Technische Universität Dortmund
Fakultät Statistik

JProf. Dr. Antonia Arsova

Wintersemester 2019/20

JProf. Dr. Rainer Schüssler

Zeitreihenanalyse
Übungsblatt 1

Aufgabe 1 (Softwareaufgabe: Korrelogramme und Transformation von Zeitreihen)

Betrachten Sie die in folgenden Datensätzen enthaltenen Zeitreihen:
sonnenflecken.txt, *stromproduktion.txt* und *creditspreads.txt*.

(a) Beschreiben Sie die Zeitreihen mit Hilfe von Kenngrößen aus Abschnitt 1.2 der Vorlesung (arithmetisches Mittel, empirische Varianz, ...). Wie aussagekräftig sind diese Kenngrößen für die Beschreibung der vorliegenden Zeitreihen? Diskutieren Sie in diesem Zusammenhang auch die Notwendigkeit einer möglichen Transformation (Differenzenbildung, Wachstumsrate, Box-Cox-Transformation) der Zeitreihen.

(b) Lassen Sie sich von `R` die Werte der empirischen Autokorrelationsfunktionen der Zeitreihen aufzeichnen, indem Sie sich mit der Funktion `acf()` vertraut machen. Falls Sie dies für notwendig erachten, transformieren Sie die Zeitreihen, bevor die Werte der empirischen Autokorrelationsfunktion bestimmt werden. Kommentieren Sie Ihr Ergebnis.

Wie lassen sich die gestrichelten Linien, die mitgezeichnet werden, interpretieren?

Aufgabe 2 (Fehlspezifikation von additivem Komponentenmodell)

In dieser Aufgabe sollen die Auswirkungen von Fehlspezifikationen auf die Schätzung der Parameter in additiven Komponentenmodellen untersucht werden.

Betrachten Sie dazu zum einen das additive Komponentenmodell für Quartalsdaten mit linearem Trend

$$x_t = \beta_0 + \beta_1 t + \delta_1 s_t^{(1)} + \delta_2 s_t^{(2)} + \delta_3 s_t^{(3)} + \delta_4 s_t^{(4)} + u_t, t = 1, \dots, T \tag{1}$$

unter der Nebenbedingung $\sum_{j=1}^{4} \delta_j = 0$, mit $u = (u_1, \dots, u_T) \sim (0, \sigma^2 I_T)$. Unterstellen Sie dabei, dass $T = 4P$, wobei P die Anzahl der Perioden (Jahre) ist.

Betrachten Sie außerdem das klassische lineare Regressionsmodell mit linearem Trend

$$x_t = \beta_0 + \beta_1 t + e_t, \quad t = 1, \dots, T \quad \text{mit} \quad e = (e_1, \dots, e_T) \sim (0, \sigma^2 I_T). \tag{2}$$

(a) Nehmen Sie an, dass die Daten dem datengenerierenden Modell (1) folgen. Zeigen Sie, dass der KQ-Schätzer $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$ verzerrt ist, wenn anstatt (1) Modell (2) für die Anpassung an die Daten verwendet wird. Berechnen Sie den Bias von $\hat{\beta}$ explizit in Abhängigkeit von δ_1, δ_2 und δ_3.

(b) Nehmen Sie nun an, dass die Daten dem datengenerierenden Modell (2) folgen, Sie aber Modellgleichung (1) für die Schätzung verwenden. Zeigen Sie, dass der KQ-Schätzer $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$ in diesem Fall zwar unverzerrt ist, aber im Allgemeinen nicht effizient. Betrachten Sie dazu im speziellen die Varianz von $\hat{\beta}_1$ und vergleichen Sie diese mit der Varianz des gewöhnlichen KQ-Schätzers wenn Modell (2) für die Schätzung verwendet wird.

Aufgabe 3 (Trend- und Saisonfiguranpassung)

Der Datensatz `elec` aus dem `R`-Paket `fma` enthält Daten zur monatlichen Stromproduktion in Australien (in Millionen kWh) von 1956 bis 1995. Betrachten Sie für die Bearbeitung folgender Teilaufgaben nur diejenigen Jahre, in denen für jeden Monat ein Wert vorliegt.

(a) Stellen Sie die Zeitreihe graphisch dar und diskutieren Sie die Notwendigkeit einer Box-Cox-Transformation.

(b) Führen Sie eine Box-Cox-Transformation der Zeitreihe durch und vergleichen Sie die transformierte Zeitreihe mit der ursprünglichen Zeitreihe.

(c) Halten Sie die Anpassung eines linearen oder eines quadratischen Trends für sinnvoll? Schätzen Sie einen Trend der bevorzugten Ordnung aus der transformierten Zeitreihe und eliminieren Sie ihn anschließend.

(d) Stellen Sie die empirische Autokorrelationsfunktion der trendbereinigten Zeitreihe grafisch dar. Wählen Sie dabei das maximale Lag groß genug, um die Länge der Saisonfigur ablesen zu können.

(e) Schätzen Sie aus der trendbereinigten Zeitreihe eine Saisonfigur derjenigen Länge, die sie anhand der empirischen Autokorrelationsfunktion identifiziert haben. Berechnen sie dazu zunächst den globalen Mittelwert der trendbereinigten Zeitreihe und anschließend die Mittelwerte über die Beobachtungen aus den einzelnen Monaten. Die Differenzen zwischen den Monatsmitteln und dem Gesamtmittel dienen dann als Schätzer für die einzelnen Saisoneffekte.

(f) Schätzen Sie die Saisonfigur und den Trend der transformierten Zeitreihe aus (b) mit Hilfe der KQ-Methode und vergleichen Sie die Ergebnisse mit denen aus den vorherigen Aufgabenteilen.