

# **Отчет по лабораторной работе №6**

**Задача об эпидемии**

Горбунова Ярослава Михайловна

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
2.1	Постановка задачи. Задача об эпидемии (Вариант 23) . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>11</b>
<b>6</b>	<b>Список литературы</b>	<b>12</b>

## List of Tables

# List of Figures

4.1	рис.1: Код программы для построения графиков модели . . . . .	9
4.2	рис.2: Графики изменения числа особей в каждой из трёх групп для первого случая . . . . .	10
4.3	рис.3: Графики изменения числа особей в каждой из трёх групп для второго случая . . . . .	10

# 1 Цель работы

1. Изучить задачу об эпидемии
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трёх групп: восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи; инфицированные особи (распространители инфекции); здоровые особи с иммунитетом к болезни. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в двух случаях.

## 2 Задание

### 2.1 Постановка задачи. Задача об эпидемии (Вариант 23)

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N = 10850$ ) в момент начала эпидемии ( $t = 0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0) = 209$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 42$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0) = N - I(0) - R(0)$  [2].

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если  $I(0) \leq I^*$
2. если  $I(0) > I^*$

### 3 Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначающаяся через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни [1].

До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, & \text{если } I(t) > I^* \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases} \quad (1)$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I, & \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases} \quad (2)$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I \quad (3)$$

Постоянные пропорциональности  $\alpha, \beta$  - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t = 0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$  соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:  $I(t) \leq I^*$  и  $I(t) > I^*$ .



## 4 Выполнение лабораторной работы

Выполнение работы будем проводить, используя OpenModelica.

Напишем программу для построения графиков изменения числа особей в каждой из трёх групп: восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи; инфицированные особи (распространители инфекции); здоровые особи с иммунитетом к болезни (рис.1).

```
1 model lab06
2
3   parameter Real N = 10850;
4   parameter Real I_0 = 209;
5   parameter Real R_0 = 42;
6   parameter Real a = 0.3;
7   parameter Real b = 0.8;
8
9   Real I(start = I_0);
10  Real R(start = R_0);
11  Real S(start = N - I_0 - R_0);
12
13  equation
14
15    der(R) = b*I;
16
17    // случай 1 - I(0) <= I^*
18    //der(S) = 0;
19    //der(I) = -b*I;
20
21    // случай 2 - I(0) > I^*
22    der(S) = -a*S;
23    der(I) = a*S - b*I;
24
25 end lab06;
```

Figure 4.1: рис.1: Код программы для построения графиков модели

Смоделируем графики изменения числа особей в каждой из трёх групп для первого случая (рис.2).

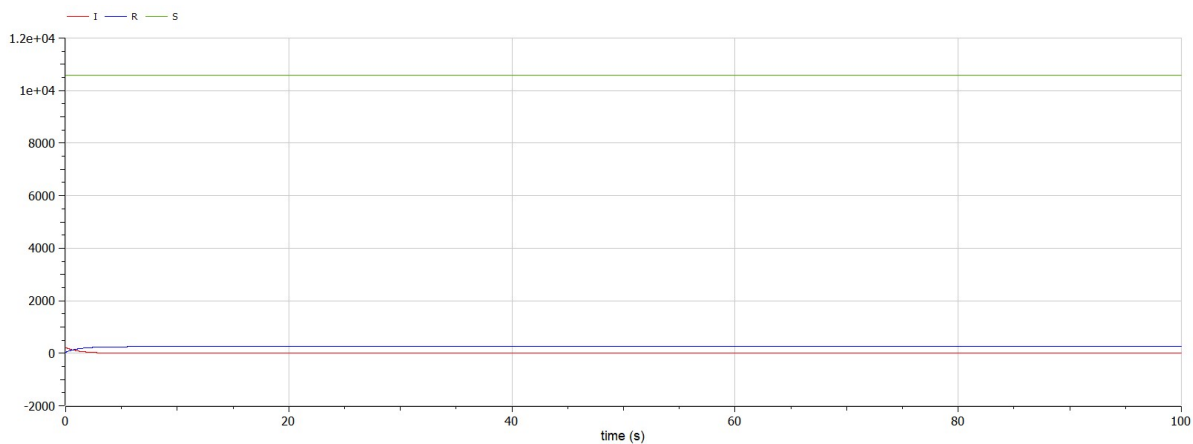


Figure 4.2: рис.2: Графики изменения числа особей в каждой из трёх групп для первого случая

Смоделируем графики изменения числа особей в каждой из трёх групп для второго случая (рис.3).

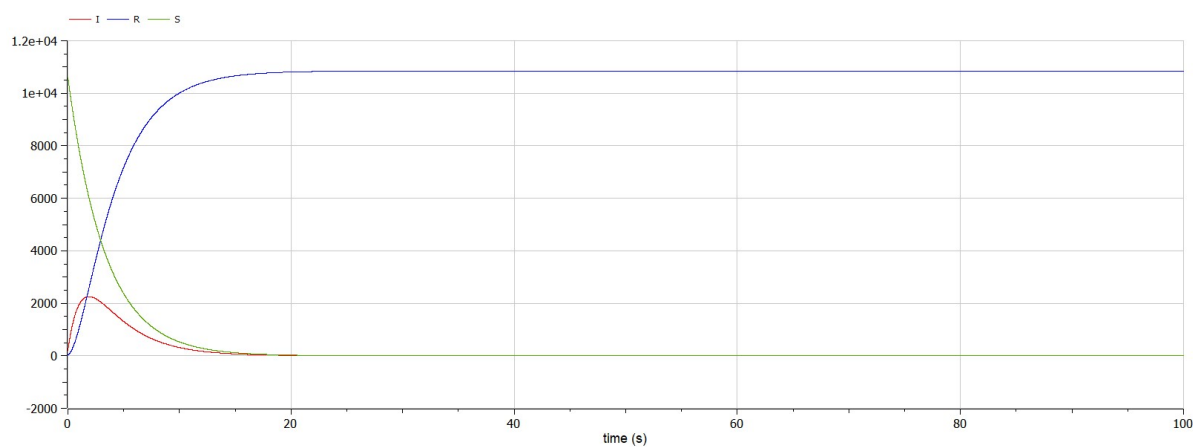


Figure 4.3: рис.3: Графики изменения числа особей в каждой из трёх групп для второго случая

## 5 Выводы

1. Изучена задача об эпидемии
2. Построены графики изменения числа особей в каждой из трёх групп: восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи; инфицированные особи (распространители инфекции); здоровые особи с иммунитетом к болезни. Рассмотрено, как будет протекать эпидемия в двух случаях.

## **6 Список литературы**

1. Методические материалы курса
2. Задания к лабораторной работе № 6 (по вариантам)