Bayes'sche Netze – Beispiel 1 (4 Punkte)

Gegeben ist folgendes Bayes'sches Netz samt (bedingter) Wahrscheinlichkeiten.

> Wie ist diese Confusion Matrix genau zu lesen? P(positiv|infiziert) oder P(infiziert|positiv)?
>
> Ist in den Folien nicht gekennzeichnet… Aber wenn man Folie 32 selbst genau mitrechnet, kann man nach langem Überlegen daraus shcließen, dass wohl P(positiv|infiziert) gemeint ist... P(X|Y) in confusion matrix: X==Reihe; Y==Spalte

infiziert	0.2
nicht_infiziert	0.8

Infektion	infiziert	nicht_infiziert
positiv	0.7	0.1
negativ	0.3	0.9

$$P(Y|X) = \frac{P(X|Y)\cdot P(Y)}{P(X)}$$

$$P(X) = \int_{\mathbb{R}} P(X|Y)\cdot P(Y)\,dx$$

Ihre Aufgaben: Beantworten Sie folgende Fragen. Geben Sie auch den Rechenweg an! Falls Sie die Wahrscheinlichkeit ohne Taschenrechner nicht ausrechnen können, dann geben Sie nur den Rechenweg an.

1. Eine nicht infizierte Person wird getestet. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit (in Prozent), dass das Testergebnis negativ ist? (1 Punkt)

$P(neg\,|\,n.inf) = \frac{P(n.inf\,|\,neg)\cdot P(neg)}{P(n.inf)}$

P(n.inf | neg) nicht gegeben

→ P(neg | n.inf) gegeben in Tabelle ⇒ 0,9 = $\boxed{90\%}$

(→ True negative Rate) prop. of negatives found

2. Angenommen es wird eine andere Person getestet, von der wir keine Information über den Infektionsstatus haben.
   a. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit (in Prozent), dass diese Person negativ getestet wird? (1 Punkt)

INF/N.INF = Unknown

P(neg) = ?

↑ testergebniss

$P(x) = \int_{\mathbb{R}} P(x|y)\cdot P(y)\,dx$

→ P(neg | inf) · P(inf) + P(neg | n.inf) · P(n.inf)

0,3 · 0,2 + 0,9 · 0,8 = 0,06 + 0,72 = 0,78 = $\boxed{78\%}$

   b. Angenommen diese Person wird negativ getestet. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit (in Prozent), dass diese Person nicht infiziert ist? (2 Punkte)

$P(n.inf\,|\,neg) = \frac{P(neg\,|\,n.inf)\cdot P(n.inf)}{P(neg)} = \frac{0{,}9\cdot 0{,}8}{0{,}78} = 0{,}9231 = \boxed{92{,}31\%}$

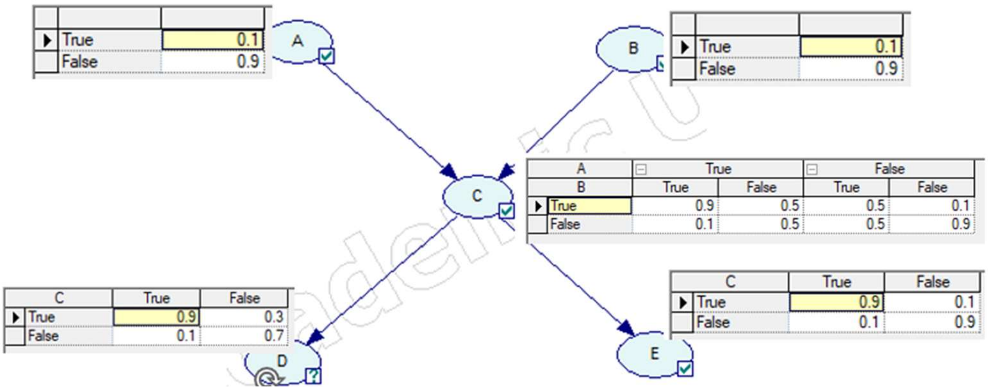
0,3 · 0,2 + 0,9 · 0,8

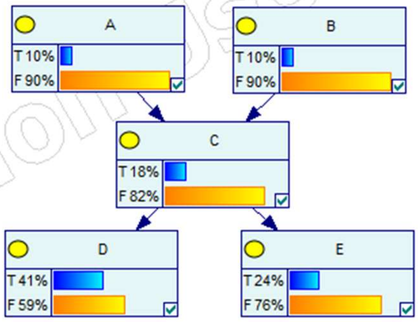
→ $\int_{\mathbb{R}} P(x|y)\cdot P(y)\,dx$

P(neg) → oben 0,78

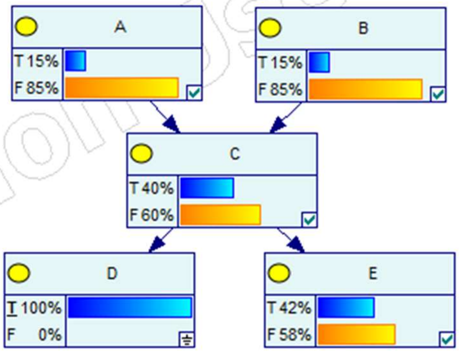
<u>Bayes'sche Netze – Beispiel 2 (6 Punkte)</u>

Gegeben ist folgendes Bayes'sches Netz samt (bedingter) Wahrscheinlichkeiten.





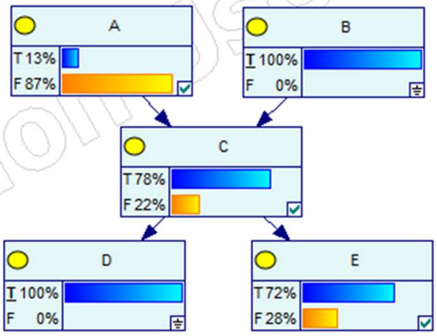
1. Angenommen wir wissen in einem Fall, dass D wahr ist (D=True). Welche Auswirkungen hat das auf die Wahrscheinlichkeit, dass die anderen Variablen wahr sind? Kreuzen Sie an! (2 Punkte)



Variable	Wahrscheinlichkeit steigt	Wahrscheinlichkeit sinkt	Wahrscheinlichkeit bleibt unverändert
A	X		
B	X		
C	X		
E	X		

2. Angenommen wir wissen zusätzlich, dass B wahr ist (D = True, B=True). Wie verändern sich dadurch die Wahrscheinlichkeiten, dass die anderen Variablen wahr sind, im Vergleich zum ersten Fall (D=True)? Kreuzen Sie an! (2 Punkte)

Variable	Wahrscheinlichkeit steigt	Wahrscheinlichkeit sinkt	Wahrscheinlichkeit bleibt unverändert
A		X	
C	X		
E	X		



3. Angenommen wir wissen, dass C wahr ist. Wenn wir jetzt erfahren, dass auch B wahr ist (C=true, B=true), wie verändern sich dadurch die Wahrscheinlichkeiten, dass die anderen Variablen wahr sind, im Vergleich zum Fall wo nur (C=true) bekannt ist? Kreuzen Sie an! (2 Punkte)

Variable	Wahrscheinlichkeit steigt	Wahrscheinlichkeit sinkt	Wahrscheinlichkeit bleibt unverändert
A		X	
D			X
E			X