CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Disciplina:
PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

AULA 2

Professor Dr Luiz Jardel Visioli

2021

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS DISCRETAS

Variáveis aleatórias discretas

Exemplo 6.1 Um empresário pretende estabelecer uma firma para montagem de um produto composto de uma esfera e um cilindro. As partes são adquiridas em fábricas diferentes (A e B), e a montagem consistirá em juntar as duas partes e pintá-las. O produto acabado deve ter o comprimento (definido pelo cilindro) e a espessura (definida pela esfera) dentro de certos limites, e isso só poderá ser verificado após a montagem. Para estudar a viabilidade de seu empreendimento, o empresário quer ter uma ideia da distribuição do lucro por peça montada.

Sabe-se que cada componente pode ser classificado como bom, longo ou curto, conforme sua medida esteja dentro da especificação, maior ou menor que a especificada, respectivamente. Além disso, foram obtidos dos fabricantes o preço de cada componente (\$ 5,00) e as probabilidades de produção de cada componente com as características bom, longo e curto. Esses valores estão na Tabela 6.1.

Se o produto final apresentar algum componente com a característica C (curto), ele será irrecuperável, e o conjunto será vendido como sucata ao preço de \$ 5,00. Cada componente longo poderá ser recuperado a um custo adicional de \$ 5,00. Se o preço de venda de cada unidade for de \$ 25,00, como seria a distribuição de frequências da variável X: lucro por conjunto montado?

Fonte: Bussab e Morettin, 2013.

Variáveis aleatórias discretas

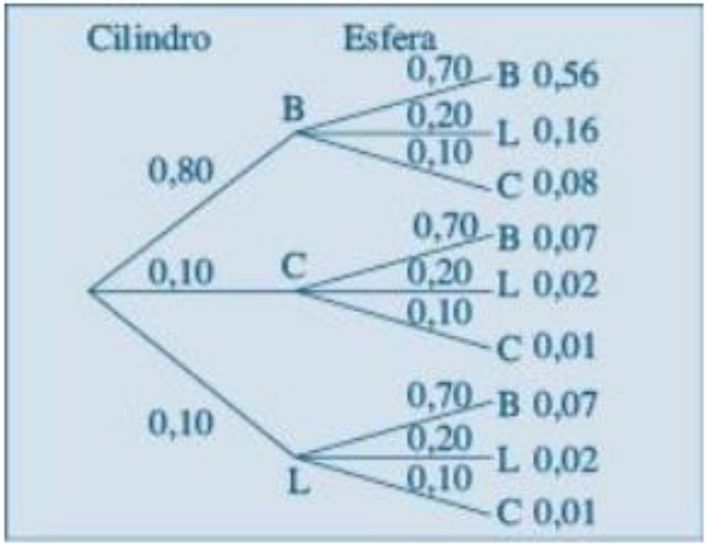
Tabela 6.1 Distribuição da produção das fábricas A e B, de acordo com as medidas das peças produzidas.

Produto	Fábrica A Cilindro	Fábrica B Esfera
Dentro das especificações bom (B)	0,80	0,70
Maior que as especificações longo (L)	0,10	0,20
Menor que as especificações curto (C)	0,10	0,10

Fonte: Bussab e Morettin, 2013.

Variáveis aleatórias discretas

Figura 6.1 Diagrama em árvore para o Exemplo 6.1.



Fonte: Bussab e Morettin, 2013.

Variáveis aleatórias discretas

De acordo com as informações de lucro, custo/perda podemos montar a seguinte tabela:

sendo:

B - bom

C - curto

L - longo.

Produto	probabilidade	lucro por montagem
BB	0,56	15 (25 - 10)
BL	0,16	10 (25 - 10 - 5)
BC	0,08	-5 (-10 +5)
CB	0,07	-5
CL	0,02	-5
CC	0,01	-5
LB	0,07	10 (25 - 10 - 5)
LL	0,02	5 (25 - 10 - 5 - 5)
LC	0,01	-5

Variáveis aleatórias discretas

Portanto, o lucro pode assumir os seguintes valores:

15 - se ocorrer A_1 {BB}

10 - se ocorrer A_2 {BL, LB}

5 - se ocorrer A_3 {LL}

-5 - se ocorrer A_4 {BC, LC, CB, CL, CC}

Variáveis aleatórias discretas

A cada evento pode-se ter uma probabilidade associada:

$P(A_1) = P(BB) = 0,56$

$P(A_2) = 0,23$ → união das probabilidades de BL e LB

$P(A_3) = 0,02$

$P(A_4) = 0,19$

Variáveis aleatórias discretas

Podemos escrever a função (x, P(x))
lucro x probabilidade deste lucro.

X	p(X)
15	0,56
10	0,23
5	0,02
-5	0,19
Ω	1,00

Variáveis aleatórias discretas

Além disso, podemos assumir Y como variável sendo "custo para recuperação de cada conjunto produzido".

O custo fica:

0, se ocorrer o evento B_1

$\{BB, BC, LC, CB, CL, CC\}$

5, se ocorrer $B_2 = \{BL, LB\}$

10, se ocorrer $B_3 = \{LL\}$

Variáveis aleatórias discretas

Mais uma vez as probabilidades de cada evento se dão pela soma (união) das probabilidades de cada possibilidade no evento.

$$P(B_1) = P(BB) + P(BC) + P(LC) + P(CB) + P(CL) + P(CC)$$

$$P(B_1) = 0{,}56 + 0{,}08 + 0{,}01 + 0{,}07 + 0{,}02 + 0{,}01$$

$$\boxed{P(B_1) = 0{,}75}$$

$$P(B_2) = P(BL) + P(LB)$$

$$\boxed{P(B_2) = 0{,}23}$$

$$P(B_3) = P(LL)$$

$$P(B_3) = 0{,}02$$

y	$p(y)$
0	0,75
5	0,23
10	0,02

Variáveis aleatórias discretas

"Uma variável aleatória discreta é uma função x, definida no espaço amostral Ω e com valores em um conjunto enumerável de pontos da reta."

Fonte: Bussab e Morettin, 2013.

DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE

Função de Distribuição Acumulada

Função de distribuição acumulada

Definição. Dada a variável aleatória X, chamaremos de função de distribuição acumulada (f.d.a.), ou simplesmente função de distribuição (f.d.) $F(x)$ à função

$$F(x) = P(X \leq x). \quad (6.7)$$

Fonte: Bussab e Morettin, 2013.

Função de distribuição acumulada

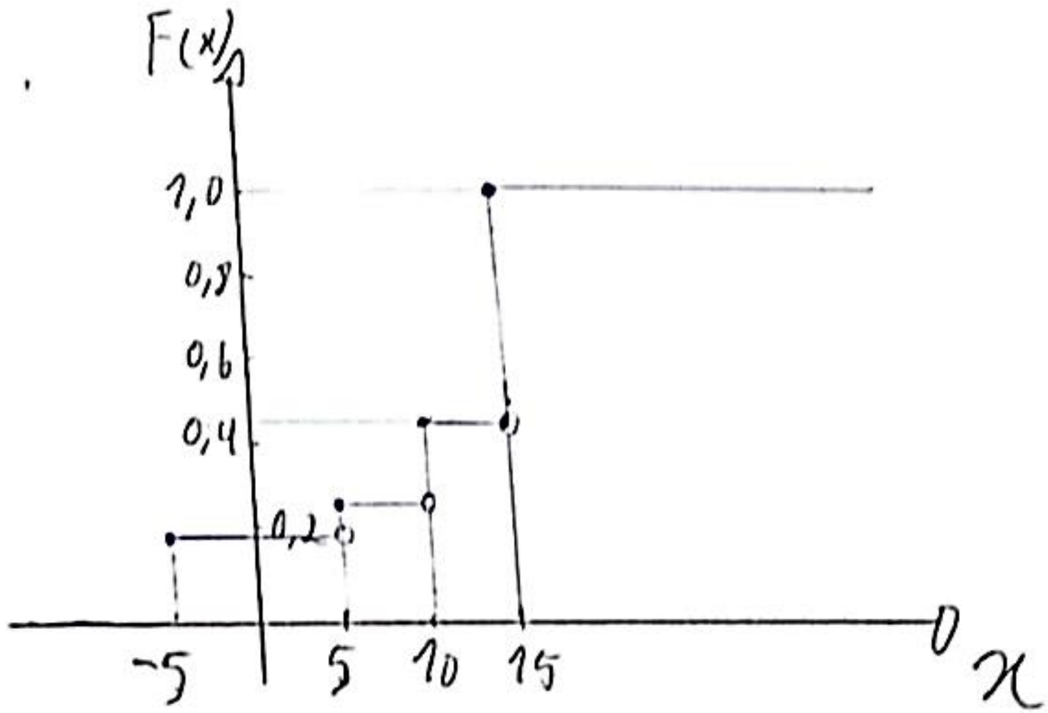
Retomando o exemplo do empresário visto a pouco.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < -5 \\ 0{,}19, & \text{se } -5 \leq x < 5 \\ 0{,}21, & \text{se } 5 \leq x < 10 \\ 0{,}44, & \text{se } 10 \leq x < 15 \\ 1{,}0, & \text{se } x \geq 15 \end{cases}$$

Lembrando que $F(x)$ é a probabilidade acumulada até o limite superior do x.

Função de distribuição acumulada

Representação gráfica.



Função de distribuição acumulada

Observe que $P(X = x_i)$ é igual ao salto que a função distribuição acumulada dá no ponto x_i, por exemplo,

$$P(x = 10) = 0,23 = F(10) – F(10-) = 0,44 – 0,21$$

Distribuição Uniforme Discreta

Distribuição Uniforme Discreta

É a forma mais simples de distribuição de probabilidade para uma variável discreta.

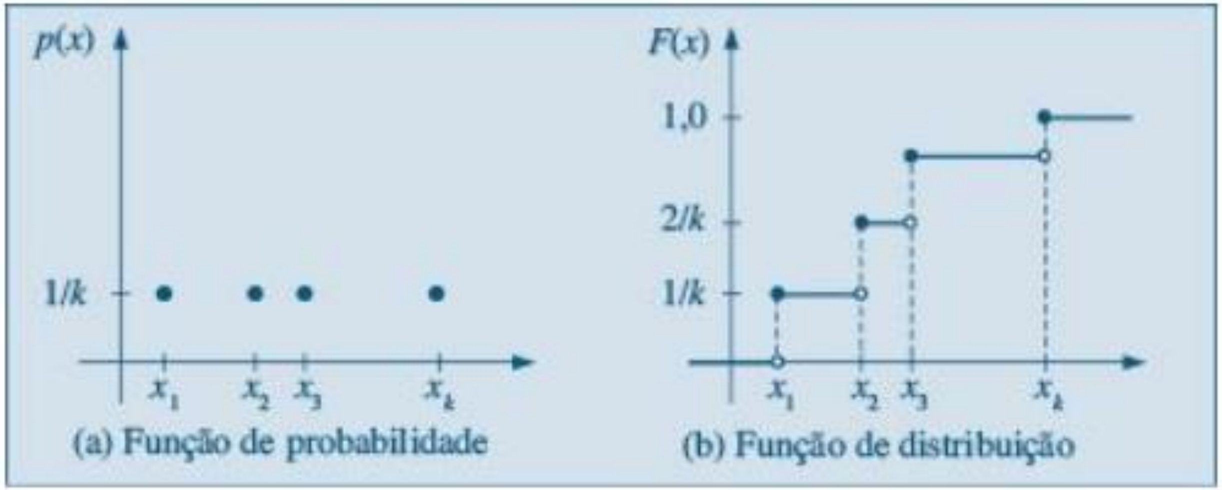
A variável aleatória discreta X, assumindo valores x_1, x_2, x_3, ..., x_k, tem distribuição uniforme se, e somente se:

$$P(X = x_i) = p(x_i) = p = \frac{1}{k}$$

Para todo k = 1, 2, 3, ..., k.

Distribuição uniforme discreta

Figura 6.9 Distribuição uniforme discreta.



Fonte: Bussab e Morettin, 2013.

Distribuição Uniforme Discreta

Para esta distribuição pode-se determinar o valor médio da variável aleatória:

$$\mathrm{E}(X) = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} x_i$$

E para a variância:

$$\mathrm{Var}(X) = \frac{1}{k}\left[\sum_{i=1}^{k} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} x_i\right)^2}{k}\right]$$

E a função distribuição acumulada fica:

$$\mathrm{F}(X) = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{k} = \frac{n(x)}{k}$$

Distribuição Uniforme Discreta

Seja X a v.a. discreta que indica o "número de pontos marcados na face superior de um dado", quando ele é lançado.

x	1	2	3	4	5	6	total
$p(x)$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1

O valor médio pode ser obtido:

$$E(X) = \frac{1}{k} \sum x_i$$

$k = 6$ para o dado.

$$E(X) = \frac{1}{6}\left[1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6\right]$$

$$E(X) = \frac{1}{6} \cdot 21 = 3{,}5$$

E a variância.

$$Var(X) = \frac{1}{k}\left[\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{k}\right]$$

Distribuição Uniforme Discreta

Sabemos que:

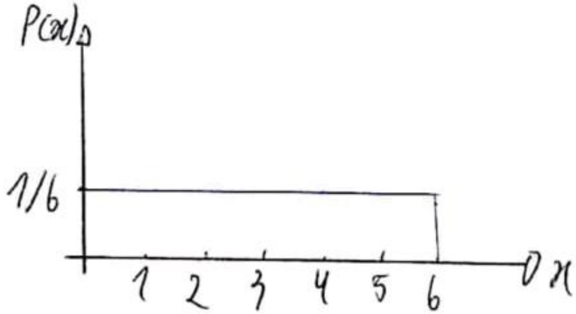
$$\sum x_i = 21$$

$$\sum x_i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2$$

$$\sum x_i^2 = 91$$

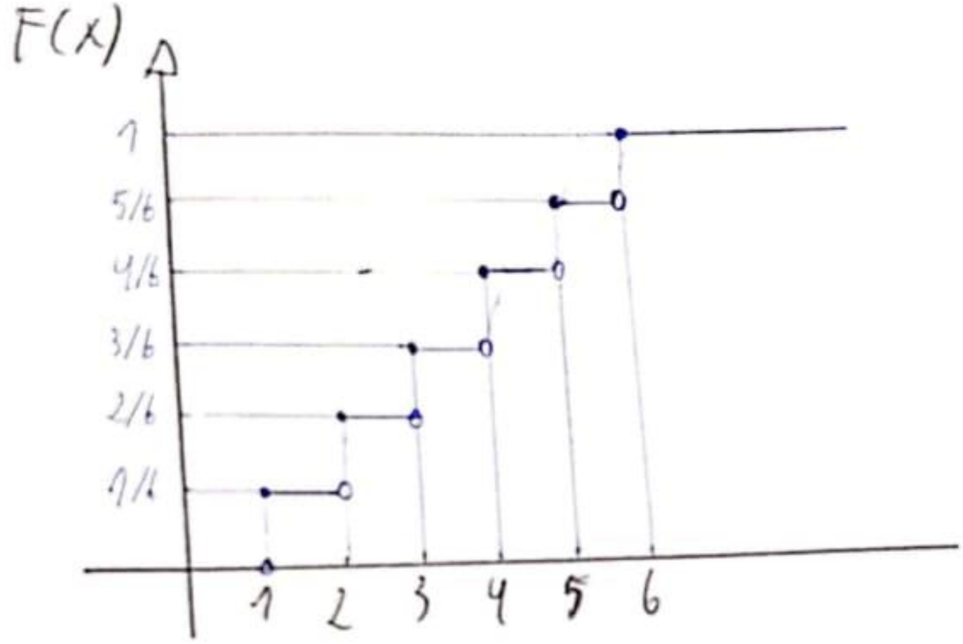
$$Var(X) = \frac{1}{6}\left[91 - \frac{21^2}{6}\right] = 2,91$$

A Representação gráfica para a probabilidade:



Distribuição Uniforme Discreta

para a probabilidade acumulada:



Distribuição de Bernoulli

Distribuição de Bernoulli

A variável aleatória X, que assume apenas os valores de 0 ou 1, representando sucesso ou fracasso, com função probabilidade (x, p(x)) tal que:

$$p(0) = P(X = 0) = 1 - p$$

$$p(1) = P(X = 1) = p$$

Esta variável aleatória que assuma apenas estes dois valores é chamada variável aleatória de Bernoulli.

Distribuição de Bernoulli

(1) uma moeda é lançada: o resultado ou é cara, ou não (ocorrendo, então, coroa);

(2) um dado é lançado: ou ocorre face 5 ou não (ocorrendo, então, uma das faces 1, 2, 3, 4 ou 6);

(3) uma peça é escolhida ao acaso de um lote contendo 500 peças: essa peça é defeituosa ou não;

(4) uma pessoa escolhida ao acaso dentre 1.000 é ou não do sexo masculino;

(5) uma pessoa é escolhida ao acaso entre os moradores de uma cidade e verifica-se se ela é favorável ou não a um projeto municipal.

Fonte: Bussab e Morettin, 2013.

Distribuição de Bernoulli

O valor médio fica:

$$E(X) = p$$

E a variância:

$$Var(X) = p - p^2 = p(1-p)$$

E a distribuição acumulada:

$$\mathrm{F}(X) = \begin{cases} 0, se\ x < 0 \\ 1 - p, se\ 0 \leq x < 1 \\ 1, se\ x \geq 1 \end{cases}$$

Distribuição Binomial

Distribuição Binomial

Imagine repetir um ensaio de Bernoulli n vezes. Ou seja, obtemos uma amostra de tamanho n de uma distribuição de Bernoulli. Importante ressaltar que as repetições do ensaio de Bernoulli deve se dar de forma independente.

Uma amostra será constituída de sequencia de sucessos e fracassos (1 e 0).

Distribuição Binomial

Um ensaio qualquer realizado 5 vezes.

Poderia gerar o resultado:

F S S F S $(0, 1, 1, 0, 1)$

Podemos afirmar que:

$P(S) = p$ e $P(F) = 1 - p$

A probabilidade deste resultado exato ser obtido é de

$(1-p)\, p \cdot p \cdot (1-p) \cdot p$

$$\boxed{p^3 (1-p)^2}$$

Distribuição Binomial

(1’) uma moeda é lançada três vezes; qual é a probabilidade de se obter duas caras?
(2’) um dado é lançado cinco vezes; qual é a probabilidade de se obter face 5 no máximo três vezes?
(3’) dez peças são extraídas, ao acaso, com reposição, de um lote contendo 500 peças; qual é a probabilidade de que todas sejam defeituosas, sabendo-se que 10% das peças do lote são defeituosas?
(4’) cinco pessoas são escolhidas ao acaso entre 1.000; qual é a probabilidade de que duas sejam do sexo masculino?
(5’) sabe-se que 90% das pessoas de uma cidade são favoráveis a um projeto municipal. Escolhendo-se 100 pessoas ao acaso entre os moradores, qual é a probabilidade de que pelo menos 80 sejam favoráveis ao projeto?

Em 4 e 5 como o tamanho da população é muito grande podemos admitir que a extração de poucos indivíduos é independente entre si.

Fonte: Bussab e Morettin, 2013.

Distribuição Binomial

Exemplo 6.12 Consideremos a situação (1'), supondo que a moeda seja "honesta", isto é, P(sucesso) = P(cara) = 1/2. Indiquemos o sucesso (cara) por S e fracasso (coroa), por F. Então, estamos interessados na probabilidade do evento

$$A = \{SSF, SFS, FSS\},$$

Fonte: Bussab e Morettin, 2013.

Distribuição Binomial

Considerando

Cara – sucesso (1)

Coroa – Fracasso (0)

$P(\text{cara}) = \frac{1}{2}$ $\quad$ $P(\text{coroa}) = \frac{1}{2}$

O evento duas caras ocorre em

$A = \{SSF, SFS, FSS\}$

ou

$A = \{(1,1,0); (1,0,1); (0,1,1)\}$

Distribuição Binomial

É claro que a probabilidade de A.

$$P(A) = P(SSF) + P(SFS) + P(FSS)$$

E devido a independência dos ensaios:

$$P(SSF) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

e

$$P(SSF) = P(SFS) = P(FSS)$$

Portanto:

$$\boxed{P(A) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}}$$

Distribuição Binomial

Se a probabilidade de sucesso for definida:

$p \; ; \; 0 < p < 1$

e

$P(F) = 1 - p = q$

Então

$P(SSF) = p \cdot p \cdot q = p^2 q = P(SFS) = P(FSS)$

ou

$P(A) = 3 p^2 q$

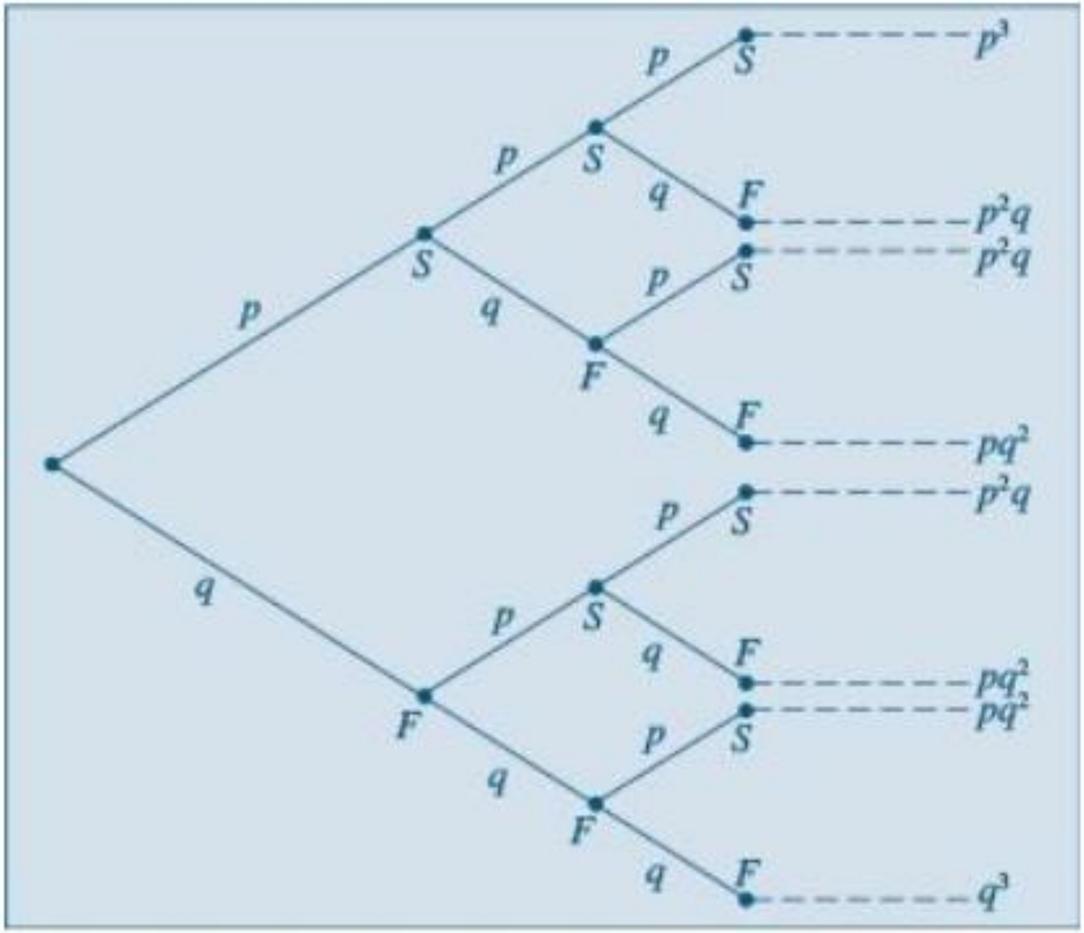
Como no caso da moeda.

$p = \frac{1}{2}$ e $q = \frac{1}{2}$

$$\boxed{P(A) = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}}$$

Distribuição Binomial

Figura 6.11 Probabilidades binomiais para $n = 3$ e $P(S) = p$.



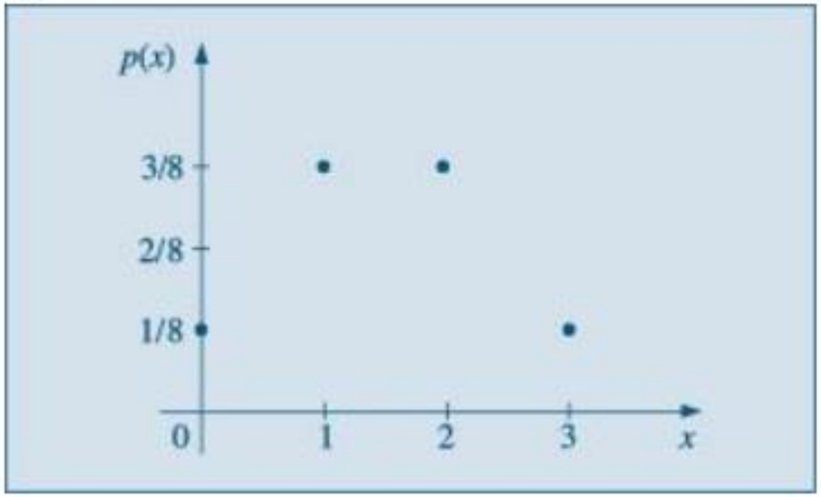
Fonte: Bussab e Morettin, 2013.

Distribuição Binomial

Tabela 6.12 Probabilidades binomiais para $n = 3$ e $P(S) = p$.

Número de sucessos	Probabilidades	$p = 1/2$
0	q^3	1/8
1	$3pq^2$	3/8
2	$3p^2q$	3/8
3	p^3	1/8

Figura 6.12 Gráfico da f.p. $p(x)$ para $n = 3$ e $p = 1/2$.



Fonte: Bussab e Morettin, 2013.

Distribuição Binomial

Obtenhamos, agora, P(X = k), ou seja, numa sequência de n ensaios de Bernoulli, a probabilidade de obter k sucessos (e portanto n - k fracassos), k = 0,1,2, ..., n, com P(S) = p, P(F) = 1 - p = q. Uma particular sequência é

SSS...SFF...F

Em que temos k sucessos seguidos de n-k fracassos. A probabilidade de que esta sequência ocorra é:

$$p^k(1-p)^{n-k} = p^k q^{n-k}$$

Resta saber então quantas sequências com ordens diferentes são possíveis considerando o mesmo número de sucessos e fracassos.

Distribuição Binomial

É fácil ver que existem:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

Possíveis combinações para este k sucessos e (n-k) fracassos em uma sequência de n experimentos.

Ou seja, a probabilidade de que k sucessos sejam atingidos pode ser determinada pela relação:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

Distribuição Binomial

Exemplo 6.13. Dez peças são extraídas, ao acaso, com reposição, de um lote contendo 500 peças; qual é a probabilidade de que todas sejam defeituosas, sabendo-se que 10% das peças do lote são defeituosas?

Fonte: Bussab e Morettin, 2013.

Distribuição Binomial

10 peças extraídas do lote

lote de 500 peças.

10% das peças são defeituosas

$n = 10$ ensaios de Bernoulli

S - peças defeituosas.

$P(S) = P(\text{defeito}) = p = 0,1$

por eliminação

$q = 1 - 0,1 = 0,9$

O evento consiste em retirar todas as 10 peças com defeito na amostra.

A probabilidade de um arranjo assim é de:

$p^k q^{n-k}$

No caso $n = k = 10$

K - número de sucessos.

Distribuição Binomial

$$0,1^{10} \cdot 0,9^{(10-10)} = 0,1^{10} \cdot \cancel{0,9^{0}}^{\,1}$$

$$\frac{1}{10^{10}}$$

Devemos multiplicar pelo número de combinações possíveis para 10 sucessos.

$$\binom{10}{10} = \frac{10!}{10!\,(10-10)!}$$

lembre que $0! = 1$

$$\binom{10}{10} = 1$$

Só existe 1 combinação com 10 sucessos.

$$\boxed{P(X=10) = 10^{-10} = \frac{1}{10^{10}}}$$

Distribuição Binomial

A média da distribuição binomial pode ser obtida por:

$$E(X) = np$$

E a variância:

$$Var(X) = npq$$

Distribuição Binomial

Pode-se determinar o valor médio de sucessos.

$$E(x) = n \cdot p.$$

$$E(x) = 10 \cdot 0,1$$

$$\boxed{E(x) = 1}$$

E a Variância:

$$Var(x) = n \cdot p \cdot q.$$

$$Var(x) = 10 \cdot 0,1 \cdot 0,9$$

$$\boxed{Var(x) = \frac{9}{10}}$$

Distribuição Binomial

As probabilidades binomiais são apresentadas na forma b(k; n; p) e podem ser obtidas utilizado tabelas de distribuição normal ou mesmo o software Excel.

Exemplo: Determine usando as equações vistas, as tabelas de distribuição binomial e o Excel, a probabilidade de: b(16; 19; 0,9)

Distribuição Binomial

$k = 16$

$n = 19$

$p = 0{,}9 \qquad q = 0{,}1$

Pela equação

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^{k} q^{(n-k)}$$

$$P(X=k) = \binom{19}{16} 0{,}9^{16} \cdot 0{,}1^{(19-16)}$$

$$\binom{19}{16} = \frac{19!}{16!\,3!} = 969.$$

$$P(X=k) = 969 \cdot 0{,}9^{16} \cdot 0{,}1^{3}$$

$$\boxed{P(X=k) = 0{,}180}$$

Tabela I — Distribuição Binomial

$X \sim b(n, p)$

Corpo da tabela dá as probabilidades $P(X = j)$, $j = 0, 1, \ldots, n$.

2 – 3 – 4
5 – 6 – 7
8 – 9 – 10
11 – 12 – 13

p→	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 2
x = 0	902	810	640	562	490	360	250	2
1	095	180	320	375	420	480	500	1
2	002	010	040	062	090	160	250	0 = x
n = 2	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	←p

p→	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 3
x = 0	857	729	512	422	343	216	125	3
1	135	243	384	422	441	432	375	2
2	007	027	096	141	189	288	375	1
3	0+	001	008	016	027	064	125	0 = x
n = 3	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	←p

p→	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 4
x = 0	815	656	410	316	240	130	062	4
1	171	292	410	422	412	346	250	3
2	014	049	154	211	265	346	375	2
3	0+	004	026	047	076	154	250	1
4	0+	0+	002	004	008	026	062	0 = x
n = 4	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	←p

p→	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 5
x = 0	774	590	328	237	168	078	031	5
1	204	328	410	396	360	259	156	4
2	021	073	205	264	309	346	312	3
3	001	008	051	088	132	230	312	2
4	0+	0+	006	015	028	077	156	1
5	0+	0+	0+	001	002	010	031	0 = x
n = 5	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	←p

p→	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 6
x = 0	735	531	262	178	118	047	016	6
1	232	354	393	356	303	187	094	5
2	031	098	246	297	324	311	234	4
3	002	015	082	132	185	276	312	3
4	0+	001	015	033	060	138	234	2
5	0+	0+	002	004	010	037	094	1
6	0+	0+	0+	0+	001	004	016	0 = x
n = 6	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	←p

p→	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 7
x = 0	698	478	210	133	082	028	008	7
1	257	372	367	311	247	131	055	6
2	041	124	275	311	318	261	164	5
3	004	023	115	173	227	290	273	4
4	0+	003	029	058	097	194	273	3
5	0+	0+	004	012	025	077	164	2
6	0+	0+	0+	001	004	017	055	1
7	0+	0+	0+	0+	0+	002	008	0 = x
n = 7	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	←p

p→	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 8
x = 0	663	430	168	100	058	017	004	8
1	279	383	336	267	198	090	031	7
2	051	149	294	311	296	209	109	6
3	005	033	147	208	254	279	219	5
4	0+	005	046	087	136	232	273	4
5	0+	0+	009	023	047	124	219	3
6	0+	0+	001	004	010	041	109	2
7	0+	0+	0+	0+	001	008	031	1
8	0+	0+	0+	0+	0+	001	004	0 = x
n = 8	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	←p

p→	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 9
x = 0	630	387	134	075	040	010	002	9
1	299	387	302	225	156	060	018	8
2	063	172	302	300	267	161	070	7
3	008	045	176	234	267	251	164	6
4	001	007	066	117	172	251	246	5
5	0+	001	017	039	074	167	246	4
6	0+	0+	003	009	021	074	164	3
7	0+	0+	0+	001	004	021	070	2
8	0+	0+	0+	0+	0+	004	018	1
9	0+	0+	0+	0+	0+	0+	002	0 = x
n = 9	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	←p

p→	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 10
x = 0	599	349	107	056	028	006	001	10
1	315	387	268	188	121	040	010	9
2	075	194	302	282	233	121	044	8
3	010	057	201	250	267	215	117	7
4	001	011	088	146	200	251	205	6
5	0+	001	026	058	103	201	246	5
6	0+	0+	006	016	037	111	205	4
7	0+	0+	001	003	009	042	117	3
8	0+	0+	0+	0+	001	011	044	2
9	0+	0+	0+	0+	0+	002	010	1
10	0+	0+	0+	0+	0+	0+	001	0 = x
n = 10	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	←p

p→	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 11
x = 0	569	314	086	042	020	004	0+	11
1	329	384	236	155	093	027	005	10
2	087	213	295	258	200	089	027	9
3	014	071	221	258	257	177	081	8
4	001	016	111	172	220	236	161	7
5	0+	002	039	080	132	221	226	6
6	0+	0+	010	027	057	147	226	5
7	0+	0+	002	006	017	070	161	4
8	0+	0+	0+	001	004	023	081	3
9	0+	0+	0+	0+	001	005	027	2
10	0+	0+	0+	0+	0+	001	005	1
11	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0 = x
n = 11	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	←p

p→	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 12
x = 0	540	282	069	032	014	002	0+	12
1	341	377	206	127	071	017	003	11
2	099	230	283	232	168	064	016	10
3	017	085	236	258	240	142	054	9
4	002	021	133	194	231	213	121	8
5	0+	004	053	103	158	227	193	7
6	0+	0+	016	040	079	177	226	6
7	0+	0+	003	011	029	101	193	5
8	0+	0+	001	002	008	042	121	4
9	0+	0+	0+	0+	001	012	054	3
10	0+	0+	0+	0+	0+	002	016	2
11	0+	0+	0+	0+	0+	0+	003	1
12	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0 = x
n = 12	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	←p

p→	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 13
x = 0	513	254	055	024	010	001	0+	13
1	351	367	179	103	054	011	002	12
2	111	245	268	206	139	045	010	11
3	021	100	246	252	218	111	035	10
4	003	028	154	210	234	184	087	9
5	0+	006	069	126	180	221	157	8
6	0+	001	023	056	103	197	209	7
7	0+	0+	006	019	044	131	209	6
8	0+	0+	001	005	014	066	157	5
9	0+	0+	0+	001	003	024	087	4
10	0+	0+	0+	0+	001	006	035	3
11	0+	0+	0+	0+	0+	001	010	2
12	0+	0+	0+	0+	0+	0+	002	1
13	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0 = x
n = 13	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	←p

Tabela I — Distribuição Binomial (continuação)

p →	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 14
x = 0	488	229	044	018	007	001	0+	14
1	359	356	154	083	041	007	001	13
2	123	267	250	180	113	032	006	12
3	026	114	250	240	194	065	022	11
4	004	035	172	220	229	155	061	10
5	0+	006	066	147	196	207	122	9
6	0+	001	032	073	126	207	183	8
7	0+	0+	009	028	062	157	209	7
8	0+	0+	002	008	023	092	183	6
9	0+	0+	0+	002	007	041	122	5
10	0+	0+	0+	0+	001	014	061	4
11	0+	0+	0+	0+	0+	003	022	3
12	0+	0+	0+	0+	0+	001	006	2
13	0+	0+	0+	0+	0+	v	001	1
14	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0 = x
n = 14	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	← p

p →	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 15
x = 0	463	206	035	013	005	0+	0+	15
1	366	343	132	067	031	005	0+	14
2	135	267	231	156	092	022	003	13
3	031	129	250	225	170	063	014	12
4	005	043	188	225	219	127	042	11
5	001	010	103	165	206	186	092	10
6	0+	002	043	092	147	207	153	9
7	0+	0+	014	039	081	177	196	8
8	0+	0+	003	013	035	118	196	7
9	0+	0+	001	003	012	061	153	6
10	0+	0+	0+	001	003	024	092	5
11	0+	0+	0+	0+	001	007	042	4
12	0+	0+	0+	0+	0+	002	014	3
13	0+	0+	0+	0+	0+	0+	003	2
14	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0+	1
15	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0 = x
n = 15	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	← p

p →	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 16
x = 0	440	185	028	010	003	0+	0+	16
1	371	329	113	053	023	003	0+	15
2	146	275	211	134	073	015	002	14
3	036	142	246	208	146	047	009	13
4	006	051	200	225	204	101	028	12
5	001	014	120	180	210	162	067	11
6	0+	003	055	110	165	198	122	10
7	0+	0+	020	052	101	189	175	9
8	0+	0+	006	020	049	142	196	8
9	0+	0+	001	006	019	084	175	7
10	0+	0+	0+	001	006	039	122	6
11	0+	0+	0+	0+	001	014	067	5
12	0+	0+	0+	0+	0+	004	028	4
13	0+	0+	0+	0+	0+	001	009	3
14	0+	0+	0+	0+	0+	0+	002	2
15	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0+	1
16	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0 = x
n = 16	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	← p

p →	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 19
x = 0	377	135	014	004	001	0+	0+	19
1	377	285	068	027	009	001	0+	18
2	179	285	154	060	036	005	0+	17
3	053	180	218	152	067	017	002	16
4	011	080	218	202	149	047	007	15
5	002	027	164	202	192	093	022	14
6	0+	007	095	157	192	145	052	13
7	0+	001	044	097	153	180	096	12
8	0+	0+	017	049	098	180	144	11
9	0+	0+	005	020	051	146	176	10
10	0+	0+	001	007	022	093	178	9
11	0+	0+	0+	002	008	145	144	8
12	0+	0+	0+	0+	002	180	096	7
13	0+	0+	0+	0+	001	180	052	6
14	0+	0+	0+	0+	0+	146	022	5
15	0+	0+	0+	0+	0+	098	007	4
16	0+	0+	0+	0+	0+	053	002	3
17	0+	0+	0+	0+	0+	024	0+	2
18	0+	0+	0+	0+	0+	008	0+	1
19	0+	0+	0+	0+	0+	002	0+	0 = x
n = 19	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	← p

p →	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 18
x = 0	397	150	018	006	002	0+	0+	18
1	376	300	061	034	013	001	0+	17
2	168	284	172	096	046	007	001	16
3	047	168	230	170	105	025	003	15
4	009	070	215	213	168	061	012	14
5	001	022	151	199	202	115	033	13
6	0+	005	062	144	187	166	071	12
7	0+	001	035	082	138	189	121	11
8	0+	0+	012	038	081	173	167	10
9	0+	0+	003	014	039	128	185	9
10	0+	0+	001	004	015	077	167	8
11	0+	0+	0+	001	005	037	121	7
12	0+	0+	0+	0+	001	015	071	6
13	0+	0+	0+	0+	0+	004	033	5
14	0+	0+	0+	0+	0+	001	012	4
15	0+	0+	0+	0+	0+	0+	003	3
16	0+	0+	0+	0+	0+	0+	001	2
17	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0+	1
18	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0 = x
n = 18	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	← p

p →	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	n = 17
x = 0	418	167	023	008	002	0+	0+	17
1	374	315	096	043	017	002	0+	16
2	158	280	191	114	058	010	001	15
3	041	156	239	189	125	034	005	14
4	008	060	209	221	187	060	018	13
5	001	017	136	191	208	138	047	12
6	0+	004	068	128	178	184	094	11
7	0+	001	027	067	120	193	148	10
8	0+	0+	008	028	064	161	185	9
9	0+	0+	002	009	028	107	185	8
10	0+	0+	0+	002	009	067	148	7
11	0+	0+	0+	001	003	024	094	6
12	0+	0+	0+	0+	001	008	047	5
13	0+	0+	0+	0+	0+	002	018	4
14	0+	0+	0+	0+	0+	0+	005	3
15	0+	0+	0+	0+	0+	0+	001	2
16	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0+	1
17	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0 = x
n = 17	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	0,50	← p

Referências Bibliográficas

- BUSSAB, Wilton de Oliveira; MORETTIN, Pedro Alberto. Estatística básica. 8. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.
- LAPPONI, Juan Carlos. Estatística usando Excel. 4. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2005.