FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Algorithmische Bestimmung von Teilchenflugbahnen durch inhomogene Magnetfelder

23. Januar 2018

Christian Peters

Motivation

- Planung physikalischer Experimente
  - Welche Ereignisse können auftreten?
  - Kann der Versuch in der Praxis durchgeführt werden?
- Computergestützte Simulation liefert Antworten
  - Ermöglicht das wiederholte Durchspielen eines Versuchs
- Enormes finanzielles Einsparpotential
  - Die Zeiten von „trial and error“ sind vorbei
  - Ein Versuch wird nur dann in der Praxis durchgeführt, wenn er vorher alle Simulationstests bestanden hat
- Wie entsteht ein solches Verfahren?

Motivation

- Magnetische Felder werden in vielen großen Versuchsaufbauten eingesetzt (CERN, IKP am FZJ, ...)
  - lenken freie Ladungsträger auf bestimmte Bahnen
  - ermöglichen Rückschlüsse auf Teilchenbeschaffenheit durch Analyse des Flugverhaltens
- Wie können diese Vorgänge simuliert werden?

Physikalische Grundlagen

Die Lorentz-Kraft

> proportional zur Ladung Q des Teilchens
> proportional zur Geschwindigkeit v
> senkrecht zur Bewegungsrichtung
> senkrecht zur Magnetfeldrichtung
> ändert sich abhängig vom Winkel α zwischen Teilchenbewegung und Magnetfeld
> Wirkungsrichtung? $\rightarrow$Linke-Hand-Regel

$$F_L = Q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$$

Physikalische Grundlagen

Die gleichförmige Kreisbewegung

> Körper muss durch Zentripetalkraft F auf Bahn gehalten werden
> F ist radial zum Mittelpunkt des Kreises gerichtet

$$F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$

> m ist die Masse des Körpers
> v ist die Bahngeschwindigkeit
> ω ist die Winkelgeschwindigkeit
> r ist der Radius der Kreisbahn

Physikalische Grundlagen

Beschreibung der Flugbahn

- Unterteilung von v in $v_\perp$ und $v_\parallel$
- $v_\parallel$ von Lorentz-Kraft unbeeinflusst, daher gleichförmige Bewegung
  - $S = v_\parallel \cdot t$
- auf $v_\perp$ wirkt Lorentz-Kraft wie Zentripetalkraft $\rightarrow$ Kreisbewegung
- durch Gleichsetzen und Umformen ergeben sich folgende Zusammenhänge:

$$r = \frac{m \cdot v_\perp}{Q \cdot B}$$

$$\omega = \frac{Q \cdot B}{m}$$

Aufbau des Verfahrens

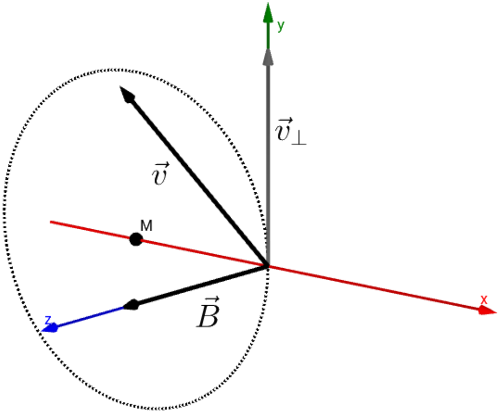

Abbildung: Das lokale Koordinatensystem des im Ursprung befindlichen Ladungsträgers mit Andeutung der Kreisbahn in der xy-Ebene.

Aufbau des Verfahrens

Die Flugbahn im lokalen Bezugssystem

- $v_{||}$ verfolgt gleichförmige Bewegung
- $v_{\perp}$ verfolgt Kreisbewegung in der *xy*-Ebene
- allgemeine Beschreibung von Kreisbewegungen in der Ebene:

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot \sin(\omega \cdot t) + M_x \\ r \cdot \cos(\omega \cdot t) + M_y \end{pmatrix}$$

- unter Verwendung der bisherigen Überlegungen ergibt sich konkret:

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot \sin(\omega \cdot t) - r \\ r \cdot \cos(\omega \cdot t) \\ \vec{v}_z \cdot t \end{pmatrix}$$

Aufbau des Verfahrens

Übertragung auf das globale Koordinatensystem

1. Transformation von $\vec{v}$ und $\vec{B}$ in das lokale Bezugssystem des Teilchens ($\rightarrow$ Basiswechsel)
2. Anwendung der hergeleiteten Zusammenhänge im lokalen System $\rightarrow$ neue Teilchenposition und Bewegungsrichtung
3. Rücktransformation ($\rightarrow$ Zurück zur alten Basis)

- Hierzu: Verwendung von orthogonalen Transformationen
  - Drehung von $\vec{v}$ und $\vec{B}$
- Eulersche Winkel
  - ermöglichen Drehungen um bereits gedrehte Achsen
- Wie lauten die Drehwinkel?

Aufbau des Verfahrens

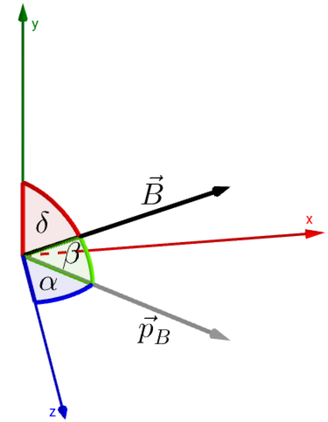

Abbildung: Illustration der Winkel α, β und δ, die zur Drehung der z-Achse benötigt werden.

Aufbau des Verfahrens

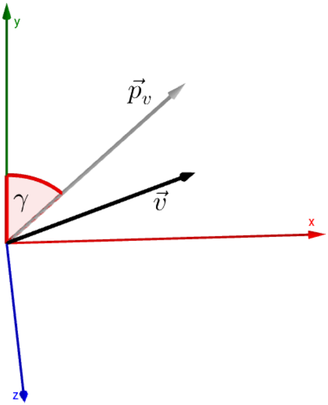

Abbildung: Darstellung des Winkels γ, welcher zur Transformation von $\vec{v}$ benötigt wird.

Aufbau des Verfahrens

Ausweitung auf inhomogene Magnetfelder

- lokale Approximation durch ein homogenes Magnetfeld
  - Diskretisierung des inhomogenen Feldes
- Berechnung der neuen Position in der lokalen Approximation
- Generierung einer neuen Approximation nach jedem Update von Position und Bewegungsrichtung
  - mehrere Iterationen
- Zeit t als Diskretisierungsparameter
  - wie „lange“ soll das lokal homogene Modell verwendet werden?
- je kleiner t, desto genauer das Verfahren
- Wann endet die Simulation?

Aufbau des Verfahrens

Abbruchkriterien

- Schnittpunkt der Flugbahn mit einer Ebene
  - Bestimmte Bereiche im Detektor können durch Ebenen abgetrennt werden
- Zurücklegen einer maximalen Distanz
  - Verwendung eines Bezugspunktes zur Berechnung der Entfernung
- Wechsel der Detektorgeometrie
  - Stop der Iteration bei Eintritt in irrelevante Detektorabschnitte
- Passieren eines bestimmten Ortes
  - Stop der Iteration wenn Distanz zu gegebenem Ort minimal wird
- logische Verknüpfungen der Bedingungen
- ...

Aufbau des Verfahrens

Der resultierende Algorithmus

- solange Abbruchbedingung nicht erfüllt:
    1. erfrage die Größen $\vec{B}$, $\vec{v}$, sowie die aktuelle Position
    2. berechne die Winkel für die Basistransformation
    3. führe den Basiswechsel durch
    4. berechne die neue Position in der lokalen Basis und aktualisiere die Richtung von $\vec{v}$
    5. transformiere zurück in die alte Basis
    6. speichere die neue Teilchenposition

Implementierung

- Was
- geht
- ab?

Ausblick

- Was
- geht
- ab?

Gerd Fischer. *Lernbuch Lineare Algebra und Analytische Geometrie*. 2. Aufl. Springer Vieweg, 2012. ISBN: 978-3-8348-2379-3.

Helmut Vogel. *Gerthsen Physik*. 20. Aufl. Springer-Verlag, 1999. ISBN: 3-540-65479-8.