนแปลงทันทีทันใดได้ ดังนั้น $q(t)$ จึงเป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง ส่งผลให้แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ $v(t)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องด้วยและไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าทันทีทันใด

จากสมการ (6.4) เราสามารถย้ายข้างเพื่อหาค่าแรงดันในรูปของกระแสได้ดังนี้

$$v = \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i\, d\tau + v(t_0) \tag{6.5}$$

เมื่อ $v(t_0) = \dfrac{q(t_0)}{C}$ คือ แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุที่เวลา t_0 เราสามารถเลือกค่าเวลา t_0 ใดๆ โดยทั่วไปนิยมเลือกค่า $t_0 = 0$

ตัวอย่าง 6.2 จงหาค่าแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ $C = 0.5$ F เมื่อกระแสไหลผ่านตัวมันมีรูปคลื่นดังแสดงในรูป Ex6.2 (ก)



รูปที่ Ex6.2 (ก)

วิธีทำ เขียนสมการของกระแส

$$i = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ t & 0 < t < 1 \\ 1 & 1 < t < 2 \\ 0 & t > 2 \end{cases}$$

จากสมการ (6.5) จะได้ว่า

$$v = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ 2\int_0^t \tau\, d\tau & 0 < t \le 1 \\ 2\int_1^t (1) d\tau + v(1) & 1 < t \le 2 \\ 0 & t > 2 \end{cases}$$

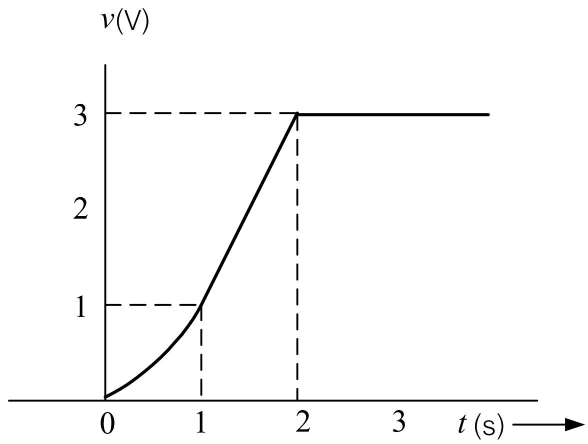
ดังนั้น สำหรับ $0 < t \le 1$ s เราได้

$$v = t^2$$

และในช่วงเวลา $1 < t \le 2$ s และ $v(1) = 1$ V จะได้

$$v = 2(t-1) + 1 = 2t - 1 \text{ V}$$

ค่าแรงดันที่ได้นำมาเขียนกราฟรูปคลื่นได้ดังในรูป Ex6.2 (ข) จะเห็นว่าแรงดันจะเพิ่มขึ้นเป็นฟังก์ชัน t^2 ในช่วงหนึ่งวินาทีแรก จากนั้นจะเพิ่มเป็นเชิงเส้นไปจนกระทั่งเวลา 2 s ก็จะมีค่าเป็นค่าคงที่ที่ 3 V และจะคงค่านี้หลังจากเวลา 2 s



รูปที่ Ex6.2 (ข)

6.3 พลังงานเก็บสะสมในตัวเก็บประจุ

พิจารณาตัวเก็บประจุที่ต่อกับแบตเตอรี่ที่มีแรงดัน v ดังแสดงในรูปที่ 6.1 กระแสจะไหลเพื่อทำการประจุตัวเก็บประจุบนแผ่นตัวนำ ในที่สุดเมื่อเวลาผ่านไปชั่วขณะหนึ่ง ในที่สุดแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุก็จะมีค่าคงที่ ทำให้กระแสที่ไหลมีค่าเป็นศูนย์

ตัวเก็บประจุได้ทำการเก็บพลังงานไว้ในตัวมัน โดยพลังงานที่ว่านี้เกิดจากการแยกประจุบวกและลบระหว่างแผ่นตัวนำ ซึ่งจะทำให้เกิดสนามไฟฟ้าและแรงทางไฟฟ้าขึ้นระหว่างแผ่นตัวนำ กล่าวได้ว่าแรงที่เกิดขึ้นบนประจุที่สะสมบนแผ่นตัวนำเกิดจากการมีสนามไฟฟ้าระหว่างแผ่นตัวนำ โดยนิยามค่าสนามไฟฟ้าคือแรงที่กระทำบนประจุบวกหนึ่งหน่วย ในบริเวณที่พิจารณา เนื่องจากแรงที่กระทำบนประจุมีทิศทางตั้งฉากกับแผ่นตัวนำ เรากล่าวได้ว่าค่าพลังงานที่ใช้ในการแยกประจุออกจากกันในตอนต้น ได้ถูกเก็บสะสมไว้ในตัวเก็บประจุในรูปของสนามไฟฟ้า เราสามารถหาค่าพลังงานที่สะสมได้ดังนี้

$$w_C(t) = \int_{-\infty}^{t} v(t)i(t)\,dt = \int_{-\infty}^{t} vi\,dt$$

โดยที่ v และ i เป็นฟังก์ชันของเวลา เพื่อความกระชับจะตัด (t) ออก

จากความสัมพันธ์ของกระแสและแรงดันของตัวเก็บประจุ

$$i = C\frac{dv}{dt}$$

เราจะได้

$$\begin{aligned} w_C &= \int_{-\infty}^{t} v\,C\frac{dv}{dt}\,d\tau \\ &= C\int_{v(-\infty)}^{v(t)} v\,dv \\ &= \frac{1}{2}Cv^2\Big|_{v(-\infty)}^{v(t)} \end{aligned}$$

เมื่อเวลา $t = -\infty$ ตัวเก็บประจุจะยังไม่ถูกประจุ ดังนั้น $v(-\infty) = 0$ จะได้

$$w_C(t) = \frac{1}{2}Cv^2(t)\ \text{J} \qquad (6.6)$$

นั่นคือเมื่อตัวเก็บประจุถูกทำการประจุ ค่าแรงดัน $v(t)$ จะเปลี่ยน ทำให้ค่าพลังงานสะสม $w_C(t)$ เปลี่ยนตามไปด้วย สังเกตว่าค่าพลังงาน $w_C(t) \ge 0$ สำหรับค่าแรงดันใดๆ $v(t)$ ดังนั้นตัวเก็บประจุจึงเป็นอุปกรณ์พาสซีฟ

เนื่องจาก $q = Cv$ ตามสมการ (6.2) เราอาจเขียนสมการ (6.6) ใหม่ได้ดังนี้

$$w_C(t) = \frac{1}{2C}q^2(t)\ \text{J} \qquad (6.7)$$

ตัวเก็บประจุเป็นอุปกรณ์เก็บพลังงานแต่ไม่ได้ใช้พลังงาน เช่น หากมีแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ 0.1 F เท่ากับ 100 V จะมีพลังงานสะสมอยู่ในตัวเก็บประจุนี้

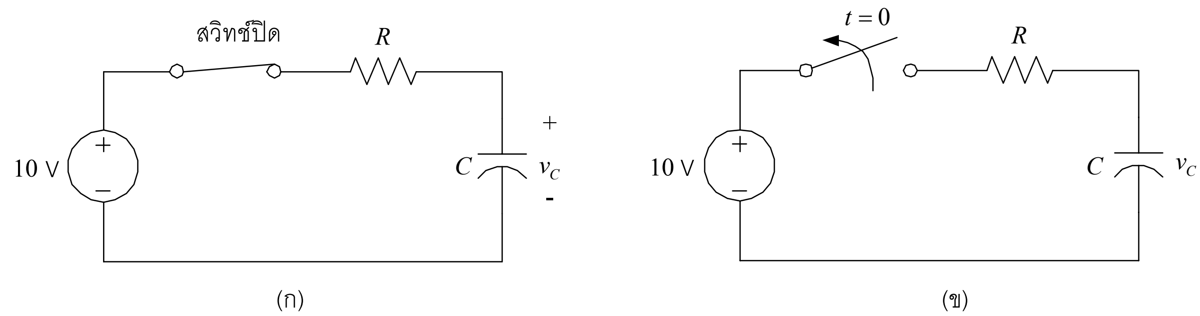
$$w_C = \frac{1}{2}Cv^2 = \frac{1}{2}\times 0.1\times 100^2 = 500\ \text{J}$$

ตราบใดที่ไม่ได้ต่อตัวเก็บประจุเข้ากับวงจรส่วนอื่นๆ พลังงาน 500 J นี้จะยังคงอยู่ แต่ถ้าเราต่อตัวเก็บประจุนี้กับตัวต้านทาน เราคาดว่าจะเกิดกระแสไหลจนกระทั่งค่าพลังงานที่สะสมอยู่ในตัวเก็บประจุหมดไป ในกรณีนี้ตัวต้านทานเป็นตัวใช้พลังงานไปจนหมด เมื่อพลังงานที่สะสมหมด กระแสจะมีค่าเป็นศูนย์และแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุก็จะมีค่าเป็นศูนย์เช่นกัน

จากข้อสังเกตที่ว่า ตามความต้องการของกฎอนุรักษ์พลังงาน มีนัยว่าค่าแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุจะต้องต่อเนื่อง นั่นคือประจุในและแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุจะไม่สามารถเปลี่ยนแปลงแบบทันทีทันใดได้ ดังสรุปเป็นสมการได้ดังนี้

$$v(0^+) = v(0^-)$$

เมื่อเราแทนเวลาก่อนหน้า $t=0$ เล็กน้อยด้วย $t=0^-$ และแทนเวลาหลังจาก $t=0$ เล็กน้อยด้วย $t=0^+$ โดยที่ช่วงเวลาระหว่าง $t=0^-$ ถึง $t=0^+$ มีค่าน้อยมาก



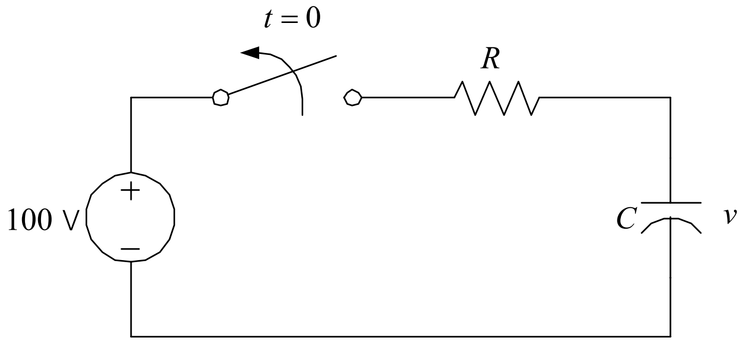
รูปที่ 6.4 (ก) ตัวเก็บประจุถูกประจุผ่านสวิทช์และมีแรงดันตกคร่อม $v_C = 10$ V

(ข) สวิทช์ถูกเปิดออกที่เวลา $t=0$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 6.4 ซึ่งจะแสดงให้เห็นตัวอย่างลักษณะความต่อเนื่องของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ ในรูปที่ 6.4 (ก) สวิทช์ได้ถูกปิดเป็นเวลานานมาก และแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุมีค่า $v_C = 10$ V ที่เวลา $t=0$ สวิทช์ถูกเปิดออก ดังแสดงในรูปที่ 6.4 (ข) เนื่องจากแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุเป็นค่าต่อเนื่อง ดังนั้น

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = 10 \text{ V}$$

ตัวอย่าง 6.3 ตัวเก็บประจุ 0.01 F ถูกประจุด้วยแรงดัน 100 V ดังแสดงในรูป Ex6.3 จงหาค่าพลังงานสะสมในตัวเก็บประจุและค่าแรงดันที่เวลา $t=0^+$ เมื่อสวิทช์ถูกเปิดออก



รูปที่ Ex6.3

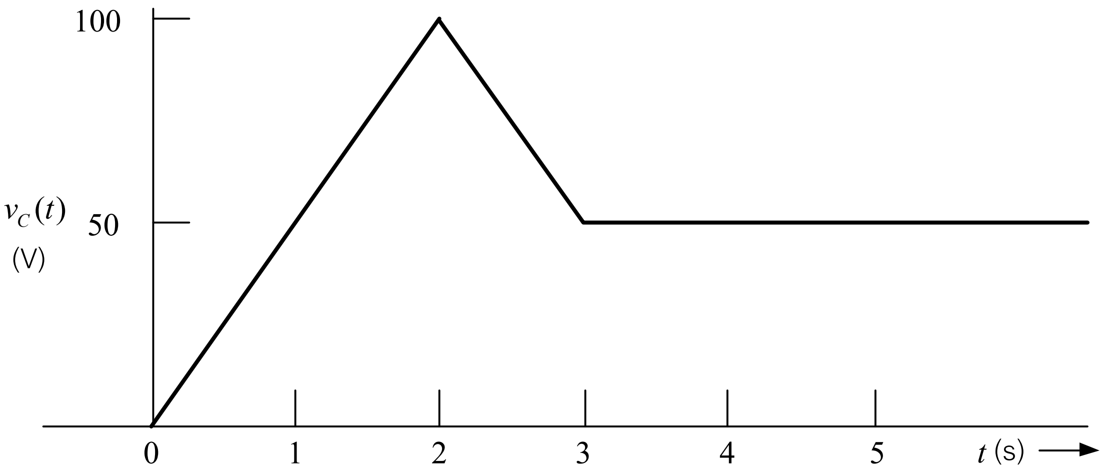
วิธีทำ จากแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุมีค่า 100 V ที่เวลา $t=0^-$ เนื่องจากแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงทันทีทันใด ดังนั้น

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = 100 \text{ V}$$

ค่าพลังงานสะสมในตัวเก็บประจุที่เวลา $t=0^+$ จะมีค่า

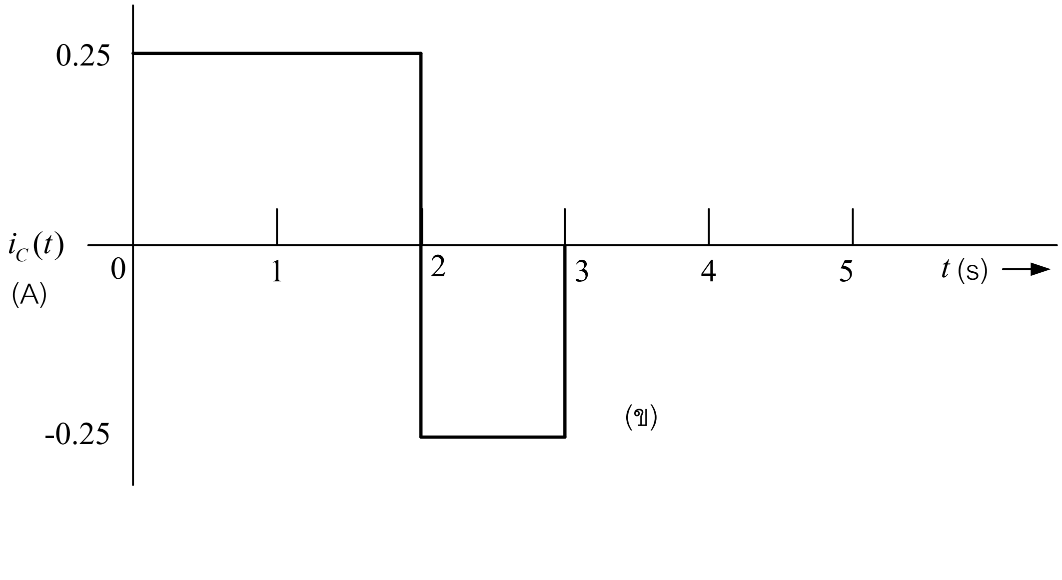
$$w_C = \frac{1}{2}Cv^2 = \frac{1}{2}\times 0.01 \times 100^2 = 50 \text{ J}$$

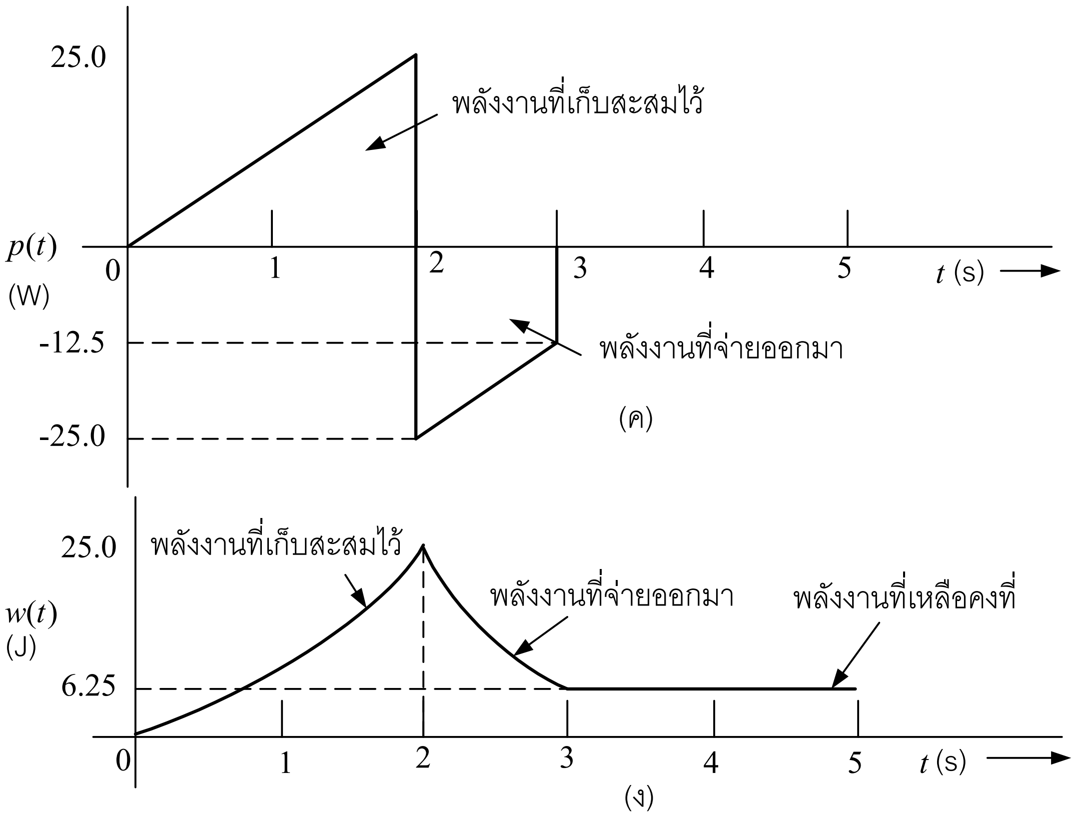
ตัวอย่าง 6.4 ค่าแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ 5 mF มีค่าดังในรูป Ex6.4 (ก) จงหาและเขียนกราฟของค่ากระแสไหลผ่าน ค่ากำลังและค่าพลังงานในตัวเก็บประจุนี้



รูปที่ Ex6.4 (ก)

วิธีทำ ค่ากระแสไหลผ่านตัวเก็บประจุสามารถคำนวณได้จาก $i = C\dfrac{dv}{dt}$ ดังแสดงในรูป Ex6.4 (ข) ค่ากำลังซึ่งเท่ากับผลคูณของค่ากระแสและแรงดันสามารถหาได้จากการคูณกันของค่าในกราฟกระแสและแรงดันดังแสดงในรูป Ex6.4 (ค) จะเห็นว่าตัวเก็บประจุได้รับพลังงานในช่วงสองวินาทีแรก จากนั้นจะจ่ายพลังงานออกมาในช่วงเวลา $2 < t < 3$ s ค่าพลังงานซึ่งหาได้จากค่าอินติกรัลหรือพื้นที่ใต้กราฟของค่ากำลัง ดังแสดงในรูป Ex6.4 (ง) ซึ่งจะเห็นว่าตัวเก็บประจุเพิ่มค่าพลังงานที่สะสมในช่วงสองวินาทีแรกจนถึงค่าสูงสุดคือ 25 J จากนั้นจะจ่ายพลังงานออกมา ทั้งหมด 18.75 J ในช่วงเวลา $2 < t < 3$ s ดังนั้นจะเหลือพลังงานเก็บอยู่ 6.25 J ตั้งแต่เวลา $t = 3$ s เป็นต้นไป

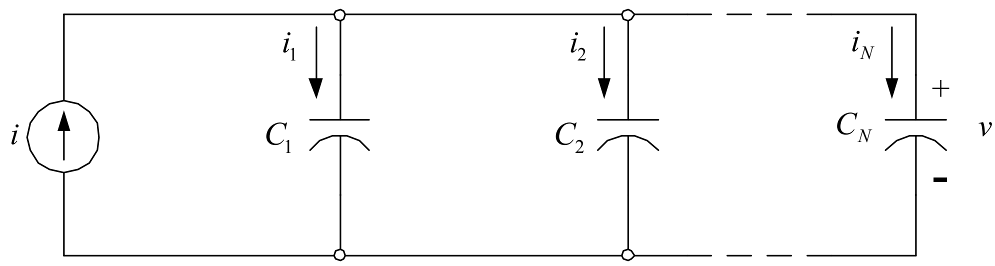




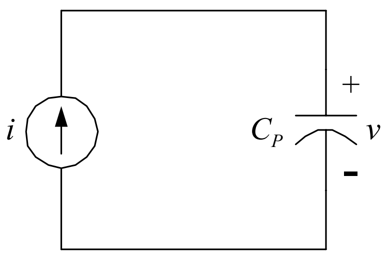
รูปที่ Ex6.4 (ข) - (ง)

6.4 การต่อตัวเก็บประจุแบบอนุกรมและขนาน

พิจารณาการต่อตัวเก็บประจุจำนวน N ตัวขนานกันดังในรูปที่ 6.5 เราต้องการหาวงจรสมมูลของตัวเก็บประจุจำนวน N ตัวขนานกันดังในรูปที่ 6.6



รูปที่ 6.5 การต่อตัวเก็บประจุจำนวน N ตัวขนานกัน



รูปที่ 6.6 วงจรสมมูลของตัวเก็บประจุจำนวน N ตัวขนานกัน

ใช้ KVL จะได้

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \ldots + i_N$$

และจาก

$$i_n = C_n \frac{dv}{dt}$$

แทนค่ากระแสจะได้

$$\begin{aligned} i &= C_1 \frac{dv}{dt} + C_2 \frac{dv}{dt} + C_3 \frac{dv}{dt} + \ldots + C_N \frac{dv}{dt} \\ &= (C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_N) \frac{dv}{dt} \\ &= \left(\sum_{n=1}^{N} C_n \right) \frac{dv}{dt} \end{aligned}$$

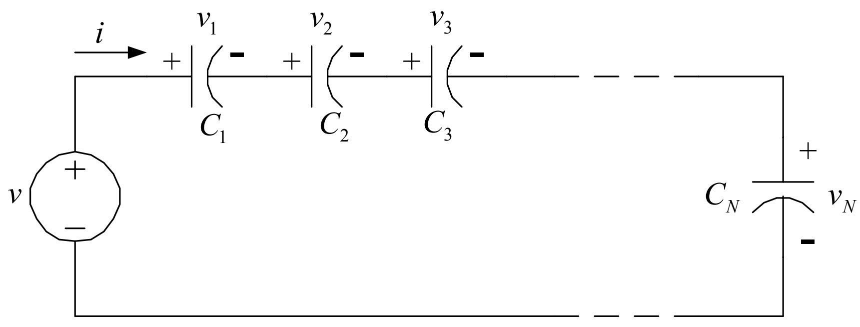
สำหรับวงจรสมมูลในรูปที่ 6.6

$$i = C_p \frac{dv}{dt}$$

ดังนั้นจะได้ค่าความจุสมมูลของตัวเก็บประจุจำนวน N ตัวขนานกัน

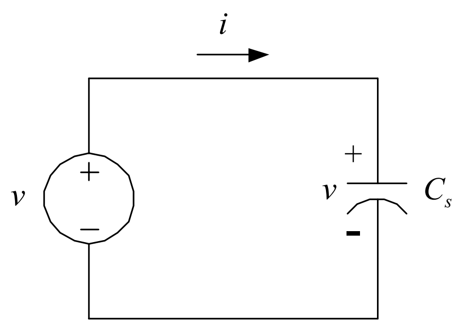
$$C_p = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_N = \sum_{n=1}^{N} C_n \tag{6.8}$$

กล่าวโดยสรุปได้ว่าค่าความจุสมมูลของตัวเก็บประจุจำนวน N ตัวขนานกัน คือผลบวกของค่าความจุของตัวเก็บประจุแต่ละตัว สังเกตว่าตัวเก็บประจุที่นำมาขนานกันจะต้องมีแรงดันเริ่มต้น $v(0)$ เท่ากัน



รูปที่ 6.7 การต่อตัวเก็บประจุจำนวน N ตัวอนุกรมกัน

หากต่อตัวเก็บประจุอนุกรมกัน N ตัวดังแสดงในรูปที่ 6.7 เราต้องการหาวงจรสมมูลของตัวเก็บประจุอนุกรมกัน N ตัวดังในรูปที่ 6.8 ใช้ KVL



รูปที่ 6.8 วงจรสมมูลของตัวเก็บประจุจำนวน N ตัวอนุกรมกัน

$$v = v_1 + v_2 + v_3 + \ldots + v_N$$

จาก

$$v_n = \frac{1}{C_n}\int_{t_0}^{t} i\,d\tau + v_n(t_0)$$

เมื่อกระแส i มีค่าเท่ากันสำหรับตัวเก็บประจุทุกตัว จะได้

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{C_1}\int_{t_0}^{t} i\,d\tau + v_1(t_0) + \ldots + \frac{1}{C_N}\int_{t_0}^{t} i\,d\tau + v_N(t_0) \\ &= \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_N}\right)\int_{t_0}^{t} i\,d\tau + \sum_{n=1}^{N} v_n(t_0) \\ &= \sum_{n=1}^{N}\frac{1}{C_n}\int_{t_0}^{t} i\,d\tau + \sum_{n=1}^{N} v_n(t_0) \end{aligned}$$

ค่าแรงดันเริ่มต้นของตัวเก็บประจุสมมูล ที่เวลา $t = t_0$ คือ

$$v(t_0) = v_1(t_0) + v_2(t_0) + \ldots + v_N(t_0) = \sum_{n=1}^{N} v_n(t_0)$$

ใช้ KVL ในวงจรสมมูล ในรูปที่ 6.8 จะได้

$$v = \frac{1}{C_s}\int_{t_0}^{t} i\,d\tau + v(t_0)$$

ดังนั้นจะได้

$$\frac{1}{C_s} = \sum_{n=1}^{N}\frac{1}{C_n} \tag{6.9}$$

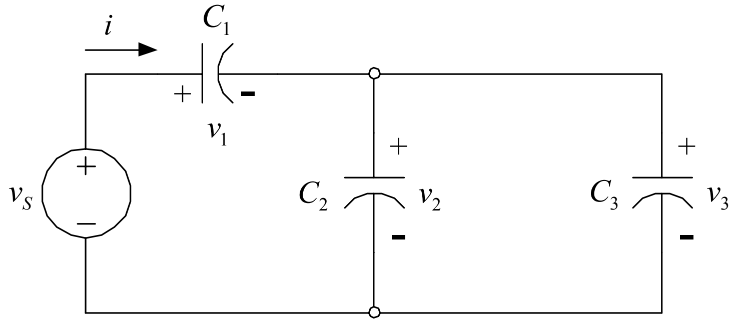
สำหรับกรณีที่มีตัวเก็บประจุอนุกรมกันสองตัวจะได้

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}$$

หรือ

$$C_s = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

ตัวอย่าง 6.5 จงหาวงจรสมมูลของวงจรในรูป Ex6.5 (ก) เมื่อ $C_1 = C_2 = C_3 = 2$ mF และ $v_1(0) = 10$ V และ $v_2(0) = v_3(0) = 20$ V



รูปที่ Ex6.5 (ก)

วิธีทำ เนื่องจาก C_2 และ C_3 ขนานกัน จะแทนด้วย C_p โดยที่

$$C_p = C_2 + C_3 = 4 \text{ mF}$$

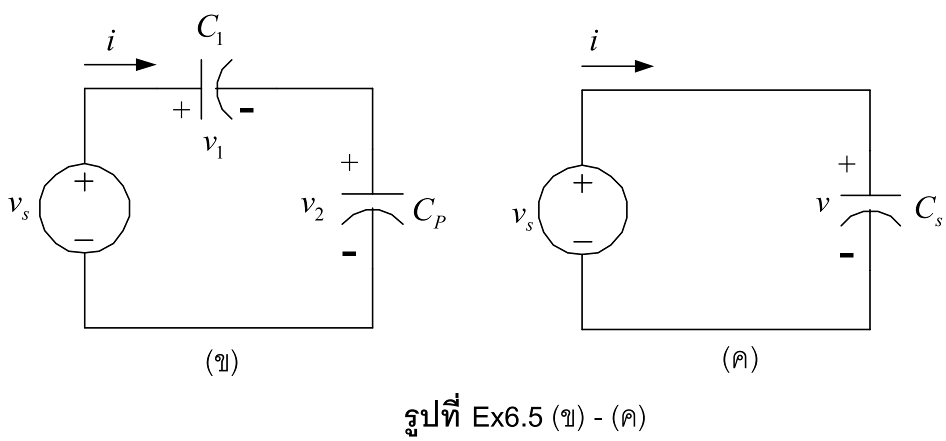
ค่าแรงดันเริ่มต้นของตัวเก็บประจุ C_p จะเท่ากับค่าแรงดันเริ่มต้นของตัวเก็บประจุ C_2 และ C_3 คือ $v_p(0) = v_2(0) = v_3(0) = 20$ V เมื่อแทน จาก C_2 และ C_3 ด้วย C_p จะได้วงจรดังในรูป Ex6.5 (ข) ต่อมาทำการแทนตัวเก็บประจุ C_1 ซึ่งอนุกรมกับ C_p จะได้

$$C_s = \frac{C_1 C_p}{C_1 + C_p} = \frac{8}{6} \text{ mF}$$

ค่าแรงดันเริ่มต้นของตัวเก็บประจุ C_s จะเท่ากับค่าแรงดันเริ่มต้นของตัวเก็บประจุ C_1 บวกกับค่าแรงดันเริ่มต้นของตัวเก็บประจุ C_p

$$v(0) = v_1(0) + v_p(0) = 10 + 20 = 30 \text{ V}$$

จะได้วงจรสมมูลของวงจรในรูป Ex6.5 (ก) ดังแสดงในรูป Ex6.5 (ค)



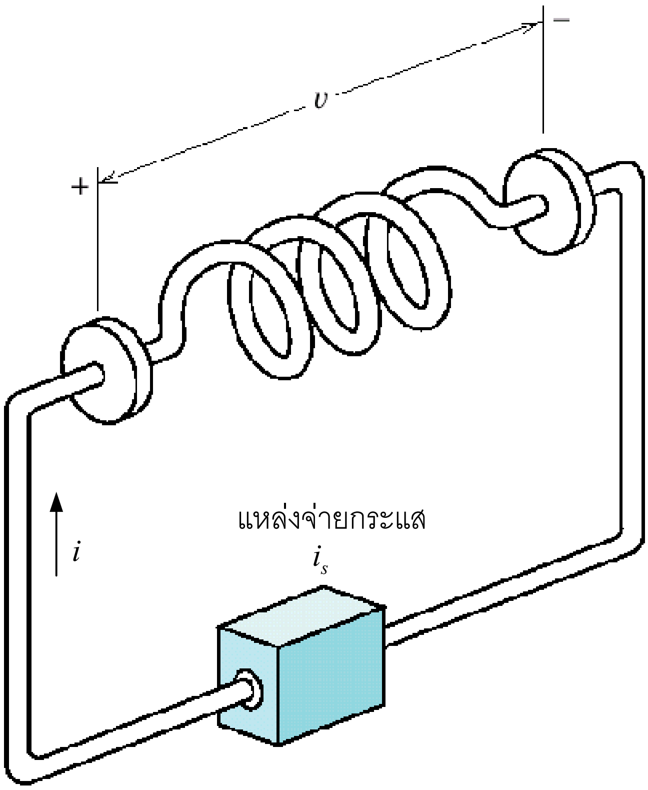
รูปที่ Ex6.5 (ข) - (ค)

6.5 ตัวเหนี่ยวนำ

ลวดตัวนำสามารถขดให้เป็นขดลวดดังแสดงในรูปที่ 6.9 ถ้าเราต่อเข้ากับแหล่งจ่ายกระแสดังในรูป จะพบว่าค่าแรงดันตกคร่อมขดลวดจะแปรโดยตรงต่ออัตราการเปลี่ยนแปลงของกระแสผ่านขดลวด $i = i_s$ ดังแสดงเป็นสมการ

$$v = L\frac{di}{dt} \tag{6.10}$$

เมื่อ L คือ ค่าคงที่ซึ่งเราให้ชื่อว่า ความเหนี่ยวนำ (Inductance) ซึ่งจะใช้หน่วย เฮนรี่ (Henry, H) ทั้งแรงดัน v และ i เป็นฟังก์ชันกับเวลา

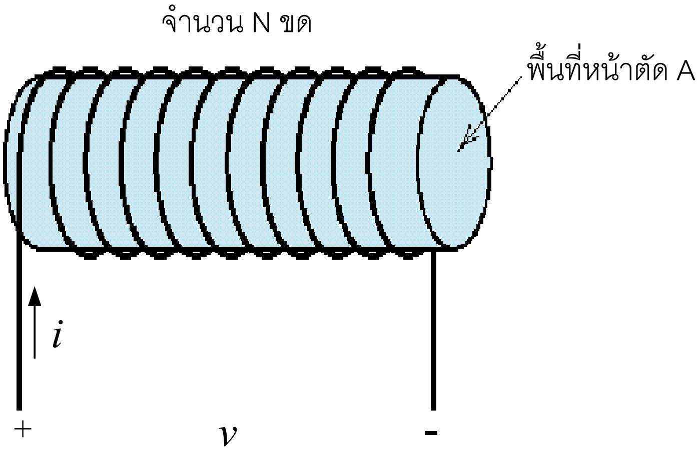


รูปที่ 6.9 ขดลวดตัวนำต่อกับแหล่งจ่ายกระแส

เราให้นิยามตัวเหนี่ยวนำ (Inductor) ว่าเป็นองค์ประกอบสองขั้วประกอบด้วยขดลวด จำนวน N ขด ส่วนความเหนี่ยวนำถูกนิยามว่าเป็นคุณสมบัติของอุปกรณ์ไฟฟ้าซึ่งเมื่อมีกระแสที่เปลี่ยนแปลงกับเวลาไหลผ่านจะทำให้เกิดแรงดันตกคร่อม ตามสมการ (6.10)

ตัวเหนี่ยวนำในอุดมคติคือขดลวดที่ทำด้วยลวดที่ไม่มีค่าความต้านทาน เมื่อมีกระแสไหลผ่านขดลวดมันจะเก็บสะสมพลังงานในสนามแม่เหล็กรอบๆ ขดลวด ค่ากระแสคงที่จะทำให้แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำมีค่าเป็นศูนย์ กระแสที่เปลี่ยนแปลงกับเวลาจะเหนี่ยวนำให้เกิดแรงดันตกคร่อมขดลวด สังเกต

จากสมการที่ (6.10) ว่ากระแสที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำต้องเป็นค่าต่อเนื่องหรือไม่สามารถเปลี่ยนแปลงทันทีทันใดได้ เพราะการเปลี่ยนแปลงแบบนี้จะต้องการแรงดันอนันต์ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ



รูปที่ 6.10 ขดลวดตัวนำแบบโซลีนอยด์

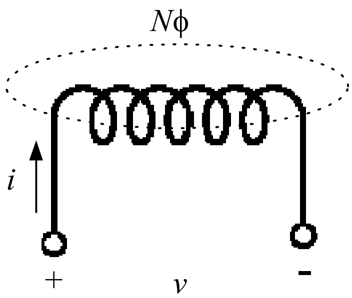
ขดลวดที่พันชั้นเดียว ดังในรูปที่ 6.10 จะเรียกว่า โซลีนอยด์ (Solenoid) ถ้าความยาวของขดลวดมากกว่าค่ารัศมีและถ้าใช้แกนที่ไม่เป็นวัสดุแม่เหล็ก (Nonferromagnetic Material) จะสามารถหาค่าความเหนี่ยวนำได้ดังนี้

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l + 0.45d} \text{ H} \tag{6.11}$$

เมื่อ N คือจำนวนขด A คือพื้นที่หน้าตัด l คือความยาว d คือเส้นผ่าศูนย์กลาง และ μ_0 คือค่าคงที่ที่เรียกว่าค่าความซาบซึมของสูญญากาศ (Permeability of Free Space) มีค่า $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m สมการ (6.11) เป็นสมการที่ได้มาจากการสังเกตและการทดลอง (Empirical Equation) สามารถใช้หาค่าประมาณของความเหนี่ยวนำได้ในดี แต่อาจมีข้อจำกัดสำหรับกรณีขนาดทางกายภาพของขดลวดบางขนาด

หากใส่แกนเหล็กที่มีความซาบซึมสูงกว่าอากาศแทนที่แกนอากาศ (อากาศมีค่าความซาบซึมประมาณเท่ากับค่าความซาบซึมของสูญญากาศ μ_0) ก็จะทำให้เส้นแรงแม่เหล็ก (Magnetic Flux) มีความเข้มมากขึ้น และเพิ่มค่าความเหนี่ยวนำของขดลวด สามารถคำนวณได้โดยใช้สมการ (6.11) โดยทำการแทนค่าค่าความซาบซึมของสูญญากาศ μ_0 ด้วยค่าความซาบซึมของแกนเหล็ก μ_{iron} ซึ่งมีค่าระหว่าง 500 ถึง 1000 เท่าของอากาศ

การเกิดแรงกระทำต่อกันระหว่างขดลวดสองขดที่วางใกล้กันสามารถอธิบายได้จากการมีสนามแม่เหล็กเกิดขึ้น ในรูปของเส้นแรงแม่เหล็กรอบๆ ขดลวด ดังแสดงในรูปที่ 6.11 เส้นแรงแม่เหล็ก $\phi(t)$ สัมพันธ์กับกระแสในขดลวด i ในกรณีนี้มีจำนวนขดลวด N ขด และเส้นแรงแม่เหล็กแต่ละเส้นจะผ่านขดลวดทุกขด ดังนั้นค่าเส้นแรงทั้งหมดจึงเป็น $N\phi$ จากการศึกษาของฟาราเดย์พบว่าการเปลี่ยนแปลงของเส้นแรงแม่



รูปที่ 6.11 แบบจำลองของตัวเหนี่ยวนำ

เหล็กทำให้เกิดแรงดันเหนี่ยวนำในแต่ละขดเท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงของเส้นแรงแม่เหล็ก ดังนั้นแรงดันตกคร่อมขดลวดทั้งหมด N ขดคือ

$$v = N\frac{d\phi}{dt} \tag{6.12}$$

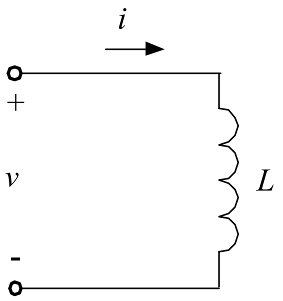
เนื่องจากค่าเส้นแรงทั้งหมด $N\phi$ แปรตามค่ากระแส โดยที่

$$N\phi = Li \tag{6.13}$$

เมื่อ L คือค่าความเหนี่ยวนำของขดลวด แทนสมการ (6.13) ลงในสมการ (6.12)

$$v = L\frac{di}{dt} \tag{6.14}$$

สัญลักษณ์ของตัวเหนี่ยวนำจะมีลักษณะคล้ายขดลวดดังแสดงในรูปที่ 6.12 ซึ่งกำหนดทิศทางอ้างอิงตามหลักการสัญนิยมเครื่องหมายพาสซีฟ คือกระแสไหลเข้าสู่ขั้วบวกของตัวเหนี่ยวนำ



รูปที่ 6.12 สัญลักษณ์ของตัวเหนี่ยวนำ

ในมุมมองของการแทนอุปกรณ์ไฟฟ้าด้วยแบบจำลอง เราใช้ตัวเก็บประจุในการแทนผลจากสนามไฟฟ้าและใช้ตัวเหนี่ยวนำในการแทนผลจากสนามแม่เหล็ก ค่าความจุของตัวเก็บประจุจะบ่งบอกถึงความสามารถในการเก็บพลังงานในรูปสนามไฟฟ้า ส่วนค่าความเหนี่ยวนำจะจะบ่งบอกถึงความสามารถในการเก็บพลังงานในรูปสนามแม่เหล็ก

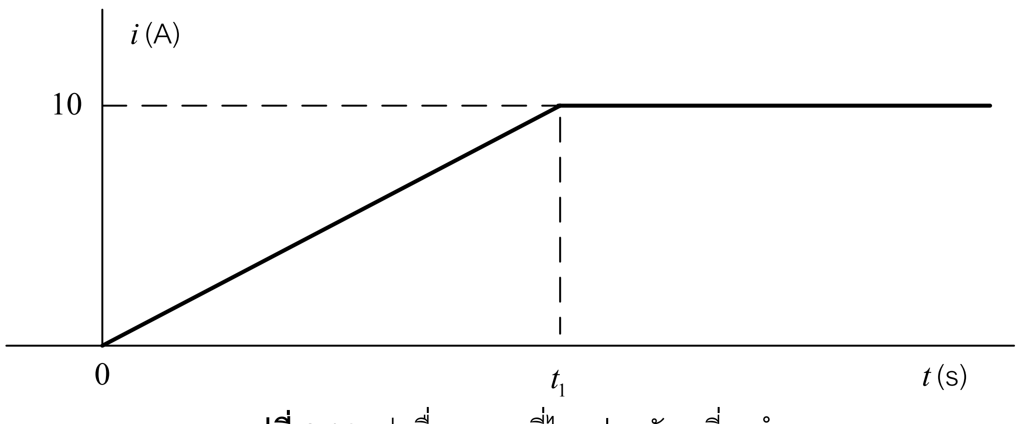
ตัวเหนี่ยวนำทั่วไปทำด้วยลวดโลหะ ซึ่งมีค่าความต้านทานไม่เป็นศูนย์ ดังนั้นในแบบจำลองตัวเหนี่ยวนำจึงมีค่าความต้านทานของลวดตัวนำที่ใช้พันขดลวดต่ออนุกรมอยู่ ยกเว้นในบางกรณีที่ถือว่าค่า

ความต้านทานของลวดตัวนำมีค่าน้อยมากจนตัดทิ้งได้ รูปที่ 6.13 แสดงตัวเหนี่ยวนำแบบต่างๆ ซึ่งอาจมีค่าตั้งแต่เศษส่วนของ μH จนถึง 10 H

รูปที่ 6.13 ตัวอย่างตัวเหนี่ยวนำแบบต่างๆ

พิจารณาสมการ (6.14) เราพบว่าถ้ากระแสเป็นค่าคงที่ ค่าแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำจะเป็นศูนย์ แต่เมื่อกระแสมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วค่าแรงดันจะสูงขึ้น สมมติว่าตัวเหนี่ยวนำมีค่า 0.1 H และกระแสมีการเปลี่ยนแปลงดังในรูปที่ 6.14 จะหาว่าค่าแรงดันมีค่าเท่าใดได้ โดยเริ่มจากการเขียนสมการของกระแสในแต่ละช่วงเวลา

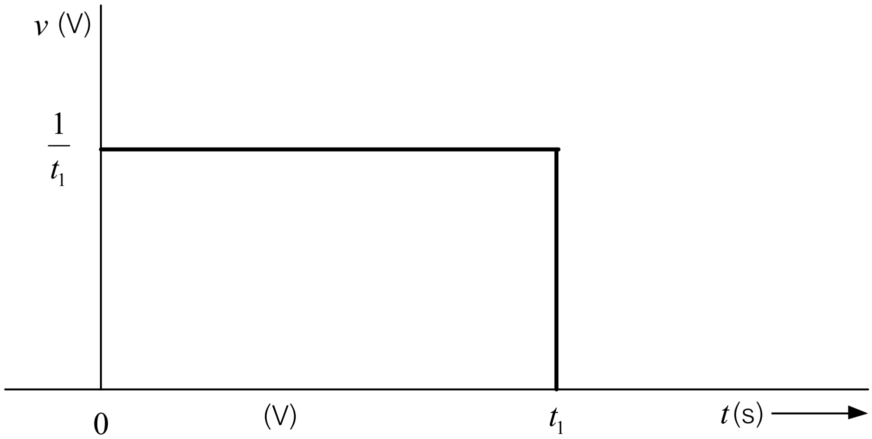
$$i = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ \dfrac{10t}{t_1} & 0 < t < t_1 \\ 10 & t > t_1 \end{cases}$$



รูปที่ 6.14 รูปคลื่นกระแสที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ

หาค่าแรงดันตามสมการ (6.14) ได้

$$v = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ \dfrac{1}{t_1} & 0 < t < t_1 \\ 0 & t > t_1 \end{cases}$$



รูปที่ 6.15 รูปคลื่นแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ

จะเห็นว่าค่าแรงดันมีลักษณะเป็นพัลส์ดังในรูปที่ 6.15 มีขนาดเท่ากับ $1/t_1$ และกว้าง t_1 s หากทำให้ t_1 มีค่าน้อยลงจะทำให้ขนาดของแรงดันเพิ่มมากขึ้น และถ้า $t_1 \to 0$ จะทำให้ค่าขนาดของแรงดันเข้าสู่ค่าอนันต์ ซึ่งต้องการกำลังเป็นอนันต์ที่ขั้วของตัวเหนี่ยวนำซึ่งเป็นไปไม่ได้ ดังนั้นราจะสรุปว่า กระแสที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำจะไม่สามารถเปลี่ยนแปลงอย่างทันทีทันใดได้ เหมือนกับหลักการอนุรักษ์ประจุในตัวเก็บประจุ ในตัวเหนี่ยวนำก็จะมีหลักการอนุรักษ์เส้นแรงแม่เหล็กนั่นคือ เส้นแรงแม่เหล็ก $\phi(t)$ จะเป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง ซึ่งจะทำให้กระแส $i(t)$ ผ่านตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงอย่างทันทีทันใดได้

เราสามารถหาค่ากระแสผ่านตัวเหนี่ยวนำในรูปของแรงดันได้ โดยการย้ายข้างแล้วทำการอินติเกรทสมการ (6.14)

$$v = L\frac{di}{dt}$$

หรือ

$$di = \frac{v}{L}dt$$

อินติเกรททั้งสองข้าง จาก t_0 ถึง t

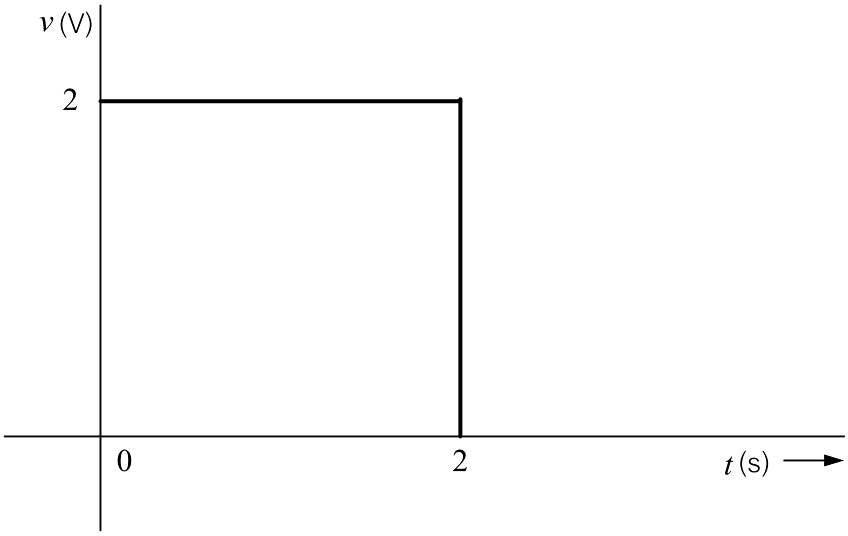
$$i = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v d\tau + i(t_0) \tag{6.15}$$

เมื่อ $i(t_0)$ คือกระแสที่สะสมตั้งแต่ $t = -\infty$ ถึง $t = t_0$ โดยทั่วไปเราจะเลือกค่า $t_0 = 0$

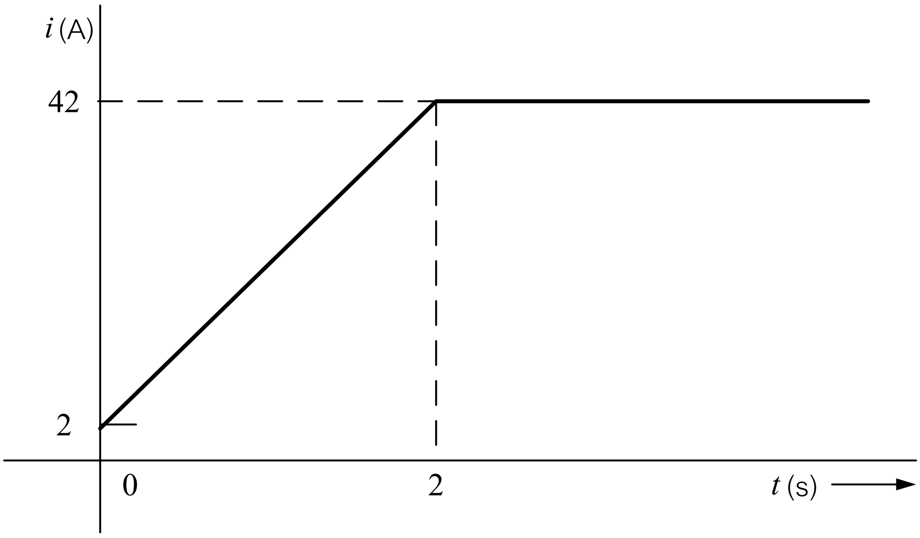
พิจารณารูปคลื่นแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำดังแสดงในรูปที่ 6.16 ถ้าตัวเหนี่ยวนำมีค่า 0.1 H และ $i(t_0) = 2$ A สามารถหาค่ากระแส

$$i = 10\int_0^t (2)d\tau + i(t_0) = 2(10t+1)\ \text{A}$$

และเขียนกราฟรูปคลื่นกระแสผ่านตัวเหนี่ยวนำได้ดังในรูปที่ 6.17



รูปที่ 6.16 รูปคลื่นแรงดันพัลส์ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ



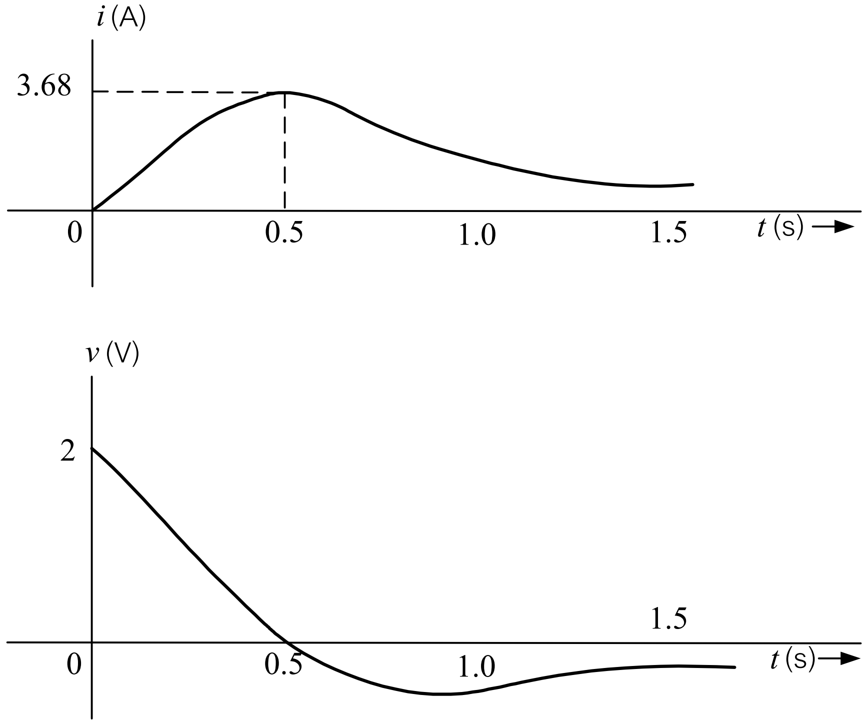
รูปที่ 6.17 รูปคลื่นกระแสที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ

ตัวอย่าง 6.6 จงหาค่าแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ 0.1 H และมีค่ากระแสไหลผ่านตามสมการ $i = 20te^{-2t}$ A

วิธีทำ ค่าแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำสำหรับ $t > 0$ คือ

$$\begin{aligned} v &= L\frac{di}{dt} \\ &= (0.1)\frac{d(20te^{-2t})}{dt} \\ &= 2(-2te^{-2t} + e^{-2t}) \\ &= 2e^{-2t}(1-2t)\ \text{V} \end{aligned}$$

ค่าแรงดันมีค่าเท่ากับ 2 V เมื่อ $t=0$ ดังแสดงในรูป Ex6.6 สังเกตว่าค่ากระแสสูงสุดเมื่อแรงดันมีค่าเป็นศูนย์ที่เวลา $t=0.5$ s



รูปที่ Ex6.6

6.6 การเก็บพลังงานในตัวเหนี่ยวนำ

กำลังไฟฟ้าในตัวเหนี่ยวนำคือ

$$p = vi = \left(L\frac{di}{dt}\right)i \tag{6.16}$$

จะได้ค่าพลังงานที่สะสมในตัวเหนี่ยวนำในรูปของสนามแม่เหล็กดังนี้

$$w = \int_{t_0}^{t} p\,d\tau = L\int_{i(t_0)}^{i(t)} i\,di$$

อินติเกรทจาก $i(t_0)$ ถึง $i(t)$ ได้

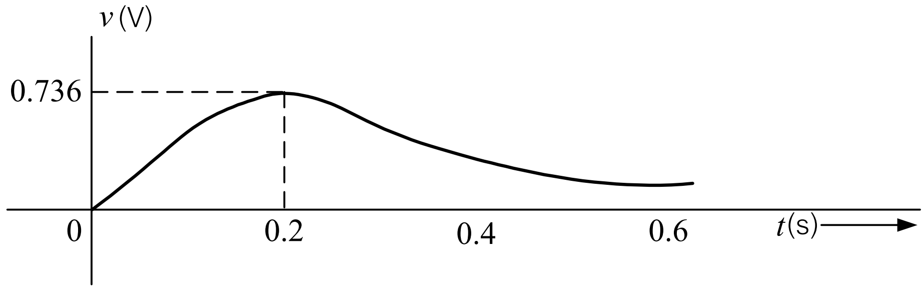
$$\begin{aligned} w &= \frac{L}{2}\left[i^2(t)\right]_{i(t_0)}^{i(t)} \\ &= \frac{L}{2}i^2(t) - \frac{L}{2}i^2(t_0) \end{aligned}$$

โดยทั่วไปเราเลือก $t=-\infty$ สำหรับตัวเหนี่ยวนำ และกระแส $i(-\infty)=0$ จะได้

$$w_L = \frac{1}{2}Li^2 \tag{6.17}$$

สังเกตจากสมการ (6.17) ว่าค่าพลังงาน $w_L(t) \geq 0$ สำหรับค่ากระแสใดๆ $i(t)$ ดังนั้นตัวเหนี่ยวนำจึงเป็นอุปกรณ์พาสซีฟ มันจะไม่สร้างพลังงานหรือใช้พลังงาน เพียงแต่เก็บพลังงานไว้ เมื่อเปรียบเทียบกับองค์ประกอบวงจรอื่นๆ ที่ศึกษามาในบทที่แล้วจะพบว่าตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำมีลักษณะแตกต่างที่สำคัญจากองค์ประกอบวงจรเหล่านั้นคือมันมีความจำ กล่าวคือผลการกระตุ้นในอดีตจะส่งผลต่อผลตอบสนองในปัจจุบันด้วย ดังเช่นในสมการ (6.15) จะเห็นว่าค่ากระแสผ่านตัวเหนี่ยวนำที่เวลา t ใดๆ เกิดจากผลรวมของกระแสที่สะสมในอดีตตั้งแต่ $t=-\infty$ ถึง $t=t_0$ (กลายเป็นค่าเริ่มต้นที่ $t=t_0$) และค่าอินตริกรัลหรือผลรวมของกระแสเนื่องจากการป้อนแรงดัน v จากเวลา t_0 ถึงเวลา t

ตัวอย่าง 6.7 กำหนดค่ารูปคลื่นแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำเป็นฟังก์ชันกับเวลา คือ $v = 10te^{-5t}$ V และตัวเหนี่ยวนำมีค่าความเหนี่ยวนำ 0.1 H จงหาค่ากระแสผ่านตัวเหนี่ยวนำ ถ้าสมมติว่ากระแสมีค่าเป็นศูนย์เมื่อ $t \leq 0$ s



รูปที่ Ex 6.7 (ก)

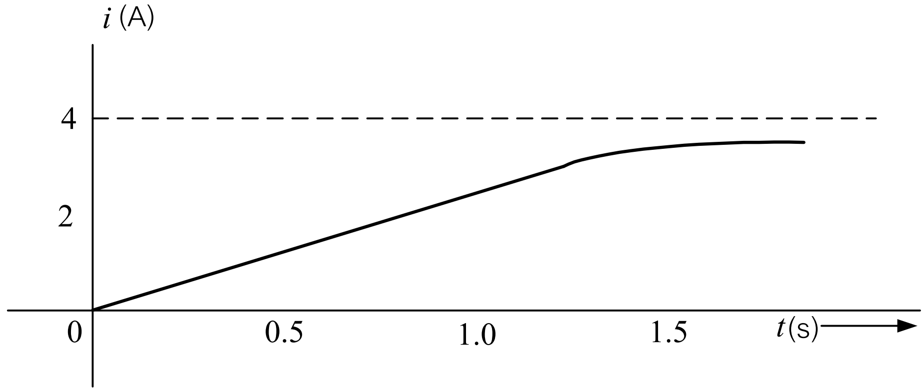
วิธีทำ เขียนกราฟของแรงดัน ดังในรูป Ex6.7 (ก) ซึ่งมีค่าสูงสุดที่เวลา $t = 0.2$ s ค่ากระแสจะได้

$$i = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v d\tau + i(t_0)$$

เนื่องจากค่ากระแสเป็นศูนย์เมื่อ $t \leq 0$ s ดังนั้น ให้เวลา $t_0 = 0$ จะได้ $i(0) = 0$

$$\begin{aligned} i &= 10\int_0^t 10\tau e^{-5\tau} d\tau + i(t_0) \\ &= 100\left[\frac{-e^{-5\tau}}{25}\left(1+5\tau\right)\right]_0^t \\ &= 4(1-e^{-5t}(1+5t)) \text{ A} \end{aligned}$$

เขียนกราฟของกระแสได้ ดังในรูป Ex6.7 (ข)

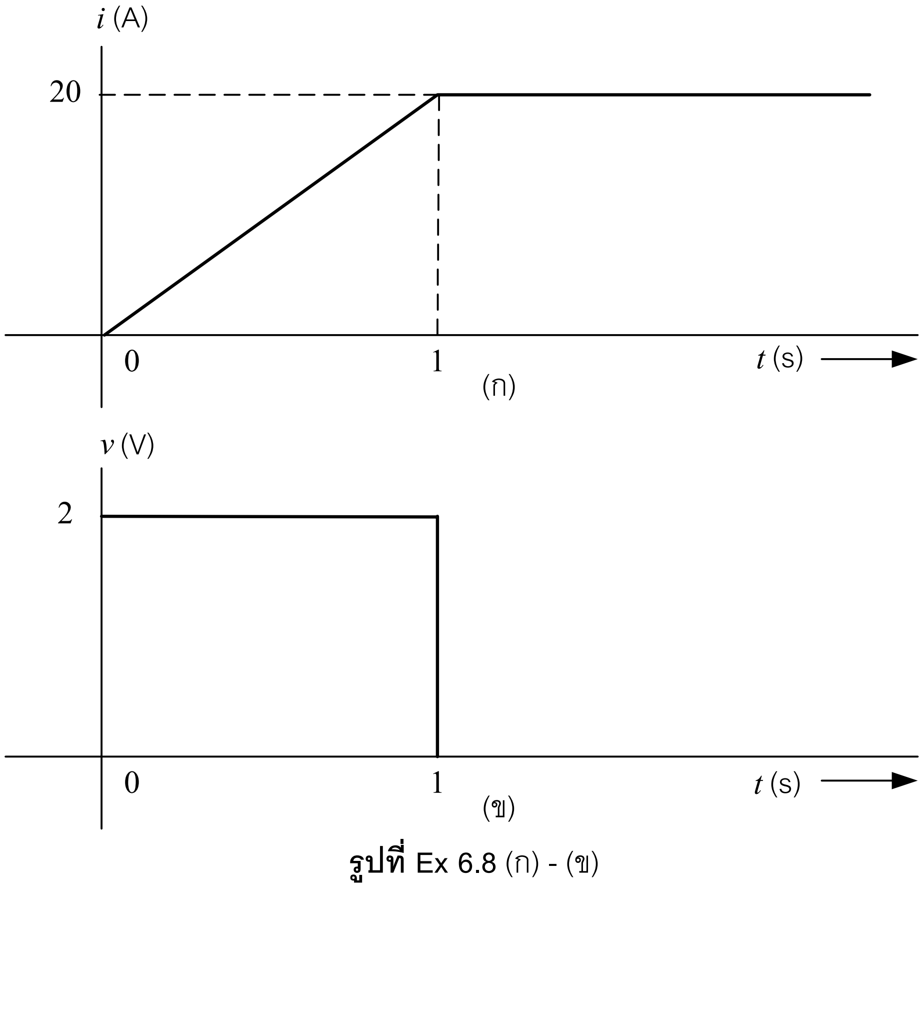


รูปที่ Ex 6.7 (ข)

ตัวอย่าง 6.8 จงหาค่ากำลังและพลังงานในตัวเหนี่ยวนำ 0.1 H เมื่อกำหนดกระแสและแรงดันดังในรูป Ex 6.8 (ก) และ (ข)

วิธีทำ เขียนสมการของกระแสจากกราฟได้

$$i = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 20t & 0 \le t \le 1 \\ 20 & t > 1 \end{cases}$$



รูปที่ Ex 6.8 (ก) - (ข)

และสมการของแรงดัน

$$v = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 2 & 0 \le t \le 1 \\ 0 & t > 1 \end{cases}$$

สามารถตรวจสอบว่า $v = L\dfrac{di}{dt}$ จริง และหาค่ากำลังได้จาก

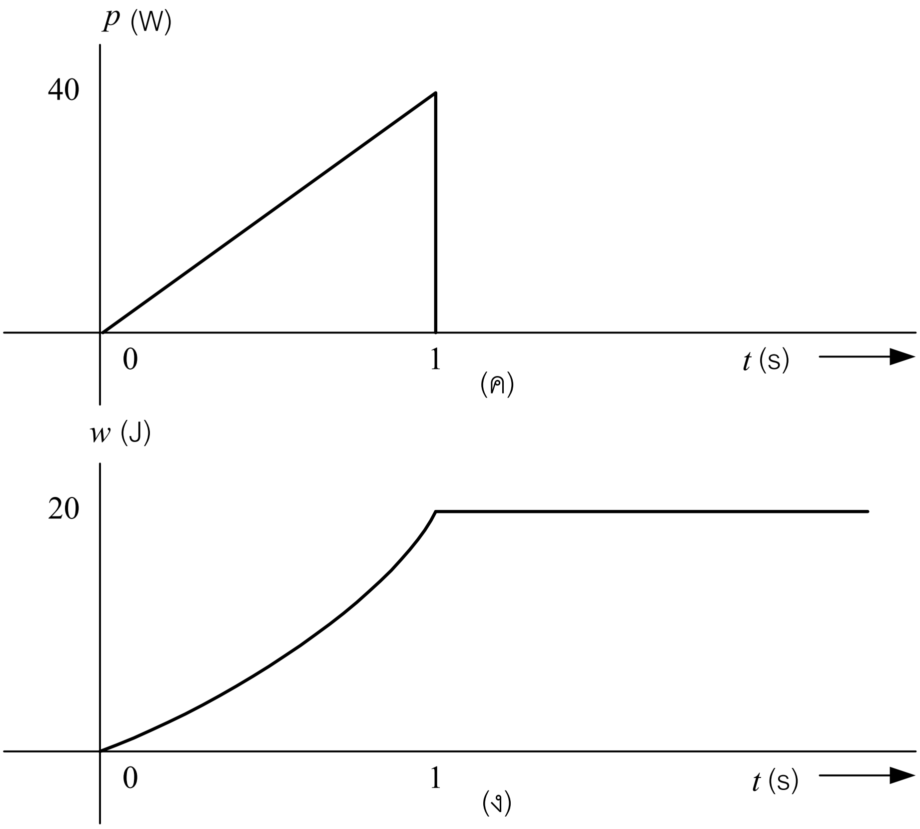
$$p = vi = 40t \text{ W} \qquad 0 \le t \le 1$$

และเป็นศูนย์ในช่วงเวลาอื่น

ค่าพลังงานจะได้จาก

$$\begin{aligned} w_L &= \frac{1}{2}Li^2 \\ &= 0.05(20t)^2 \qquad 0 \le t \le 1 \\ &= 0.05(20)^2 \qquad t > 1 \end{aligned}$$

และเป็นศูนย์สำหรับ $t < 0$ s เขียนกราฟค่ากำลังและพลังงานได้ดังในรูป Ex6.8 (ค) และ (ง)



รูปที่ Ex 6.8 (ค) - (ง)

ตัวอย่าง 6.9 จงหาค่ากำลังและพลังงานในตัวเหนี่ยวนำ 0.1 H เมื่อกำหนดกระแส $i = 20te^{-2t}$ A และแรงดัน $v = 2e^{-2t}(1-2t)$ V สำหรับ $t \ge 0$ และ $i = 0$ สำหรับ $t < 0$

วิธีทำ หาค่ากำลังจาก

$$
\begin{aligned}
p &= vi \\
&= \left[2e^{-2t}(1-2t)\right](20te^{-2t}) \\
&= 40te^{-4t}(1-2t) \text{ W} \qquad t>0
\end{aligned}
$$

และเป็นศูนย์สำหรับ $t<0$ s ค่าพลังงานจะได้จาก

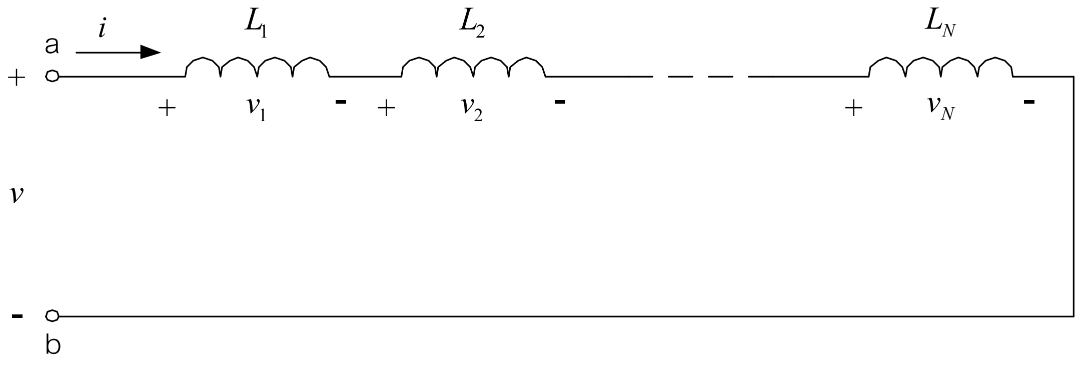
$$
\begin{aligned}
w_L &= \frac{1}{2}Li^2 \\
&= 0.05(20te^{-2t})^2 \\
&= 20t^2e^{-4t} \text{ W} \quad t>0
\end{aligned}
$$

และเป็นศูนย์สำหรับ $t<0$ s เขียนกราฟค่ากำลังพลังงานได้ดังในรูป Ex6.8 ซึ่งจะเห็นว่าค่าพลังงานเป็นบวกสำหรับทุกค่าเวลา $t>0$ s

6.7 การต่อตัวเหนี่ยวนำแบบอนุกรมและขนาน

การต่อตัวเหนี่ยวนำแบบอนุกรมและขนานกันสามารถลดรูปเป็นวงจรสมมูลได้เช่นเดียวกับตัวต้านทานและตัวเก็บประจุ พิจารณาการต่อตัวเหนี่ยวนำแบบอนุกรม N ตัว ดังแสดงในรูปที่ 6.18 ค่าแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำทั้งหมด

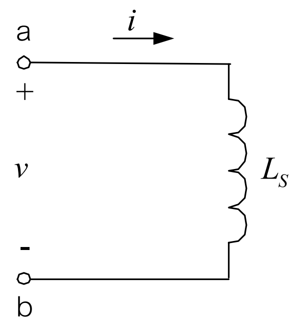
$$
\begin{aligned}
v &= v_1 + v_2 + v_3 + \ldots + v_N \\
&= L_1\frac{di}{dt} + L_2\frac{di}{dt} + \ldots + L_N\frac{di}{dt} \\
&= \sum_{n=1}^{N} L_n\frac{di}{dt}
\end{aligned}
$$



รูปที่ 6.18 การต่อตัวเหนี่ยวนำแบบอนุกรม N ตัว

เนื่องจากแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำสมมูล L_s ในรูปที่ 6.19 คือ

$$v = L_s\frac{di}{dt}$$



รูปที่ 6.19 ตัวเหนี่ยวนำสมมูลของตัวเหนี่ยวนำแบบอนุกรม N ตัว

ดังนั้นค่าความเหนี่ยวนำสมมูลสำหรับตัวเหนี่ยวนำแบบอนุกรม N ตัวคือ

$$L_s = \sum_{n=1}^{N} L_n \frac{di}{dt} \tag{6.18}$$

ส่วนในกรณีการต่อตัวเหนี่ยวนำขนานกัน N ตัว ดังในรูปที่ 6.20 จะได้ว่ากระแส i คือผลรวมของกระแสจากตัวเหนี่ยวนำแต่ละตัว

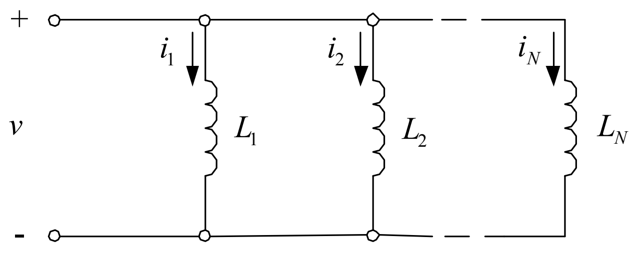
$$i = \sum_{n=1}^{N} i_n$$

แต่

$$i_n = \frac{1}{L_n}\int_{t_0}^{t} v d\tau + i_n(t_0)$$

ดังนั้นเราจะได้

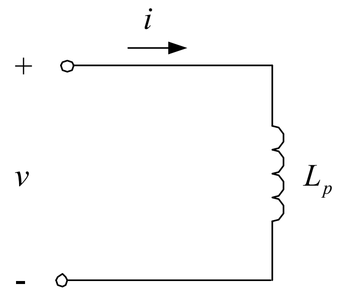
$$i = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{L_n}\int_{t_0}^{t} v d\tau + \sum_{n=1}^{N} i_n(t_0)$$



รูปที่ 6.20 การต่อตัวเหนี่ยวนำแบบขนาน N ตัว

ค่ากระแสสำหรับตัวเหนี่ยวนำสมมูล L_p ในรูปที่ 6.21 คือ

$$i = \frac{1}{L_p}\int_{t_0}^{t} v d\tau + i(t_0)$$



รูปที่ 6.21 ตัวเหนี่ยวนำสมมูลของตัวเหนี่ยวนำแบบขนาน N ตัว

ดังนั้นค่าความเหนี่ยวนำสมมูลสำหรับตัวเหนี่ยวนำแบบขนาน N ตัวคือ

$$\frac{1}{L_p} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{L_n} \tag{6.19}$$

และค่ากระแสเริ่มต้น

$$i(t_0) = \sum_{n=1}^{N} i_n(t_0) \tag{6.20}$$

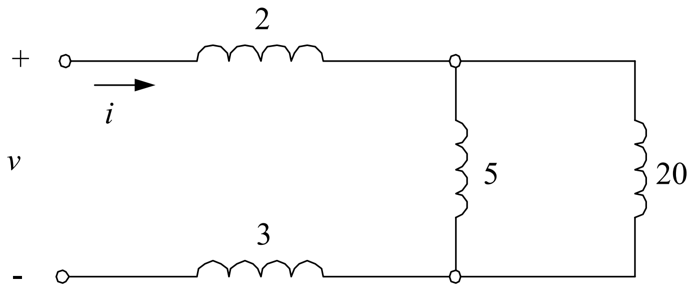
ตัวอย่าง 6.10 จงหาค่าความเหนี่ยวนำสมมูลสำหรับตัวเหนี่ยวนำที่ต่อกันในวงจรดังรูป Ex 6.10

วิธีทำ เริ่มจากหาค่าความเหนี่ยวนำสมมูลสำหรับตัวเหนี่ยวนำ 5 mH และ 20 mH ที่ต่อขนานกัน ได้

$$\frac{1}{L_p} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

หรือ

$$L_p = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} = \frac{5 \times 20}{5 + 20} = 4 \text{ mH}$$



รูปที่ Ex 6.10

ตัวเหนี่ยวนำสมมูล L_p นี้จะต่ออนุกรมกับตัวเหนี่ยวนำ 2 mH และ 3 mH ดังนั้นค่าความเหนี่ยวนำสมมูลสำหรับวงจรนี้คือ

$$L_{eq} = \sum_{n=1}^{N} L_n = 2 + 3 + 4 = 9 \text{ mH}$$

6.8 เงื่อนไขเริ่มต้นของวงจรสวิทช์

ในหัวข้อนี้เราจะศึกษาการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรในวงจรเมื่อสวิทช์ถูกเปลี่ยนตำแหน่ง เช่นจากปิดเป็นเปิดหรือจากเปิดเป็นปิด ถ้ากำหนดเวลาที่สวิทช์เปลี่ยนตำแหน่งคือ $t = 0$ s เราต้องการหาค่าของตัวแปรที่สนใจว่าจะมีค่าเป็นเท่าใดเมื่อเวลาชั่วขณะก่อนสวิทช์เปลี่ยนตำแหน่ง $t = 0^-$ และชั่วขณะหลังจากสวิทช์เปลี่ยนตำแหน่ง $t = 0^+$ วงจรในกลุ่มนี้จะเรียกว่าวงจรสวิทช์ (Switched Circuit)

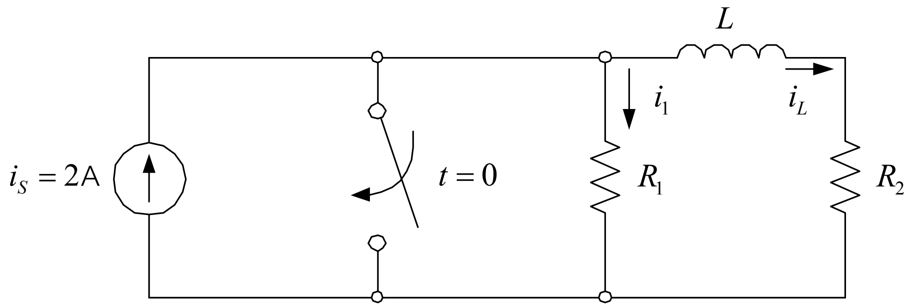
เราจะสนใจการเปลี่ยนแปลงค่าของกระแสและแรงดันของอุปกรณ์เก็บพลังงานเป็นพิเศษ เนื่องจากการทราบค่าเหล่านี้และค่าแหล่งจ่ายในวงจรจะทำให้สามารถหาพฤติกรรมของวงจรเมื่อเวลา $t > 0$ sได้ ดังจะได้ศึกษารายละเอียดในบทต่อไป ตาราง 6.2 สรุปคุณลักษณะที่สำคัญและพฤติกรรมของอุปกรณ์เก็บพลังงานคือตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุ

ตาราง 6.2 คุณลักษณะที่สำคัญและพฤติกรรมของตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุ

ตัวแปร	ตัวเหนี่ยวนำ	ตัวเก็บประจุ
ทิศทางตามหลักการพาสซีฟ		
แรงดัน	$v = L\dfrac{di}{dt}$	$v = \dfrac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i\,d\tau + v(t_0)$
กระแส	$i = \dfrac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v d\tau + i(t_0)$	$i = C\dfrac{dv}{dt}$
กำลัง	$p = Li\dfrac{di}{dt}$	$p = Cv\dfrac{dv}{dt}$
พลังงาน	$w = \dfrac{1}{2}Li^2$	$w = \dfrac{1}{2}Cv^2$
ค่าที่ไม่สามารถเปลี่ยนแปลงทันที	กระแส	แรงดัน
ค่าที่สามารถเปลี่ยนแปลงทันที	แรงดัน	กระแส
ในสภาวะคงตัวจะเป็น	ปิดวงจร	เปิดวงจร

เราจะสมมติว่าสวิทช์ในวงจรอยู่ในตำแหน่งเดิมเป็นเวลานาน ก่อนเกิดการเปลี่ยนแปลงที่เวลา $t > 0$ s เราเรียกสภาวะนี้ว่าสภาวะคงตัว (Steady state) การตอบสนองที่สภาวะคงตัวจะเกิดเมื่อการเปลี่ยนตำแหน่งของสวิทช์ผ่านไปนานมาก หรือเมื่อวงจรมีแหล่งจ่ายกระแสตรง ซึ่งค่าแรงดันหรือกระแสของแหล่งจ่ายไม่เปลี่ยนแปลงกับเวลาต่ออยู่เท่านั้น

เมื่อกระแสคงที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ จะทำให้แรงดันตกคร่อมตัวมันมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นมันจะมีพฤติกรรมปรากฏเหมือนปิดวงจร ในทำนองเดียวกันสำหรับตัวเก็บประจุ เมื่อแรงดันคงที่ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ จะทำให้กระแสไหลผ่านตัวมันมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นมันจะมีพฤติกรรมปรากฏเหมือนเปิดวงจร



รูปที่ 6.22 วงจรซึ่งมีตัวเหนี่ยวนำและสวิทช์

พิจารณาวงจรในรูปที่ 6.22 ซึ่งมีตัวเหนี่ยวนำอยู่ในวงจร สัญลักษณ์ของสวิทช์แบบนี้บอกว่ามันอยู่ในตำแหน่งเปิดวงจรเมื่อเวลา $t = 0^-$ s และจะปิดวงจรเมื่อเวลา $t = 0$ s ก่อนสวิทช์จะปิดวงจรเราสมมติว่าวงจรอยู่ในสภาวะคงตัว เมื่อเวลา $t = 0^-$ s กระแสจากแหล่งจ่าย i_s จะแบ่งไหลเป็น i_1 และ i_L ดังสมการ

$$i_s = i_1 + i_L$$

สังเกตว่า i_L จะเป็นค่าคงที่ ทำให้แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำมีค่าเป็นศูนย์ ใช้หลักการการแบ่งกระแส จะได้

$$i_L = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_s$$

เนื่องจาก $i_s = 2$ A และ $R_1 = R_2 = 1\,\Omega$ จะได้ว่าที่เวลา $t = 0^-$ s

$$i_L(0^-) = \frac{1}{1+1}(2) = 1 \text{ A}$$

กระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงทันทีทันใดดังนั้น

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1 \text{ A}$$

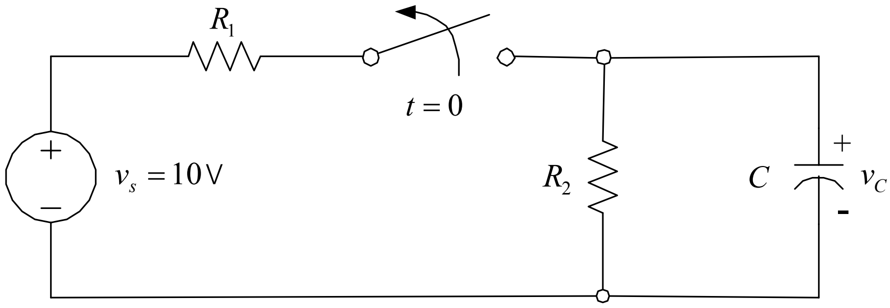
แต่กระแสไหลผ่านตัวต้านทานสามารถเปลี่ยนแปลงทันทีทันใดได้ ดังนั้นที่เวลา $t = 0^-$ s เราได้

$$i_1(0^-) = 1 \text{ A}$$

หลังจากสวิทช์เปลี่ยนตำแหน่ง แรงดันตกคร่อม R_1 จะต้องเป็นศูนย์เนื่องจากสวิทช์จะทำการลัดวงจร ดังนั้น

$$i_1(0^+) = 0 \text{ A}$$

นั่นคือมีการเปลี่ยนแปลงทันทีจากค่า 1 A เป็น 0 A ที่เวลา $t = 0$ s



รูปที่ 6.23 วงจรซึ่งมีตัวเก็บประจุและสวิทช์

พิจารณาวงจรซึ่งประกอบด้วยตัวเก็บประจุดังในรูปที่ 6.23 ก่อนหน้าเวลา $t=0$ s สวิทช์อยู่ที่ตำแหน่งปิดวงจรเป็นเวลานานมาก เนื่องจากแหล่งจ่ายเป็นค่าคงที่ ดังนั้นค่ากระแสในตัวเก็บประจุจะมีค่าเป็นศูนย์ สำหรับเวลา $t<0$ เนื่องจากตัวเก็บประจุจะปรากฏตัวเป็นสมมูลเปิดวงจรในสภาวะคงตัว แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุจะสามารถหาได้จากหลักการการแบ่งแรงดันคือ

$$v_C = \frac{R_2}{R_1+R_2} v_s$$

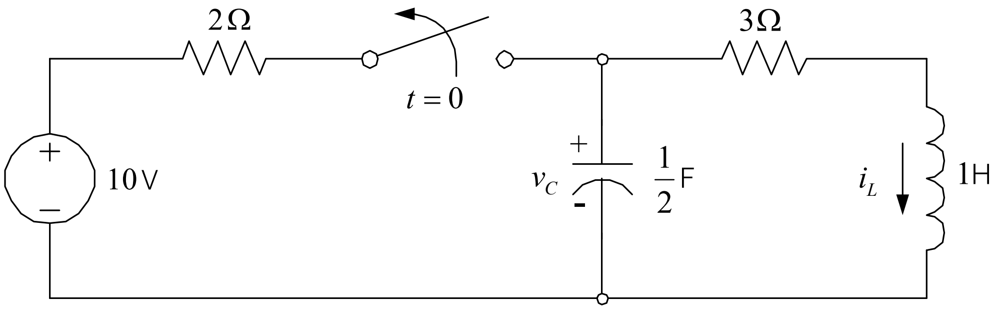
เนื่องจาก $v_s = 10$ V และ $R_1 = R_2 = 1\,\Omega$ จะได้ว่าที่เวลา $t=0^-$ s

$$v_C = \frac{1}{1+1}(10) = 5 \text{ V}$$

แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงทันทีทันใดดังนั้น

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = 5 \text{ V}$$

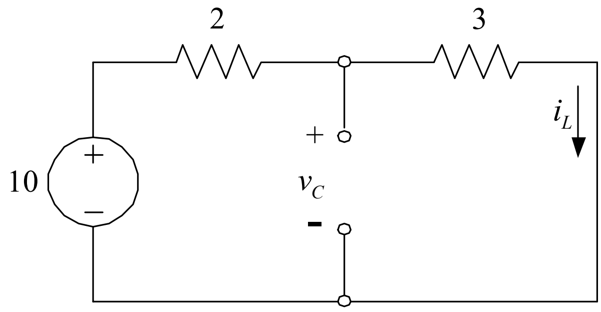
เมื่อสวิทช์เปิดวงจรที่เวลา $t=0$ s จะไม่มีแหล่งจ่ายแรงดันในวงจร แต่ค่าแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุยังคงค่าเดิมเท่ากับ 5 V



รูปที่ 6.24 วงจรซึ่งมีทั้งตัวเก็บประจุ ตัวเหนี่ยวนำ และสวิทช์

ถ้าวงจรประกอบด้วยทั้งตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำ ดังตัวอย่างวงจรในรูปที่ 6.24 เราจะพิจารณาวงจรที่เวลา $t=0^-$ s เพื่อหาค่าแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ $v_C(0^-)$ และกระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ $i_L(0^-)$ สมมติว่าสวิทช์ถูกปิดเป็นเวลานานมากและวงจรอยู่ในสภาวะคงตัว เพื่อหาค่า $v_C(0^-)$ และ $i_L(0^-)$ เราแทนตัวเก็บประจุด้วยเปิดวงจร และตัวเหนี่ยวนำด้วยปิดวงจร ดังในรูปที่ 6.25 จะได้

$$i_L(0^-) = \frac{10}{5} = 2 \text{ A}$$



รูปที่ 6.25 วงจรในรูปที่ 6.24 พิจารณาที่เวลา $t = 0^-$ s

หาค่าแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุได้จากหลักการการแบ่งแรงดัน

$$v_C(0^-) = \left(\frac{3}{2+3}\right)10 = 6 \text{ V}$$

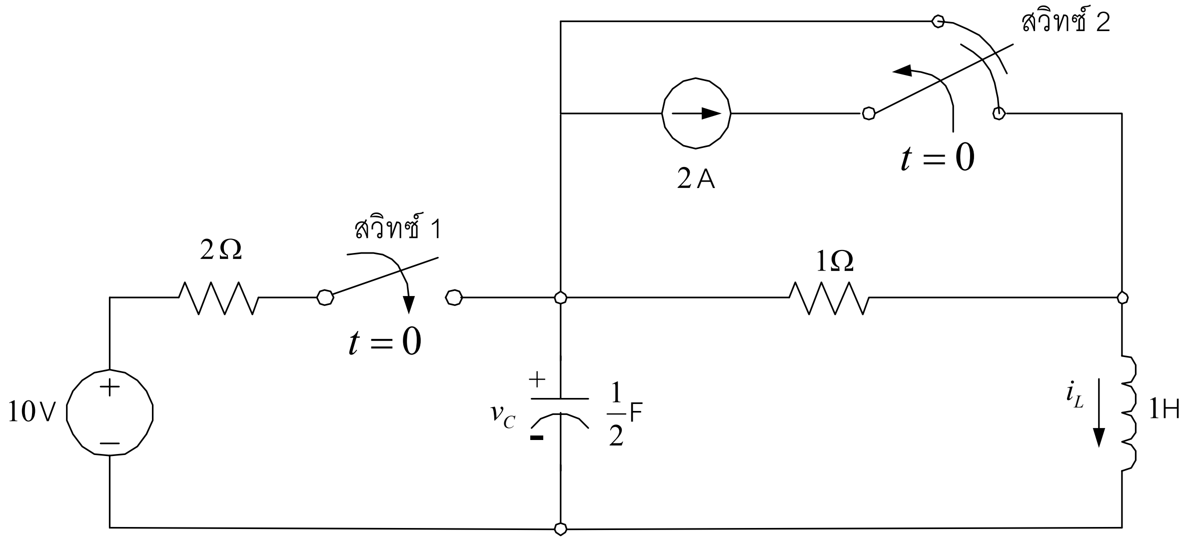
แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงทันทีทันใดดังนั้น

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = 6 \text{ V}$$

และกระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงทันทีทันใดดังนั้น

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2 \text{ A}$$

ตัวอย่าง 6.11 จงหาค่า $i_L(0^+)$ $v_C(0^+)$ $dv_C(0^+)/dt$ และ $di_L(0^+)/dt$ ของวงจรในรูป Ex6.11 (ก) โดยที่ $dv_C(0^+)/dt$ หมายถึง $dv_C(t)/dt$ ที่เวลา $t = 0^+$ กำหนดให้สวิทช์ 1 ถูกเปิดและสวิทช์ 2 ถูกปิดวงจรเป็นเวลานานมากและวงจรอยู่ในสภาวะคงตัวที่เวลา $t = 0^-$



รูปที่ Ex6.11 (ก)

วิธีทำ เราเขียนวงจรใหม่โดยแทนตัวเก็บประจุด้วยเปิดวงจร และตัวเหนี่ยวนำด้วยปิดวงจร ดังในรูป Ex 6.11 (ข) จะได้

$$i_L(0^-) = 0 \text{ A}$$

และ

$$v_C(0^-) = -2 \text{ V}$$

ดังนั้น

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0 \text{ A}$$

และ

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = -2 \text{ V}$$

เพื่อหาค่า $v_C(0^+)$ $dv_C(0^+)/dt$ และ $di_L(0^+)/dt$ เราเขียนวงจรที่เวลา $t = 0^+$ ได้ดังในรูป Ex 6.11 (ค) จาก

$$i_C = C\frac{dv_C}{dt}$$

ดังนั้น

$$\frac{dv_C(0^+)}{dt} = \frac{i_C(0^+)}{C}$$

ในทำนองเดียวกัน จาก

$$v_L = L\frac{di_L}{dt}$$

จะได้

$$\frac{di_L(0^+)}{dt} = \frac{v_L(0^+)}{L}$$

ใช้ KVL ในเมชซ้ายมือได้

$$v_L - v_C + (1)i_L = 0$$

ดังนั้น ที่เวลา $t = 0^+$

$$v_L(0^+) = v_C(0^+) - i_L(0^+) = -2 - 0 = -2 \text{ V}$$

เราจะได้

$$\frac{di_L(0^+)}{dt} = \frac{v_L(0^+)}{L} = \frac{-2}{1} = -2 \text{ A}$$

ในทำนองเดียวกัน ใช้ KCL ที่โนด a

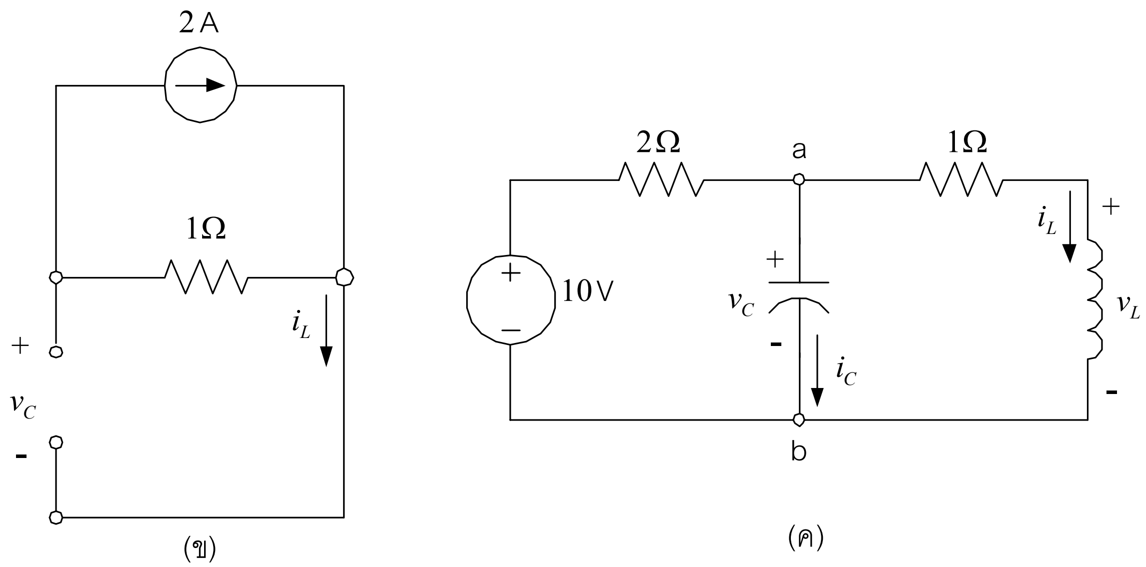
$$i_C + i_L + \frac{v_C - 10}{2} = 0$$

ดังนั้น ที่เวลา $t = 0^+$

$$i_C(0^+) = \frac{10 - v_C(0^+)}{2} - i_L(0^+) = 6 \text{ A}$$

ทำให้

$$\frac{dv_C(0^+)}{dt} = \frac{i_C(0^+)}{C} = \frac{6}{1/2} = 12 \text{ V}$$

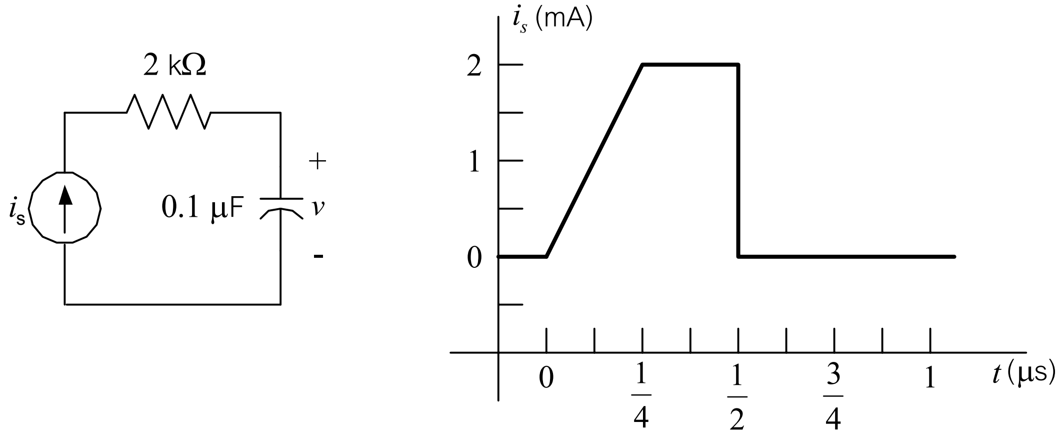


รูปที่ Ex6.11 (ข) – (ค)

ดังนั้นจากตัวอย่างนี้เราพบว่าเมื่อสวิทช์เปลี่ยนตำแหน่งที่เวลา $t = 0$ s ค่ากระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำและแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุจะไม่เปลี่ยนแปลงค่า แต่แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำจะเปลี่ยนทันทีจาก $v_L(0^-) = 0$ V ไปเป็น $v_L(0^+) = -2$ V และที่เวลา $t = 0^+$ s จะมีค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงกระแส $\frac{di_L(0^+)}{dt} = -2$ A และค่ากระแสไหลผ่านตัวเก็บประจุจะเปลี่ยนทันทีจาก $i_C(0^-) = 0$ A ไปเป็น $i_C(0^+) = 6$ A และเช่นเดียวกันที่เวลา $t = 0^+$ s จะมีค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงแรงดัน $\frac{dv_C(0^+)}{dt} = 12$ V

6.9 แบบฝึกหัดท้ายบท

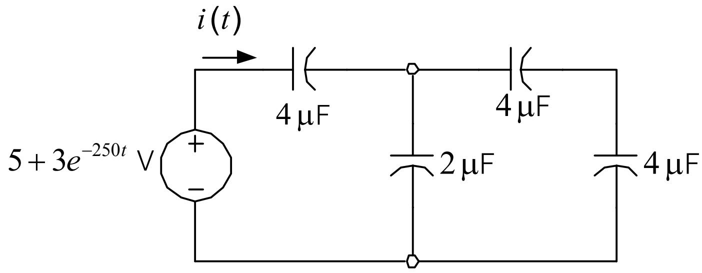
1. แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ 0.125 F มีค่า $v(t) = 12\cos(2t + 30°)$ V ถ้าการกำหนดทิศทางอ้างอิงเป็นไปตามหลักการสัญนิยมเครื่องหมายพาสซีฟ จงหาค่ากระแส $i(t)$
2. แหล่งจ่ายกระแสมีรูปคลื่นดังแสดงในรูป P6.2 (ข) ต่อเข้ากับวงจรในรูป P6.2 (ก) ที่เวลา $t = 0$ s โดยที่ตัวเก็บประจุไม่เคยถูกประจุมาก่อน จงหาค่าและเขียนกราฟแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุนี้



(ก) (ข)

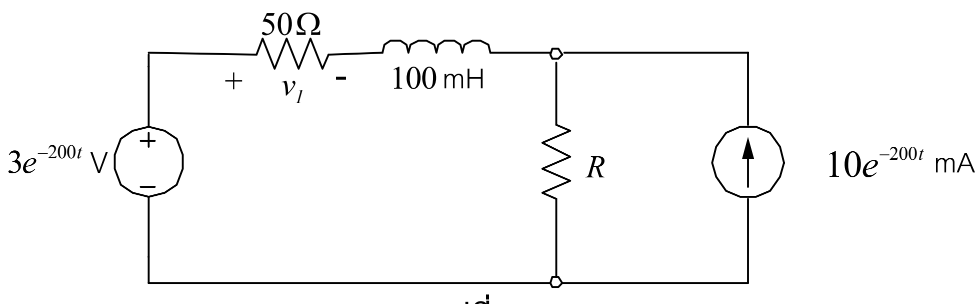
รูปที่ P6.2

3. ตัวเก็บประจุในแฟลชอิเล็กทรอนิกส์สำหรับกล้องถ่ายรูปใช้สำหรับเก็บพลังงาน โดยจะทำการประจุโดยต่อเข้ากับแบตเตอรี่ขนาด 6 V และจะมีกระแสไหลคงที่ 10 μA จงหาว่าจะใช้เวลานานเท่าใดในการประจุ ถ้าตัวเก็บประจุมีค่า $C = 10$ μF และค่าพลังงานที่สะสมไว้มีค่าเท่าใด
4. จงหาค่ากระแส $i(t)$ ในวงจรในรูป P 6.4



รูปที่ P6.4

5. จงหาค่าความต้านทาน R ในวงจรในรูป P 6.5 ถ้า $v_1 = e^{-200t}$ V สำหรับ $t \geq 0$



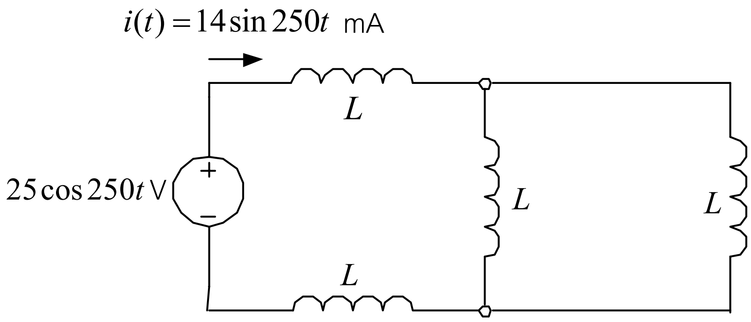
รูปที่ P6.5

6. ค่ากระแสในตัวเหนี่ยวนำ 5 H มีค่า

$$i(t) = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ 4\sin 2t & t \ge 0 \end{cases}$$

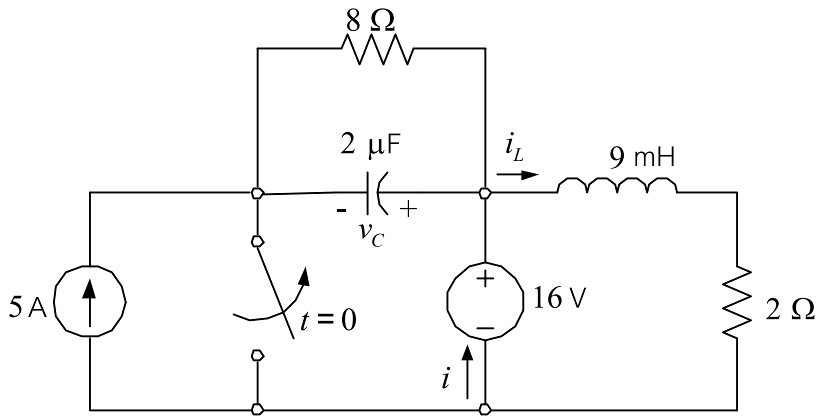
เมื่อเวลามีหน่วยเป็น s และกระแสมีหน่วยเป็น A จงหาค่ากำลัง $p(t)$ ที่ใช้โดยตัวเหนี่ยวนำ และค่าพลังงาน $w(t)$ ที่เก็บสะสมในตัวเหนี่ยวนำ

7. วงจรในรูป P 6.7 ประกอบด้วยแหล่งจ่ายแรงดันและตัวเหนี่ยวนำสี่ตัวที่มีค่าความเหนี่ยวนำเท่ากัน จงหาค่าความเหนี่ยวนำ L ของตัวเหนี่ยวนำนี้



รูปที่ P6.7

8. สำหรับวงจรในรูป P 6.8 จงหาค่า $dv_C(0^+)/dt$ $di_L(0^+)/dt$ และ $i(0^+)$ ถ้า $v(0^-) = 16$ V สมมติว่าสวิทช์อยู่ที่ตำแหน่งปิดวงจรเป็นเวลานานก่อนเวลา $t = 0$



รูปที่ P6.8