

บทที่ 11

วงจรสามเฟส

Three-Phase Circuits

ในบทนี้จะได้กล่าวถึงผลตอบสนองของการวิเคราะห์วงจรสามเฟสซึ่งประกอบด้วยสามส่วนคือ แหล่งจ่ายแรงดันสามเฟส โหลดสามเฟส และระบบสายส่งสามเฟส แหล่งจ่ายและโหลดสามเฟสสามารถเลือกได้สองแบบ คือแบบวาย และแบบเดลต้า ส่วนสายส่งซึ่งอาจเป็นแบบสามเส้นหรือสี่เส้นจะใช้เชื่อมต่อระหว่างแหล่งจ่ายและโหลด

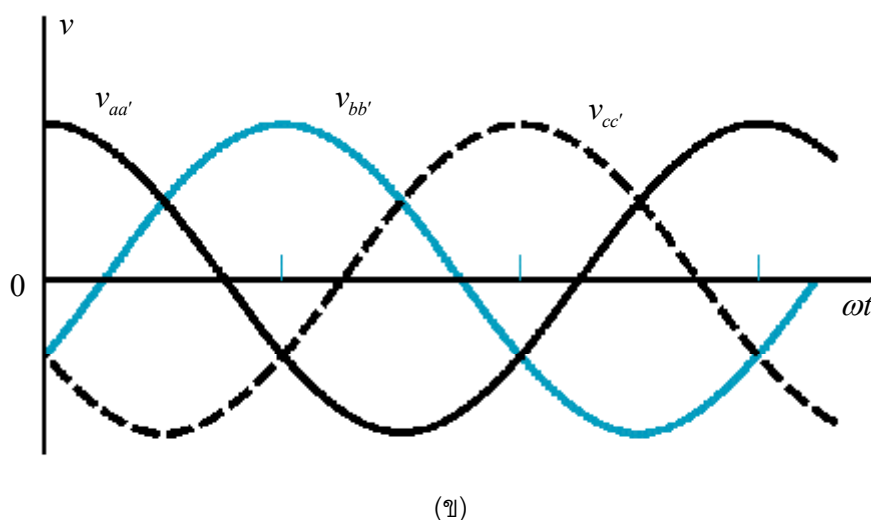
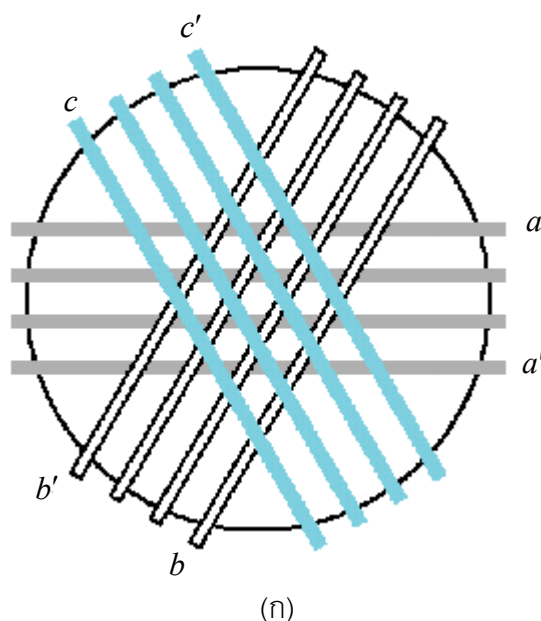
เทคนิคการวิเคราะห์วงจรโดยใช้เฟสเซอร์ในโดเมนความถี่และทฤษฎีต่างๆ เกี่ยวกับวงจรกระแสสลับ และการคำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าแบบต่างๆ ที่ได้ศึกษาในบทที่จะผ่านมา จะได้นำมาใช้ในกรณีที่ว่าวงจรเป็นแบบสามเฟส ในบทนี้จะพิจารณาระบบสามเฟสสามสายแบบสมดุลเป็นหลัก ส่วนระบบไฟฟ้าสามเฟสแบบไม่สมดุลจะได้อธิบายในวิชาต่อเนื่องด้านระบบไฟฟ้ากำลังต่อไป

11.1 ระบบไฟฟ้าหลายเฟสและแรงดันสามเฟส

นิโคลาส เทสลาเป็นผู้หนึ่งที่มีบทบาทมากในการสนับสนุนให้ใช้ระบบกระแสสลับสำหรับระบบไฟฟ้ากำลังในสหรัฐอเมริกา เทสลาเคยทำงานกับเอดิสันผู้ซึ่งไม่สนับสนุนระบบกระแสสลับ แต่ได้ลาออกและภายในห้าปีหลังจากนั้นเขาได้สิทธิบัตรเกี่ยวกับมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสสลับถึงสิบสิทธิบัตร โดยใช้หลักการของมอเตอร์เหนี่ยวนำ (Induction motor) และระบบไฟฟ้าหลายเฟส (Polyphase Power System) ที่มีประสิทธิภาพสูง ต่อมาจอร์จ เวสต์ติงเฮาส์ได้ซื้อสิทธิบัตรเหล่านี้ และสร้างเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับขนาด 3.725 MW สองเครื่องที่ใช้จ่ายกระแสไฟฟ้าจากน้ำตกไนแอการา ในปี ค.ศ.1895 (พ.ศ. 2438) หลังจากที่ต้องต่อสู้คดีในศาลเป็นระยะเวลานาน เทสลาได้รับสิทธิในสิทธิบัตรการค้นพบระบบกระแสไฟฟ้าหลายเฟสเพื่อใช้กับมอเตอร์เหนี่ยวนำ

ระบบไฟฟ้ากระแสสลับหลายเฟสได้จากขดลวดภายในเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่พันเพื่อผลิตกระแสไฟฟ้าตั้งแต่สองวงจรขึ้นไป ซึ่งจะส่งกระแสออกที่ขั้วของขดลวดในลักษณะเป็นลำดับเมื่อเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหมุน ในตอนแรกเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของเวสต์ติงเฮาส์ผลิตกระแสที่มีความถี่ $133\frac{1}{3}$ Hz ซึ่งสูงเกินไปที่มอเตอร์จะทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นต่อมาจึงใช้ 25 Hz และ 60 Hz แทน ซึ่งความถี่ 60 Hz เป็นความถี่ที่ทำให้เรารู้สึกว่าหลอดไฟแบบไส้เกิดการกระพริบน้อยกว่าและเป็นที่ยอมรับมากกว่า ในที่สุดความถี่นี้ก็กลายเป็นความถี่มาตรฐานสำหรับระบบไฟฟ้าในประเทศสหรัฐอเมริกาและในทวีปอเมริกา ส่วนในประเทศอื่นๆ รวมทั้งประเทศไทยใช้ระบบไฟฟ้ากระแสสลับที่มีความถี่ 50 Hz ค่าขนาดของแรงดันก็ถูกกำหนดเป็น 110 V_{rms} ในประเทศสหรัฐอเมริกาและในทวีปอเมริกา ในประเทศไทยจะใช้ 220 V_{rms} ในขณะ

ที่ประเทศญี่ปุ่นใช้ $100\text{ V}_{\text{rms}}$ และในประเทศอังกฤษใช้ $230\text{ V}_{\text{rms}}$ แรงดันดังกล่าวเป็นค่าสำหรับแต่ละเฟสของระบบหลายเฟส



รูปที่ 11.1 (ก) การพันขดลวดอย่างง่ายสามขดบนแกนทรงกระบอก

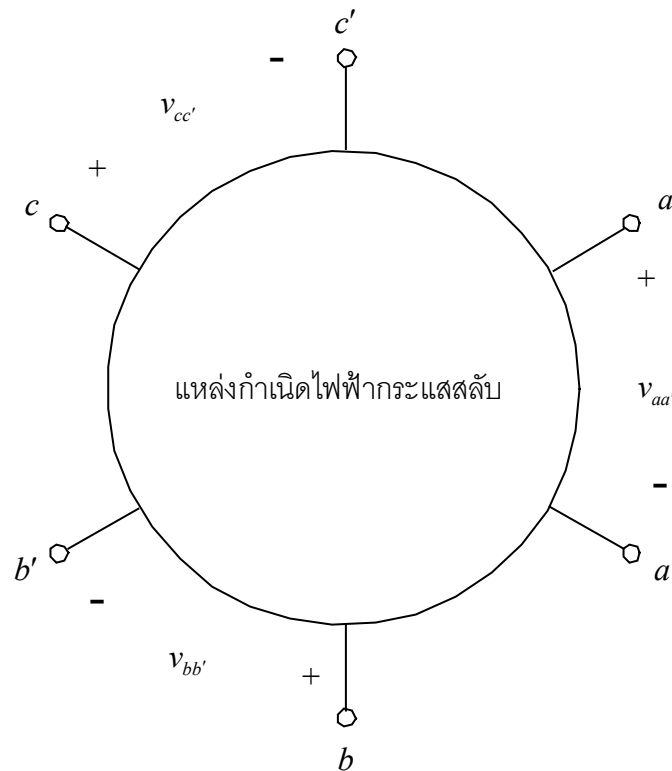
(ข) แรงดันไซน์ซอยด์สามเฟสแบบสมดุล

การผลิตและส่งกำลังไฟฟ้าในระบบหลายเฟสมีประสิทธิภาพสูงกว่าในระบบเฟสเดียว (Single Phase System) นอกจากนี้ยังมีข้อดีอื่นๆ ในด้านการส่งกำลังไฟฟ้าเช่น ค่ากำลังที่ส่งในระบบไฟฟ้าสามเฟสจะคงที่ ไม่เปลี่ยนแปลงกับเวลาเหมือนในระบบเฟสเดียว นอกจากนี้มอเตอร์สามเฟสจะสตาร์ทและรันได้ดีกว่ามอเตอร์เฟสเดียว ระบบหลายเฟสที่นิยมใช้มากคือระบบสามเฟสแบบสมดุล (Balanced Three Phase System) ซึ่งจะมีแรงดันสามเฟสที่มีขนาดเท่ากันแต่มีเฟสต่างกันเท่ากับ 120° รูปที่ 11.1 (ก) แสดงภาพการพันขดลวดอย่างง่ายสามขดบนแกนทรงกระบอก โดยจะทำการกระจายขดลวดและเลือกรูปร่าง

ของขั้วแม่เหล็กเพื่อให้ได้แรงดันไซน์ซออยด์ ดังแสดงในรูปที่ 11.1 (ข) ให้ $v_{aa'}$ แทนแรงดันที่ขั้ว a เทียบกับขั้ว a' จะได้

$$\begin{aligned} v_{aa'} &= \sqrt{2} V \cos \omega t \\ v_{bb'} &= \sqrt{2} V \cos(\omega t - 120^\circ) \\ v_{cc'} &= \sqrt{2} V \cos(\omega t - 240^\circ) \end{aligned} \quad (11.1)$$

เมื่อ V คือค่าแรงดันประสิทธิผล



รูปที่ 11.2 เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่มี 6 ขั้ว

ในระบบแรงดันสามเฟสจะส่วนที่สร้างแรงดันเหมือนกันสามส่วน แต่ละส่วนจะเรียกว่า เฟส เช่นในกรณีนี้จะมี เฟส a เฟส b และ เฟส c จากรูปที่ 11.1 (ข) จะเห็นได้ว่าเฟส a จะมีค่าสูงสุดก่อน ตามด้วยเฟส b และเฟส c ตามลำดับ เราเรียกการเรียงลำดับแบบนี้ว่า abc ในเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องอาจมีลำดับเฟสแตกต่างจากนี้ เช่นหากกลับทิศทางการหมุนของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่มี 6 ขั้วในรูปที่ 11.2 ก็จะได้ลำดับเฟสที่กลับเช่นเดียวกัน

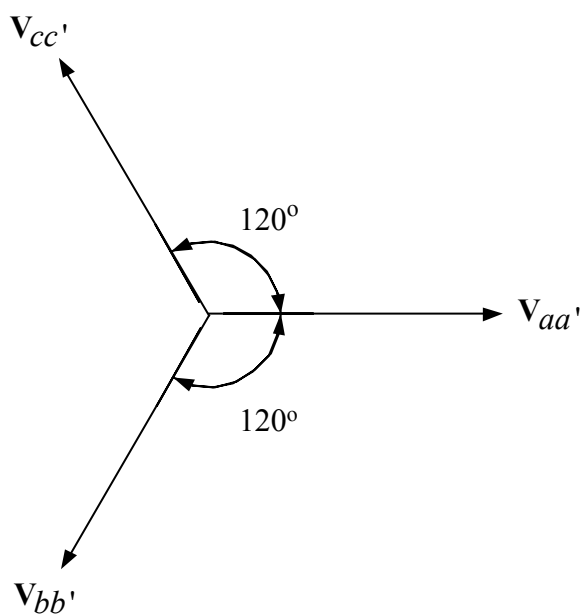
เราสามารถเขียนสมการ (11.1) เป็นเฟสเซอร์ได้

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{aa'} &= V \angle 0^\circ \\ \mathbf{V}_{bb'} &= V \angle -120^\circ \\ \mathbf{V}_{cc'} &= V \angle -240^\circ = V \angle +120^\circ \end{aligned} \quad (11.2)$$

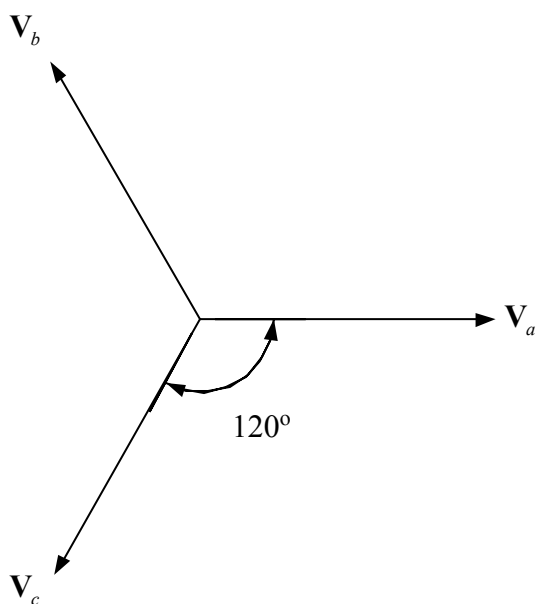
แรงดันทั้งสามเป็นแรงดันสมดุลเนื่องจากมีขนาดเท่ากัน V ความถี่เดียวกัน ω และมีความต่างเฟสเท่ากับ 120° รูปที่ 11.3 แสดงผังเฟสเซอร์ของแรงดันสามเฟสแบบสมดุล และจากรูปนี้เราจะได้ว่าผลรวมของแรงดัน

$$V_{aa'} + V_{bb'} + V_{cc'} = 0 \quad (11.3)$$

เพื่อความสะดวกเราจะใช้สัญลักษณ์ $V_a = V_{aa'}$ $V_b = V_{bb'}$ และ $V_c = V_{cc'}$



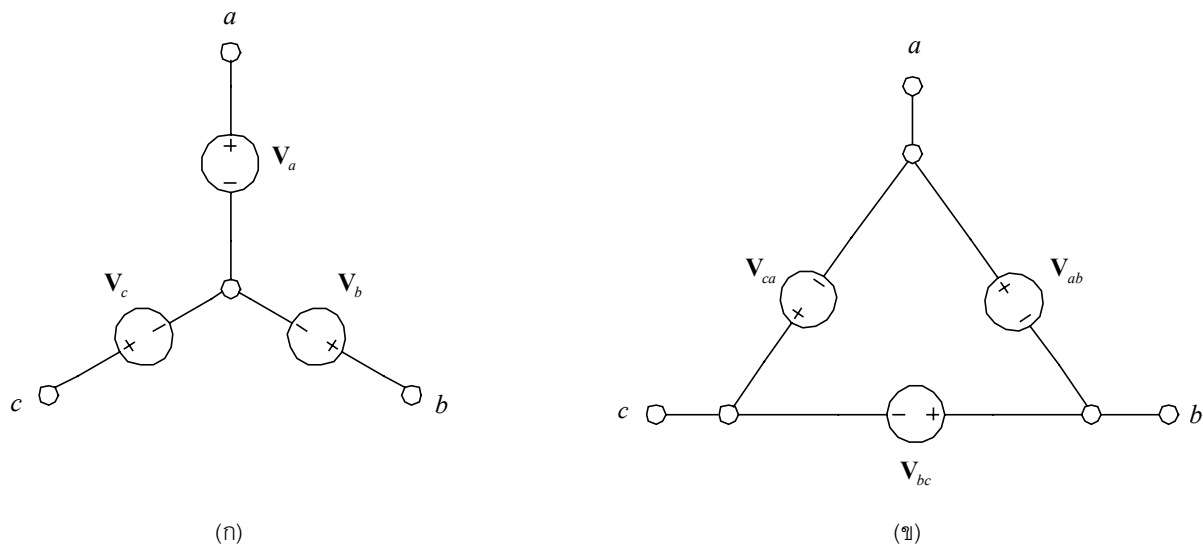
รูปที่ 11.3 ลำดับเฟสบวก



รูปที่ 11.4 ลำดับเฟสลบ

ลำดับเฟส abc เรียกว่าลำดับเฟสบวก (Positive Phase Sequence) และลำดับเฟส acb เรียกว่าลำดับเฟสลบ (Negative Phase Sequence) รูปที่ 11.3 แสดงลำดับเฟสบวก และรูปที่ 11.4 แสดงลำดับเฟสลบ

จากรูปที่ 11.2 จะเห็นว่า มีขั้วหักขั้ว และแรงดันสามค่า v_a , v_b และ v_c เราจะใช้สมมติฐานว่าขดลวดที่ใช้ในแต่ละเฟสจะทำให้ค่าอิมพีแดนซ์ภายในที่จะอนุกรมกับแหล่งจ่ายแรงดันมีค่าน้อยมากและไม่นำมาคิด ดังนั้นแรงดันที่ขั้วจะเท่ากับแรงดันที่กำเนิดในขดลวด ใช้เฟสเซอร์ของแรงดันเขียนการต่อแหล่งจ่ายแรงดันทั้งสามได้สองแบบคือแบบววาย (Y-Connection) ดังแสดงในรูปที่ 11.5 (ก) และแบบเดลต้า (Delta (Δ) Connection) ในรูปที่ 11.5 (ข) จุดต่อร่วมในการต่อแบบววายเรียกว่าขั้วนิวทรัล (Neutral Terminal) ใช้สัญลักษณ์ n ซึ่งอาจปรากฏเป็นจุดต่อให้หรือไม่ก็ได้ เนื่องจากในกรณีที่อิมพีแดนซ์โหลดเป็นแบบสมมูล จะทำให้ไม่มีกระแสไหลผ่านขั้วนี้ทำให้ไม่มีความจำเป็นต้องต่อ



รูปที่ 11.5 การต่อแหล่งจ่ายแรงดัน (ก) แบบววาย (ข) แบบเดลต้า

โดยมากแรงดันเฟส (Phase Voltage) ในการต่อแบบววาย จะเขียนเป็น

$$\mathbf{V}_a = V_p \angle 0^\circ$$

เมื่อ V_p คือขนาดของแรงดันเฟส

ค่าแรงดันระหว่างสาย (Line-to-Line Voltage) คู่ใดคู่หนึ่ง เช่น a และ b

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{ab} &= \mathbf{V}_a - \mathbf{V}_b \\ &= V_p \angle 0^\circ - V_p \angle -120^\circ \\ &= V_p - V_p(-0.5 - j0.866) \\ &= \sqrt{3}V_p \angle 30^\circ \end{aligned} \quad (11.4)$$

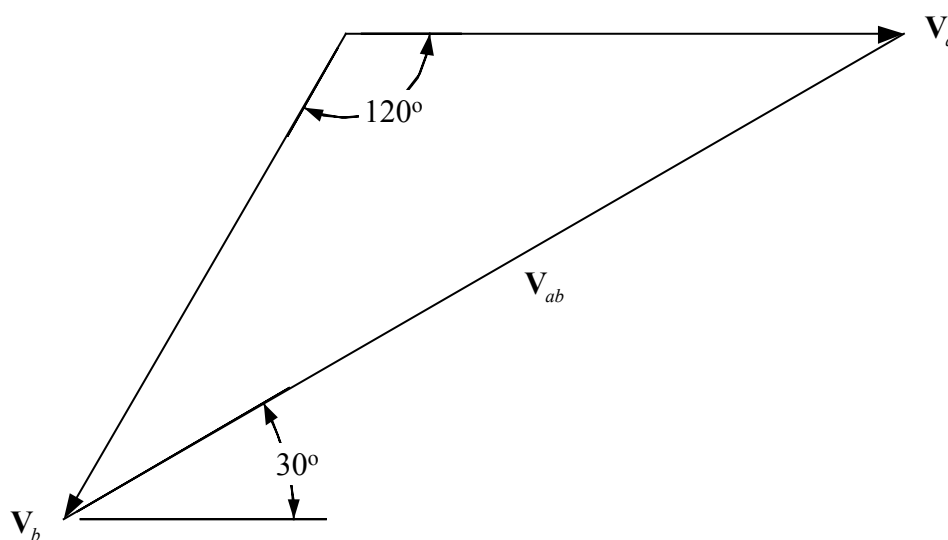
ในทำนองเดียวกัน

$$\mathbf{V}_{bc} = \sqrt{3}V_p \angle -90^\circ \quad (11.5)$$

และ

$$\mathbf{V}_{ca} = \sqrt{3}V_p \angle -210^\circ \quad (11.6)$$

ดังนั้นในการต่อแบบวาย ค่าแรงดันระหว่างสายจะมีขนาดเป็น $\sqrt{3}$ เท่าของแรงดันเฟสและจะมีเฟสต่างกัน 30° ดังแสดงในรูปที่ 11.6 ค่ากระแสในสาย (Line Current) จะเท่ากับค่ากระแสเฟส (Phase Current)



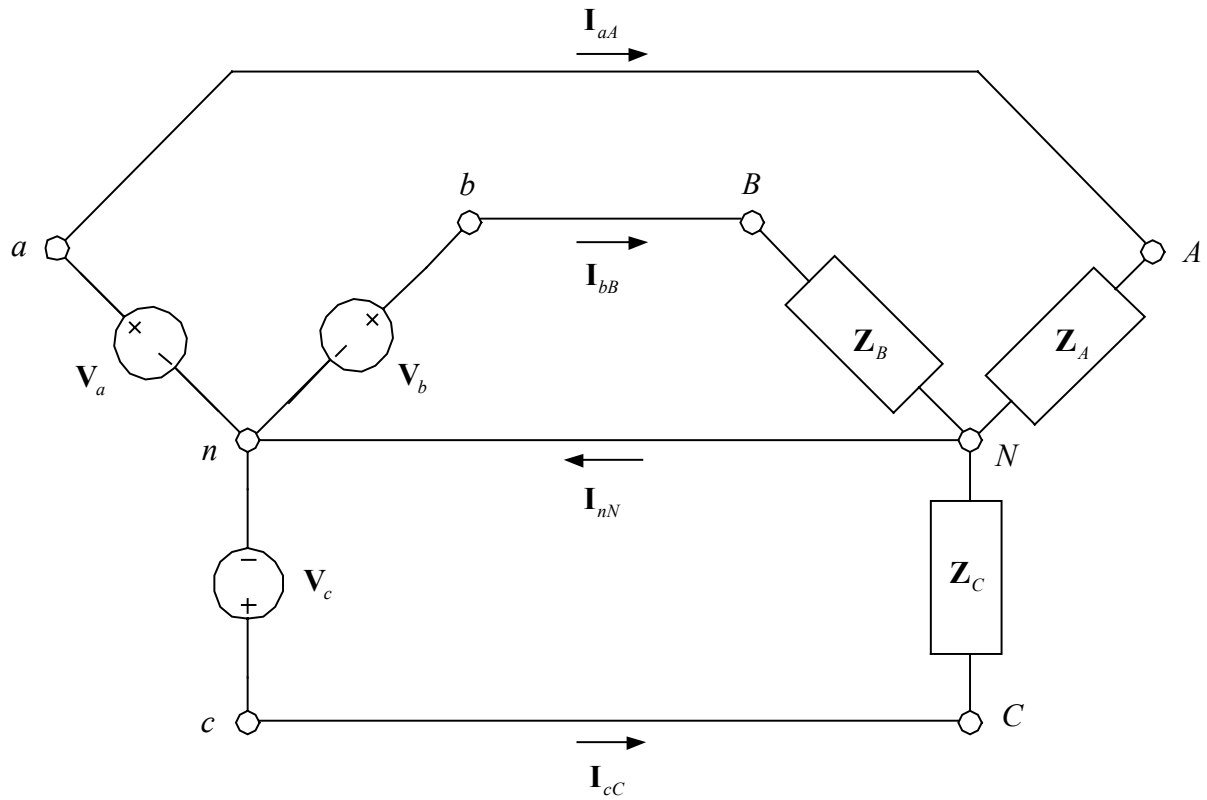
รูปที่ 11.6 แรงดันระหว่างสายของการต่อแบบวาย

11.2 การต่อวงจรแบบวาย-วาย

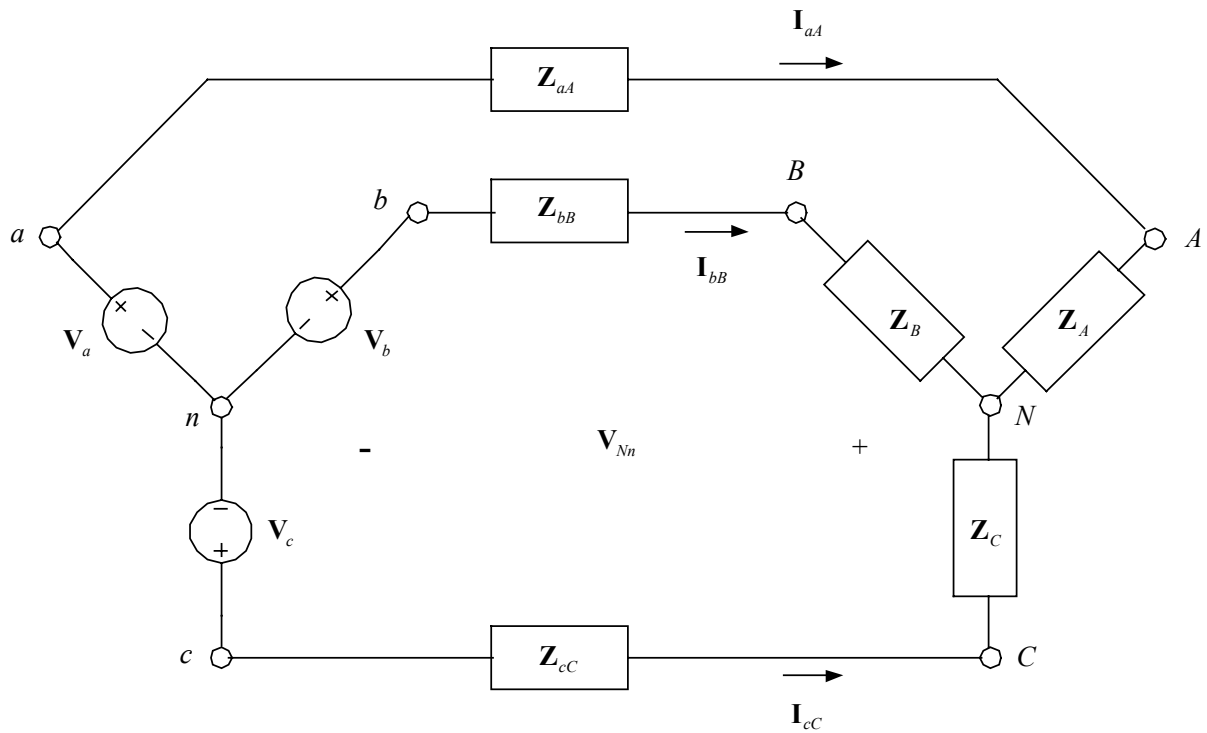
พิจารณาการต่อวงจรในรูปที่ 11.7 ซึ่งเรียกว่าการต่อแบบวาย-วาย วงจรนี้ประกอบด้วยสามส่วนคือ แหล่งจ่ายแรงดันสามเฟส โหลดสามเฟสและสายส่ง แหล่งจ่ายแรงดันไฮดรอลิกสามเฟสต่อกันแบบวาย และโหลดอิมพีแดนซ์ต่อกันแบบวาย และใช้สายส่งแบบสี่เส้นในการเชื่อมต่อแหล่งจ่ายและโหลดเข้าด้วยกัน คือใช้สามเส้นเชื่อมต่อเฟสทั้งสามและอีกหนึ่งเส้นเชื่อมจุดนิวทรัลของแหล่งจ่ายกับโหลด เราสามารถใช้สายส่งสามเส้นในการเชื่อมต่อ ดังแสดงในรูปที่ 11.8 ซึ่งจะไม่เชื่อมจุดนิวทรัลของแหล่งจ่ายกับโหลดเข้าด้วยกัน เพื่อให้เกิดความแตกต่างจะเรียกการต่อแบบแรกว่า วงจรแบบวาย-วายสี่เส้น และการต่อแบบที่สองว่าการต่อแบบวาย-วายสามเส้น

การวิเคราะห์วงจรที่ต่อแบบวาย-วายสี่เส้นจะง่ายกว่า โหลดอิมพีแดนซ์แต่ละเฟสจะต่อโดยตรงเข้ากับแหล่งจ่ายแรงดันแต่ละเฟส ดังนั้นเราจะทราบค่าแรงดันตกคร่อมโหลดอิมพีแดนซ์ และสามารถหาค่ากระแสในสายได้

$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{\mathbf{V}_a}{\mathbf{Z}_A} \quad \mathbf{I}_{bB} = \frac{\mathbf{V}_b}{\mathbf{Z}_B} \quad \text{และ} \quad \mathbf{I}_{cC} = \frac{\mathbf{V}_c}{\mathbf{Z}_C} \quad (11.7)$$



รูปที่ 11.7 การต่อแบบววาย-ววายสี่เส้น



รูปที่ 11.8 การต่อแบบววาย-ววายสามเส้น

และค่ากระแสในสายส่งเส้นที่เชื่อมจุดนิวทรัลของแหล่งจ่ายกับโหลด

$$\mathbf{I}_{nN} = \mathbf{I}_{aA} + \mathbf{I}_{bB} + \mathbf{I}_{cC} \quad (11.8)$$

ค่ากำลังเฉลี่ยที่ส่งไปยังโหลดสามเฟสหาได้จากการคำนวณหาผลรวมของกำลังเฉลี่ยที่ส่งไปยังแต่ละอิมพีแดนซ์ของโหลด

$$P = P_A + P_B + P_C \quad (11.9)$$

เมื่อ P_A P_B P_C คือกำลังเฉลี่ยที่ส่งไปยังอิมพีแดนซ์ Z_A Z_B Z_C ตามลำดับ ค่ากำลังเฉลี่ย P_A P_B P_C จะสามารถคำนวณได้ เมื่อทราบกระแสในสายแต่ละเส้น เพื่อความสะดวก ให้แรงดันเฟสที่ต่อกันแบบวาย มีลำดับเฟสบวกคือ

$$\mathbf{V}_a = V \angle 0^\circ$$

$$\mathbf{V}_b = V \angle -120^\circ$$

$$\mathbf{V}_c = V \angle -240^\circ = V \angle +120^\circ$$

เมื่อค่าโหลดอิมพีแดนซ์ $Z_A = Z_B = Z_C$ จะเรียกว่า โหลดสมดุล (Balanced Load) ในกรณีทั่วไปการวิเคราะห์วงจรสามเฟสแบบสมดุลจะทำได้ง่ายกว่าวงจรแบบไม่สมดุล กระแสในสายของ วงจรวาย-วายสี่เส้นแบบสมดุลคือ

$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{\mathbf{V}_a}{Z_A} = \frac{V \angle 0^\circ}{Z \angle \theta} \quad \mathbf{I}_{bB} = \frac{\mathbf{V}_b}{Z_B} = \frac{V \angle -120^\circ}{Z \angle \theta} \quad \text{และ} \quad \mathbf{I}_{cC} = \frac{\mathbf{V}_c}{Z_C} = \frac{V \angle 120^\circ}{Z \angle \theta} \quad (11.10)$$

ดังนั้น

$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{V}{Z} \angle -\theta^\circ, \mathbf{I}_{bB} = \frac{V}{Z} \angle (-\theta - 120^\circ) \quad \text{และ} \quad \mathbf{I}_{cC} = \frac{V}{Z} \angle (-\theta + 120^\circ)$$

กระแสในสายจะมีขนาดเท่ากัน แต่มีค่ามุมเฟสต่างกัน 120° ค่ากระแส \mathbf{I}_{bB} และ \mathbf{I}_{cC} สามารถคำนวณได้จาก \mathbf{I}_{aA} โดยการลบและบวกมุมเฟส 120° เข้ากับกระแส \mathbf{I}_{aA}

จะได้ค่ากระแสในสายส่งเส้นที่เชื่อมจุดนิวทรัลของแหล่งจ่ายกับโหลด

$$\mathbf{I}_{nN} = \mathbf{I}_{aA} + \mathbf{I}_{bB} + \mathbf{I}_{cC} = 0 \quad (11.11)$$

นั่นคือไม่มีกระแสไหลในสายส่งเส้นที่เชื่อมจุดนิวทรัลของแหล่งจ่ายกับโหลด ในวงจรวาย-วายสี่เส้นแบบสมดุล

ค่ากำลังเฉลี่ยสามเฟสในรูปของค่าประสิทธิภาพคือ

$$\begin{aligned} P &= P_A + P_B + P_C \\ &= V \frac{V}{Z} \cos(-\theta) + V \frac{V}{Z} \cos(-\theta) + V \frac{V}{Z} \cos(-\theta) \\ &= 3 \frac{V^2}{Z} \cos(\theta) \end{aligned} \quad (11.12)$$

จะเห็นว่าโหลดอิมพีแดนซ์ในแต่ละเฟสได้รับกำลังเท่ากัน ดังนั้นจึงไม่จำเป็นต้องคำนวณหา กำลังเฉลี่ยในแต่ละเฟสสามารถคำนวณหาในเฟสใดเฟสหนึ่งแล้วคูณด้วยสาม

พิจารณาวงจรวาย-วายสามเส้น ในรูปที่ 11.8 จะต้องคำนวณหาแรงดันต่างระหว่างนิวทรัลของแหล่งจ่ายและนิวทรัลของโหลด V_{Nn} ขั้นตอนนี้ไม่จำเป็นในกรณีของวงจรวาย-วายสี่เส้น เนื่องจากมีการเชื่อมต่อระหว่างจุดนิวทรัลทำให้ค่า $V_{Nn} = 0$ เราจะเลือกจุดนิวทรัลของแหล่งจ่ายโนด n เป็นโนดอ้างอิง ดังนั้นค่า V_a V_b V_c และ V_{Nn} จะเป็นเฟสเซอร์แรงดันโนดของวงจร เขียนสมการโนดที่โนด N ได้

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{V_a - V_{Nn}}{Z_A} + \frac{V_b - V_{Nn}}{Z_B} + \frac{V_c - V_{Nn}}{Z_C} \\ &= \frac{V \angle 0^\circ - V_{Nn}}{Z_A} + \frac{V \angle -120^\circ - V_{Nn}}{Z_B} + \frac{V \angle 120^\circ - V_{Nn}}{Z_C} \end{aligned}$$

แก้สมการหาค่า V_{Nn}

$$V_{Nn} = \frac{(V \angle -120^\circ)Z_A Z_C + V \angle 120^\circ Z_A Z_B + V \angle 0^\circ Z_B Z_C}{Z_A Z_C + Z_A Z_B + Z_B Z_C} \quad (11.13)$$

เมื่อทราบค่าแรงดัน V_{Nn} จะสามารถคำนวณหาค่ากระแสในสายต่างๆ ได้จาก

$$I_{aA} = \frac{V_a - V_{Nn}}{Z_A} \quad I_{bB} = \frac{V_b - V_{Nn}}{Z_B} \quad \text{และ} \quad I_{cC} = \frac{V_c - V_{Nn}}{Z_C} \quad (11.14)$$

การวิเคราะห์วงจรวาย-วายสามเส้นจะง่ายขึ้นมากหากเป็นวงจรสมมูล คือค่าโหลดอิมพีแดนซ์ $Z_A = Z_B = Z_C = Z = Z \angle \theta$ ซึ่งสมการ (11.12) จะได้

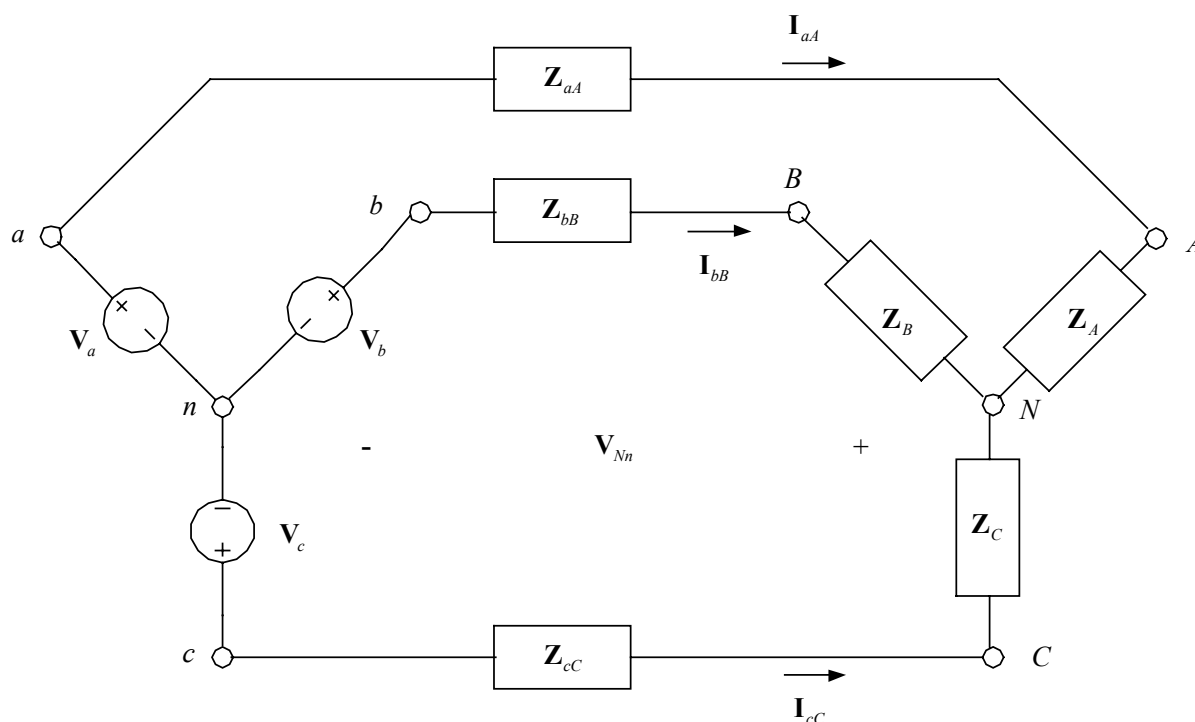
$$V_{Nn} = \frac{(V \angle -120^\circ)ZZ + V \angle 120^\circ ZZ + V \angle 0^\circ ZZ}{ZZ + ZZ + ZZ} = 0$$

ดังนั้นในกรณีวงจรวาย-วายสามเส้นแบบสมมูลจึงไม่มีความจำเป็นในการหาค่าแรงดัน V_{Nn} กล่าวได้ว่าวงจรนี้มีคุณลักษณะเหมือนวงจรวาย-วายสี่เส้นแบบสมมูลนั่นเอง ค่ากระแสในสายและกำลังเฉลี่ยก็จะสามารถใช้สมการ (11.10) และ (11.12) ได้ตามลำดับ

รูปที่ 11.9 แสดงการนำค่าอิมพีแดนซ์ของสายส่ง $Z_{aA} = Z_{bB} = Z_{cC}$ เข้ามาพิจารณาด้วย ค่าอิมพีแดนซ์ของสายส่งแต่ละเฟสจะอนุกรมกับอิมพีแดนซ์โหลดในเฟสนั้น ดังนั้นการคำนวณหาค่ากระแสจึงไม่ยุ่งยาก เพียงแทนค่าโหลดอิมพีแดนซ์ในสมการ (11.14) ด้วยค่าอิมพีแดนซ์สมมูลของอิมพีแดนซ์สายส่งอนุกรมกับอิมพีแดนซ์โหลด ถ้าเป็นวงจรไม่สมมูลจะต้องหาค่าแรงดัน V_{Nn} ก่อน แล้วหาค่ากระแสในสาย

โดยสรุปการวิเคราะห์วงจรวาย-วายแบบสมมูล จะทำได้ง่ายกว่าวงจรวาย-วายแบบไม่สมมูลในหลายจุดต่อไปนี้

1. $V_{Nn} = 0$ ทำให้ไม่ต้องเขียนสมการโนดเพื่อหาค่า V_{Nn}
2. ค่ากระแสในสายของแต่ละเฟสมีขนาดเท่ากัน แต่ต่างเฟสเท่ากับ 120°
3. โหลดแต่ละเฟสได้รับกำลังเท่ากัน ดังนั้นจึงคำนวณหาค่ากำลังในเฟสใดเฟสหนึ่งแล้วคูณด้วยสามก็จะเป็นค่ากำลังสามเฟส

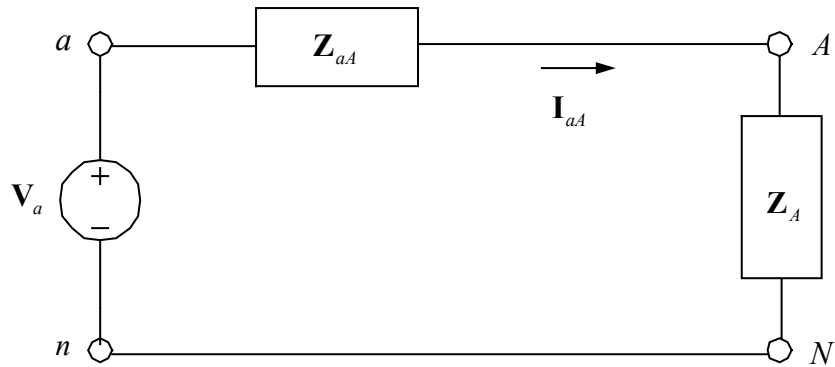


รูปที่ 11.9 การต่อแบบวาย-วายสามเส้นซึ่งรวมค่าอิมพีแดนซ์ของสายส่งด้วย

จุดหลักของการคำนวณในวงจรสมมูลที่ต่อแบบวาย-วายไม่ว่าจะเป็นสามเส้นหรือสี่เส้นก็คือการหาค่ากระแสในสายใดสายหนึ่งเช่น I_{aA} ในการนี้จะสามารถใช้วงจรสมมูลแต่ละเฟส (Per-Phase Equivalent Circuit) ซึ่งประกอบด้วยแหล่งจ่ายแรงดัน และอิมพีแดนซ์ของหนึ่งเฟส ดังแสดงในรูปที่ 11.10 ในการคำนวณ จุดนิวทรัล n และ N จะเชื่อมต่อกันด้วยปัดวงจร เนื่องจาก $V_{Nn} = 0$ ตาราง 11.1 สรุปผลเกี่ยวกับการวิเคราะห์วงจรสามเฟสสมมูลต่อแบบวาย-วาย

ตาราง 11.1 สรุปการวิเคราะห์วงจรสามเฟสสมมูลต่อแบบวาย-วาย

ค่าตัวแปร	สูตร
แรงดันเฟส V_p	$V_a = V \angle 0^\circ$ $V_b = V \angle -120^\circ$ $V_c = V \angle -240^\circ = V \angle +120^\circ$
แรงดันระหว่างสาย $V_L = \sqrt{3}V_p$	$V_{ab} = \sqrt{3}V_p \angle 30^\circ$ $V_{bc} = \sqrt{3}V_p \angle -90^\circ$ $V_{ca} = \sqrt{3}V_p \angle -210^\circ$
กระแส $I_L = I_p$	$I_A = \frac{V_a}{Z_p}$ เมื่อ $Z_p = Z \angle \theta$ $I_B = I_A \angle -120^\circ$ $I_C = I_A \angle -240^\circ$



รูปที่ 11.10 วงจรสมมูลแต่ละเฟส

ตัวอย่าง 11.1 จงหาค่ากำลังเชิงซ้อนที่จ่ายให้กับโหลดสามเฟส ของวงจรวาย-วายสี่เส้น ดังแสดงในรูปที่ 11.7 ถ้ากำหนดแรงดันเฟส

$$\mathbf{V}_a = 110 \angle 0^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_b = 110 \angle -120^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_c = 110 \angle +120^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

และค่าโหลดอิมพีแดนซ์

$$\mathbf{Z}_A = 50 + j80 \ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_B = j50 \ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_C = 100 + j25 \ \Omega$$

วิธีทำ วงจรนี้เป็นวงจรไม่สมดุล ค่ากระแสในสายจะคำนวณได้จากสมการ (11.7)

$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{\mathbf{V}_a}{\mathbf{Z}_A} = \frac{110 \angle 0^\circ}{50 + j80} = 1.16 \angle -58^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{I}_{bB} = \frac{\mathbf{V}_b}{\mathbf{Z}_B} = \frac{110 \angle -120^\circ}{j50} = 2.2 \angle 150^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{I}_{cC} = \frac{\mathbf{V}_c}{\mathbf{Z}_C} = \frac{110 \angle 120^\circ}{100 + j25} = 1.07 \angle -106^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

ค่ากำลังเชิงซ้อนที่ส่งไปยังโหลดแต่ละเฟสคือ

$$\mathbf{S}_A = \mathbf{I}_{aA}^* \mathbf{V}_a = 68 + j109 \text{ VA}$$

$$\mathbf{S}_B = \mathbf{I}_{bB}^* \mathbf{V}_b = j242 \text{ VA}$$

$$\mathbf{S}_C = \mathbf{I}_{cC}^* \mathbf{V}_c = 114 + j28 \text{ VA}$$

ดังนั้นค่ากำลังเชิงซ้อนสามเฟสคือ

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_A + \mathbf{S}_B + \mathbf{S}_C = 182 + j379 \text{ VA}$$

ตัวอย่าง 11.2 จงหาค่ากำลังเชิงซ้อนที่จ่ายให้กับโหลดสามเฟส ของวงจรวาย-วายสี่เส้น ดังแสดงในรูปที่ 11.7 ถ้ากำหนดแรงดันเฟส

$$\mathbf{V}_a = 110 \angle 0^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_b = 110 \angle -120^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_c = 110 \angle +120^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

และค่าโหลดอิมพีแดนซ์

$$\mathbf{Z}_A = \mathbf{Z}_B = \mathbf{Z}_C = 50 + j80 \ \Omega$$

วิธีทำ วงจรนี้เป็นวงจรสามเฟสแบบสมมูล ค่ากระแสในสายจะมีค่า

$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{\mathbf{V}_a}{\mathbf{Z}_A} = \frac{110 \angle 0^\circ}{50 + j80} = 1.16 \angle -58^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

และกำลังเชิงซ้อนที่ส่งให้โหลดอิมพีแดนซ์ \mathbf{Z}_A คือ

$$\mathbf{S}_A = \mathbf{I}_{aA}^* \mathbf{V}_a = 68 + j109 \text{ VA}$$

ดังนั้นค่ากำลังเชิงซ้อนสามเฟสคือ

$$\mathbf{S} = 3\mathbf{S}_A = 204 + j326 \text{ VA}$$

นอกจากนี้จะได้ค่าอื่นๆ ดังนี้

$$\mathbf{I}_{bB} = 1.16 \angle -177^\circ \text{ A}_{\text{rms}} \text{ และ } \mathbf{I}_{cC} = 1.16 \angle 62^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

และ

$$\mathbf{S}_B = 68 + j109 \text{ VA} = \mathbf{S}_C$$

ตัวอย่าง 11.3 จงหาค่ากำลังเชิงซ้อนที่จ่ายให้กับโหลดสามเฟส ของวงจรวาย-วายสามเส้น ดังแสดงในรูปที่ 11.8 ถ้ากำหนดแรงดันเฟส

$$\mathbf{V}_a = 110 \angle 0^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_b = 110 \angle -120^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_c = 110 \angle +120^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

และค่าโหลดอิมพีแดนซ์

$$\mathbf{Z}_A = 50 + j80 \quad \Omega$$

$$\mathbf{Z}_B = j50 \quad \Omega$$

$$\mathbf{Z}_C = 100 + j25 \quad \Omega$$

วิธีทำ วงจรนี้เป็นวงจรสามเฟสแบบไม่สมดุล ต้องหาค่าแรงดันระหว่างนิวทรัล

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{Nn} &= \frac{(110 \angle -120^\circ) \mathbf{Z}_A \mathbf{Z}_C + 110 \angle 120^\circ \mathbf{Z}_A \mathbf{Z}_B + 110 \angle 0^\circ \mathbf{Z}_B \mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_A \mathbf{Z}_C + \mathbf{Z}_A \mathbf{Z}_B + \mathbf{Z}_B \mathbf{Z}_C} \\ &= 56 \angle -151^\circ \text{ V}_{\text{rms}} \end{aligned}$$

ค่ากระแสในสายจะมีค่า

$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_{Nn}}{\mathbf{Z}_A} \quad \mathbf{I}_{bB} = \frac{\mathbf{V}_b - \mathbf{V}_{Nn}}{\mathbf{Z}_B} \quad \text{และ} \quad \mathbf{I}_{cC} = \frac{\mathbf{V}_c - \mathbf{V}_{Nn}}{\mathbf{Z}_C}$$

จะได้

$$\mathbf{I}_{aA} = 1.71 \angle -48^\circ \quad \mathbf{I}_{bB} = 2.45 \angle 3^\circ \quad \text{และ} \quad \mathbf{I}_{cC} = 1.19 \angle 79^\circ$$

กำลังเชิงซ้อนที่ส่งให้โหลดอิมพีแดนซ์ทั้งสามคือ

$$\mathbf{S}_A = \mathbf{I}_{aA}^* \mathbf{V}_a = \mathbf{I}_{aA}^* (\mathbf{I}_{aA} \mathbf{Z}_A) = 146 + j234 \text{ VA}$$

$$\mathbf{S}_B = \mathbf{I}_{bB}^* \mathbf{V}_b = \mathbf{I}_{bB}^* (\mathbf{I}_{bB} \mathbf{Z}_B) = j94 \text{ VA}$$

$$\mathbf{S}_C = \mathbf{I}_{cC}^* \mathbf{V}_c = \mathbf{I}_{cC}^* (\mathbf{I}_{cC} \mathbf{Z}_C) = 141 + j35 \text{ VA}$$

ดังนั้นจะได้ค่ากำลังเชิงซ้อนสามเฟสคือ

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_A + \mathbf{S}_B + \mathbf{S}_C = 287 + j364 \text{ VA}$$

ตัวอย่าง 11.4 จงหาค่ากำลังเชิงซ้อนที่จ่ายให้กับโหลดสามเฟส ของวงจรวาย-วายสามเส้น ดังแสดงในรูปที่ 11.8 ถ้ากำหนดแรงดันเฟส

$$\mathbf{V}_a = 110 \angle 0^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_b = 110 \angle -120^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_c = 110 \angle +120^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

และค่าโหลดอิมพีแดนซ์

$$\mathbf{Z}_A = \mathbf{Z}_B = \mathbf{Z}_C = 50 + j80 \ \Omega$$

วิธีทำ วงจรนี้เป็นวงจรสามเฟสแบบสมมูล ค่า $\mathbf{V}_{Nn} = 0$ และกระแสในสายจะมีค่า

$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{\mathbf{V}_a}{\mathbf{Z}_A} = \frac{110 \angle 0^\circ}{50 + j80} = 1.16 \angle -58^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

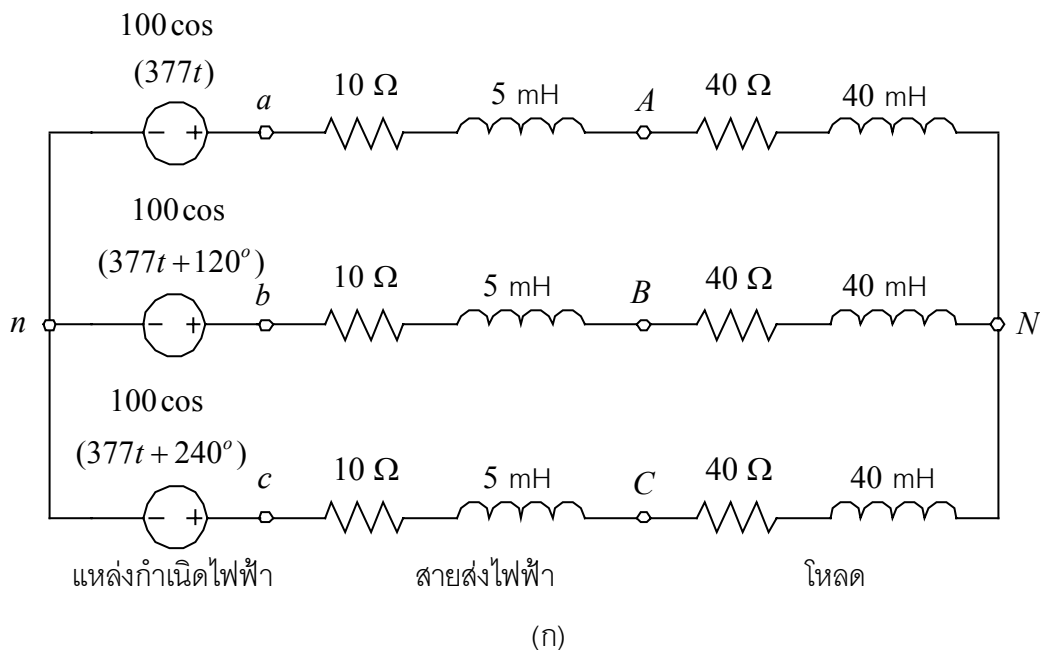
และกำลังเชิงซ้อนที่ส่งให้โหลดอิมพีแดนซ์ \mathbf{Z}_A คือ

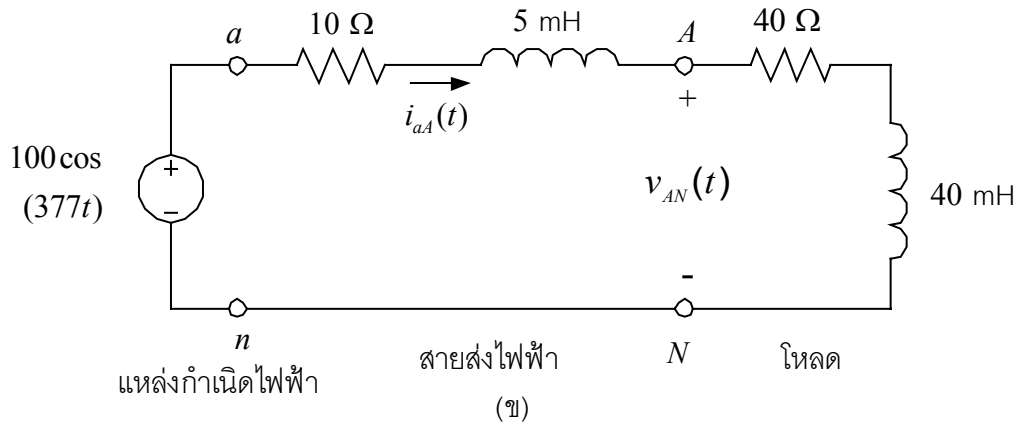
$$\mathbf{S}_A = \mathbf{I}_{aA}^* \mathbf{V}_a = 68 + j109 \text{ VA}$$

ดังนั้นจะได้ค่ากำลังเชิงซ้อนสามเฟสคือ

$$\mathbf{S} = 3\mathbf{S}_A = 204 + j326 \text{ VA}$$

ตัวอย่าง 11.5 จงแสดงว่าค่ากำลังเชิงซ้อนที่จ่ายให้กับโหลดสามเฟส ของวงจรวาย-วายสามเส้น ดังแสดงในรูป Ex 11.5 (ก) บวกกับกำลังเชิงซ้อนที่จ่ายให้กับสายส่งจะมีค่าเท่ากับกำลังเชิงซ้อนที่จ่ายจากแหล่งจ่ายแรงดัน





รูปที่ Ex 11.5

วิธีทำ วงจรนี้เป็นวงจรสามเฟสแบบสมมูล จะสามารถใช้วงจรสมมูลแต่ละเฟส ดังแสดงในรูป Ex11.5 (ข) ในการคำนวณหาค่ากระแสในสาย สังเกตว่าวงจรที่ให้มาอยู่ในโดเมนเวลา ดังนั้นจะใช้ค่ายอดในการคำนวณ

$$\mathbf{I}_{aA}(\omega) = \frac{\mathbf{V}_a}{\mathbf{Z}_A} = \frac{100 \angle 0^\circ}{50 + j(377)(0.045)} = 1.894 \angle -18.7^\circ \text{ A}$$

จะได้ค่าแรงดันเฟสที่โหลดคือ

$$\mathbf{V}_{AN}(\omega) = (40 + j(377)(0.04))\mathbf{I}_{aA}(\omega) = 81 \angle 2^\circ \text{ V}$$

ค่ากำลังเฉลี่ยที่จ่ายจากแหล่งจ่ายแรงดันคือ

$$\begin{aligned} P_a &= \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) \\ &= \frac{(100)(1.894)}{2} \cos(18.7^\circ) = 89.7 \text{ W} \end{aligned}$$

ค่ากำลังเฉลี่ยที่จ่ายให้โหลดคือ

$$P_A = \frac{I_m^2}{2} \text{Re}(\mathbf{Z}_A) = \frac{(1.894)^2}{2} 40 = 71.7 \text{ W}$$

และค่ากำลังเฉลี่ยที่จ่ายให้สายส่งคือ

$$P_{aA} = \frac{I_m^2}{2} \text{Re}(\mathbf{Z}_{Line}) = \frac{(1.894)^2}{2} 10 = 17.9 \text{ W}$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าโหลดอิมพีแดนซ์ได้รับกำลังเฉลี่ยเพียงประมาณ 80 % ของกำลังเฉลี่ยที่จ่ายจากแหล่งจ่าย ที่เหลือจะเป็นกำลังสูญเสียในสายส่งอีกประมาณเกือบ 20 %

11.3 การต่อวงจรแบบเดลต้า

การต่อแหล่งจ่ายแรงดันแบบเดลต้าดังแสดงในรูปที่ 11.5 (ข) ไม่เป็นที่นิยมในทางปฏิบัติเนื่องจากหากเกิดการไม่สมดุลระหว่างเฟสขึ้นเพียงเล็กน้อย ก็จะทำให้เกิดการไหลวนของกระแสสุทธิที่ไม่เป็นศูนย์ ซึ่งอาจทำให้เกิดความร้อนขึ้นในขดลวดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและส่งผลให้มีประสิทธิภาพต่ำลงได้ ดังเช่นตัวอย่าง

$$\mathbf{V}_{ab} = 120 \angle 0^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_{bc} = 120.1 \angle -121^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_{ca} = 120.2 \angle 121^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

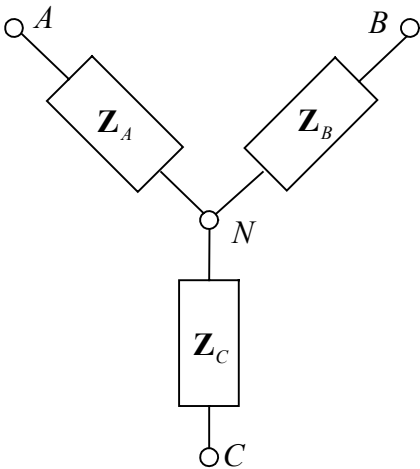
ถ้าสมมติให้ค่าความต้านทานทั้งหมดในวงรอบมีค่า 1Ω จะได้กระแสสุทธิ

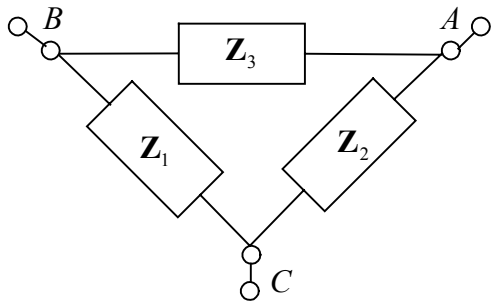
$$\mathbf{I} = \frac{(\mathbf{V}_{ab} + \mathbf{V}_{bc} + \mathbf{V}_{ca})}{1} \approx -3.75 \text{ A}$$

ซึ่งสูงเกินกว่าจะยอมรับได้ ดังนั้นเราจะพิจารณาว่าแหล่งจ่ายแรงดันจะต่อแบบวายเท่านั้น แต่สำหรับด้านโหลดอาจต่อแบบวายหรือแบบเดลต้าก็ได้

การแปลงไปมาระหว่างการต่อแบบวายและเดลต้าสามารถทำได้ โดยในตารางที่ 11.2 ได้สรุปสูตรในการแปลงทั้งในแบบสมดุลและไม่สมดุล

ตาราง 11.2 สูตรในการแปลงไปมาระหว่างการต่อแบบวายและเดลต้า

วิธีการต่อวงจร	สูตรการแปลง (สมดุล)	สูตรการแปลง (ไม่สมดุล)
<p>แบบวาย</p> 	<p>เมื่อ</p> $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_\Delta$ <p>จะได้</p> $Z_A = Z_B = Z_C = \frac{Z_\Delta}{3}$	$Z_A = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$ $Z_B = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$ $Z_C = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$

วิธีการต่อวงจร	สูตรการแปลง (สมดุล)	สูตรการแปลง (ไม่สมดุล)
<p>แบบเดลต้า</p> 	<p>เมื่อ</p> $Z_A = Z_B = Z_C = Z_Y$ <p>จะได้</p> $Z_1 = Z_2 = Z_3 = 3Z_Y$	$Z_1 = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_A Z_C}{Z_B}$ $Z_2 = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_A Z_C}{Z_A}$ $Z_3 = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_A Z_C}{Z_C}$

ในกรณีที่เรารู้ค่าของวงจรที่แหล่งจ่ายต่อแบบวาย และโหลดสมดุล Z_Δ ต่อแบบเดลต้าเราจะทำการแปลงโหลดให้เป็นการต่อแบบวาย ซึ่งจะได้

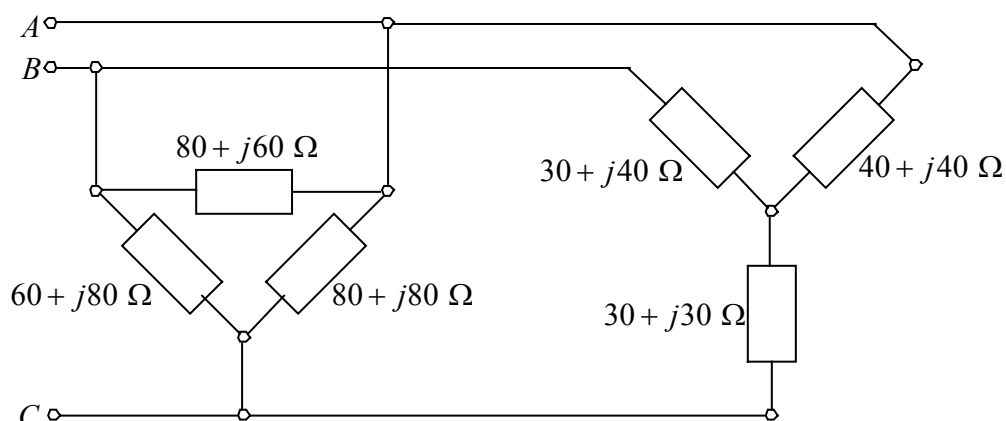
$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}$$

ดังนั้นค่ากระแสในสายจะได้

$$I_A = \frac{V_a}{Z_Y} = \frac{3V_a}{Z_\Delta}$$

เราจึงสามารถศึกษารายละเอียดการคำนวณเฉพาะกรณีการต่อแบบวาย-วาย ส่วนกรณีอื่นๆ จะทำการแปลงให้เป็นการต่อแบบวาย-วายแล้วจึงทำการคำนวณ

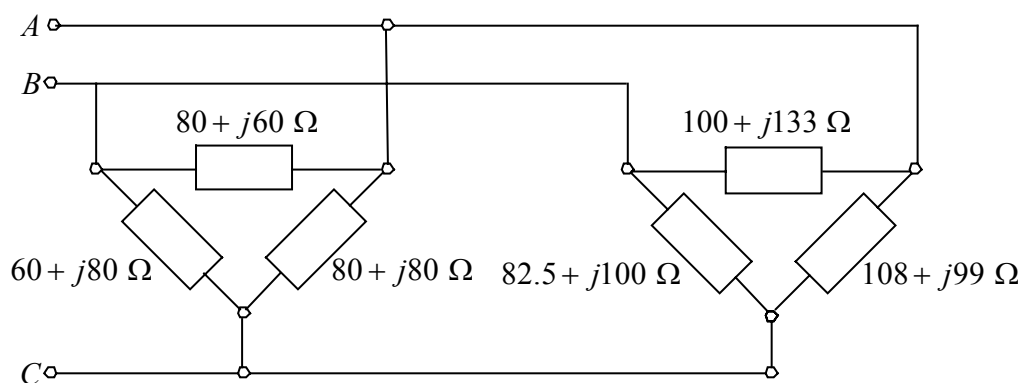
ตัวอย่าง 11.6 รูป Ex 11.6 (ก) แสดงการต่อโหลดสามเฟส ซึ่งประกอบด้วยการต่อขนานกันของโหลดที่ต่อแบบวายและโหลดที่ต่อแบบเดลต้า จงแปลงโหลดให้เป็นโหลดอิมพีแดนซ์สมดุลที่ต่อแบบวาย



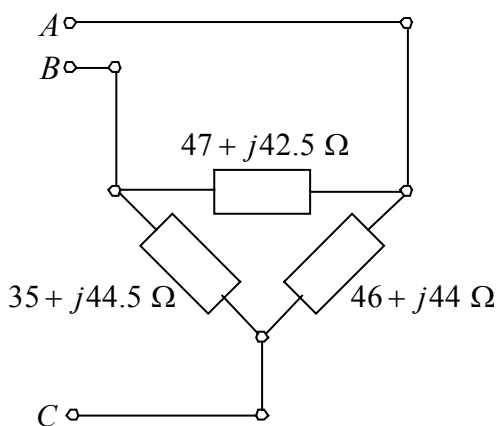
(ก)

รูปที่ Ex 11.6 (ก)

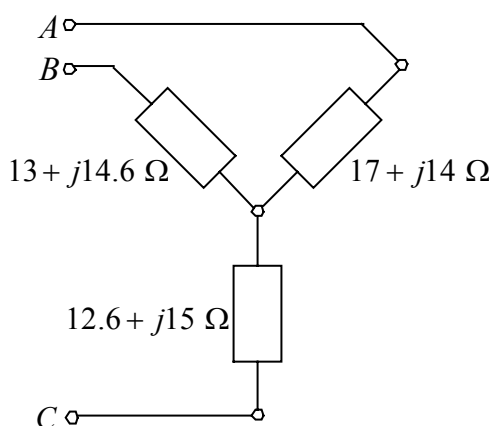
วิธีทำ เริ่มจากการแปลงให้โหลดวายเป็นโหลดเดลต้า ดังแสดงในรูป Ex11.6 (ข) ซึ่งจะทำให้สามารถรวมค่าอิมพีแดนซ์ในแต่ละเฟสที่ต่อขนานกันอยู่ได้ดัง ในรูป Ex11.6 (ค) และสุดท้ายทำการแปลงโหลดรวมที่ต่อแบบเดลต้าให้เป็นโหลดที่ต่อแบบวาย ดังแสดงในรูป Ex11.6 (ง)



(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ Ex 11.6 (ข) - (ง)

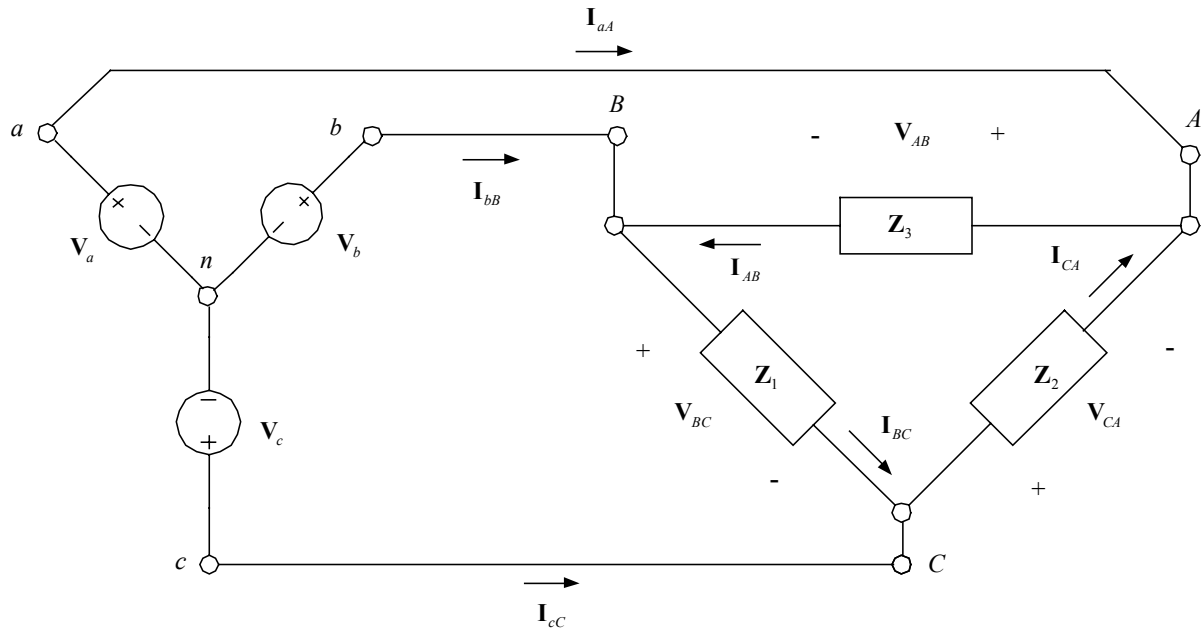
11.4 การต่อวงจรแบบวาย-เดลต้า

พิจารณาวงจรแบบวาย-เดลต้า ดังแสดงในรูปที่ 11.11 ใช้ KCL ที่จุดต่อทั้งสามเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างกระแสเฟสและกระแสในสาย ซึ่งจะได้

$$\mathbf{I}_{aA} = \mathbf{I}_{AB} - \mathbf{I}_{CA}$$

$$\mathbf{I}_{bB} = \mathbf{I}_{BC} - \mathbf{I}_{AB}$$

$$\mathbf{I}_{cC} = \mathbf{I}_{CA} - \mathbf{I}_{BC}$$



รูปที่ 11.11 วงจรแบบวาย-เดลต้า

เราต้องการคำนวณหาค่ากระแสเฟสและกระแสในสายที่โหลด ค่ากระแสเฟสในวงจรที่ต่อโหลดแบบเดลต้าสามารถคำนวณได้จาก แรงดันระหว่างสาย เช่น แรงดัน V_{AB} ปกติจะตกคร่อมค่าอิมพีแดนซ์ Z_3 ดังนั้น

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_3}$$

ทำนองเดียวกัน

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_1}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_2}$$

เมื่อโหลดสมดุล ค่ากระแสเฟสจะมีขนาดเท่ากันแต่มีเฟสต่างกัน 120° เช่นถ้ากำหนดลำดับเฟส บวก abc และ $I_{AB} = I \angle \phi$ ดังนั้น $I_{CA} = I \angle (\phi + 120^\circ)$ ค่ากระแสในสายจะได้

$$\begin{aligned} I_{aA} &= I_{AB} - I_{CA} \\ &= I \cos \phi + j \sin \phi - I \cos(\phi + 120^\circ) - j \sin(\phi + 120^\circ) \\ &= \sqrt{3} I \angle (\phi - 30^\circ) \end{aligned}$$

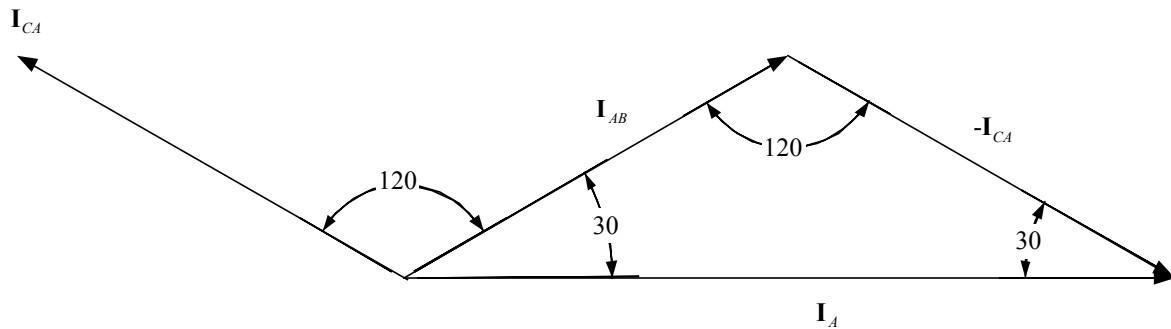
สรุปได้ว่า

$$|I_{aA}| = \sqrt{3} |I| \quad (11.15)$$

หรือ

$$I_L = \sqrt{3} I_p \quad (11.16)$$

กล่าวโดยสรุปได้ว่ากระแสในสายจะมีขนาดเป็น $\sqrt{3}$ เท่าของขนาดของกระแสเฟส และจะมีมุมต่าง 30° ดังแสดงในรูปที่ 11.12



รูปที่ 11.12 ผังเฟสเซอร์ของกระแสในโหลดแบบเดลต้า

ตัวอย่าง 11.7 พิจารณาวงจรแบบวาย-เดลต้าในรูป 11.11 กำหนดแรงดันของแหล่งจ่ายซึ่งต่อแบบวาย

$$\mathbf{V}_a = \frac{220}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_b = \frac{220}{\sqrt{3}} \angle -150^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_c = \frac{220}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

และโหลดแบบสมดุลง่ายต่อแบบเดลต้ามีค่าอิมพีแดนซ์ $\mathbf{Z}_\Delta = 10 \angle 50^\circ \Omega$ จงหาค่ากระแสเฟสและกระแสในสาย

วิธีทำ เริ่มจากหาค่าแรงดันระหว่างสายจากแรงดันเฟสของแหล่งจ่ายได้ดังนี้

$$\mathbf{V}_{AB} = \mathbf{V}_a - \mathbf{V}_b = 220 \angle 0^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_{BC} = \mathbf{V}_b - \mathbf{V}_c = 220 \angle -120^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_{CA} = \mathbf{V}_c - \mathbf{V}_a = 220 \angle -240^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

ที่โหลดอิมพีแดนซ์ค่าแรงดันเฟสจะเท่ากับแรงดันระหว่างสาย ดังนั้นจะได้กระแสเฟส

$$\mathbf{I}_{AB} = \frac{\mathbf{V}_{AB}}{\mathbf{Z}_\Delta} = 22 \angle 50^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{I}_{BC} = \frac{\mathbf{V}_{BC}}{\mathbf{Z}_\Delta} = 22 \angle -70^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{I}_{CA} = \frac{\mathbf{V}_{CA}}{\mathbf{Z}_\Delta} = 22 \angle -190^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

และจะได้ค่ากระแสในสาย

$$\mathbf{I}_{aA} = \mathbf{I}_{AB} - \mathbf{I}_{CA} = 22\sqrt{3}\angle 20^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{I}_{bB} = 22\sqrt{3}\angle -100^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{I}_{cC} = 22\sqrt{3}\angle -220^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

ตาราง 11.3 สรุปค่ากระแสและแรงดันสำหรับการต่อโหลดแบบเดลต้า

ตาราง 11.3 ค่ากระแสและแรงดันสำหรับการต่อโหลดแบบเดลต้า

แรงดันเฟส	$\mathbf{V}_{AB} = \mathbf{V}_{AB}\angle 0^\circ = V_p\angle 0^\circ$
แรงดันระหว่างสาย	$\mathbf{V}_{AB} = \mathbf{V}_L$
กระแสเฟส	$\mathbf{I}_{AB} = \frac{\mathbf{V}_{AB}}{\mathbf{Z}_p} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_\Delta} = I_p\angle -\theta \text{ เมื่อ } \mathbf{Z}_p = \mathbf{Z}\angle \theta$
	$\mathbf{I}_{BC} = \mathbf{I}_{AB}\angle -120^\circ$
	$\mathbf{I}_{CA} = \mathbf{I}_{AB}\angle -240^\circ$
กระแสในสาย	$\mathbf{I}_A = \sqrt{3}I_p\angle -\theta - 30^\circ$
	$\mathbf{I}_B = \sqrt{3}I_p\angle -\theta - 150^\circ$
	$\mathbf{I}_C = \sqrt{3}I_p\angle -\theta + 90^\circ$

11.5 วงจรสามเฟสแบบสมดุลง

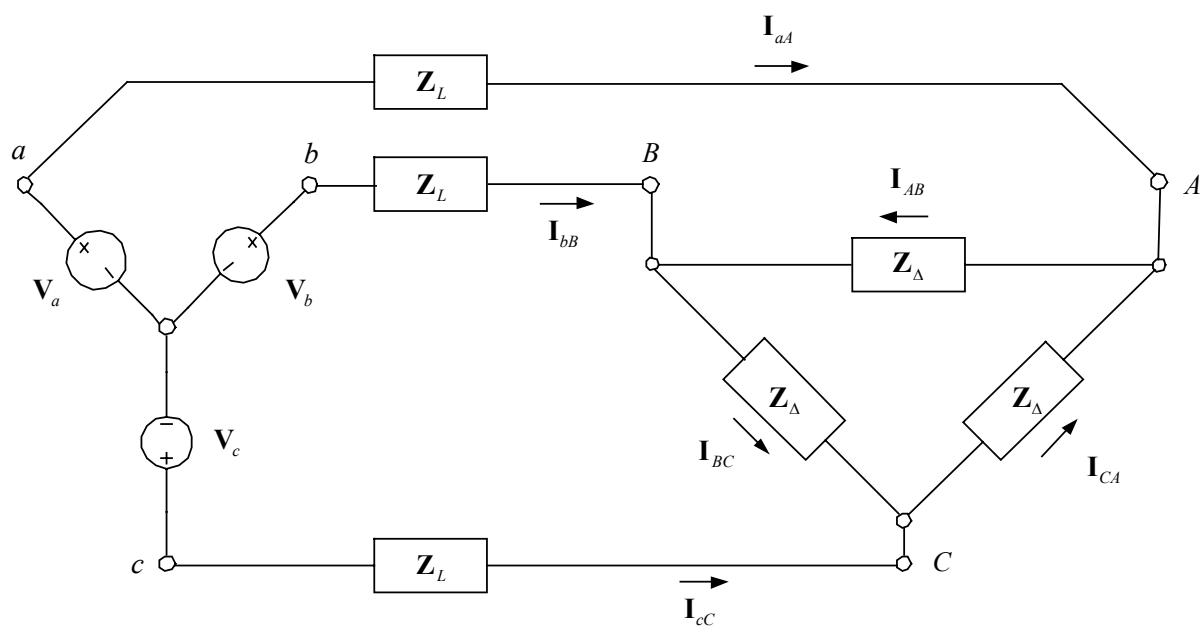
เราได้ศึกษาแล้วว่าในทางปฏิบัติจะพบวงจรสามเฟสสองแบบคือ แบบวาย-วาย และแบบวาย-เดลต้า และได้ศึกษาว่าสามารถแปลงวงจรที่ต่อแบบเดลต้าให้เป็นแบบวาย ดังนั้นในวงจรสามเฟสทั่วไปเราจึงสามารถแปลงให้อยู่ในรูปการต่อแบบวาย-วายได้ทั้งสิ้น

วงจรสามเฟสแบบสมดุลงจะมีความง่ายในการวิเคราะห์มากกว่าแบบไม่สมดุลง ดังที่ได้ศึกษาแล้วว่าเราสามารถใช่วงจรสมมูลแต่ละเฟสในการคำนวณได้

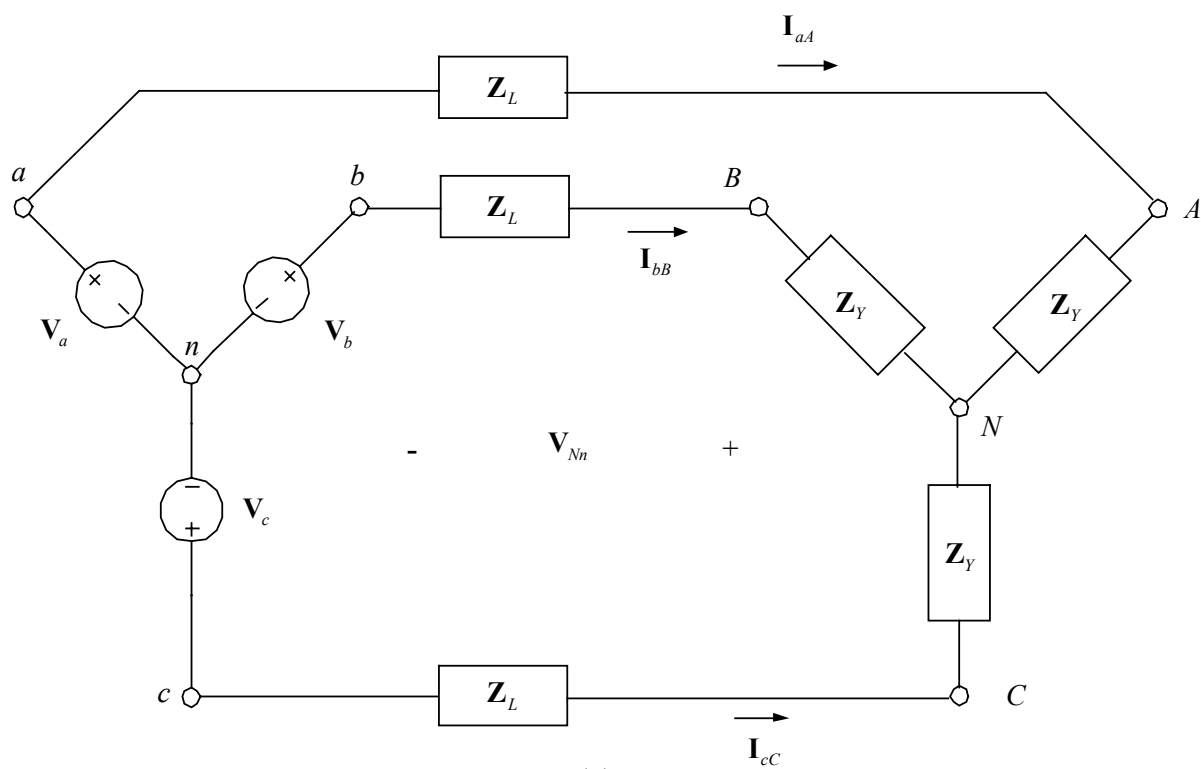
รูปที่ 11.13 (ก) แสดงวงจรสามเฟสสมดุลงที่ต่อแบบวาย-เดลต้า ในรูป (ข) จะเป็นการแปลงให้เป็นแบบวาย-วาย โดยที่

$$\mathbf{Z}_Y = \frac{\mathbf{Z}_\Delta}{3}$$

และในรูป (ค) จะเป็นการเขียนวงจรสมมูลแต่ละเฟส

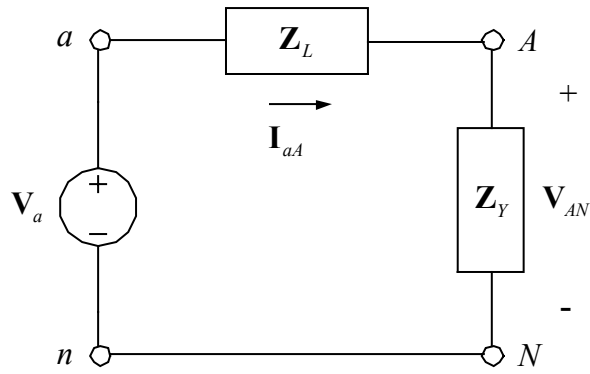


(ก)



(ข)

รูปที่ 11.13 (ก) วงจรสามเฟสสมดุลที่ต่อแบบวาย-เดลต้า (ข) การแปลงให้เป็นแบบวาย-วาย



(ค)

รูปที่ 11.13 (ค) การเขียนวงจรสมมูลแต่ละเฟส

ตัวอย่าง 11.8 พิจารณาวงจรสามเฟสสมดุลต่อแบบวาย-เดลต้าในรูป 11.13 (ก) กำหนดแรงดันของแหล่งจ่าย

$$\mathbf{V}_a = 110 \angle 0^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_b = 110 \angle -120^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_c = 110 \angle +120^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

และค่าอิมพีแดนซ์ของสายส่ง และโหลด

$$\mathbf{Z}_L = 10 + j5 \ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_\Delta = 75 + j225 \ \Omega$$

วิธีทำ แปลงโหลดที่ต่อแบบเดลต้าให้เป็นการต่อแบบวาย

$$\mathbf{Z}_Y = \frac{\mathbf{Z}_\Delta}{3} = 25 + j75 \ \Omega$$

เขียนวงจรสมมูลแต่ละเฟสได้ดังในรูปที่ 11.13 (ค) จะหาค่ากระแสในสายได้

$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{\mathbf{V}_a}{\mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_Y} = 1.26 \angle -66^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

และจะได้

$$\mathbf{I}_{bB} = 1.26 \angle -186^\circ \text{ A}_{\text{rms}} \text{ และ } \mathbf{I}_{cC} = 1.26 \angle -54^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

สามารถตรวจสอบค่ากระแส \mathbf{I}_{bB} ได้โดยเขียน KVL รอบวงรอบ $n-b-B-N$ จะได้

$$\mathbf{V}_b = \mathbf{Z}_L \mathbf{I}_{bB} + \mathbf{Z}_Y \mathbf{I}_{bB} + \mathbf{V}_{Nn}$$

โดยที่สำหรับวงจรสมมูล $V_{Nn} = 0$ แก้มการหาค่า I_{bB} จะได้

$$I_{bB} = \frac{V_a}{Z_L + Z_Y} = \frac{110 \angle -120^\circ}{(10 + j5) + (25 + j75)} = 1.26 \angle -186^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

ค่าแรงดันในวงจรสมมูลแต่ละเฟสจะได้

$$V_{AN} = I_{aA} Z_Y = 99.6 \angle 5^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

จะได้ค่าแรงดันเฟสอื่นๆที่เหลือ คือ

$$V_{BN} = 99.6 \angle -115^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$V_{CN} = 99.6 \angle 125^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

ค่าแรงดันระหว่างสายในวงจร วาย-วายจะได้เป็น

$$V_{AB} = V_{AN} - V_{BN} = 172 \angle 35^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$V_{BC} = V_{BN} - V_{CN} = 172 \angle -85^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$V_{CA} = V_{CN} - V_{AN} = 172 \angle 155^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

ซึ่งจะมีค่าเท่ากับแรงดันเฟส ในการต่อแบบเดลต้า ดังนั้นกระแสเฟสจะมีค่า

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_\Delta} = 0.727 \angle -36^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_\Delta} = 0.727 \angle -156^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_\Delta} = 0.727 \angle 84^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

11.6 กำลังไฟฟ้าชั่วขณะและกำลังเฉลี่ยในวงจรสามเฟสแบบสมมูล

ข้อดีของการส่งกำลังในระบบสามเฟสคือการส่งผ่านพลังงานไปยังโหลดทำได้ราบเรียบกว่า พิจารณาวงจรโหลดสมมูลซึ่งมีค่าความต้านทาน R ค่ากำลังชั่วขณะจะเป็น

$$p(t) = \frac{v_{ab}^2}{R} + \frac{v_{bc}^2}{R} + \frac{v_{ca}^2}{R} \quad (11.17)$$

เมื่อ $v_{ab} = V \cos \omega t$ $v_{bc} = V \cos(\omega t - 120^\circ)$ และ $v_{ca} = V \cos(\omega t - 240^\circ)$ จาก

$$\cos^2 \omega t = \frac{(1 + \cos 2\omega t)}{2}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} p(t) &= \frac{V^2}{2R} [1 + \cos 2\omega t + 1 + \cos 2(\omega t - 120^\circ) + 1 + \cos 2(\omega t - 240^\circ)] \\ &= \frac{3V^2}{2R} + \frac{V^2}{2R} \underbrace{[\cos 2\omega t + \cos(2\omega t - 240^\circ) \cos(2\omega t - 480^\circ)]}_0 \\ &= \frac{3V^2}{2R} \end{aligned} \quad (11.18)$$

เนื่องจากพจน์ในวงเล็บก้ามปู จะเป็นศูนย์ตลอดเวลา ดังนั้นค่ากำลังชั่วขณะที่ส่งในระบบสามเฟส จะเป็นค่าคงที่

ค่ากำลังเฉลี่ยสุทธิที่ส่งให้กับโหลดสามเฟสสามารถหาได้จากวงจรสมมูลแต่ละเฟส จากรูปที่ 11.13 (ค) จะได้

$$\mathbf{I}_{aA} = I_L \angle \theta_{AI} \quad \mathbf{V}_{AN} = V_p \angle \theta_{AV}$$

ซึ่งเป็นค่าแรงดันเฟสและกระแสในสายของวงจร วาย-วาย ในรูปที่ 11.13 (ข) จะได้ค่ากำลังเฉลี่ยสุทธิที่ส่งให้กับโหลดสามเฟสคือ

$$\begin{aligned} P_Y &= 3P_A = 3V_p I_L \cos(\theta_{AV} - \theta_{AI}) \\ &= 3V_p I_L \cos(\theta) \end{aligned}$$

เมื่อ θ คือมุมระหว่างค่าแรงดันเฟสและกระแสในสาย และจากความสัมพันธ์ $V_p = V_L / \sqrt{3}$ สำหรับการต่อแบบวาย จะได้

$$\begin{aligned} P &= 3 \frac{V_L}{\sqrt{3}} I_L \cos(\theta) \\ &= \sqrt{3} V_L I_L \cos(\theta) \end{aligned} \quad (11.19)$$

และสำหรับโหลดที่ต่อแบบเดลต้าจะได้ค่ากำลังเฉลี่ยสุทธิที่ส่งให้กับโหลดสามเฟสคือ

$$\begin{aligned} P_\Delta &= 3P_{AB} = 3V_{AB} I_{AB} \cos(\theta) \\ &= 3(\sqrt{3}V_p) \frac{I_L}{\sqrt{3}} \cos(\theta) \\ &= 3V_p I_L \cos(\theta) \end{aligned} \quad (11.20)$$

ตัวอย่าง 11.9 พิจารณาวงจรสามเฟสสมดุลต่อแบบวาย-เดลต้าในรูป 11.13 (ก) กำหนดแรงดันของแหล่งจ่าย

$$\mathbf{V}_a = 110 \angle 0^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_b = 110 \angle -120^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{V}_c = 110 \angle +120^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

และค่าอิมพีแดนซ์ของสายส่ง และโหลด

$$\mathbf{Z}_L = 10 + j5 \ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_\Delta = 75 + j225 \ \Omega$$

วิธีทำ ใช้ผลจากตัวอย่าง 11.8 คือ

$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{\mathbf{V}_a}{\mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_Y} = 1.26 \angle -66^\circ \text{ A}_{\text{rms}}$$

และ

$$\mathbf{V}_{AN} = \mathbf{I}_{aA} \mathbf{Z}_Y = 99.6 \angle 5^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

จากสมการ (11.19) จะได้ค่ากำลังเฉลี่ยสุทธิที่ส่งให้กับโหลดสามเฟสคือ

$$P = 3(99.6)(1.26) \cos(5^\circ - (-66^\circ)) = 122.6 \text{ W}$$

11.7 การวัดกำลังไฟฟ้าสามเฟสโดยวิธีใช้วัตต์มิเตอร์สองตัว

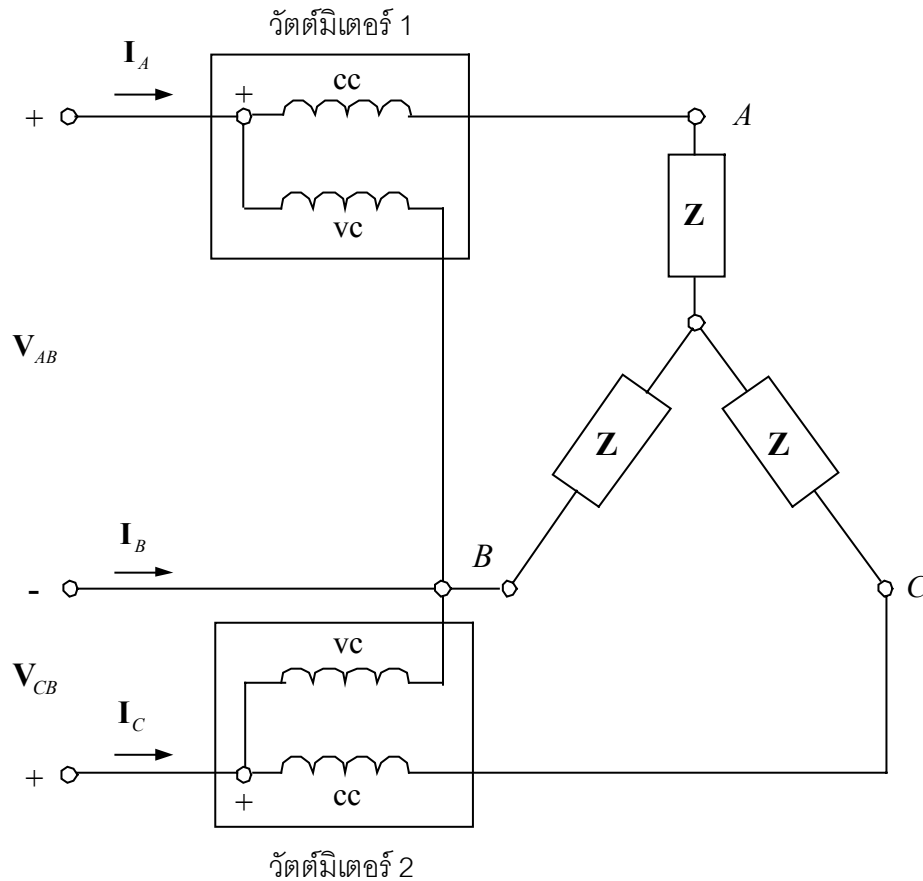
สำหรับการต่อโหลดบางแบบ เช่นการต่อมอเตอร์สามเฟส เราอาจไม่สะดวกหรือไม่สามารถวัดค่ากระแสหรือแรงดันเฟสได้ เราอาจจะต้องการวัดค่ากำลังไฟฟ้าโดยใช้วัตต์มิเตอร์ ต่อเข้ากับแต่ละเฟส แต่เนื่องจากไม่สามารถกระทำได้นั้นเราจะวัดจากกระแสในสายและแรงดันระหว่างสายแทน โดยการต่อวัตต์มิเตอร์เพื่ออ่านค่า $P = V_L I_L \cos \theta$ ซึ่ง V_L และ I_L คือค่าขนาดของแรงดันและกระแสรากของกำลังสองเฉลี่ย และ θ คือมุมระหว่างแรงดันระหว่างสายและกระแสในสาย กำลังไฟฟ้าสามเฟสที่ส่งให้กับโหลดสามเฟสสามารถคำนวณได้จากการอ่านค่าจากวัตต์มิเตอร์สองตัว ดังแสดงในรูปที่ 11.14 โดยที่ cc แทน ขดลวดกระแส และ vc แทนขดลวดแรงดัน การคำนวณต่อไปนี้จะอาศัยสมมติฐานว่าตัววัตต์มิเตอร์จะใช้กำลังน้อยมากจนตัดทิ้งได้

วัตต์มิเตอร์ตัวที่หนึ่งจะอ่าน

$$P_1 = V_{AB} I_A \cos \theta_1 \quad (11.21)$$

และวัตต์มิเตอร์ตัวที่สองจะอ่าน

$$P_2 = V_{CB} I_C \cos \theta_2 \quad (11.22)$$



รูปที่ 11.14 การวัดค่ากำลังไฟฟ้าสามเฟสสำหรับโหลดแบบววายโดยใช้วัตต์มิเตอร์สองตัว

สำหรับลำดับเฟสบวก abc และโหลดสมดุลจะได้

$$\theta_1 = \theta_a + 30^\circ \text{ และ } \theta_2 = \theta_a - 30^\circ$$

เมื่อ θ_a คือมุมระหว่างกระแสเฟสและแรงดันเฟสของเฟส a ของแหล่งจ่ายแรงดันสามเฟส ดังนั้น

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 \\ &= 2V_L I_L \cos \theta \cos 30^\circ \\ &= \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta \end{aligned} \quad (11.23)$$

ซึ่งก็คือค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ยสามเฟสที่ส่งให้กับโหลด สมการ (11.23) ได้จากวงจรแบบสมดุลแต่ผลนี้สามารถนำไปใช้ได้กับวงจรสามเฟสสามเส้นใดๆ ที่อาจไม่ใช่วงจรแบบสมดุลหรือแม้กับกรณีแหล่งจ่ายที่ไม่ใช่โซ่ชอยด์ก็ได้เช่นกัน

ค่ามุมของตัวประกอบกำลัง θ ของวงจรแบบสมดุล สามารถหาได้จากการอ่านวัตต์มิเตอร์สองตัว ดังแสดงในรูปที่ 11.15 เช่นเดียวกันค่ากำลังเฉลี่ยสุทธิ ตามสมการ (11.21)-(11.23) จะได้

$$P_1 + P_2 = V_L I_L 2 \cos \theta \cos 30^\circ \quad (11.24)$$

และทำนองเดียวกัน

$$P_1 - P_2 = V_L I_L (-2 \sin \theta \sin 30^\circ) \quad (11.25)$$

นำสมการ (11.24) ไปหารสมการ (11.25) ได้

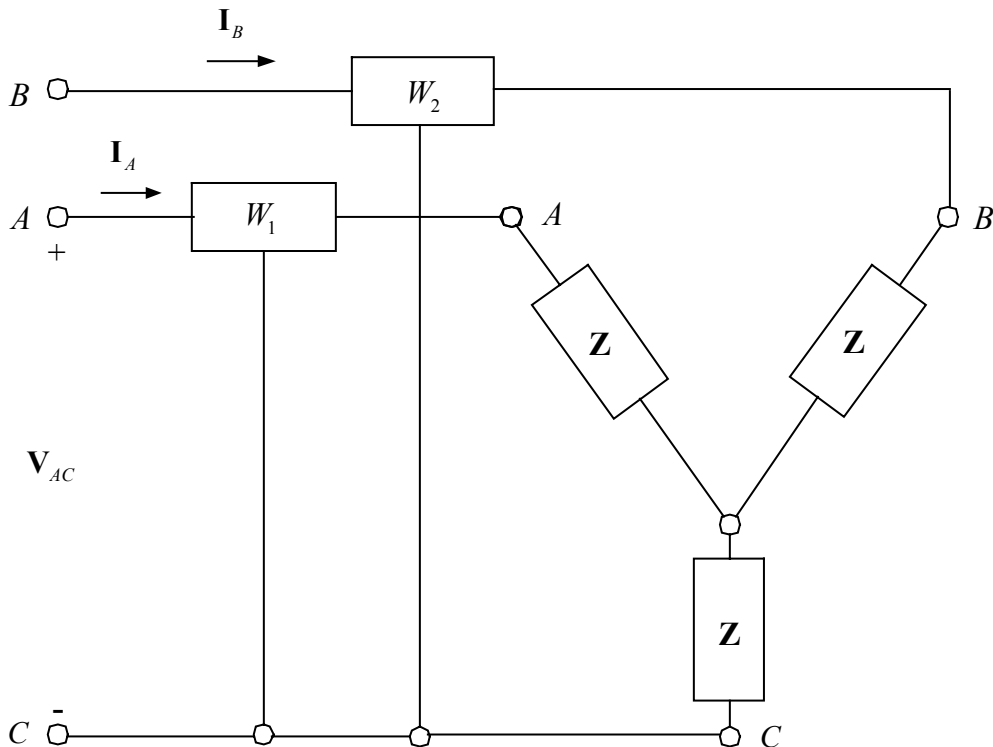
$$\frac{P_1 + P_2}{P_1 - P_2} = \frac{V_L I_L 2 \cos \theta \cos 30^\circ}{V_L I_L (-2 \sin \theta \sin 30^\circ)} = \frac{-\sqrt{3}}{\tan \theta}$$

ดังนั้นจะได้ค่ามุมของตัวประกอบกำลัง θ จาก

$$\therefore \tan \theta = \sqrt{3} \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} \quad (11.26)$$

หรือ

$$\theta = \tan^{-1} \left(\sqrt{3} \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} \right) \quad (11.27)$$



รูปที่ 11.15 การวัดค่ากำลังไฟฟ้าสามเฟสสำหรับโหลดแบบเดลต้าโดยใช้วัตต์มิเตอร์สองตัว

ตัวอย่าง 11.10 ใช้วิธีวัตต์มิเตอร์สองตัว ดังในรูปที่ 11.14 วัดค่ากำลังสุทธิที่ส่งให้กับโหลดซึ่งมีค่าอิมพีแดนซ์ $Z = 10\angle 45^\circ \Omega$ ต่อแบบวาย ค่าแรงดันระหว่างสายของแหล่งจ่ายเท่ากับ 220 V จงหาค่าที่จะอ่านได้จากวัตต์มิเตอร์ทั้งสอง

วิธีทำ ค่าแรงดันเฟสคือ

$$V_A = \frac{220}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ \text{ V}$$

จะได้กระแสในสาย A

$$I_A = \frac{V_A}{Z} = \frac{220\angle -30^\circ}{10\sqrt{3}\angle 45^\circ} = 12.7\angle -75^\circ \text{ A}$$

และกระแสในสาย B

$$I_B = 12.7\angle -195^\circ$$

เนื่องจากค่าแรงดัน

$$V_{CA} = 220\angle 0^\circ \text{ V} \quad V_{BC} = 220\angle -120^\circ \text{ V} \quad \text{และ} \quad V_{CB} = 220\angle +120^\circ \text{ V}$$

วัตต์มิเตอร์ตัวที่หนึ่งจะอ่าน

$$P_1 = V_{AC} I_A \cos \theta_1 = 12.7(220) \cos 15^\circ = 2698 \text{ W}$$

โดยที่ $V_{CA} = 220\angle +120^\circ \text{ V}$ ดังนั้น $V_{AC} = 220\angle -60^\circ \text{ V}$ มุม θ_1 จะเป็นมุมระหว่าง V_{AC} และ I_A ซึ่งเท่ากับ 15° ส่วนวัตต์มิเตอร์ตัวที่สองจะอ่าน

$$P_2 = V_{BC} I_B \cos \theta_2 = 723 \text{ W}$$

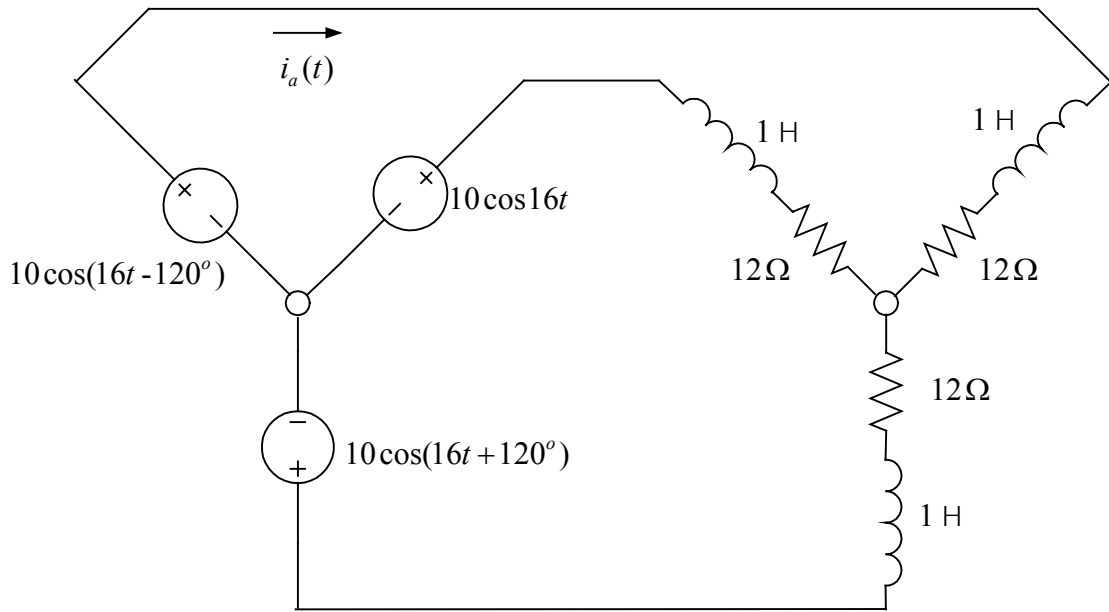
โดยที่มุม θ_2 จะเป็นมุมระหว่าง V_{BC} และ I_B

จะได้ค่ากำลังสุทธิคือ

$$P = P_1 + P_2 = 3421 \text{ W}$$

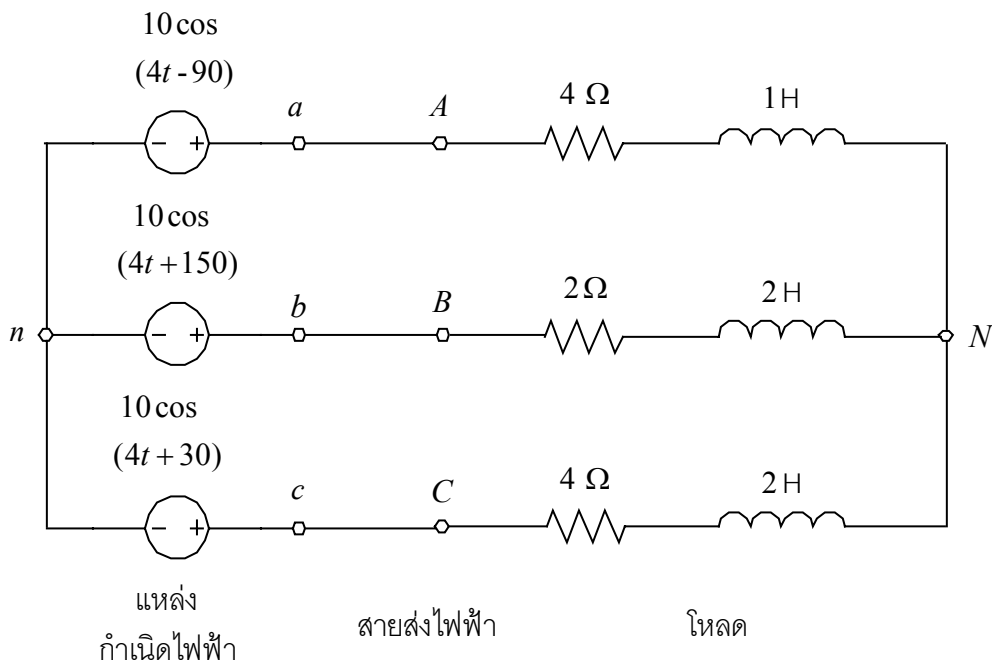
11.8 แบบฝึกหัดท้ายบท

1. โหลดสามเฟสแบบสมมูลต่อแบบวายมีค่าแรงดันเฟส $V_c = 277\angle 45^\circ \text{ V}$ มีลำดับเฟส abc จงหาค่าแรงดันระหว่างสาย V_{AB} V_{BC} V_{CA} และเขียนผังเฟสเซอร์เพื่อแสดงแรงดันเฟสและแรงดันระหว่างสาย
2. สำหรับแหล่งจ่ายและโหลดที่ต่อแบบวายดังแสดงในรูป P11.2 (ก) จงหาค่ารากของกำลังสองเฉลี่ยของกระแส $i_a(t)$ (ข) จงหาค่ากำลังเฉลี่ยที่จ่ายไปยังโหลด



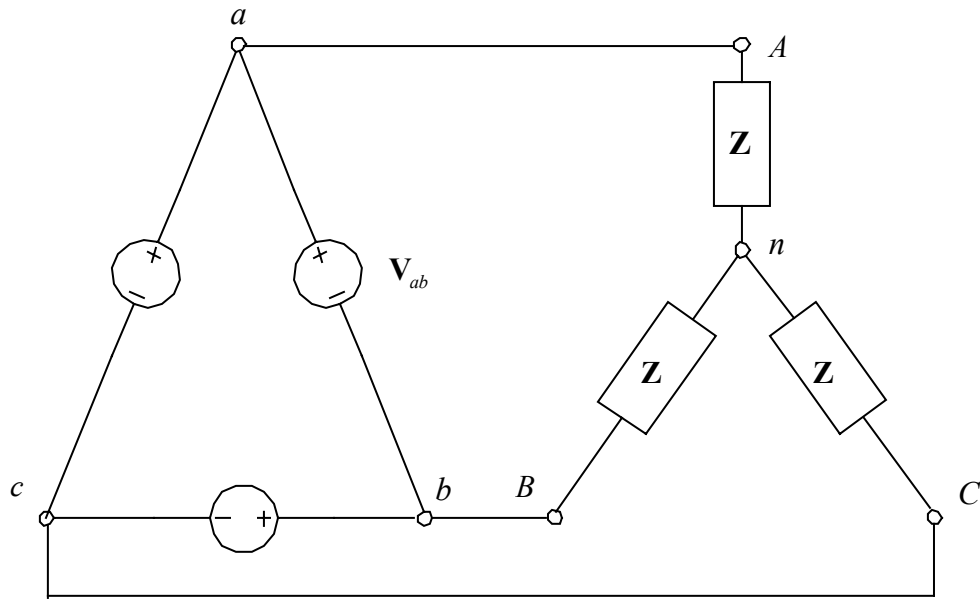
รูปที่ P11.2

3. สำหรับวงจรวาย-วายแบบไม่สมดุลดังแสดงในรูป P11.3 จงหาค่ากำลังเฉลี่ยที่จ่ายไปยังโหลด



รูปที่ P11.3

4. โหลดสามเฟสแบบสมดุลต่อแบบเดลต้า มีค่ากระแสในสาย $\mathbf{I}_B = 50 \angle -40^\circ$ A จงหาค่ากระแสเฟส \mathbf{I}_{AB} \mathbf{I}_{BC} \mathbf{I}_{CA} และเขียนผังเฟสเซอร์เพื่อแสดงกระแสเฟสและกระแสในสาย
5. วงจรสามเฟสแบบสมดุลดังแสดงในรูป P11.5 ค่าแรงดัน $\mathbf{V}_{ab} = 380 \angle 30^\circ$ V จงหาค่ากระแสเฟส และเขียนผังเฟสเซอร์ กำหนด $\mathbf{Z} = 3 + j4 \Omega$



รูปที่ P11.5

6. วงจรสามเฟสแบบสมดุลของอาคารหลังหนึ่งต้องการกำลัง 480 ที่ตัวประกอบกำลัง 0.8 ตาม โดยจ่ายกำลังผ่านสายส่งที่มีค่าอิมพีแดนซ์ $Z_l = 5 + j25 \text{ m}\Omega$ สำหรับแต่ละเฟส ในแต่ละเฟสของโหลดมีค่าแรงดันระหว่างสาย 600 V จงหาค่ากระแสในสายและค่าแรงดันระหว่างสายและค่าตัวประกอบกำลังที่แหล่งจ่าย ใช้แรงดันระหว่างสายและนิพจน์เป็นเฟสเซอร์อ้างอิง
7. วงจรสามเฟสซึ่งมีลำดับเฟส abc และมีค่าแรงดันระหว่างสาย 200 V ต่อเข้ากับโหลดที่ต่อแบบวาย $Z = 70.7 \angle 45^\circ \Omega$ จงหาค่ากระแสในสาย และหาลำดับกำลังทั้งหมดโดยวิธีต่อวัตต์มิเตอร์สองตัวที่สาย B และ C