

V23 Quanten Analogien

Ziel der Arbeit

In diesem Versuch werden akustische Experimente mit Kugelresonatoren und einer Resonatorkette aus Aluminiumzylindern durchgeführt. Die Ergebnisse werden mit den quantenmechanischen Systemen eines Wasserstoffatoms, eines Wasserstoffmoleküls und eines 1-dim. Festkörpers verglichen. Die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen dem akustischem Modell und dem quantenmechanischen Modell werden erarbeitet.

Literatur

1. F. Ehlotzky, Angewandte Mathematik für Physiker, Springer Verlag, Berlin 2017
<https://www.ub.tu-dortmund.de/katalog/titel/HT015317081>
2. W. Demtröder, Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme/
Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper, Springer Verlag, Berlin 2016/2018.
<https://www.ub.tu-dortmund.de/katalog/titel/HT006217502>

Vorbereitung

Die Bearbeitung dieser Fragen soll Sie auf das Gespräch mit Ihrer Betreuerin / Ihrem Betreuer und die Versuchsdurchführung vorbereiten. Die benötigte Information sollen Sie in der angegebenen Literatur finden können.

1. Unter welchen Bedingungen bildet sich in einem Hohlzylinder eine stehende Welle aus? Wie lautet die Helmholtzgleichung eines Kugelkondensators? Wie lautet die Schrödingergleichung eines Elektrons im Wasserstoffatom? Vergleichen Sie die beiden Gleichungen. Welche Gemeinsamkeiten und welche Unterschiede weisen sie auf?
2. Was wird im Kugelresonator-Experiment gemessen?
3. Wie sehen die Energieeigenwerte eines Wasserstoffatoms und die Eigenfrequenzen eines spärlichen Hohlraumresonators aus? Welche Energiezustände (Quantenzahlen) kann ein Wasserstoffatom mit $n=4$ einnehmen? Welche Quantenzahl wird beeinflusst, wenn zwischen den Halbkugeln des Hohlraumresonators ein Ring eingesetzt wird? Wie lauten die ersten neun Legendrepolynome?
4. Erklären Sie anhand des akustischen Modells die Wellenfunktion eines Wasserstoffmoleküls. Wie werden die parallelen und antiparallelen Zustände im Experiment realisiert? Welche Quantenzahlen hat der $2\sigma_u$ -Zustand des Wasserstoffmoleküls?
5. Wie sieht das Bändermodell eines Festkörpers aus? Was sind erlaubte und verbotene Bänder im Festkörper? Wie sehen die Elektronenenergien in Abhängigkeit von der Wellenzahl k aus?
6. Was ist Dispersion? Erklären Sie die Dispersion einer Schallwelle und einer elektromagnetischen (optischen) Welle. Welches sind die Unterschiede und die Gemeinsamkeiten? Wie lautet die spektrale Funktion eines Überganges?

7. Welche Defekte können in einem Kristallgitter auftreten? Welche dieser Defekte können mit dem akustischem Modell realisiert werden?

Versuchsaufbau

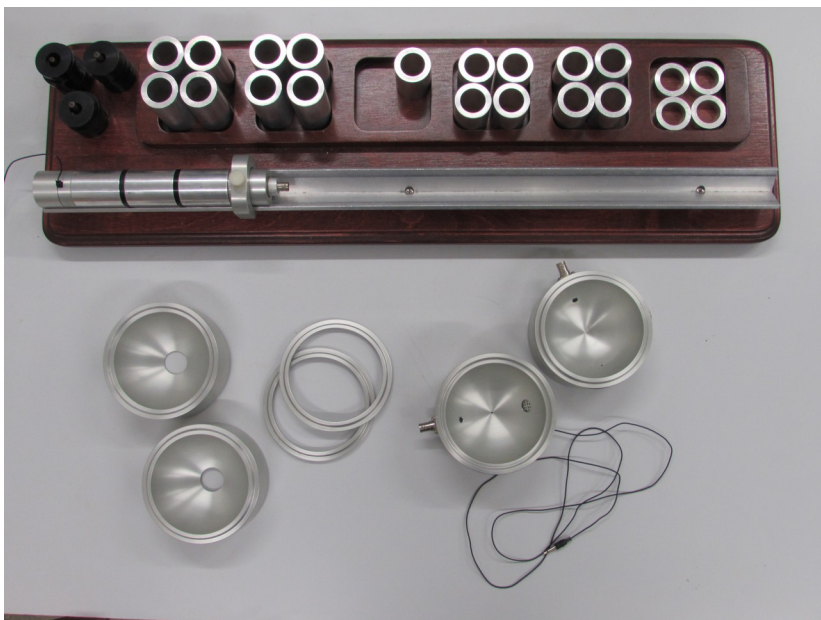
Der prinzipielle Aufbau des Versuches ist in der Abbildung unten zu sehen. Kernstück des Versuches ist die Steuerelektronik mit der sich der Lautsprecher und das Mikrofon der verschieden geformten Hohlraumresonatoren ansteuern lassen (siehe Abbildung). Für die Aufnahme eines Frequenzspektrums ist ein Frequenz-zu-Spannungs-Konverter in der Steuerelektronik integriert, um so ein Frequenzspektrum mit dem Oszilloskop oder einem PC aufzunehmen. Je nach Aufgabe wird ein Oszilloskop oder ein PC verwendet. Falls nicht explizit angegeben ist, mit welchem Gerät (Oszilloskop oder Computer) sie die Daten aufnehmen, können sie dies selber bestimmen. Mit einem Sinusgenerator können die Resonanzen in den Hohlraumresonatoren angeregt werden. **Achtung: Bei Aufgaben mit dem PC darf die Amplitude des Sinusgenerators maximal $A=0.5V$ betragen.** Für die Datenaufnahme mit dem Computer steht das Programm SpectrumSLC zur Verfügung.

Für die verschiedenen Aufgaben stehen unterschiedliche Hohlraumresonatoren zur Verfügung.

Das **Wasserstoffatom** wird durch einen Kugelresonator dargestellt, der aus zwei Halbkugeln zusammengesetzt ist. In der einen Halbkugel befindet sich ein Lautsprecher und in der anderen Halbkugel, die als untere Kugelhälfte verwendet wird, befindet sich ein Mikrofon. Lautsprecher und Mikrofon sind in einem Winkel von 45° Grad relativ zur Horizontalen eingebaut, sodaß sie sich bei einem Winkel von 180° Grad gegenüber stehen. Beachten Sie, daß der Winkel α , der auf der unteren Kugelhälfte angegeben ist, NICHT der Polarwinkel Θ der Kugelflächenfunktion ist!

Das **Wasserstoffmolekül** wird aus zwei Kugelresonatoren zusammengebaut. Hierzu stehen zwei weitere Halbkugeln mit je einer Öffnung zur Verfügung. Die beiden Halbkugeln werden so zwischen die Halbkugeln mit dem Lautsprecher und dem Mikrofon gesetzt, daß zwei Kugelresonatoren entstehen.

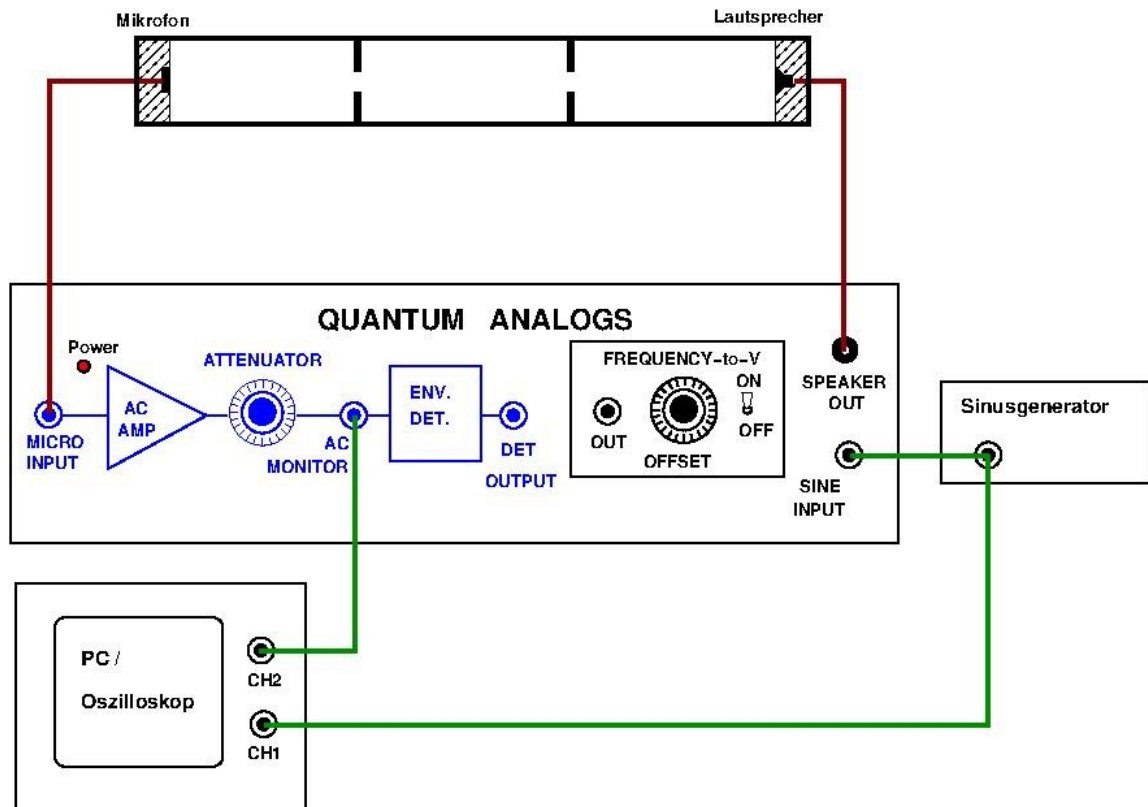
Der **1-dim Festkörper** wird mit Hilfe einer Kette bestehend aus Aluminiumzylindern und Blenden dargestellt. Es stehen Aluminiumzylinder und Blenden mit drei verschiedenen Längen bzw. Lochdurchmesser zur Verfügung.



Versuchsdurchführung

Vorbereitende Experimente: Verwenden Sie bei diesem Experiment Aluminiumzylinder mit einer Länge von 50mm und Blenden mit einem Durchmesser von 13mm.

1. Setzen Sie einen 50 mm Aluminiumzylinder zwischen Lautsprecher und Mikrofon und nehmen Sie eine Resonanz mit einem 2-Kanaloszilloskop auf. Stellen Sie dazu auf einem Kanal die Lautsprecherspannung und auf dem anderen Kanal die Mikrofonspannung dar. Erhöhen Sie die Schallfrequenz von 6,75kHz ausgehend, bis Sie auf die zweite Resonanz stoßen. Notieren Sie sich die Frequenz, die Amplitude und die Phasenverschiebung zu beiden Resonanzen. Wiederholen Sie die Messung an einem System aus zwei Aluminiumzylindern, drei Zylindern und so weiter. Was beobachten Sie? Tragen Sie die Resonanzfrequenzdifferenz als Funktion der Anzahl der Zylinder auf und bestimmen Sie hieraus die Schallgeschwindigkeit.
2. Beginnen Sie bei diesem Versuch wieder mit einem Zylinder und erhöhen Sie wie bei der letzten Aufgabe die Anzahl der Zylinder. Nehmen Sie die Frequenzspektren zuerst mit dem 2-Kanaloszilloskop auf und anschließend mit dem Computer. Das Oszilloskop muß dazu bei diesem Versuchsteil im xy-Mode betrieben werden. Auf die x-Achse wird der Ausgang des Frequenz-to-Amplitude Converters (1V entspricht 1kHz) gelegt und auf die y-Achse die Amplitude der Resonanzen. Nehmen Sie für eine verschiedene Anzahl an Zylindern ein Frequenzspektrum auf. Wiederholen Sie die Messungen mit dem Computer und vergleichen Sie die Ergebnisse.



Wasserstoffatom: Verwenden Sie für dieses Experiment die beiden Kugelhälften, die den Lautsprecher und das Mikrofon enthalten und setzen Sie die

Kugelhälften so aufeinander, daß sich Lautsprecher und Mikrofon gegenüber stehen ($\alpha = 180^\circ$ Grad).

1. Fahren Sie die Frequenz am Sinusgenerator von 100Hz bis 10kHz durch, beobachten Sie Frequenz, Amplitude und Phasenverschiebung mit Hilfe des 2-Kanaloszilloskops und notieren Sie sich die Resonanzfrequenzen und die zugehörigen Ordnungen.
2. Führen Sie die folgenden Messungen mit Hilfe des PCs durch. Nehmen Sie für den oben angegebenen Frequenzbereich ein hochaufgelöstes Frequenzspektrum bei einem Winkel $\alpha = 180^\circ$ Grad auf.
3. Messen Sie für mindestens 3 Resonanzen die Druckamplitude als Funktion des Drehwinkels. Variieren Sie den Winkel in 10° Grad Schritten von 0° Grad bis 180° Grad. Tragen Sie die Ergebnisse in einem Polarplot (Θ) auf und vergleichen Sie sie mit der Theorie.
4. Setzen Sie den 3mm Zwischenring zwischen die untere und obere Halbkugel und wählen Sie einen Winkel von 180° Grad. Vermessen Sie die Aufspaltung bei einer Resonanz von 2,1kHz oder 2,3kHz. Bestimmen Sie aus dem Frequenzspektrum die Aufspaltung der Peaks. Wiederholen Sie die Messung für alle Zwischenringe und deren Kombinationen und tragen Sie die Aufspaltung der Peaks gegen die Dicke der Ringe auf.
5. Vermessen Sie mit einem Zwischenring von 9mm die Winkelabhängigkeit der Amplitude. Wählen Sie hierzu wieder eine Resonanzfrequenz von 2,1kHz und 2,3kHz. Zu welchen Quantenzahlen (l und m) gehören die Resonanzen?

Wasserstoffmolekül: Setzen Sie für dieses Experiment die beiden Halbkugeln mit Loch zwischen die Halbkugeln mit Lautsprecher und Mikrofon ($\alpha = 180^\circ$ Grad), sodass zwei Kugelresonatoren entstehen, deren Resonanzen durch die Öffnung gekoppelt ist.

1. Messen Sie ein Frequenzspektrum bei einer Resonanz von 2,3kHz. Setzen Sie zwischen die beiden Kugelresonatoren eine Blende von 5mm, 10mm, 15mm und 20mm und nehmen Sie ein Frequenzspektrum auf. Tragen Sie die Resonanzfrequenzen als Funktion des Blendendurchmessers auf. Was ist zu beobachten?
2. Nehmen Sie eine Winkelverteilung mit einer beliebigen Blende bei einer Resonanz von 2,3kHz auf. Welchem Winkel entspricht der gemessene Winkel? Welche Quantenzahlen hat der vermessene Quantenzustand?

1-dim Festkörper: Bei diesen Experimenten wird eine Resonatorkette aus einer Kombination von Aluminiumzylindern und Irisblenden verwendet. Beginnen Sie mit einem Zylinder und erhöhen Sie die Anzahl Stück für Stück, sodass sie den Übergang von einem Atom über ein Molekül zu einem 1-dim. Festkörper beobachten können. Verwenden Sie bei diesem Versuch die Zylinder mit einer Länge von 50 mm und einer Blende mit einem Durchmesser von 13mm, solange keine andere Angabe gemacht wird.

1. Nehmen Sie für einen Zylinder ein Frequenzspektrum auf. Wiederholen Sie das Experiment mit 2 Zylindern und einer Blende. Wie ändert sich das Frequenzspektrum? Ergänzen Sie die Kette jeweils um eine Blende und einen Zylinder und beobachten Sie die Änderung des Spektrums bis die

Kette aus 12 Zylindern besteht. Wiederholen Sie das Experiment mit Blenden, die einen Durchmesser von 10mm haben. Was können Sie beobachten?

2. Ersetzen Sie einen der 12 Zylinder durch einen Zylinder mit einer Länge von 75mm. Nehmen Sie ein Frequenzspektrum auf. Ersetzen Sie dann den 75mm-Zylinder durch zwei 12,5mm-Zylinder. Was ändert sich?
3. Bauen Sie aus 12 Zylindern und 11 Blenden eine Kette auf. Die Durchmesser der Blenden sollten abwechselnd 13mm und 16mm sein. Was ist zu beobachten? Drücken Sie ihre Beobachtung in der Sprache der Festkörperphysik aus.