

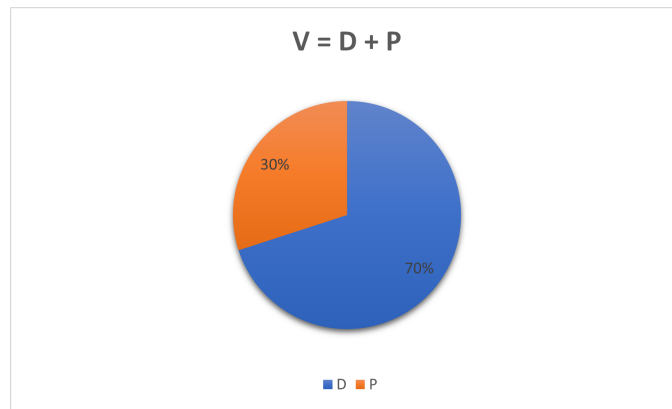
# APUNTES MODIGLIANI Y MILLER

Christian González I.

26 de marzo de 2022

## 1. Introducción

<sup>1</sup> Las empresas en todo momento se enfrentan a la disyuntiva de escoger la estructura de capital óptima, decidiendo entre deuda y patrimonio para hacer crecer el valor de esta, esta teoría se le denomina Teoría del pastel, para lo cual se debe recordar de que el valor de la firma está representado de la siguiente forma:



Si la meta de la administración de la firma es que esta sea tan valiosa como sea posible, entonces la firma deberá escoger la razón deuda-patrimonio que haga de que el pastel sea lo más grande posible, pero ¿por qué los inversionistas están interesados en maximizar el valor de la firma y no en maximizar el valor de los accionistas? esto debido a que cambios en la estructura beneficiará a los accionistas si y solo si el valor de la firma incrementa.

A continuación, resumiremos uno de los modelos más populares sobre valoración de empresa, el cual se le atribuye Modigliani-Miller que denotaremos como MM, para partir asumiremos de que no existen fricciones de mercados, todos los individuos son homogéneos y los flujos de caja son perpetuos, además nos encontramos en presencia de un mercado de capitales perfectos, el cual asume:

- Perfecta competencia (es decir todos tienen acceso a toda la información relevante para la toma de decisiones).
- No hay impuestos, o costos de transacción asociados a la comercialización de valores.
- Las decisiones de financiamiento de una compañía no cambian los flujos de efectivo generados por sus inversiones, ni tampoco revela información acerca de ellas.
- Los inversionistas y las empresas pueden comerciar el mismo conjunto de valores a un precio de mercado competitivo igual al valor presente de sus flujos de efectivo futuros. En otras palabras, las firmas y los inversionistas piden/prestan a la misma tasa.

---

<sup>1</sup>Cualquier consulta, recomendación o error mandar correo a [chgonzalez@fen.uchile.cl](mailto:chgonzalez@fen.uchile.cl)

## 2. Propositiones I & II de MM sin impuestos (1958)

La proposición I de MM nos dice que en un mercado de capitales perfecto, el valor total de una empresa es igual al valor de mercado del total de flujos de efectivo generados por sus activos y **no lo afecta la selección de su estructura de capital**. En otras palabras  $V_{s/d} = V_{c/d}$  en presencia de mercados perfectos.

### Demostración

Los accionistas en una firma reciben el siguiente flujo:

$$U AII - K_b D$$

Mientras que los bonistas reciben:

$$K_b D$$

Por lo tanto, el flujo de caja total de todos los participantes:

$$(U AII - K_b D) + K_b D$$

Por lo que el valor presente de los flujos es:

$$\underbrace{\left( \frac{U AII}{\rho} - \frac{K_b D}{K_b} \right) + \frac{K_b D}{K_b}}_{V_{c/d}} = \underbrace{\frac{U AII}{\rho}}_{V_{s/d}}$$

$$\therefore V_{c/d} = V_{s/d}$$

Como se puede observar, el valor de la empresa sin deuda es igual al valor actual de los flujos de cajas esperados  $E(ION)$  (la esperanza de los ingresos operacionales netos), los cuales se asumen constantes y perpetuos.

Puede ocurrir que en ocasiones, los inversionistas prefieran otra estructura de capital a la que ofrece la compañía, en dichas situaciones los inversionistas podrían obtener o conceder un préstamo obteniendo los mismo resultados, esto debido a que lo pueden hacer a la misma tasa que lo obtiene la empresa. Cuando los inversionistas emplean apalancamiento en sus carteras para ajustar la elección de la empresa, se dice que utilizan **apalancamiento interno** y esta elección no afecta al valor de la empresa, puesto de que con capitales perfectos las diferentes estructuras de capital no ofrecen un beneficio a los inversionistas.

A continuación hablaremos de la proposición II de MM la cual nos dice de que el costo de capital con deuda es igual al costo del capital con deuda más una prima por riesgo, la cual es proporcional a la razón a valor de mercado de deuda/capital. En otras palabras nos dice que el *leverage* incrementa el riesgo y el retorno para el inversionista:

$$K_p = \rho + \underbrace{\left( \frac{D}{P_{c/d}} \right) \cdot (\rho - K_b)}_{\text{Premio por riesgo financiero}}$$

En donde:

- $K_b$  es la tasa de interés (costo de la deuda).
- $K_p$  es el retorno sobre el patrimonio (costo patrimonial) exigida por los inversionistas.
- $\rho$  es el retorno sobre el patrimonio sin deuda (costo de capital propio) que exigen los inversionistas.
- $D$  es el valor de la deuda.
- $P_{c/d}$  y  $P_{s/d}$  es el valor del patrimonio con y sin deuda.

- $r_{wacc}$  es el costo promedio de la deuda y el patrimonio (sin impuestos) , el cual es de la forma :

$$r_{wacc} = \frac{D}{D+P}K_b + \frac{P}{D+P}K_p$$

Como no existen distorsiones  $r_{wacc} = \rho$ .

### Demostración

$$r_{wacc} = \frac{D}{D+P_{c/d}}K_b + \frac{P}{D+P_{c/d}}K_b \quad / \quad r_{wacc} = \rho$$

$$\rho = \frac{D}{D+P_{c/d}}K_b + \frac{P}{D+P_{c/d}}K_b \quad / \quad \cdot \frac{D+P_{c/d}}{P_{c/d}}$$

$$\rho \cdot \frac{D+P_{c/d}}{P_{c/d}} = \frac{D}{P_{c/d}}K_b + K_p$$

$$K_p = \rho \frac{P_{c/d}}{P_{c/d}} + \rho \frac{D}{P_{c/d}} - \frac{D}{P_{c/d}}K_b$$

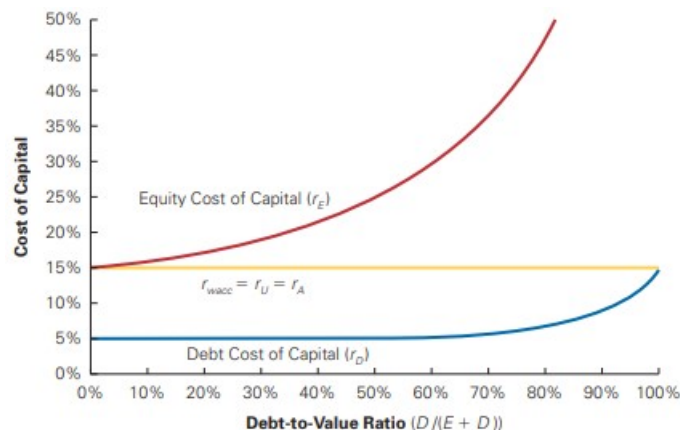
$$\therefore K_p = \rho + \frac{D}{P_{c/d}}(\rho - K_b)$$

Lo primero que se puede observar es que  $K_p > \rho$ , es decir la rentabilidad que exigen los accionistas sobre el patrimonio invertido en una empresa apalancada, es mayor a la exigida en una empresa sin deuda, esto debido a dos riesgos fundamentales:

**Riesgo operacional:** Este riesgo se encuentra en  $\rho$  y es consecuencias de los costos fijos operacionales y de la variabilidad de los ingresos operacionales. Y nos dice de que a medida que sus ingresos operacionales sean más volátiles estarán más expuestos a fluctuaciones negativas lo que podría llevar a situaciones en donde la firma no pueda cubrir sus costos, y por ende tendrá un riesgo operacional mayor.

**Riesgo financiero:** Este riesgo surge debido a que la deuda tiene prioridad sobre el patrimonio (puesto que constituye un pasivo exigible, mientras que el patrimonio es un pasivo no exigible).

La siguiente figura ilustra el apalancamiento de la compañía en términos de su razón de deuda a valor  $(D/(D+P))^2$ :



<sup>2</sup>Es importante comentar de que en el modelo M&M se asume que la deuda es libre de riesgo, no obstante este gráfico muestra que en cierto punto es riesgosa, lo correcto sería un gráfico lineal en donde  $r_D$  fuera constante.

Como se puede observar, a medida que aumento el nivel de deuda sobre el patrimonio, el costo de la deuda permanece constante hasta cierto punto, después de este punto la deuda empieza a ser riesgosa producto de que la posibilidad de *default* aumenta. Además, se refleja la mayor tasa exigida por los accionistas a medida que aumenta el apalancamiento de la empresa, esto debido a los riesgos nombrados anteriormente. La siguiente tabla muestra los flujos que resumen lo expuesto anteriormente:

E	D	$r_e$	$K_b$	$\frac{E}{E+D}$	$\frac{D}{E+D}$	$r_{wacc}$
1000	0	15 %	5 %	15 %	0 %	15 %
800	200	17,50 %	5 %	14 %	1 %	15 %
500	500	25 %	5 %	13 %	3 %	15 %
100	900	75 %	8,3 %	8 %	7 %	15 %

### 3. Proposiciones I , II y III MM con impuestos (1963)

A continuación, profundizaremos la discusión llevándola hacia un lado más empírico, hasta el momento hemos supuesto de que no existen distorsiones que puedan afectar a las decisiones de agencia de las empresas, no obstante esto es poco creíble, ya que por norma general existen impuestos adicionales que descuentan el flujo de efectivo causando diferentes efectos, esto lo profundizaremos partiendo de la base de añadir un impuesto corporativo, para lo cual haremos uso de MM para derivar un modelo de valoración.

La proposición I de MM con impuestos nos dice de que el valor de la firma se incrementa por el *leverage* financiero, por lo tanto:

$$V_{c/d} = V_{s/d} + t_c \cdot D$$

En donde  $t_c$  es la tasa de impuestos corporativos.

#### Demostración

Los accionistas de una empresa con apalancamiento reciben:

$$(UAI - K_b D) \cdot (1 - t_c)$$

Los bonistas a su vez reciben  $K_b D$ , por lo tanto el flujo de caja de todos los participantes es:

$$\begin{aligned}
 V_{c/d} &= (UAI - K_b D) \cdot (1 - t_c) + K_b D \\
 &= UAI \cdot (1 - t_c) - K_b D \cdot (1 - t_c) + K_b D \\
 &= \underbrace{UAI \cdot (1 - t_c)}_{V_{s/d}} + t_c K_b D - K_b D + K_b D \\
 &\therefore V_{c/d} = V_{s/d} + t_c D
 \end{aligned}$$

Para entender mejor esto, observemos el siguiente Flujo:

100 % Patrimonio			
	Recesión	Expansión	Esperado
UAI	\$1000	\$3000	\$2000
Intereses	0	0	0
UAI	\$1000	\$3000	\$2000
Impuestos (Tc=35 %)	\$350	\$1050	\$700
Flujo de caja accionistas	<b>\$650</b>	<b>\$1950</b>	<b>\$1300</b>

Con deuda			
	Recesión	Expansión	Esperado
UAI	\$1000	\$3000	\$2000
Intereses ( $800 \cdot 8\%$ )	\$640	\$640	\$640
UAI	\$360	\$2360	\$1360
Impuestos ( $T_c=35\%$ )	\$126	\$476	\$826
Flujo de caja total (accionistas y bonistas)	<b>\$874</b>	<b>\$2174</b>	<b>\$1524</b>

Como se puede observar, el flujo de caja total es mayor para el caso con deuda que sin, esto producto de que la deuda produce un **escudo tributario** ( $T_c \cdot D$ ) que le permite descontar los flujos antes del pago de intereses. Por lo tanto, la cantidad total disponible para *todos* los inversionista resulta ser más alta con apalancamiento que sin.

Antes de continuar, es necesario aclarar de que el escudo fiscal es algo que se valora a valor de mercado, esto debido a que es una mirada a futuro de cómo va a ser mi deuda o bien es una mirada a futuro de cómo va a ser mi ratio *deuda-patrimonio*, si bien no se ha explicitado es necesario comentar de que para poder evaluar correctamente a las empresas, debemos asumir al menos una de estas 3 cosas:

- El valor presente del escudo tributario con deuda constante en el tiempo:  $T_c D$ .
- El valor presente del ratio  $D/V$  es constante en el tiempo  $T_c \cdot \frac{K_b D}{\rho}$ .
- El valor presente del ratio  $D/V$  con crecimiento constante en el tiempo:  $T_c \cdot \frac{K_b D}{\rho - g} \quad \forall \quad \rho > g$

La proposición II de MM con impuesto nos dice de que algo del incremento del riesgo y del retorno patrimonial es compensado por el beneficio tributario de los intereses:

$$K_p = \rho + (\rho - K_b) \frac{D}{P_{c/d}} (1 - t_c)$$

### Demostración

Para empezar sabemos de que, por proposición número I tenemos:

$$V_{c/d} = P_{c/d} + D \quad / \quad V_{c/d} = V_{s/d} + t_c D$$

$$\longleftrightarrow P_{c/d} + D = V_{s/d} + t_c D$$

$$= V_{s/d} = P_{c/d} + (1 - t_c) D$$

Los flujos de caja desde cada lado del balance general deben ser iguales:

$$P \cdot K_p + D \cdot K_b = V_{s/d} \cdot \rho + D \cdot K_b \cdot t_c$$

$$\longrightarrow P_{c/d} \cdot K_p + D \cdot K_b = [P_{c/d} + D \cdot (1 - t_c)] \cdot \rho + D \cdot K_b \cdot t_c \quad / \quad \cdot \frac{1}{P_{c/d}}$$

$$= K_p + \frac{D}{P_{c/d}} K_b = \left[ 1 + \frac{D}{P_{c/d}} (1 - t_c) \right] \rho + \frac{D}{P_{c/d}} K_b \cdot t_c$$

$$K_p = \rho + \rho \frac{D}{P_{c/d}} (1 - t_c) - K_b \frac{D}{P_{c/d}} (1 - t_c)$$

$$\therefore K_p = \rho + (\rho - K_b) \frac{D}{P_{c/d}} (1 - t_c)$$

La proposición III nos dice de que cuando una empresa aumenta su apalancamiento, se le exige una menor tasa de costo de capital, por ende  $r_{wacc} < \rho$  debido al subsidio tributario por la deuda:

$$r_{wacc} = \rho \cdot \left[ 1 - t_c \cdot \left( \frac{D}{V} \right) \right]$$

### Demostración

Tenemos de que:

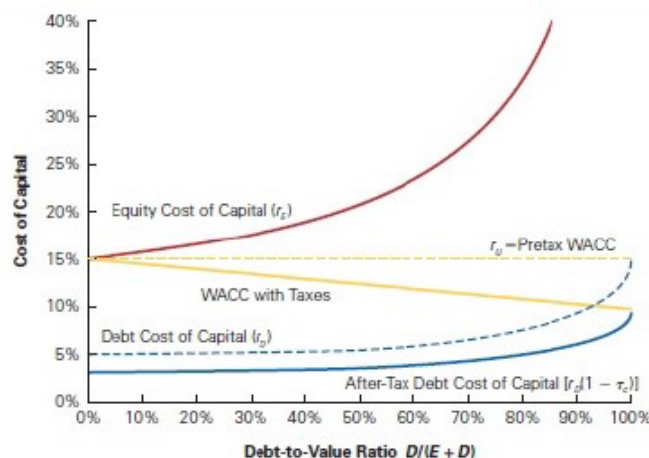
$$r_{wacc} = \frac{P}{D+P} \cdot K_p + \frac{D}{D+P} \cdot K_b \cdot (1 - t_c) \quad (1)$$

$$K_p = \rho + (\rho - K_b) \cdot \frac{D}{P} \cdot (1 - t_c) \quad (2)$$

Si introducimos la ecuación 2 en 1 tendremos de que:

$$\begin{aligned} r_{wacc} &= \frac{P}{D+P} \cdot \left[ \rho + (\rho - K_b) \cdot \frac{D}{P} \cdot (1 - t_c) \right] + \frac{D}{D+P} \cdot K_b \cdot (1 - t_c) \\ &= \frac{P}{D+P} \cdot \rho + \frac{P}{D+P} \cdot \frac{D}{P} \cdot (\rho - K_b) \cdot (1 - t_c) + \frac{D}{D+P} \cdot K_b \cdot (1 - t_c) \\ &= \frac{P}{D+P} \cdot \rho + \frac{D}{D+P} \cdot \rho \cdot (1 - t_c) - \frac{D}{D+P} \cdot K_b \cdot (1 - t_c) + \frac{D}{D+P} \cdot K_b \cdot (1 - t_c) \\ &= \frac{P}{D+P} \cdot \rho + \frac{D}{D+P} \cdot \rho - t_c \cdot \frac{D}{D+P} \cdot \rho \\ &= \rho \cdot \left[ \underbrace{\frac{D}{D+P} + \frac{P}{D+P}}_{=1} - t_c \cdot \frac{D}{D+P} \right] \\ \therefore r_{wacc} &= \rho \cdot \left[ 1 - t_c \cdot \frac{D}{D+P} \right] \end{aligned}$$

Si comparamos ambos escenarios podemos notar lo siguiente:

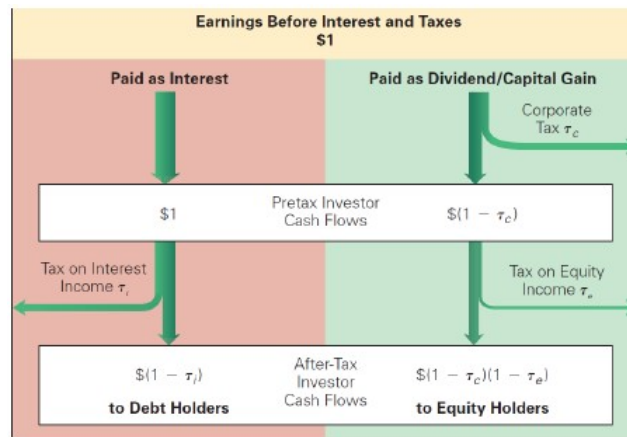


Como se puede observar, la deuda disminuye el costo promedio de la firma producto de la presencia del escudo tributario, por lo tanto a diferencia del escenario *pre-tax* la estructura de capital de la firma sí afectará el valor de esta.

### 3.1. Extensión del modelo: impuestos personales

Hasta el momento hemos trabajado con un solo impuestos, el cual es el corporativo, no obstante en el día a día nos encontramos de que existen diversos impuestos, los cuales permiten evaluar correctamente el impacto de adquirir deuda por parte de la empresa.

Para lo cual supongamos de que  $\tau_e$  es la tasa del impuestos a la ganancia/dividendos,  $\tau_i$  es la tasa del impuestos sobre los ingresos por interés, y  $\tau_c$  la tasa del impuesto corporativo, por lo tanto tendremos el siguiente *taming* de los flujos:



Como se puede observar en el gráfico, los flujos efectivos serán de la forma:

	Flujos de efectivo después de impuestos
Para los tenedores de la deuda	$1 - \tau_i$
Para los tenedores de las acciones	$(1 - \tau_c)(1 - \tau_e)$

Por lo tanto, los accionistas reciben:

$$\tau^* = \frac{(1 - \tau_i) - (1 - \tau_c)(1 - \tau_e)}{(1 - \tau_i)} = 1 - \frac{(1 - \tau_c)(1 - \tau_e)}{(1 - \tau_i)}$$

Este es el escudo fiscal efectivo, ya que incorpora otros tipos de impuestos, de esta ecuación se pueden desprender algunas cosas:

- En el caso de que la tasa de impuestos a las ganancias/dividendos, sea igual a la tasa de impuestos sobre los ingresos por interés, llegamos a que  $\tau^* = \tau_c$ . En el caso de que esto no se cumpla, tendremos que  $\tau^* < \tau_c$  es decir el beneficio tributario es menor, ya que el ingreso por acciones se agrava con menor rigor ( $\tau_i > \tau_e$ ), lo cual afectará a la valoración de las empresas.

## 4. Ejercicios

A continuación se presentarán un par de ejercicios, los cuales tienen la particularidad de ver qué sucede cuando se violan ciertos supuestos de mercado de capitales perfectos, como lo es el crecimiento del flujo de caja, la existencia de arbitraje por parte de los inversionistas.

### 4.1. Financiamiento con Patrimonio y Deuda en mercados perfectos

Industrias Acort es dueña de un activo que tiene 80% de probabilidad de valer \$50 millones en un año más. Y tiene un 20% de probabilidad de que pague \$20 millones el próximo año. La tasa libre de riesgo

es actualmente de 5% y Acort tiene un costo de capital de 10% (sin deuda). Acort opera en mercado de capitales perfectos.

- a.- Si Acort no tiene deuda determine el valor de su patrimonio.
- b.- Suponga ahora que Acort tiene deuda, la cual es un bono cero cupón con un valor nominal de \$20 millones y que se debe pagar el próximo año. ¿Cuál debería ser el costo de la deuda ( $R_d$  ó  $K_d$ )? Explique cómo llegó a su respuesta.
- c.- ¿Cuál debería ser el valor de mercado de la deuda y el valor del patrimonio?
- d.- ¿Cuál es el retorno exigido al patrimonio con deuda?
- e.- ¿Cuál sería el peor retorno que podrían tener los accionistas en un año si Acort se mantiene sin deuda y si decide tomar la deuda? Explique el efecto de la deuda en sus resultados.

#### 4.2. El WACC con títulos adicionales

Spiderman industries decide vender la empresa dividiendo los títulos en tres:

1. Acciones, las cuales tiene un pago de \$665 cuando los flujos de efectivos son altos y de \$ 375 cuando son bajos (ambos escenarios tiene la misma probabilidad).
2. Deuda de la cual tiene un monto total de \$500
3. Un tercer título denominado *Warrant* que paga \$210 cuando los flujos de la compañía son altos y \$ 0 cuando son bajos (ambos escenarios tiene la misma probabilidad), además el mercado los valoriza a un precio justo de \$60.

Considere que el valor de mercado de los activos es \$1000 y está en presencia de un mercado perfecto, donde la deuda no tiene riesgo.

- a.- Calcule el valor de mercado total del capital.
- b.- Con lo encontrado con anterioridad, calcule los rendimientos esperados de cada título, para lo cual asuma de que la deuda tiene un rendimiento esperado libre de riesgo de  $K_b = 5\%$ .
- c.- Con lo encontrado anteriormente, obtenga el  $r_{wacc}$  de la firma.

#### 4.3. Pago de deuda con emisión de acciones

Considere una empresa que genera flujos constantes y perpetuos por \$2.000. Usted sabe que los accionistas exigen una rentabilidad de 20%, dada la estructura de capital de esta empresa. Sobre esto último, le informan que la empresa posee una deuda perpetua de \$5.000 y el  $K_b$  asociado es de 5%. Finalmente, usted sabe que la empresa posee 2.500 acciones en circulación. Inicialmente, considere que la tasa de impuestos corporativos es 0%.

- a) ¿Cuál es el valor de esta empresa? Ayuda: recuerde que los flujos son constantes y perpetuos. Además, recuerde las características del patrimonio, esto le será útil para encontrar su valor.
- b) Calcule el valor de la acción, el costo de capital de la empresa sin deuda ( $\rho$ ) y el costo de capital promedio (WACC).
- c) Considere que la empresa realiza un cambio de estructura de capital. Para concretar esto, decide emitir \$1.000 más de acciones y con esto recomprar deuda. Calcule el nuevo valor del patrimonio, el valor de la empresa, el nuevo precio de la acción, el costo patrimonial y el WACC. ¿A qué se debe el cambio en el valor de  $K_p$ ?

Suponga que se incorpora un impuesto corporativo del 25%.



- d) Encuentre el nuevo valor de la empresa, el nuevo precio de la acción y el WACC (considere toda la información inicial del enunciado). ¿Encuentra alguna diferencia en el costo de capital estimado entre la pregunta b) y la que obtiene en esta pregunta? ¿A qué se debe esta diferencia?
- e) Nuevamente, evalúe un cambio en la estructura de capital. Esta vez se emite \$1.000 de acciones y se usa para recomprar deuda. Encuentre el nuevo valor de la empresa, valor de la acción y el costo de capital promedio.
- d) ¿Es razonable de que el inversionista mantenga su acción sabiendo el precio *ex-post* el pago de la deuda?, si su respuesta es negativa fundamente un mecanismo que pueda crear una empresa para que el precio sea justo.

#### 4.4. Recompra de acciones

Covid Industries posee 30 millones de acciones en circulación ,las cuales tienen un precio de mercado de \$20 cada una, además se sabe de que la compañía no cuenta con deuda. Suponga de que la gerencia plantea adquirir deuda permanente por un monto de 120 millones y utilizarla para la recompra de acciones en circulación por la misma cuantía.

Suponga  $t_c = 35\%$ .

- a.- Calcule el valor de la compañía sin apalancamiento, el valor del escudo tributario y el valor de la compañía con apalancamiento. Comente sobre los resultados encontrados.
- b.- Calcule el valor de capital propio de la empresa, la cantidad de acciones que se recomprarán, la cantidad de acciones que quedan en circulación y el precio de estas. Adicionalmente calcule la perdida/ganancia del inversionista que se queda con la acción. ¿Es razonable que un inversionista venda su acción al precio original?
- c.- Si su respuesta en el inciso anterior fue negativa de una posible solución a dicho problema. Comente los resultados.

#### 4.5. Evaluación del escudo fiscal con una razón objetivo de deuda/patrimonio y crecimiento constante

Dignidad Company espera tener flujos de efectivo libre de \$4.25MM para el año que viene, el cual se espera que crezca un 4 % cada año. Además la compañía tiene un costo de capital de 10 % y de 6 % para su deuda, por otro lado presenta una tasa corporativo del 35 %. Si Dignidad Company presenta una razón de deuda a patrimonio del 0,5.

- a.- ¿Cuál es su Wacc *pre y post tax*?
- b.- Usando los flujos de caja, calcule el valor de la empresa sin apalancamiento y con apalancamiento:
- c.- Con lo encontrado en el inciso anterior, calcule el beneficio del escudo tributario.

#### 4.6. Impuestos corporativos

Suponga que la tasa corporativa es del 35 % y los inversionistas pagan una tasa del 25 % sobre los ingresos por acciones y una tasa del 32,4 % sobre los ingresos por intereses. Su empresa decide agregar deuda para pagar \$ 30 millones adicionales en intereses cada año. Pagará este gasto recortando su dividendo.

- a.- ¿Cuánto recibirán los tenedores de deuda después de pagar impuestos sobre los intereses que devengan?
- b.- ¿En cuánto tendrá que recortar la empresa sus dividendos cada año para pagar este gasto por intereses?
- c.- ¿En qué medida este recorte en el dividendo reducirá los ingresos anuales después de impuestos de los accionistas?

- d.- ¿Cuánto menos recibirá el gobierno en ingresos fiscales totales cada año?
- e.- ¿Cuál es el beneficio fiscal efectivo de la deuda ?