Technische Universität Dortmund
Fakultät Statistik

JProf. Dr. Antonia Arsova

Wintersemester 2019/20

JProf. Dr. Rainer Schüssler

Zeitreihenanalyse
Übungsblatt 5

Aufgabe 12 (Kern und Invarianten linearer Filter)
Betrachten Sie die folgenden endlichen linearen Filter:

- $W_1 = \frac{1}{8}B^2 + \frac{1}{4}B + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}B^{-1} + \frac{1}{8}B^{-2}$
- $W_2 = -\frac{21}{286}B^2 + \frac{84}{286}B + \frac{160}{286} + \frac{84}{286}B^{-1} - \frac{21}{286}B^{-2}$ (Henderson-5-Punkt-Filter)
- $W_3 = -\frac{3}{320}B^7 - \frac{6}{320}B^6 - \frac{5}{320}B^5 + \frac{3}{320}B^4 + \frac{21}{320}B^3 + \frac{46}{320}B^2 + \frac{67}{320}B + \frac{74}{320} + \frac{67}{320}B^{-1} + \frac{46}{320}B^{-2}$
  $+\frac{21}{320}B^{-3} + \frac{3}{320}B^{-4} - \frac{5}{320}B^{-5} - \frac{6}{320}B^{-6} - \frac{3}{320}B^{-7}$ (Spencer-15-Punkt-Filter)

(a) Bestimmen Sie den Kern und die Invariante der Filter W_1, W_2 und W_3. Berechnen Sie dazu die Nullstellen des charakteristischen Polynoms von W_1 bzw. von $\tilde{W}_1 = W_1 - 1$ von Hand (Zerlegung in Linearfaktoren, Polynomdivision), in allen anderen Fällen können Sie `R` verwenden.

<u>Hinweise:</u>

(1) Für die Berechnung der Nullstellen eines charakteristischen Polynoms können Sie auf in `R` implementierte Funktionen zurückgreifen. Hier könnte die Funktion `polyroot` hilfreich sein.

(2) Beachten Sie, dass sich der Winkel φ für die Polarkoordinatendarstellung einer komplexen Zahl $\lambda = a + bi$ folgendermaßen ergibt:

$$\varphi = \begin{cases} \arctan\left(\frac{b}{a}\right), & \text{für } a > 0 \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right) + \pi, & \text{für } a < 0,\ b \geq 0 \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right) - \pi, & \text{für } a < 0,\ b < 0\,. \\ \frac{\pi}{2}, & \text{für } a = 0,\ b > 0 \\ -\frac{\pi}{2}, & \text{für } a = 0,\ b < 0 \end{cases}$$

(b) Betrachten Sie den Datensatz `GermanUnemploymentQuarterly.xls` mit Quartalsdaten zur Arbeitslosigkeit in Deutschland von 1999 bis 2019.

Wenden Sie die Filter W_1, W_2 und W_3 auf die Zeitreihe an und stellen Sie die geglätteten Zeitreihen graphisch dar. Welche Auswirkung hat die Anwendung der Filter auf die Zeitreihe? Wie lässt sich dieses Resultat theoretisch erklären?

Aufgabe 13 (Linearer Filter mit vorgegebenen Eigenschaften)

Gibt es einen linearen Filter W, der die beiden folgenden Eigenschaften erfüllt?

(1) W lässt linearen Trend invariant.

(2) Alle Saisonfiguren der Periode 4 (und **nur** solche) werden eliminiert.

Falls ja, geben Sie W an. Falls nein, begründen Sie, warum ein solcher gleitender Durchschnitt nicht existiert.

Hinweis:

Ein gleitender Durchschnitt, der Saisonfiguren der Länge 4 eliminert, eliminiert natürlich auch Saisonfiguren der Länge 2. Diese Eigenschaft ist hier allerdings nicht von Bedeutung und muss nicht berücksichtigt werden. Es muss nur sichergestellt werden, dass der gleitende Durchschnitt nicht beispielsweise auch Saisonfiguren der Länge 3, 5, 8 oder andere eliminiert.