

Algorithmische Bestimmung von Teilchenflugbahnen durch inhomogene Magnetfelder

24. Januar 2018

Christian Peters

Motivation

- > Planung physikalischer Experimente
 - > Welche Ereignisse können auftreten?
 - > Kann der Versuch in der Praxis durchgeführt werden?
- > computergestützte Simulation liefert Antworten
 - > ermöglicht das wiederholte Durchspielen eines Versuchs
- > enormes finanzielles Einsparpotential
 - > die Zeiten von „trial and error“ sind vorbei
 - > ein Versuch wird nur dann in der Praxis durchgeführt, wenn er vorher alle Simulationstests bestanden hat
- > Wie entsteht ein solches Verfahren?

Motivation

- > magnetische Felder werden in vielen großen Versuchsaufbauten eingesetzt (CERN, IKP am FZJ, ...)
 - > lenken freie Ladungsträger auf bestimmte Bahnen
 - > ermöglichen Rückschlüsse auf Teilchenbeschaffenheit durch Analyse des Flugverhaltens
- > Wie können diese Vorgänge simuliert werden?

Physikalische Grundlagen

Die Lorentz-Kraft

- > proportional zur Ladung Q des Teilchens
- > proportional zur Geschwindigkeit v
- > senkrecht zur Bewegungsrichtung
- > senkrecht zur Magnetfeldrichtung
- > ändert sich abhängig vom Winkel α zwischen Teilchenbewegung und Magnetfeld
- > Wirkungsrichtung? → Linke-Hand-Regel

$$F_L = Q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$$

Physikalische Grundlagen

Die gleichförmige Kreisbewegung

- > Körper muss durch Zentripetalkraft F auf Bahn gehalten werden
- > F ist radial zum Mittelpunkt des Kreises hin gerichtet

$$F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$

- > m ist die Masse des Körpers
- > v ist die Bahngeschwindigkeit
- > ω ist die Winkelgeschwindigkeit
- > r ist der Radius der Kreisbahn

Physikalische Grundlagen

Beschreibung der Flugbahn

- > Unterteilung von v in v_{\perp} und v_{\parallel}
- > v_{\parallel} von Lorentz-Kraft unbeeinflusst, daher gleichförmige Bewegung
 - > $S = v_{\parallel} \cdot t$
- > auf v_{\perp} wirkt Lorentz-Kraft wie Zentripetalkraft \rightarrow Kreisbewegung
- > durch Gleichsetzen und Umformen ergeben sich folgende Zusammenhänge:

$$r = \frac{m \cdot v_{\perp}}{Q \cdot B}$$

$$\omega = \frac{Q \cdot B}{m}$$

Aufbau des Verfahrens

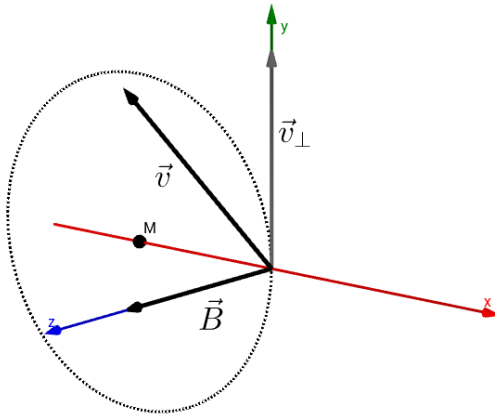


Abbildung: Das lokale Koordinatensystem des im Ursprung befindlichen Ladungsträgers mit Andeutung der Kreisbahn in der xy-Ebene.

Aufbau des Verfahrens

Die Flugbahn im lokalen Bezugssystem

- > v_{\parallel} verfolgt gleichförmige Bewegung
- > v_{\perp} verfolgt Kreisbewegung in der xy -Ebene
- > allgemeine Beschreibung von Kreisbewegungen in der Ebene:

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot \sin(\omega \cdot t) + M_x \\ r \cdot \cos(\omega \cdot t) + M_y \end{pmatrix}$$

- > unter Verwendung der bisherigen Überlegungen ergibt sich konkret:

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot \sin(\omega \cdot t) - r \\ r \cdot \cos(\omega \cdot t) \\ \vec{v}_z \cdot t \end{pmatrix}$$

Aufbau des Verfahrens

Übertragung auf das globale Koordinatensystem

1. Transformation von \vec{v} und \vec{B} in das lokale Bezugssystem des Teilchens (\rightarrow Basiswechsel)
2. Anwendung der hergeleiteten Zusammenhänge im lokalen System
 \rightarrow neue Teilchenposition und Bewegungsrichtung
3. Rücktransformation (\rightarrow Zurück zur alten Basis)
 - > Hierzu: Verwendung von orthogonalen Transformationen
 - > Drehung von \vec{v} und \vec{B}
 - > Eulersche Winkel
 - > ermöglichen Drehungen um bereits gedrehte Achsen
 - > Wie lauten die Drehwinkel?

Aufbau des Verfahrens

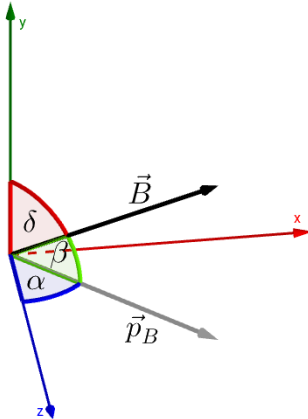


Abbildung: Illustration der Winkel α , β und δ , die zur Drehung der z -Achse benötigt werden.

Aufbau des Verfahrens

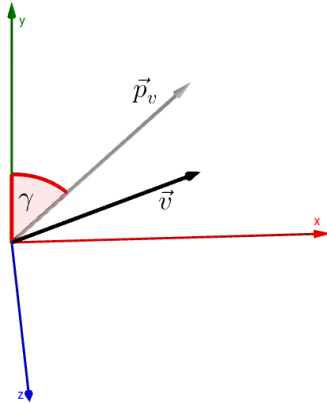


Abbildung: Darstellung des Winkels γ , welcher zur Transformation von \vec{v} benötigt wird.

Aufbau des Verfahrens

Ausweitung auf inhomogene Magnetfelder

- > lokale Approximation durch ein homogenes Magnetfeld
 - > Diskretisierung des inhomogenen Feldes
- > Berechnung der neuen Position in der lokalen Approximation
- > Generierung einer neuen Approximation nach jedem Update von Position und Bewegungsrichtung
 - > mehrere Iterationen
- > Zeit t als Diskretisierungsparameter
 - > wie „lange“ soll das lokal homogene Modell verwendet werden?
- > je kleiner t , desto genauer das Verfahren
- > Wann endet die Simulation?

Aufbau des Verfahrens

Abbruchkriterien

- > Schnittpunkt der Flugbahn mit einer Ebene
 - > Bestimmte Bereiche im Detektor können durch Ebenen abgetrennt werden
- > Zurücklegen einer maximalen Distanz
 - > Verwendung eines Bezugspunktes zur Berechnung der Entfernung
- > Wechsel der Detektorgeometrie
 - > Stop der Iteration bei Eintritt in irrelevante Detektorabschnitte
- > Passieren eines bestimmten Ortes
 - > Stop der Iteration wenn Distanz zu gegebenem Ort minimal wird
- > logische Verknüpfungen der Bedingungen
- > ...

Aufbau des Verfahrens

Der resultierende Algorithmus

- > solange Abbruchbedingung nicht erfüllt:
 1. erfrage die Größen \vec{B} , \vec{v} , sowie die aktuelle Position
 2. berechne die Winkel für die Basistransformation
 3. führe den Basiswechsel durch
 4. berechne die neue Position in der lokalen Basis und aktualisiere die Richtung von \vec{v}
 5. transformiere zurück in die alte Basis
 6. speichere die neue Teilchenposition

Implementierung

- > Programmiersprache: C++
 - > Speichereffizienz, Performanz und leichte Anbindung an bestehende Frameworks
- > Realisierung als statische Bibliothek
 - > ermöglicht bequeme Einbindung in den Linking-Prozess
 - > es müssen nur Bibliotheksdatei und Header-Dateien zur Verfügung stehen

Implementierung

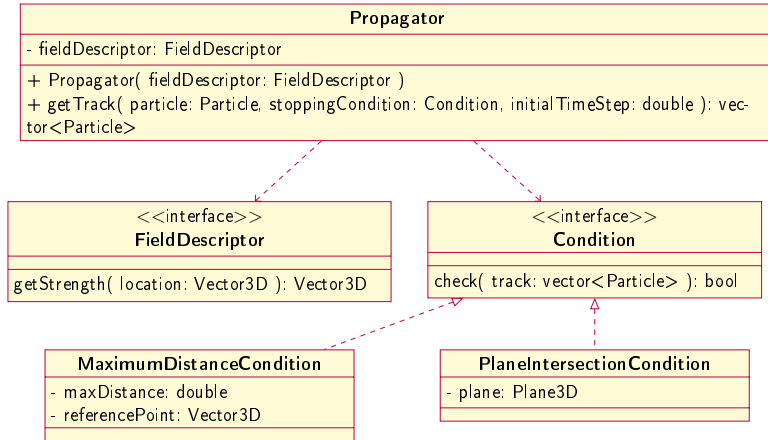


Abbildung: Die strukturelle Anordnung der wichtigsten Klassen und Schnittstellen.

Implementierung

Verwendete Entwicklerwerkzeuge

- > CMake (Cross-Platform Make)
 - > erkennt automatisch Abhängigkeiten zwischen den Quelldateien
 - > kann automatisch Makefiles erzeugen (auf Windows auch Visual Studio Projekte)
 - > ermöglicht unabhängige Verarbeitung von Softwarekomponenten
 - > getrenntes Übersetzen von Testfällen und Demonstrationsfällen
- > Google Test
 - > Unittest-Prinzip
 - > unabhängige Testfälle unabhängiger Komponenten
 - > leichte Durchführung von Regressionstests
- > Gnuplot
 - > eingesetzt zur Visualisierung der Demonstrationsfälle

Implementierung

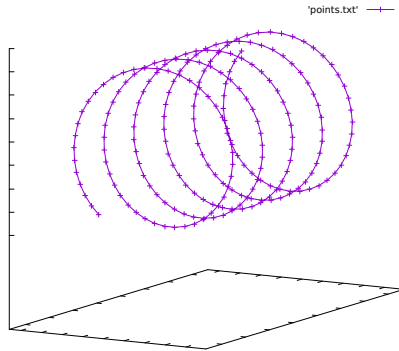


Abbildung: Die Schraubenlinien der Teilchenbewegung im homogenen Magnetfeld.

Implementierung

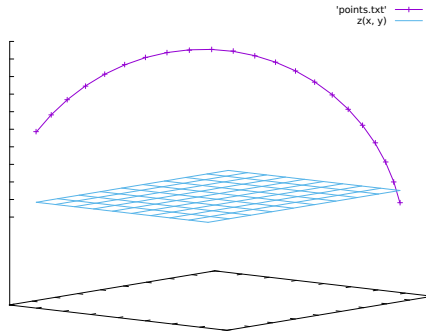


Abbildung: Die Simulation wird beendet, sobald das Teilchen die Ebene durchquert.

Implementierung

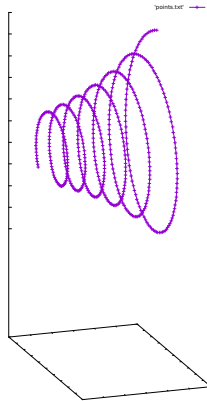


Abbildung: Die exponentiell abnehmende Feldstärke führt zu einer Vergrößerung des Radius.

Ausblick

- > Das Verfahren ist noch nicht perfekt
 - > echter Versuchsaufbau: kein perfektes Vakuum
 - > Wechselwirkungen mit anderen Teilchen sind möglich
 - > Wie verhält sich die Flugbahn bei anderen Materialien?
 - > Ansatz: Berechnung einer „mittleren Abweichung“ basierend auf stochastischen Zusammenhängen
- > Behandlung des Approximationsfehlers
 - > konkrete Fehlerschranken sind von Interesse
 - > Ansatz: Konstruktion eines adaptiven Verfahrens
 - > Verfeinerung der Schrittweite bis ein Toleranzkriterium erfüllt ist
 - > starke Feldänderung → feinere Unterteilung als bei geringerer Änderung
- > Gleichwohl: Solide Basis
 - > weitere Schritte können folgen
 - > mit C++ gut gewappnet für die Einbindung in bestehende Simulationsframeworks

Vielen Dank!

Vielen Dank für eure Zeit!



Gerd Fischer. *Lernbuch Lineare Algebra und Analytische Geometrie*. 2. Aufl. Springer Vieweg, 2012. ISBN: 978-3-8348-2379-3.



Helmut Vogel. *Gerthsen Physik*. 20. Aufl. Springer-Verlag, 1999. ISBN: 3-540-65479-8.