

Ce TD a pour objectif d'introduire le type abstrait dictionnaire, et de voir comment utiliser la mise en œuvre de ce type abstrait en Python. On s'interdit d'utiliser des fonctions récursives dans ce TD.

Préambule : éléments de langage

Question 1

Donner une définition du terme **dictionnaire**.

Question 2

Donner une définition du terme **dict** ainsi qu'une ligne de code Python permettant de créer un **dict**.

Exercice 1 : conjecture de Syracuse

La conjecture de Syracuse est une conjecture mathématique célèbre qui considère la suite d'entiers définie par :

- ▶ u_0 quelconque
- ▶ si u_i est pair alors $u_{i+1} = u_i/2$
- ▶ sinon $u_{i+1} = 3*u_i + 1$

La conjecture postule que pour toute valeur entière strictement positive de u_0 , la suite finit toujours par atteindre la valeur 1.

Question 1

Écrire une fonction `calcule_prochain_syracuse` prenant en entrée u_i et renvoyant u_{i+1}

Question 2

Écrire une fonction `calcule_nb_etapes_avant_1` prenant en entrée u_0 et renvoyant le nombre d'étapes nécessaires avant d'atteindre 1. La fonction ne **doit pas être récursive**.

Question 3

À l'aide d'un dictionnaire, écrire une fonction `calcule_nb_etapes_avant_1_memoize` reprenant le code de `calcule_nb_etapes_avant_1` mais qui tire parti des résultats des appels précédents à la fonction. L'appel à la fonction `calcule_nb_etapes_avant_1_memoize` prenant en entrée u_0 devra ajouter **uniquement** la clef u_0 dans le dictionnaire.

Exercice 2 : fonctions injectives

On considère une fonction mathématique dont les résultats sont stockés dans un dictionnaire. Chaque élément du dictionnaire contient une valeur d'entrée de la fonction et la valeur de sortie associée. On suppose que le dictionnaire associe une valeur de sortie à chaque entrée possible.

Question 1

Écrire une fonction `est_injective(fonction_dict)` qui vérifie si la fonction représentée par le dictionnaire `fonction_dict` est injective ou non.

Exercice 3 : comment faire mieux ? (pour aller plus loin)

Question 1

Modifier la version avec memoisation de Syracuse pour stocker également tous les résultats intermédiaires.

Question 2

Modifier la fonction `est_injective` pour utiliser un `set` Python.

Exercice 4 : soyons fous (pour aller encore plus loin)

Question 1

Démontrer ou invalider la conjecture de Syracuse.