Semantic AI
Wahrscheinlichkeit und Kausalität

Dr. Bernd Neumayr
Institut für Wirtschaftsinformatik – Data & Knowledge Engineering

Wahrscheinlichkeit und Kausalität
Das sollt ihr mitnehmen:

- **Zufallsvariablen** (Merkmale, Erscheinungen)
  - z.B. „die Sonne scheint“, „Peter ist glücklich“, „Jemand wird positiv auf Covid getestet“, „Jemand hat tatsächlich eine Covid-Infektion“
- **Wahrscheinlichkeiten**
  - die Wahrscheinlichkeit für Sonnenschein ist 72 %
  - die Wahrscheinlichkeit für „Peter ist glücklich“ ist 70 %
- **Bedingte Wahrscheinlichkeiten (Abhängigkeiten zwischen Zufallsvariablen)**
  - wenn die Sonne scheint, dann ist Peter mit Wahrscheinlichkeit von 87,5 % glücklich
  - wenn Peter glücklich ist, dann scheint die Sonne mit Wahrscheinlichkeit von 90 %
- Rechnen mit bedingten Wahrscheinlichkeiten: ***Bayes‘ Law***
- Bei Abhängigkeiten unterscheiden wir (siehe: ***Pearl‘s Ladder of Causation***)
  1. **Korrelation**: nur statistisch auf Basis von ***Beobachtung*** zu erfassender Zusammenhang zwischen Erscheinungen
  2. **Kausalität** (Ursache-Wirkung): mittels ***Intervention*** (z.B. mittels Randomized Controlled Trials) zu erfassen
  3. **Notwendige Ursache** vs **Hinreichende Ursache:** mit unserer ***Vorstellungskraft*** über ***Counterfactuals*** nachdenken: Wenn ich X nicht gemacht hätte, wäre Y trotzdem passiert? Wenn ich X getan hätte, wäre dann Y passiert?

JKU

Acting under Uncertainty

- Decision theory = probability theory + utility theory

- Principle of **maximum expected utility**
  An agent is rational if and only if it chooses the action that yields the highest expected utility, averaged over all the possible outcomes of the action

- Intelligent agent ‚knows' about possible world states and their probabilities and about effects of actions. Makes probabilistic predictions of action outcomes and selects action with highest expected utility.

Russel, Norvig: Artificial Intelligence – A Modern Approach. 4th Edition

What probabilities are about?

- Like logical assertions, probabilistic assertions are about possible worlds.
- Logical assertions say which possible worlds are strictly ruled out, probabilistic assertions talk about how probable the various worlds are.

Russel, Norvig: Artificial Intelligence – A Modern Approach. 4th Edition

Sample space and Probability Model

- The sample space is the set of all possible worlds.
- Two possible worlds cannot both be the case and one world must be the case
- If we roll a green dice and a red dice, there are 36 possible worlds: (1,1), (1,2), …, (6,6)
- A fully specified probability model associates a numerical propability between 0 and 1 with each possible world.

R	**G**	**P (R, G)**
1	1	1/36
1	2	1/36
2	1	1/36
1	3	1/36
…	…	…
6	6	1/36
		1

Russel, Norvig: Artificial Intelligence – A Modern Approach. 4th Edition

Probabilities of ‚Events'

- Probabilistic assertions and queries are typically not about particular possible worlds, but about sets of them.
- E.g., what is the probability, that the two dice add up to 9?
  - P(Total=9) = 0,111
- Such probabilites are called **unconditional** or **prior probabilities**

R	G	P (R, G)
3	6	1/36
6	3	1/36
4	5	1/36
5	4	1/36
		0,111

Russel, Norvig: Artificial Intelligence – A Modern Approach. 4th Edition

Evidence and conditional probability

- Most of the time some information, called **evidence**, has already been revealed
- For example the red dice may be showing a 5.
- What is the conditional or posterior probability of rolling a total of 9 given that the red dice shows a 5.
  - P(Total=9 | R=5)
  - „|“ is pronounced „given“

R	**G**	**P (Total=9 | R=5)**
5	1	1/6
5	2	1/6
5	3	1/6
5	**4**	**1/6**
5	5	1/6
5	6	1/6
		1

Russel, Norvig: Artificial Intelligence – A Modern Approach. 4th Edition

Independent variables

- R (red dice) and G (green dice) are **independent random variables**.
  - $P(R) = P(R \mid G)$
  - $P(G) = P(G \mid R)$
  - $P(G,R) = P(R)\,P(G)$

R	**P(R)**
1	1/6
2	1/6
…	
6	1/6
	1

R

G

G	**P(G)**
1	1/6
2	1/6
…	
6	1/6
	1

R	**G**	**P (R, G)**
1	1	1/36
1	2	1/36
…	…	…
6	6	1/36
		1

Beispiel zu Korrelation und Kausalität

Wahrscheinlichkeitsverteilung

Datum	H	S
1.1.2019	0	0
2.1.2019	1	1
3.1.2019	0	0
4.1.2019	1	1
5.1.2019	1	0
6.1.2019	0	1
…		
16.5.2022	1	0

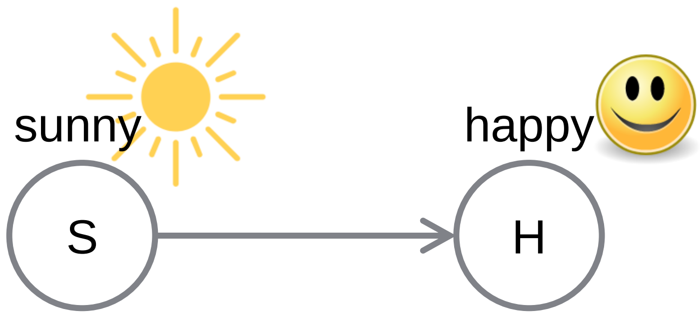
S	H	P (S , H)
0	0	0,210
0	1	0,070
1	0	0,090
1	1	0,630

- Bei einer langjährigen Beobachtungsstudie werden Peters Stimmung (glücklich H=1, nicht glücklich H=0) sowie das Wetter (sonnig S=1, nicht sonnig S=0) beim morgendlichen aus dem Haus gehen aufgezeichnet
- Die Daten lassen sich zu einer Wahrscheinlichkeitsverteilung aggregieren:
  - An 21 % der Tage scheint die Sonne nicht und Peter ist nicht glücklich. *P(S=0,H=0) = 0,21*
  - An 7 % der Tage scheint die Sonne nicht und Peter ist glücklich. *P(S=0,H=1) = 0,07*
  - An 9 % der Tage scheint die Sonne und Peter ist nicht glücklich. *P(S=1,H=0) = 0,09*
  - An 63 % der Tage scheint die Sonne und Peter ist glücklich. *P(S=1,H=1) = 0,63*

Beispiel zu Korrelation und Kausalität

Bedingte Wahrscheinlichkeiten (1/2)

S	P(S)
0	0,28
1	0,72



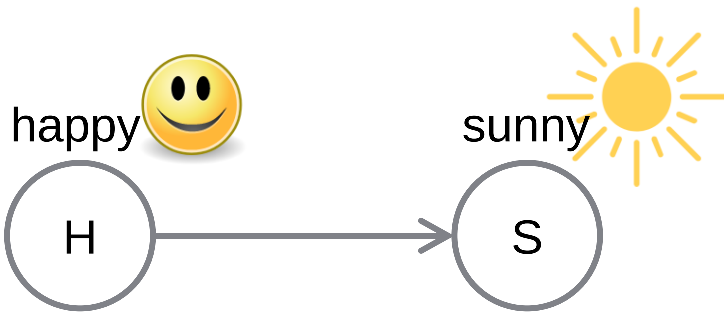
S	H	P(H | S)
0	0	0,750
0	1	0,250
1	0	0,125
1	1	0,875

- Aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung lassen sich folgende (bedingte) Wahrscheinlichkeiten ableiten:
- Wenn Peter in der Früh aus dem Haus geht, scheint zu 72 % die Sonne. $P(S=1) = 0{,}72$
- Wenn Peter in der Früh aus dem Haus geht und die Sonne scheint, ist er mit einer Wahrscheinlichkeit von 87,5 % glücklich. $P(H=1 \mid S=1) = 0{,}875$
- Wenn die Sonne nicht scheint, ist er mit einer Wahrscheinlichkeit von 25 % glücklich. $P(H=1 \mid S=0) = 0{,}25$

Beispiel zu Korrelation und Kausalität

Bedingte Wahrscheinlichkeiten (2/2)

H	P(H)
0	0,30
1	0,70



H	S	P(S | H)
0	0	0,70
0	1	0,30
1	0	0,10
1	1	0,90

- Kanten drücken Abhängigkeiten aus, dies müssen aber keine kausalen Abhängigkeiten sein. Aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung lassen sich auch folgende (bedingte) Wahrscheinlichkeiten ableiten:
- Wenn Peter in der Früh aus dem Haus geht, ist er an 70 % der Tage glücklich.
  $P(H=1) = 0{,}7$
- Wenn Peter in der Früh aus dem Haus geht und glücklich ist, scheint zu 90 % die Sonne.
  $P(S=1 \mid H=1) = 0{,}9$
- Wenn er unglücklich ist, scheint zu 30 % die Sonne.
  $P(S=1 \mid H=0) = 0{,}3$

Beispiel zu Korrelation und Kausalität
Kausalität?

- Wie wir gesehen haben, gibt es eine Korrelation (also einen statistischen Zusammenhang) zwischen Peters Stimmung und dem Wetter.
- Aber gibt es einen kausalen Zusammenhang (Ursache, Wirkung) zwischen Peters Stimmung und dem Wetter?

1. Beeinflusst Peters Stimmung ursächlich das Wetter?
2. Beeinflusst das Wetter ursächlich Peters Stimmung?
3. Gibt es andere Ursachen, z.B. die aktuelle Konstellation der Sterne, die sowohl Peters Stimmung als auch das Wetter beeinflussen?

Beispiel zu Korrelation und Kausalität
Kausalität?

1. Beeinflusst Peters Stimmung ursächlich das Wetter?

   Vermutlich nicht.

2. Beeinflusst das Wetter ursächlich Peters Stimmung?

   Ja, vermutlich.

3. Gibt es andere Ursachen, z.B. die aktuelle Konstellation der Sterne, die sowohl Peters Stimmung als auch das Wetter beeinflussen?

   Vermutlich nicht.

Beispiel zu Korrelation und Kausalität

Kausalität?

1. Beeinflusst Peters Stimmung ursächlich das Wetter?

   Vermutlich nicht.

2. Beeinflusst das Wetter ursächlich P timmung?

   Ja, vermutlich.

3. Gibt es andere U n, z.B. die aktuelle Konstellation der Sterne, die sowohl Peters Stim s auch das Wetter beeinflussen?

   Ve ch nicht.

Auf Basis der Beobachtungsdaten nicht beantwortbar.

Beispiel zu Korrelation und Kausalität
Kausalität?

1. Beeinflusst Peters Stimmung ursächlich das Wetter?
   Kausaler Zusammenhang lässt sich mit randomisierten Interventionen, do(H=0), do(H=1), ausschließen

2. Beeinflusst das Wetter ursächlich Peters Stimmung?
   Ja, vermutlich, aber kausaler Zusammenhang schwer nachweisbar. Interventionen (do(S=0), do(S=1)) nur gedanklich möglich.

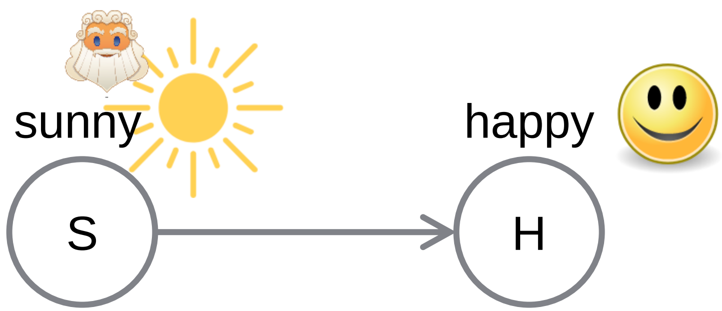
3. Gibt es andere Ursachen, z.B. die aktuelle Konstellation der Sterne, die sowohl Peters Stimmung als auch das Wetter beeinflussen?
   Vermutlich nicht. Aber schwer ausschließbar. Konzeptuell durch gottgleiche Interventionen (do(S=0), do(S=1)) diskutierbar.

Beispiel zu Korrelation und Kausalität
Kausalität und der do-Operator

- der do-Operator lässt uns gedanklich in jede Situation eingreifen und Zufallsvariablen direkt setzen

S	H	P(H | S)
0	0	0,750
0	1	0,250
1	0	0,125
1	1	0,875

S	P(S)
0	0,28
1	0,72

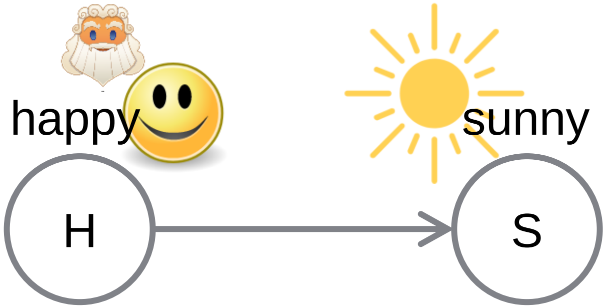


do(S)	H	P(H | do(S))
0	0	0,750
0	1	0,250
1	0	0,125
1	1	0,875

- Die Abhängigkeit zwischen Peters Stimmung und dem Wetter ist eine kausale Abhängigkeit, weil die bedingten Wahrscheinlichkeiten auch gelten, wenn wir gottgleich das Wetter direkt festlegen
- P(H | S) = P(H | do(S))

Beispiel zu Korrelation und Kausalität
Kausalität und der do-Operator

H	P(H)
0	0,30
1	0,70

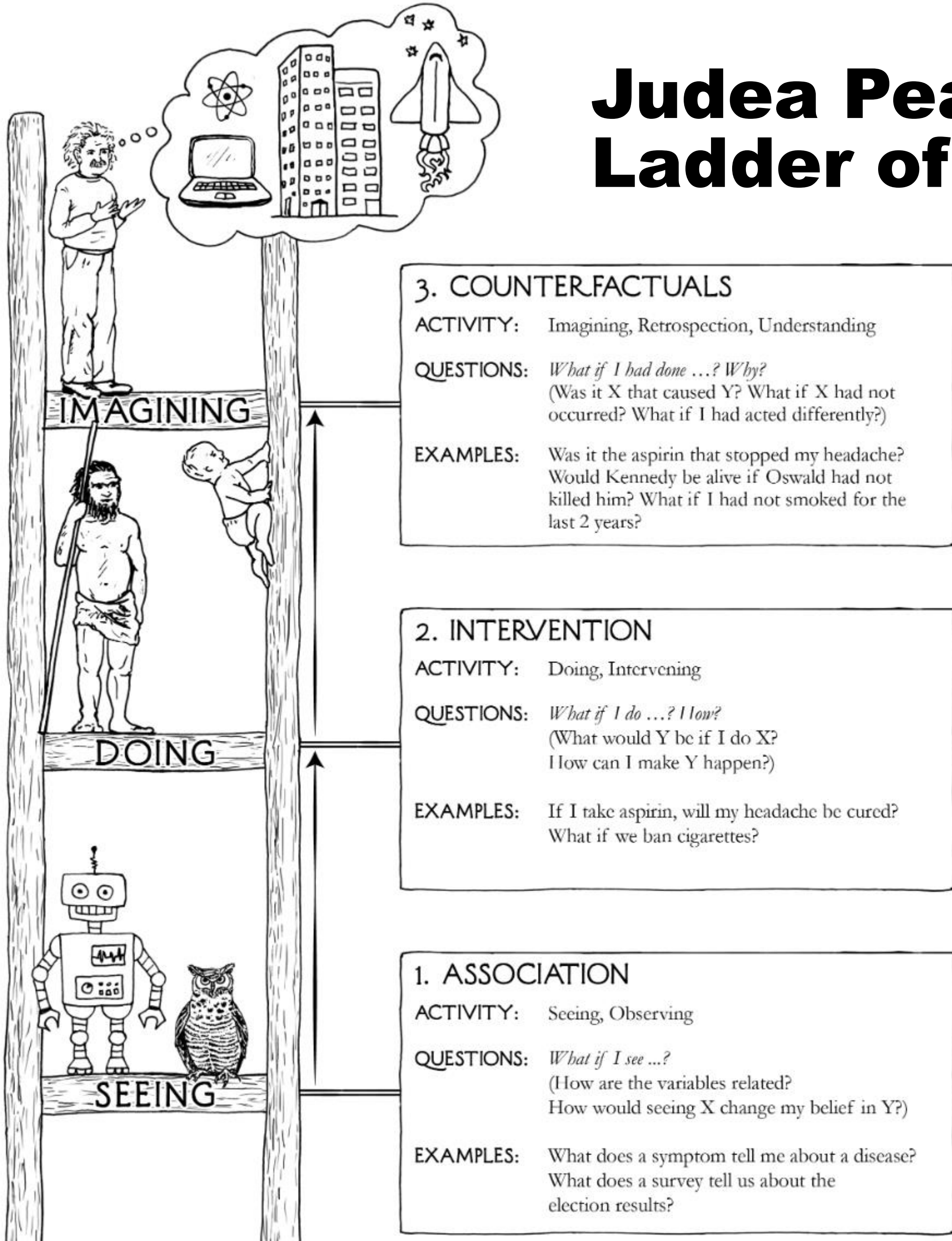


H	S	P(S | H)
0	0	0,70
0	1	0,30
1	0	0,10
1	1	0,90

do(H)	S	P(S | do(H))
0	0	0,28
0	1	0,72
1	0	0,28
1	1	0,72

- Wenn wir die Stimmung von Peter gottgleich direkt festlegen, dann gibt es keine Abhängigkeit mehr zwischen dem Wetter und Peters Stimmung
- P(S) = P(S | do(H))
- Wetter ist kausal unabhängig von Peters Stimmung

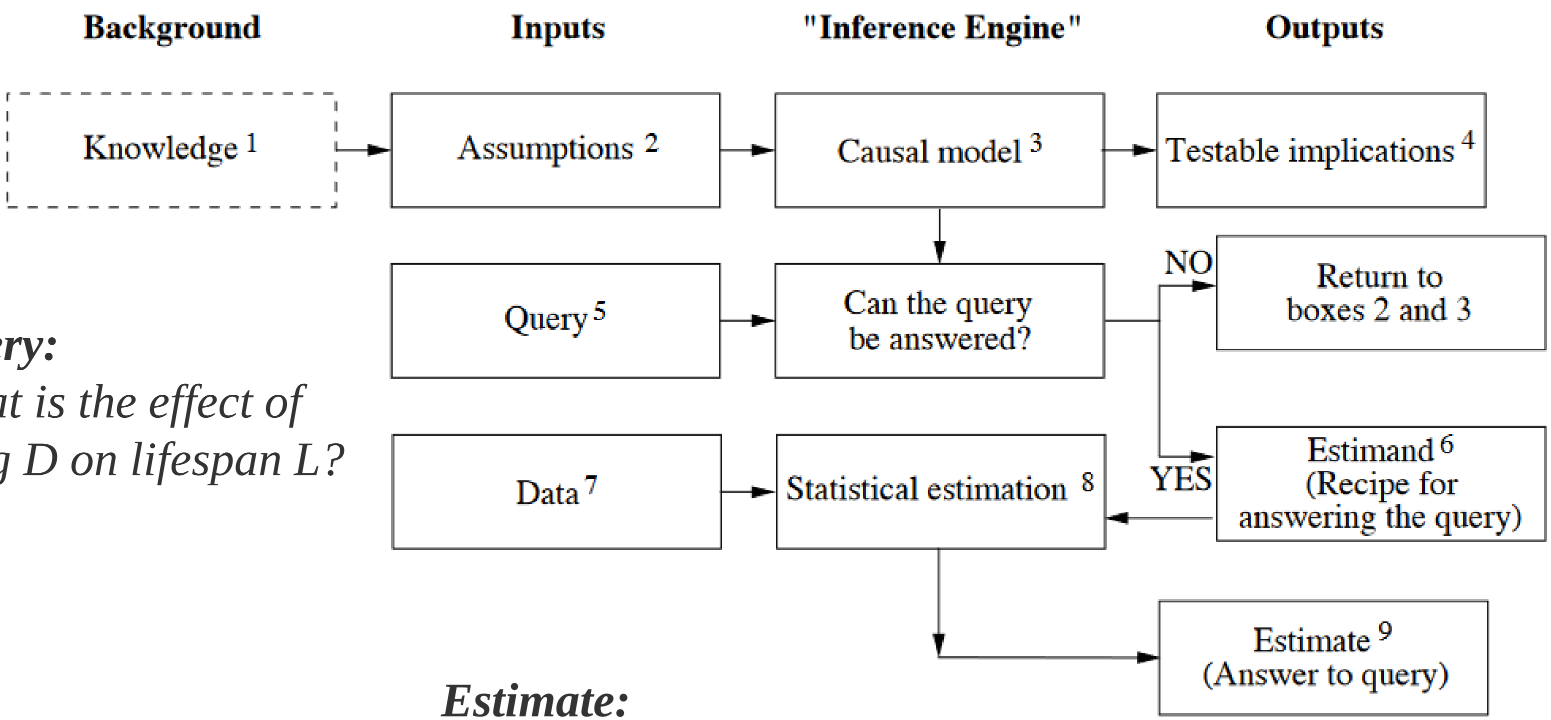
Judea Pearl‘s Ladder of Causation



Quelle: Judea Pearl: The Book of Why

Causal inference engine

How an “inference engine” combines data with causal knowledge to produce answers to scientific/counterfactual queries



Query:
What is the effect of drug D on lifespan L?

Estimate:
Drug D increases the lifespan L of diabetic patients Z by 30 percent, plus or minus 20 percent.

Judea Pearl: The Book of Why

Bayes‘ Law

Infektion	
P(infiziert)	0,01
P(nicht infiziert)	0,99

Test	
P(positiv | infiziert)	0,95
P(negativ | infiziert)	0,05
P(positiv | nicht infiziert)	0,1
P(negativ | nicht infiziert)	0,9

- Zu einer Krankheit gibt es einen Schnelltest mit eingeschränkter Genauigkeit. Wir unterscheiden daher zwischen positiv getesteten und tatsächlich infizierten Personen.
- Für einen Screeningtest werden Personen zufällig für eine Testteilnahme ausgewählt. Von diesen Personen sind 1 % tatsächlich infiziert.
  - P(infiziert) = 0,01
- Bei tatsächlich infizierten Personen ist der Schnelltest zu 95 % positiv.
  - P(positiv | infiziert) = 0,95
  - P(negativ | infiziert) = 0,05 (false negative)
- Bei tatsächlich nicht infizierten Personen ist der Test zu 90 % negativ.
  - P(positiv | nicht infiziert) = 0,1 (false positive)
  - P(negativ | nicht infiziert) = 0,9

Bayes' Law

$$P(Y \mid X) = \frac{P(X \mid Y) * P(Y)}{P(X)}$$

Infektion	
P(infiziert)	0,01
P(nicht infiziert)	0,99

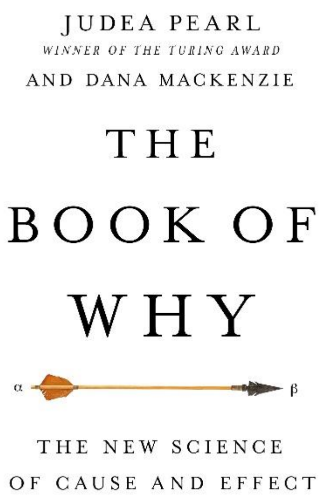
Test	
P(positiv | infiziert)	0,95
P(negativ | infiziert)	0,05
P(positiv | nicht infiziert)	0,1
P(negativ | nicht infiziert)	0,9

- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine positiv getestete Person tatsächlich infiziert ist?
- $P(infiziert \mid positiv) = \frac{P(positiv \mid infiziert) * P(infiziert)}{P(positiv)}$

$$= \frac{0{,}95 * 0{,}01}{0{,}95 * 0{,}01 + 0{,}1 * 0{,}99}$$

$$= 0{,}0876 = 8{,}76\ \%$$

Weiterführende Literatur



- Intro und Kapitel 1 von
  Judea Pearl: The Book of Why
  - http://bayes.cs.ucla.edu/WHY/why-intro.pdf
  - http://bayes.cs.ucla.edu/WHY/why-ch1.pdf

- Sgaier, S. K., Huang, V., & Charles, G. (2020). The Case for Causal AI. *Stanford Social Innovation Review*, *18*(3), 50–55.
  - https://ssir.org/articles/entry/the_case_for_causal_ai#

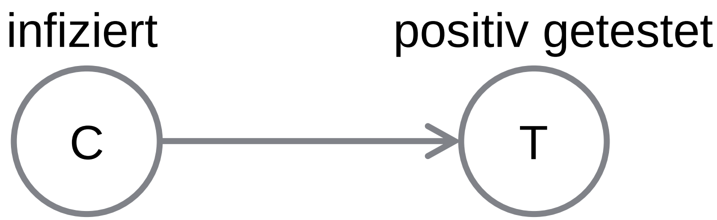
Semantic AI

Causal Modeling and Probabilistic Reasoning with Bayesian Networks

Dr. Bernd Neumayr
Institut für Wirtschaftsinformatik – Data & Knowledge Engineering

Bayes‘ Law – Beispiel

C	P(C)
1	0,001
0	0,999

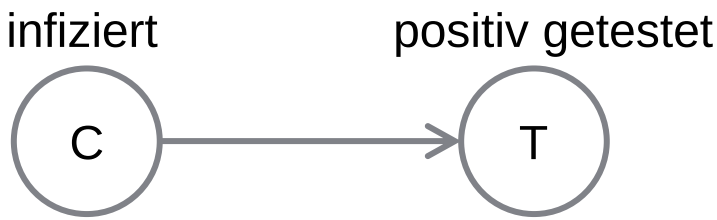


C	T	P(T | C)
1	1	0,99
1	0	0,01
0	1	0,01
0	0	0,99

- Zu einer Infektionskrankheit gibt es einen Schnelltest mit folgender Genauigkeit:
  - Bei tatsächlich infizierten Personen ist der Schnelltest zu 99 % positiv (1 % false negative)
  - Bei tatsächlich nicht infizierten Personen ist der Test zu 99 % negativ (1 % false positive)
- Derzeit sind 0,1 % der Bevölkerung tatsächlich infiziert.
- Bei einem Screening-Test wird Peter positiv getestet. Wir haben keine weiteren Informationen, z.B. zu Symptomen.
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Peter tatsächlich infiziert ist?

Bayes‘ Law – Beispiel

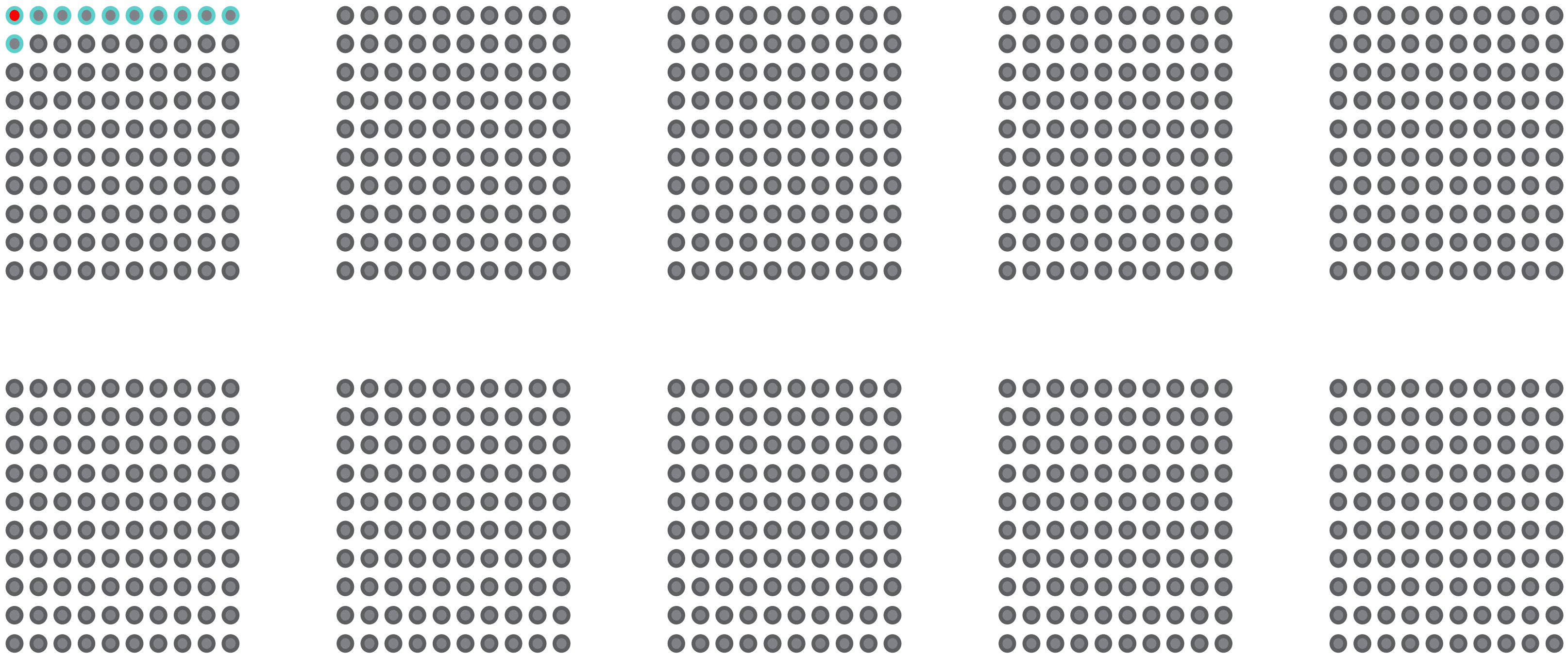
C	P(C)
1	0,001
0	0,999



C	T	P(T | C)
1	1	0,99
1	0	0,01
0	1	0,01
0	0	0,99

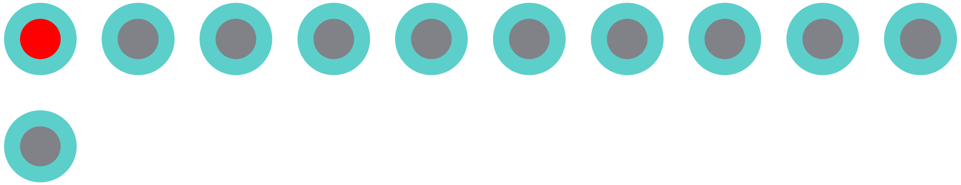
- Zu einer Infektionskrankheit gibt es einen Schnelltest mit folgender Genauigkeit:
  - Bei tatsächlich infizierten Personen ist der Schnelltest zu 99 % positiv (1 % false negative)
  - Bei tatsächlich nicht infizierten Personen ist der Test zu 99 % negativ (1 % false positive)
- Derzeit sind 0,1 % der Bevölkerung tatsächlich infiziert.
- Bei einem Screening-Test wird Peter positiv getestet. Wir haben keine weiteren Informationen, z.B. zu Symptomen.
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Peter tatsächlich infiziert ist?
- Von 1000 Personen ist durchschnittlich 1 infiziert, diese wird wahrscheinlich positiv getestet.
- Von 999 nicht infizierten Person werden durchschnittlich 10 positiv getestet.
- Von 1000 Personen werden also durchschnittlich 11 positiv getestet.
- Peter ist also mit einer Wahrscheinlichkeit von 1/11 (9 %) tatsächlich infiziert.

Bayes‘ Law – Beispiel



- Von 1000 Personen ist durchschnittlich 1 infiziert, diese wird wahrscheinlich positiv getestet.
- Von 999 nicht infizierten Person werden durchschnittlich 10 positiv getestet.
- Von 1000 Personen werden also durchschnittlich 11 positiv getestet.

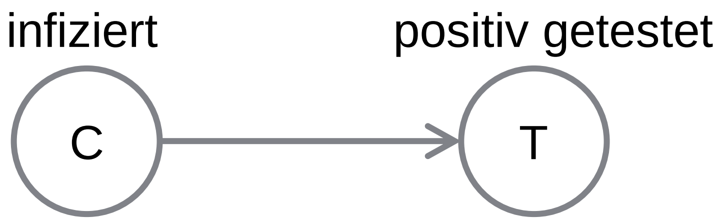
Bayes' Law – Beispiel



- Von den 11 positiv getesteten Personen ist nur 1 Person infiziert.

Bayes‘ Law – Beispiel

C	P(C)
1	0,001
0	0,999



C	T	P(T | C)
1	1	0,99
1	0	0,01
0	1	0,01
0	0	0,99

- $P\,(\,y \mid x\,) = \frac{P(x \mid y\,)\,P(y)}{P(x)}$

- $P\,(\,infiziert \mid positiv\,) = \frac{P(positiv \mid infiziert\,)\,P(infiziert)}{P(positiv)}$

- $P\,(\,infiziert \mid positiv\,) = \frac{P(positiv \mid infiziert\,)\,P(infiziert)}{P(positiv \mid infiziert)\,P(infiziert) + P(positiv \mid nicht\ infiziert)\,P(nicht\ infiziert)}$

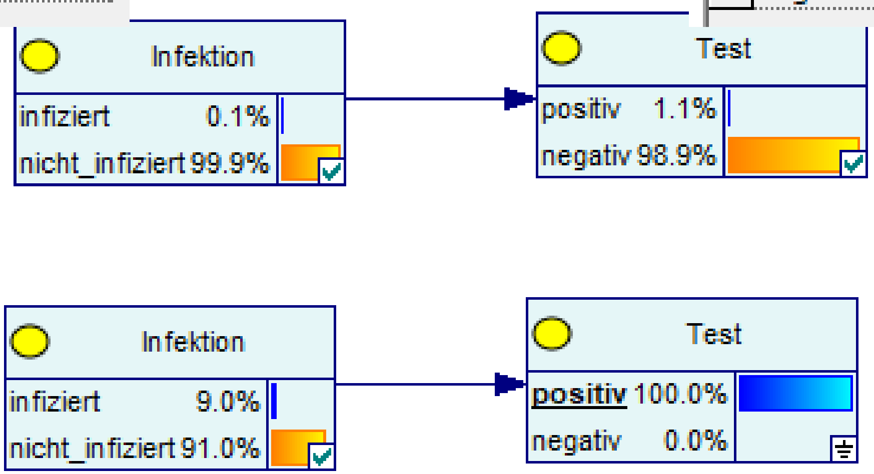
- $P\,(\,infiziert \mid positiv\,) = \frac{0{,}99 * 0{,}001}{0{,}99 * 0{,}001 + 0{,}01 * 0{,}999} = \frac{0{,}00099}{0{,}00099 + 0{,}00999} = \frac{0{,}00099}{0{,}00099 + 0{,}00999} = 0{,}0902 = \mathbf{9{,}02}\ \%$

Modellierung von Bayesian Networks und Probabilistic Reasoning

mit BayesFusion GeNIe
https://www.bayesfusion.com/
free 30 day trial version at
https://download.bayesfusion.com/files.html?category=Business

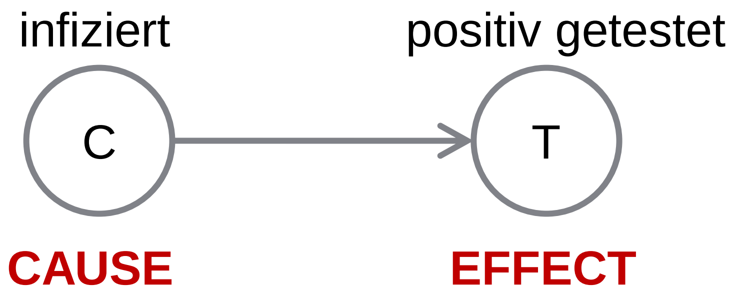
infiziert	0.001
nicht_infiziert	0.999

Infektion	infiziert	nicht_infiziert
positiv	0.99	0.01
negativ	0.01	0.99



Causal Bayesian Networks

C	P(C)
1	**0,01**
0	**0,99**



C	T	P(T | C)
1	1	0,99
1	0	0,01
0	1	0,01
0	0	0,99

- Ein Causal Bayesian Network ist ein Bayesian Network in dem jede Kante einen Ursache-Wirkung-Zusammenhang repräsentiert
- Bei Änderung der Wahrscheinlichkeit für Ursache, z.B., P(infiziert), bleiben die bedingten Wahrscheinlichkeiten bei der Auswirkung, z.B., P(positiv | infiziert) unverändert.
  Z.B. Wenn statt 0,1 % derzeit **1 %** der Bevölkerung tatsächlich infiziert sind, dann ändert das nichts an den bedingten Wahrscheinlichkeiten bei den Testergebnissen.
- Causal Diagrams (-> Book of Why) typischerweise ohne Wahrscheinlichkeiten dargestellt.

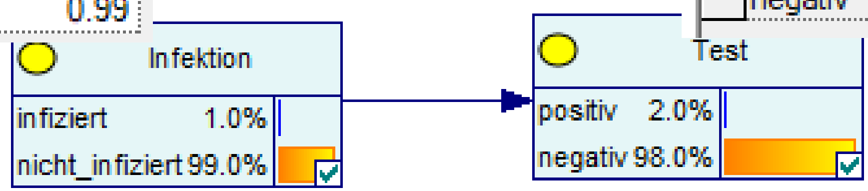
- Causal Diagrams können als Causal Bayesian Networks umgesetzt werden (Interventions mittels Network Surgery).

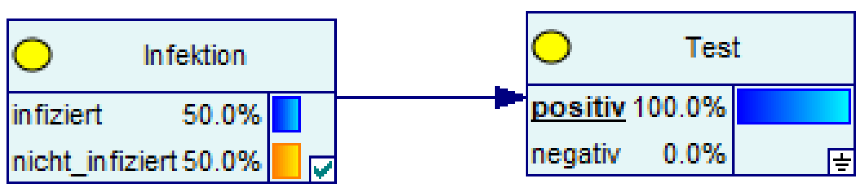
Änderung an gegebener Wahrscheinlichkeit der Ursache

derzeit **1 %** der Bevölkerung tatsächlich infiziert

infiziert	0.01
nicht_infiziert	0.99

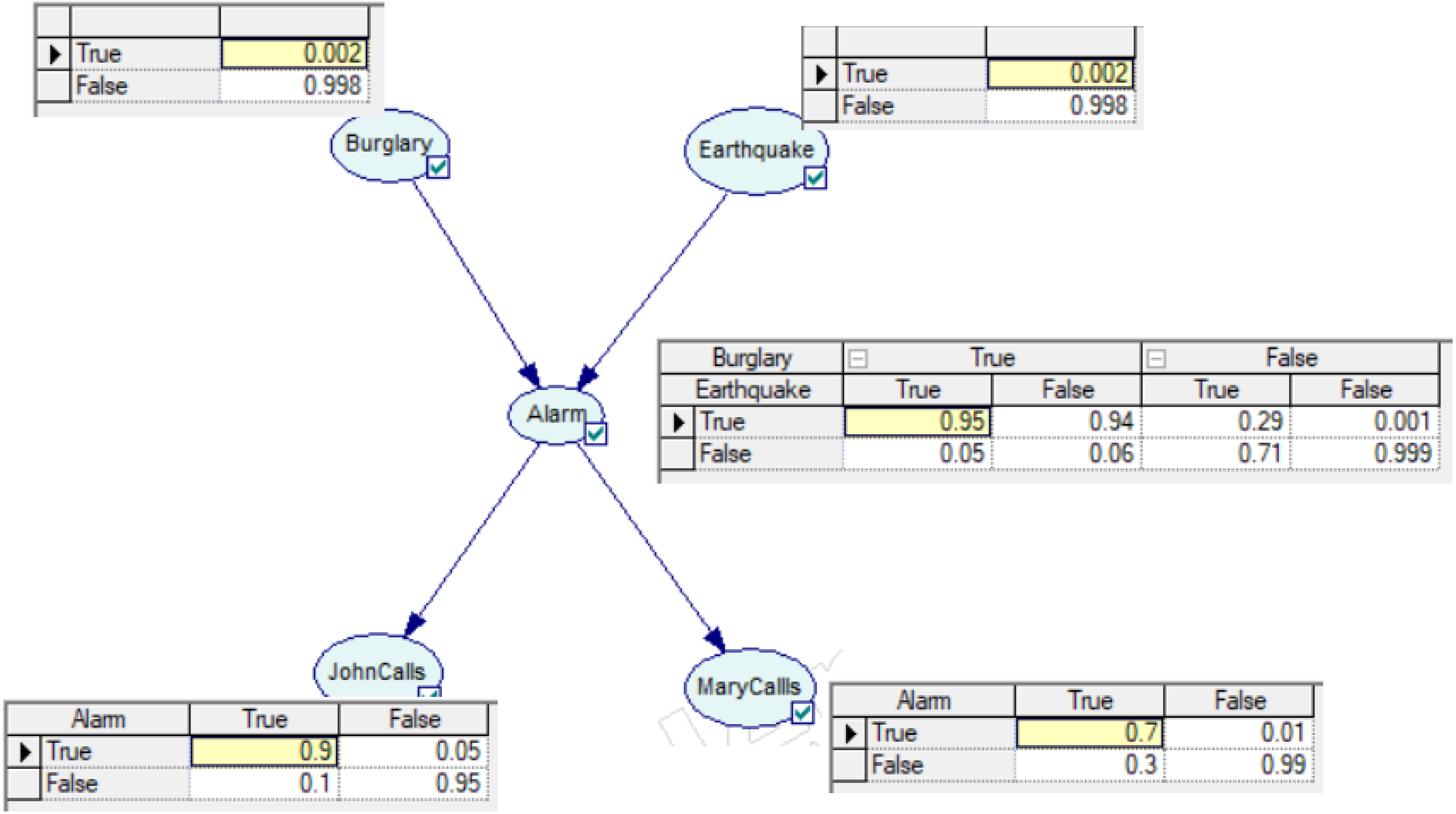
Infektion	infiziert	nicht_infiziert
positiv	0.99	0.01
negativ	0.01	0.99





$$P\,(\,infiziert \mid positiv\,) = \frac{0{,}99 * 0{,}01}{0{,}99 * 0{,}01 + 0{,}01 * 0{,}99} = \frac{0{,}0099}{0{,}0099 + 0{,}0099} = \frac{0{,}00099}{2\ x\ 0{,}00099} = 50\ \%$$

Bayesian Networks



True	0.002
False	0.998

True	0.002
False	0.998

Burglary	True		False	
Earthquake	True	False	True	False
True	0.95	0.94	0.29	0.001
False	0.05	0.06	0.71	0.999

Alarm	True	False
True	0.9	0.05
False	0.1	0.95

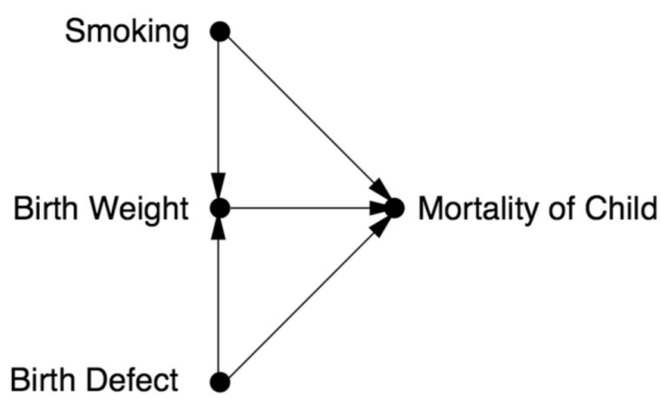
Alarm	True	False
True	0.7	0.01
False	0.3	0.99

Beispiel aus: **Artificial Intelligence: A Modern Approach**, 4th Edition
by Stuart Russell and Peter Norvig. Pearson, 2020.
Figure taken from: http://aima.cs.berkeley.edu/figures.pdf

Paradoxa

Birth-weight Paradox

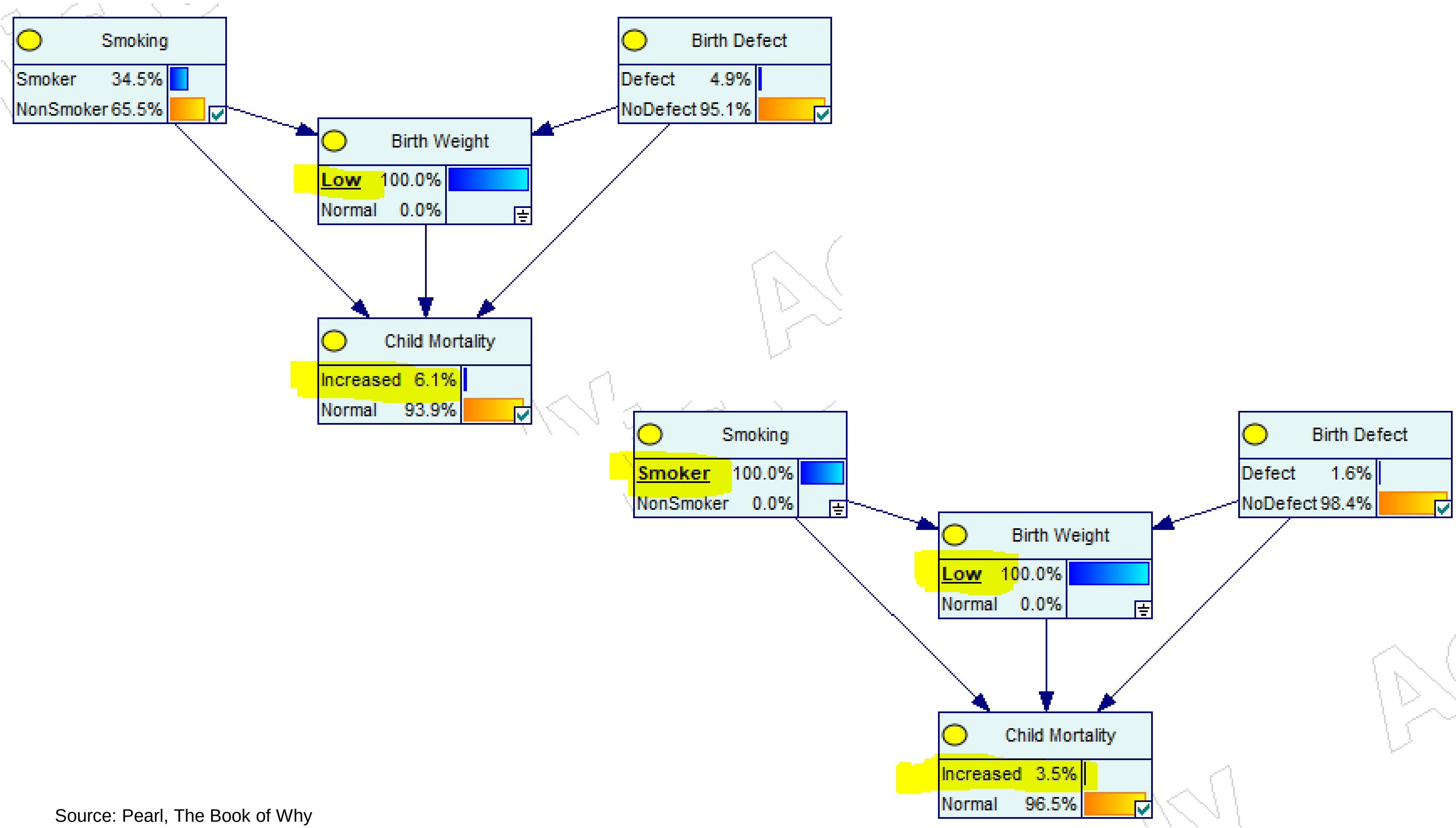
- Rauchen in der Schwangerschaft führt zu geringerem Geburtsgewicht und zu höherer Säuglingssterblichkeit.
- Geburtsfehler (z.B. genetische Defekte) führen ebenso zu geringerem Geburtsgewicht und zu höherer Säuglingssterblichkeit.
- Es wurde beobachtet, dass Säuglinge mit geringem Geburtsgewicht deren Mütter in der Schwangerschaft geraucht haben, eine geringere Sterblichkeit haben als Säuglinge mit geringem Geburtsgewicht von nicht-rauchenden Müttern.
- Hat Rauchen in der Schwangerschaft also doch Vorteile?



Source: Pearl, The Book of Why

FIGURE 5.4. Causal diagram for the birth-weight paradox.

Birth-weight Paradox



Source: Pearl, The Book of Why

Ziegenproblem v1

- In einer Gameshow kann eine Kandidatin ein Auto gewinnen, wenn sie errät hinter welcher von drei Toren das Auto steht. Hinter den anderen Türen stehen Ziegen.
- Die Kandidatin wählt Tor 1.

Door 1	Door 2	Door 3		
Auto	Goat	Goat		Win
Goat	Auto	Goat		Lose
Goat	Goat	Auto		Lose

Gewinnchance: 1/3

Pearl, The Book of Why.

https://de.wikipedia.org/wiki/Ziegenproblem

Ziegenproblem v1

- In einer Gameshow kann eine Kandidatin ein Auto gewinnen, wenn sie errät hinter welcher von drei Toren das Auto steht. Hinter den anderen Türen stehen Ziegen.
- Die Kandidatin wählt Tor 1.
- Der Showmaster öffnet daraufhin Tor 3, hinter dem eine Ziege steht, und bietet dem Kandidaten an, das Tor zu wechseln.
- Zusatzannahme: Der Showmaster *muss* unabhängig davon, ob hinter dem vom Kandidaten zunächst gewählten Tor das Auto oder eine Ziege steht, in jedem Fall ein nicht gewähltes Tor mit einer Ziege öffnen und den Wechsel anbieten.
- Ist es vorteilhaft für den Kandidaten, seine erste Wahl zu ändern und sich für Tor 2 zu entscheiden?

Pearl, The Book of Why.

https://de.wikipedia.org/wiki/Ziegenproblem

Door 1	Door 2	Door 3		
Auto	Goat	Goat		Win
Goat	Auto	Goat		Lose
Goat	Goat	Auto		Lose

Gewinnchance: 1/3

Ziegenproblem v1

- In einer Gameshow kann eine Kandidatin ein Auto gewinnen, wenn sie errät hinter welcher von drei Toren das Auto steht. Hinter den anderen Türen stehen Ziegen.
- Die Kandidatin wählt Tor 1.
- Der Showmaster öffnet daraufhin Tor 3, hinter dem eine Ziege steht, und bietet dem Kandidaten an, das Tor zu wechseln.
- Zusatzannahme: Der Showmaster *muss* unabhängig davon, ob hinter dem vom Kandidaten zunächst gewählten Tor das Auto oder eine Ziege steht, in jedem Fall ein nicht gewähltes Tor mit einer Ziege öffnen und den Wechsel anbieten.
- Ist es vorteilhaft für den Kandidaten, seine erste Wahl zu ändern und sich für Tor 2 zu entscheiden?

Pearl, The Book of Why.

https://de.wikipedia.org/wiki/Ziegenproblem

Door 1	Door 2	Door 3	Outcome If You Switch	Outcome If You Stay
Auto	Goat	Goat	Lose	Win
Goat	Auto	Goat	Win	Lose
Goat	Goat	Auto	Win	Lose

Gewinnchance: 2/3 1/3

Ziegenproblem v1

- In einer Gameshow kann eine Kandidatin ein Auto gewinnen, wenn sie errät hinter welcher von drei Toren das Auto steht. Hinter den anderen Türen stehen Ziegen.
- Die Kandidatin wählt Tor 1.
- Der Showmaster öffnet daraufhin Tor 3, hinter dem eine Ziege steht, und bietet dem Kandidaten an, das Tor zu wechseln.
- Zusatzannahme: Der Showmaster *muss* unabhängig davon, ob hinter dem vom Kandidaten zunächst gewählten Tor das Auto oder eine Ziege steht, in jedem Fall ein nicht gewähltes Tor mit einer Ziege öffnen und den Wechsel anbieten.
- Ist es vorteilhaft für den Kandidaten, seine erste Wahl zu ändern und sich für Tor 2 zu entscheiden?

Pearl, The Book of Why.

https://de.wikipedia.org/wiki/Ziegenproblem

Door 1	Door 2	Door 3	Outcome If You Switch	Outcome If You Stay
Auto	Goat	Goat	Lose	Win
Goat	Auto	Goat	Win	Lose
Goat	Goat	Auto	Win	Lose

Gewinnchance: 2/3 1/3

Your door (Y)	Location of Car (L)	P(L|Y)
1	1	0,33
1	2	0,33
1	3	0,33

Your door (Y)	Location of Car (L)	Door Opened (O)	P(O|Y,L)
1	1	2	0,5
1	1	3	0,5
1	2	3	1
1	3	2	1

Ziegenproblem v1

- In einer Gameshow kann eine Kandidatin ein Auto gewinnen, wenn sie errät hinter welcher von drei Toren das Auto steht. Hinter den anderen Türen stehen Ziegen.
- Die Kandidatin wählt Tor 1.
- Der Showmaster öffnet daraufhin Tor 3, hinter dem eine Ziege steht, und bietet dem Kandidaten an, das Tor zu wechseln.
- Zusatzannahme: Der Showmaster *muss* unabhängig davon, ob hinter dem vom Kandidaten zunächst gewählten Tor das Auto oder eine Ziege steht, in jedem Fall ein nicht gewähltes Tor mit einer Ziege öffnen und den Wechsel anbieten.
- Ist es vorteilhaft für den Kandidaten, seine erste Wahl zu ändern und sich für Tor 2 zu entscheiden?

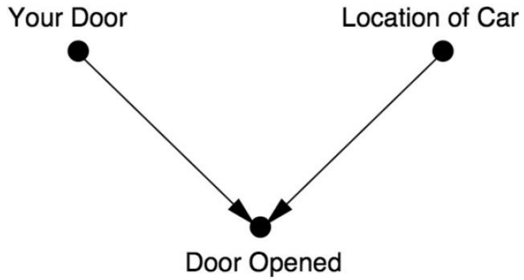
Pearl, The Book of Why.

https://de.wikipedia.org/wiki/Ziegenproblem

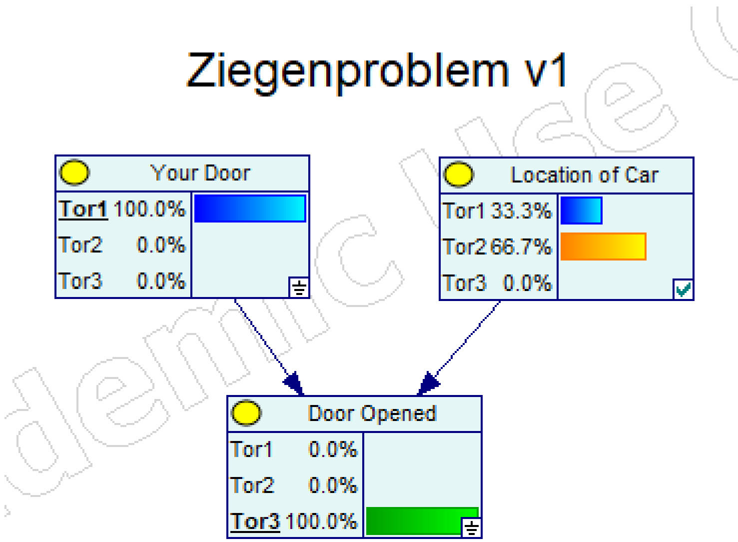
Door 1	Door 2	Door 3	Outcome If You Switch	Outcome If You Stay
Auto	Goat	Goat	Lose	Win
Goat	Auto	Goat	Win	Lose
Goat	Goat	Auto	Win	Lose

Gewinnchance: 2/3 1/3

Wechsel erhöht Gewinnchance von 1/3 auf 2/3



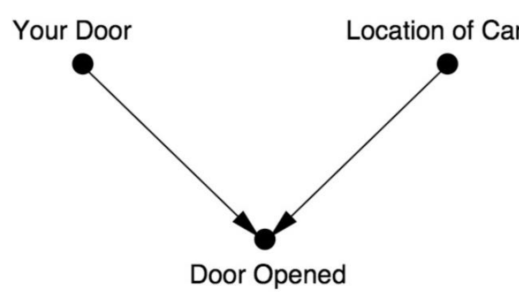
Ziegenproblem v1



Door 1	Door 2	Door 3	Outcome If You Switch	Outcome If You Stay
Auto	Goat	Goat	Lose	Win
Goat	Auto	Goat	Win	Lose
Goat	Goat	Auto	Win	Lose

Gewinnchance: 2/3 1/3

Wechsel erhöht Gewinnchance von 1/3 auf 2/3



Pearl, The Book of Why.

https://de.wikipedia.org/wiki/Ziegenproblem

Ziegenproblem v1

- Antwort lässt sich mit Bayesian Reasoning einfach erklären. Wir brauchen nur eine Wahrscheinlichkeitstabelle.
- Aber, und das ist laut Pearl die spannendere Frage:
  Warum tun wir uns so schwer damit?
  Worin liegt das Paradoxon?
- Laut Pearl, weil man gegen die Kausalitätsrichtung denken muss, weil Mensch kausal denkt und nicht in Wahrscheinlichkeiten.

Pearl, The Book of Why.

https://de.wikipedia.org/wiki/Ziegenproblem

Ziegenproblem v2

- In der Hoffnung, das Auto zu gewinnen, wählt der Kandidat Tor 1.
- Der Showmaster öffnet daraufhin **zufällig** eines der anderen Tore, in unserem Fall Tor 3.
- Wenn dahinter ein Auto steht, ist es vorbei, wenn dahinter eine Ziege steht, bietet der Showmaster dem Kandidat einen Wechsel auf das verbliebene Tor 2 an.
- Ist es vorteilhaft für den Kandidaten, seine erste Wahl zu ändern und sich für Tor 2 zu entscheiden?

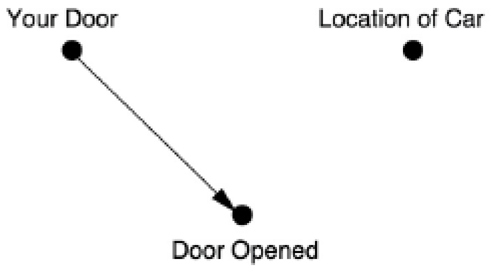
Pearl, The Book of Why.

https://de.wikipedia.org/wiki/Ziegenproblem

Ziegenproblem v2

- In der Hoffnung, das Auto zu gewinnen, wählt der Kandidat Tor 1.
- Der Showmaster öffnet daraufhin zufällig eines der anderen Tore, in unserem Fall Tor 3.
- Wenn dahinter ein Auto steht, ist es vorbei, wenn dahinter eine Ziege steht, bietet der Showmaster dem Kandidat einen Wechsel auf das verbliebene Tor 2 an.
- Ist es vorteilhaft für den Kandidaten, seine erste Wahl zu ändern und sich für Tor 2 zu entscheiden?

Door You Chose	Door with Auto	Door Opened by Host	Outcome If You Switch	Outcome If You Stay
1	1	2 (goat)	Lose	Win
1	1	3 (goat)	Lose	Win
1	2	2 (auto)	Lose	Lose
1	2	3 (goat)	Win	Lose
1	3	2 (goat)	Win	Lose
1	3	3 (auto)	Lose	Lose



Pearl, The Book of Why.

https://de.wikipedia.org/wiki/Ziegenproblem

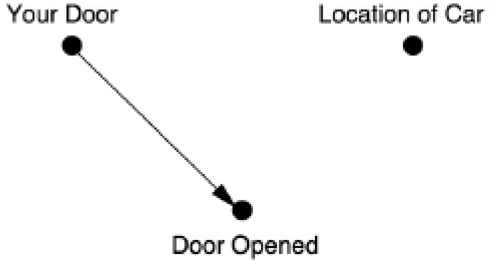
Ziegenproblem v2

- In der Hoffnung, das Auto zu gewinnen, wählt der Kandidat Tor 1.
- Der Showmaster öffnet daraufhin zufällig eines der anderen Tore, in unserem Fall Tor 3.
- Wenn dahinter ein Auto steht, ist es vorbei, wenn dahinter eine Ziege steht, bietet der Showmaster dem Kandidat einen Wechsel auf das verbliebene Tor 2 an.
- Ist es vorteilhaft für den Kandidaten, seine erste Wahl zu ändern und sich für Tor 2 zu entscheiden?

- Nach zufälligem Öffnen einer Tür ist Gewinnchance jeweils 1/2

Door You Chose	Door with Auto	Door Opened by Host	Outcome If You Switch	Outcome If You Stay
~~1~~	~~1~~	~~2 (goat)~~	~~Lose~~	~~Win~~
1	1	3 (goat)	Lose	Win
~~1~~	~~2~~	~~2 (auto)~~	~~Lose~~	~~Lose~~
1	2	3 (goat)	Win	Lose
~~1~~	~~3~~	~~2 (goat)~~	~~Win~~	~~Lose~~
~~1~~	~~3~~	~~3 (auto)~~	~~Lose~~	~~Lose~~

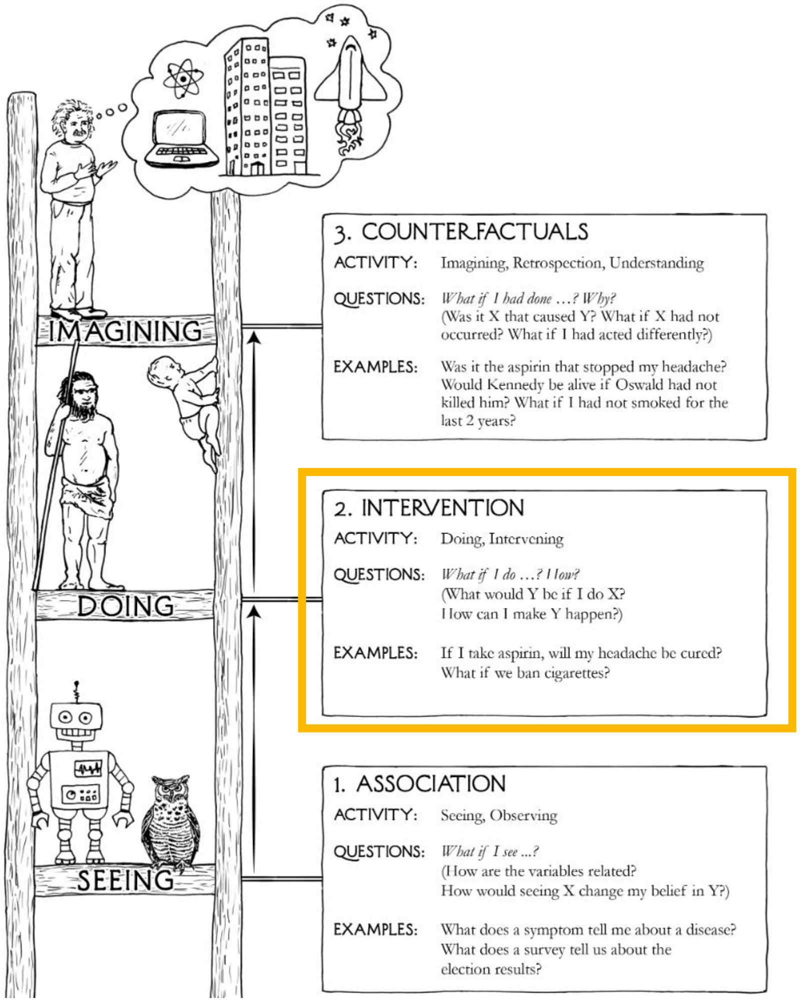
Gewinnchance: ½ ½



Pearl, The Book of Why.

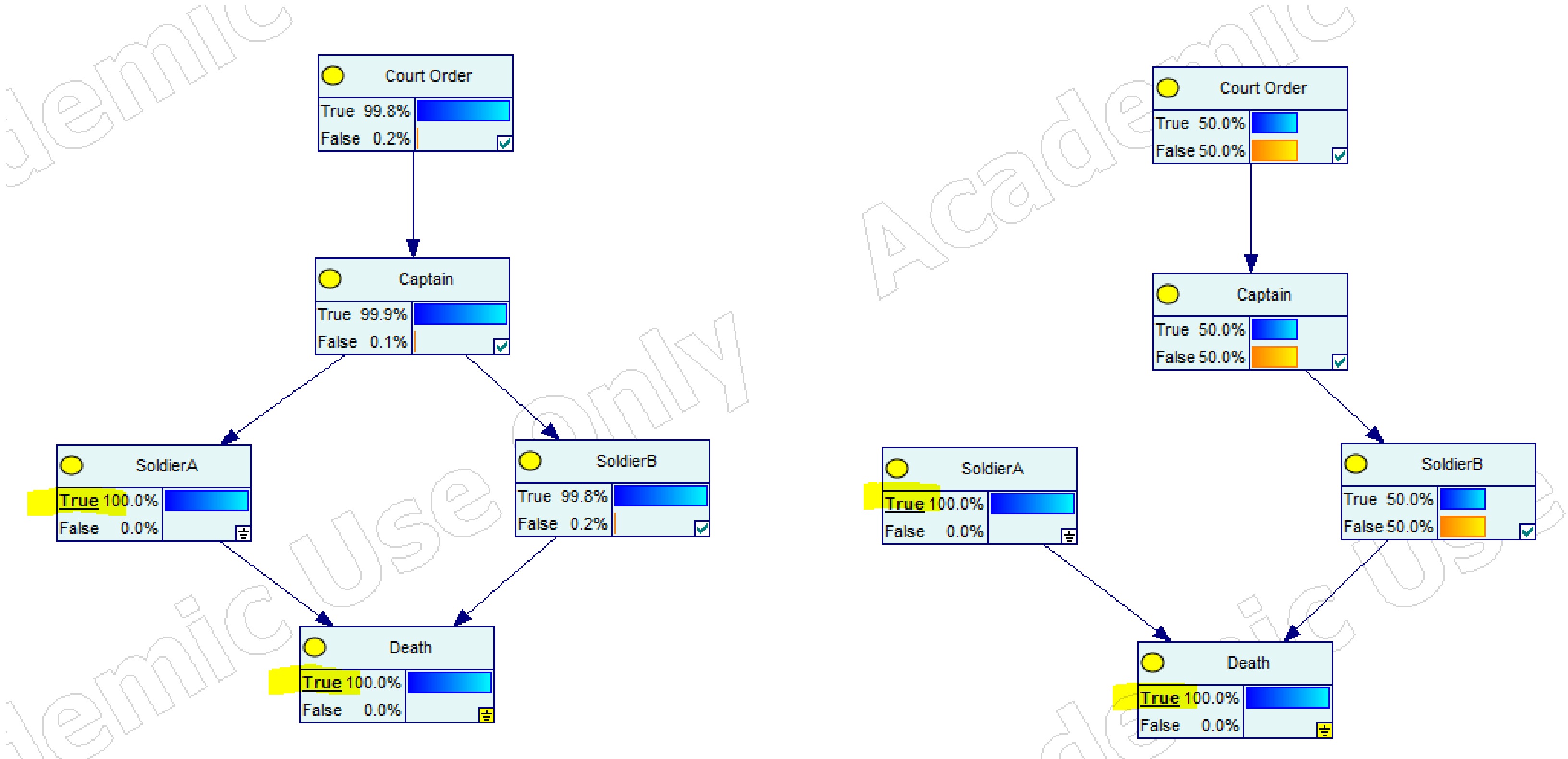
https://de.wikipedia.org/wiki/Ziegenproblem

Interventions

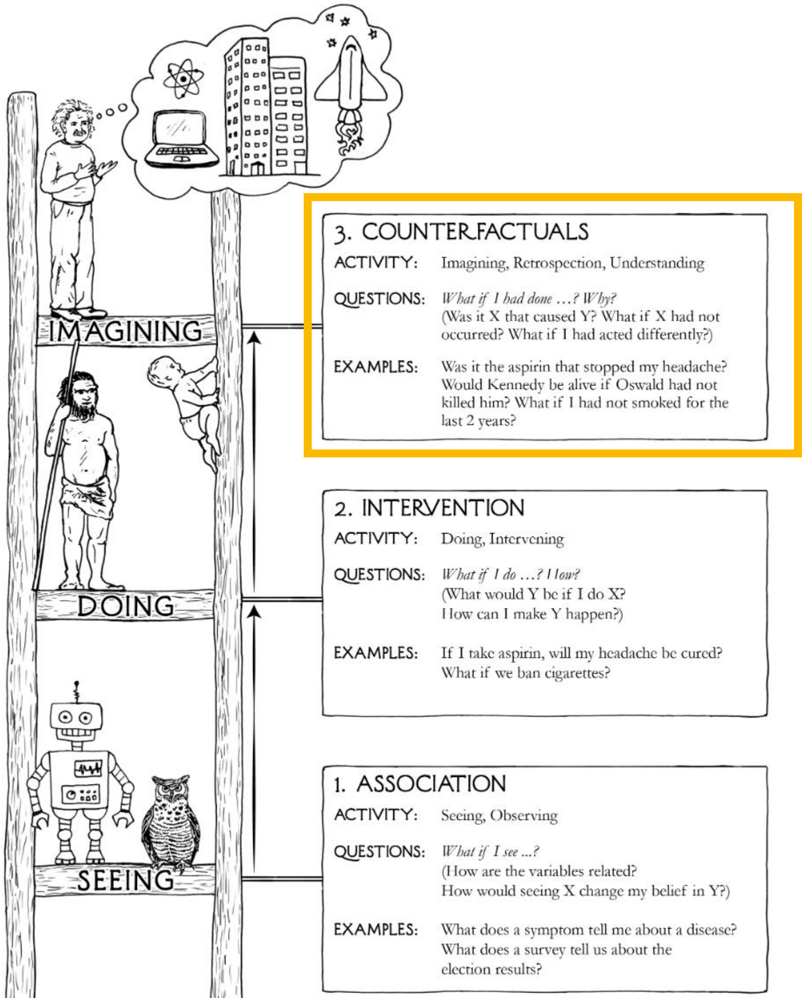


Modeling Interventions with Network Surgery

Interventionen, z.B. do(SoldierA=True) werden modelliert, indem alle eingehenden Kanten gelöscht werden und Evidence gesetzt wird.

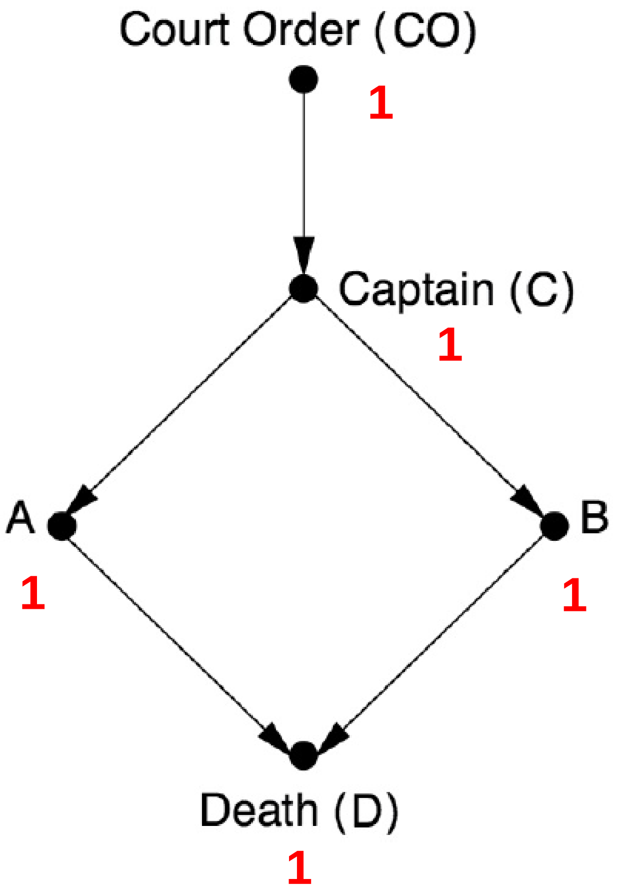


Counter-factuals



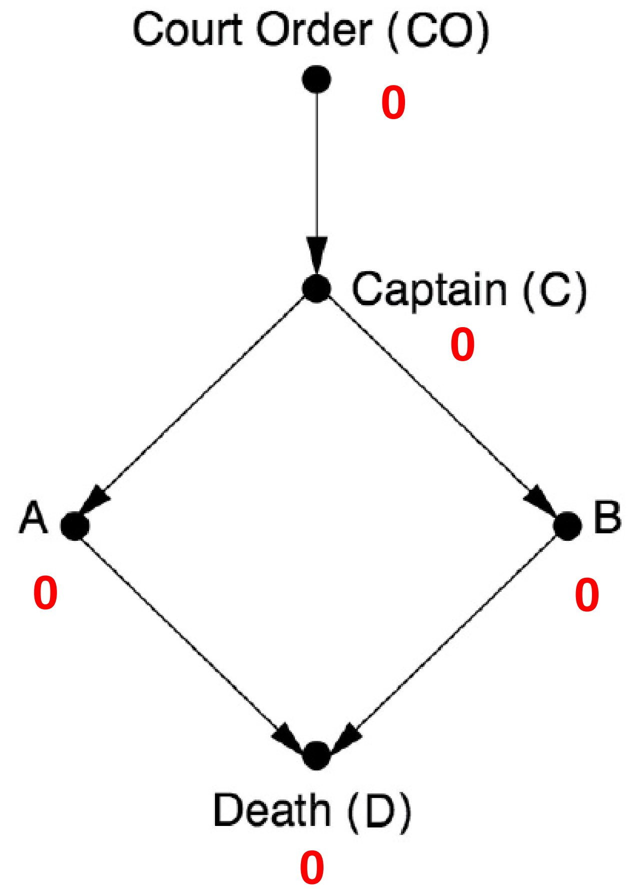
Necessary Causes
Sufficient Causes

- Wenn der Richter ein Todesurteil fällt (CO=1), dann befiehlt der Hauptmann die Erschießung (C=1) und Soldat A und Soldat B schießen gleichzeitig (A=1, B=1), was den Tod des Verurteilten (D=1) verursacht.



Necessary Causes
Sufficient Causes

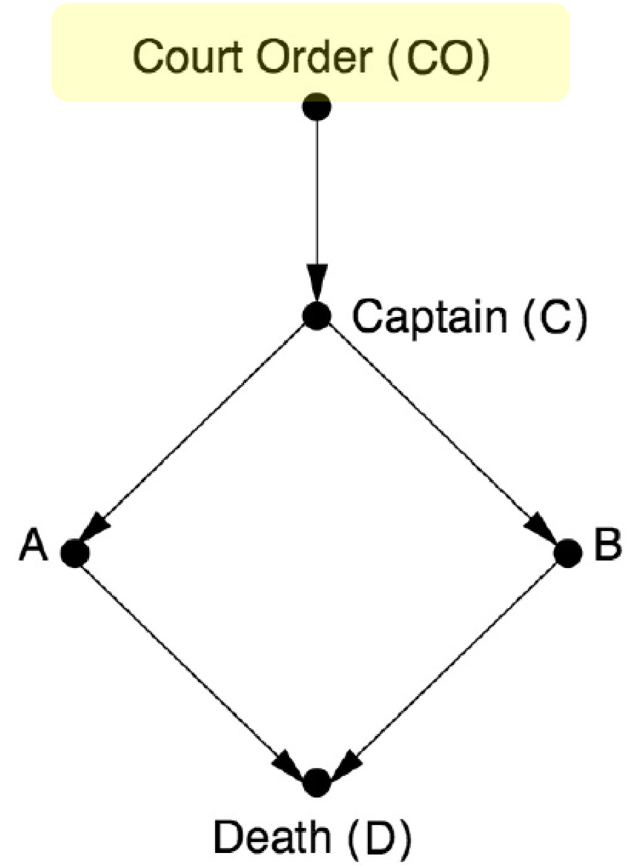
- Wenn der Richter kein Todesurteil fällt (CO=0), dann befiehlt der Hauptmann keine Erschießung (C=0) und Soldat A und Soldat B schießen nicht (A=0, B=0), und der Angeklagte stirbt nicht (D=0).



Necessary and/or Sufficient Cause Ex.: Firing Squad

- **Warum** ist der Verurteilte tot?
- Ist der Verurteilte tot, weil der Richter ein Todesurteil gefällt hat?

- Wäre der Verurteilte auch tot, wenn der Richter kein Todesurteil gefällt hätte?

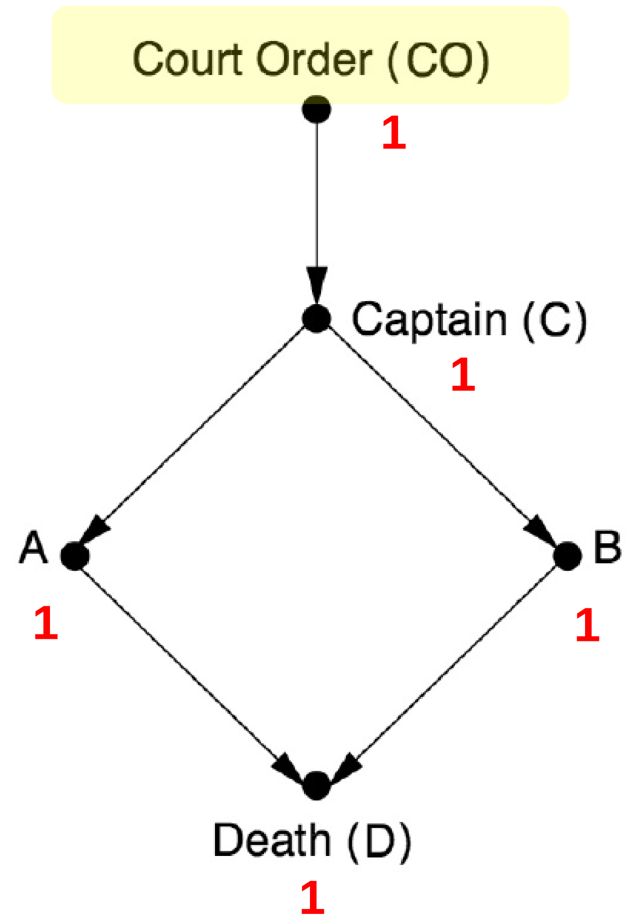


Necessary and/or Sufficient Cause
Ex.: Firing Squad

- **Warum** ist der Verurteilte tot?
- Ist der Verurteilte tot, weil der Richter ein Todesurteil gefällt hat? JA
  □ Todesurteil ist Sufficient Cause

Man braucht keine weitere Erklärung für den Tod des Verurteilten.

- Wäre der Verurteilte auch tot, wenn der Richter kein Todesurteil gefällt hätte?



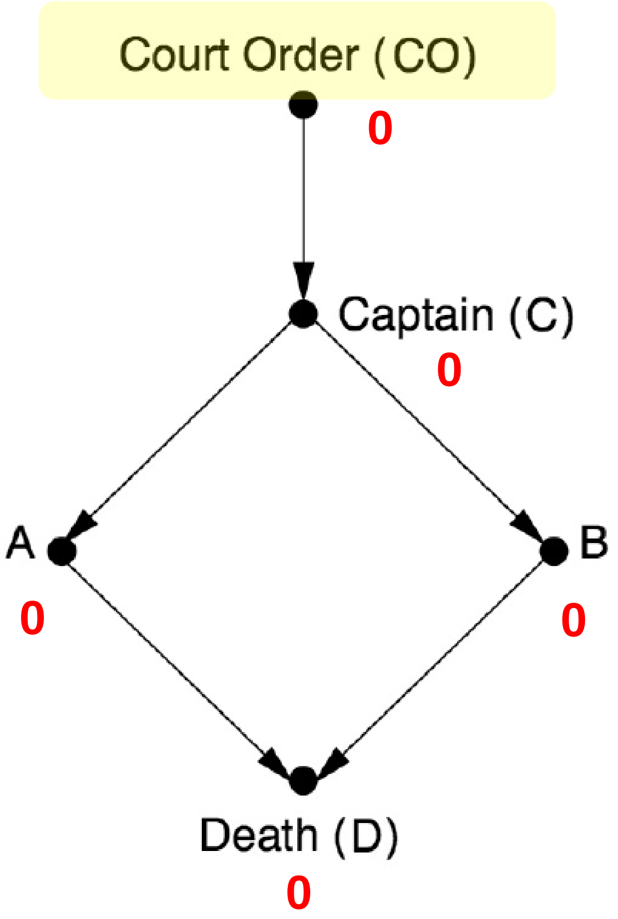
Judea Pearl, The Book of Why

Necessary and/or Sufficient Cause
Ex.: Firing Squad

- **Warum** ist der Verurteilte tot?
- Ist der Verurteilte tot, weil der Richter ein Todesurteil gefällt hat? JA
  - Todesurteil ist Sufficient Cause

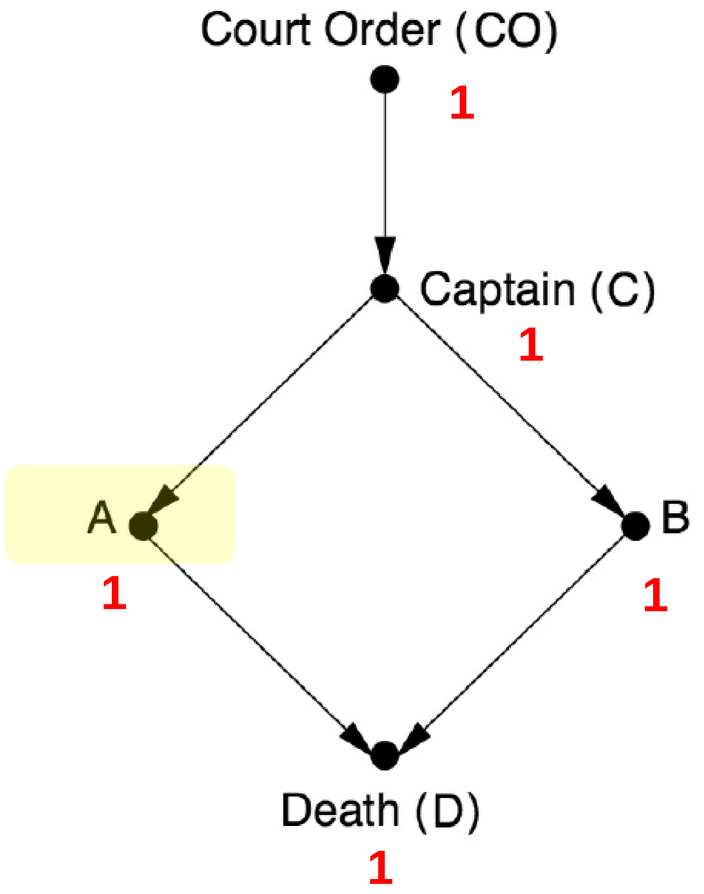
Man braucht keine weitere Erklärung für den Tod des Verurteilten.

- Wäre der Verurteilte auch tot, wenn der Richter kein Todesurteil gefällt hätte? NEIN
  - Todesurteil ist Necessary Cause



Necessary and/or Sufficient Cause Ex.: Firing Squad

- **Warum** ist der Verurteilte tot?
- Ist der Verurteilte tot, weil Soldat **A** geschossen hat?
- Wäre der Verurteilte auch tot, wenn Soldat **A** nicht geschossen hätte?

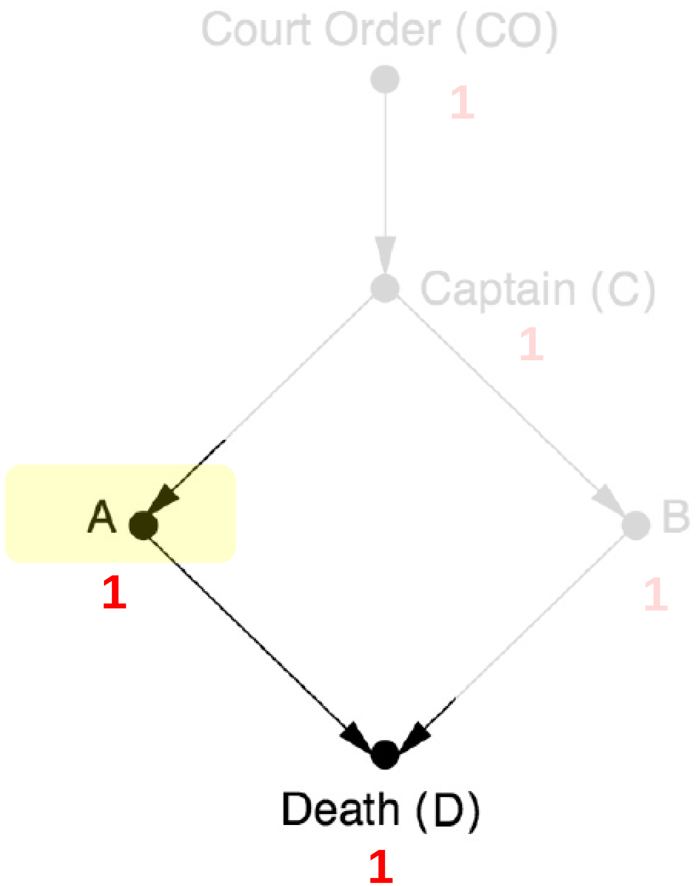


Necessary and/or Sufficient Cause
Ex.: Firing Squad

- **Warum** ist der Verurteilte tot?
- Ist der Verurteilte tot, weil Soldat **A** geschossen hat? JA
  - **A** ist Sufficient Cause

Man braucht keine weitere Erklärung für den Tod des Verurteilten.

- Wäre der Verurteilte auch tot, wenn Soldat **A** nicht geschossen hätte?

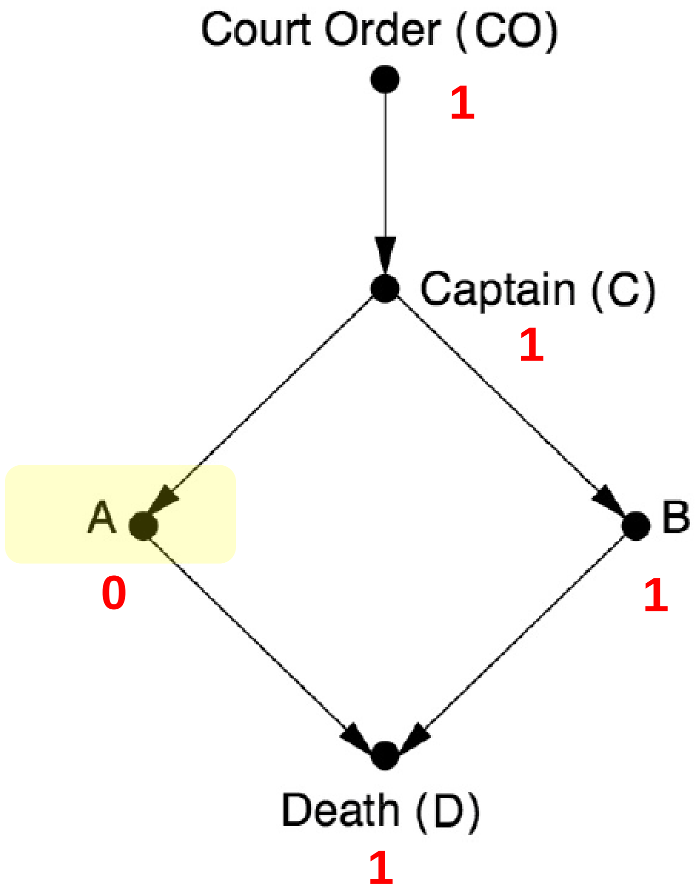


Necessary and/or Sufficient Cause
Ex.: Firing Squad

- **Warum** ist der Verurteilte tot?
- Ist der Verurteilte tot, weil Soldat **A** geschossen hat? JA
  - **A** ist Sufficient Cause

Man braucht keine weitere Erklärung für den Tod des Verurteilten.

- Wäre der Verurteilte auch tot, wenn Soldat **A** nicht geschossen hätte? JA
  - **A** ist keine Necessary Cause

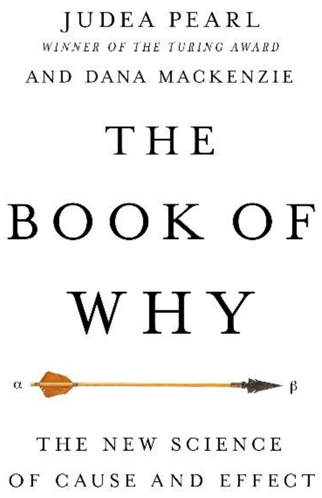


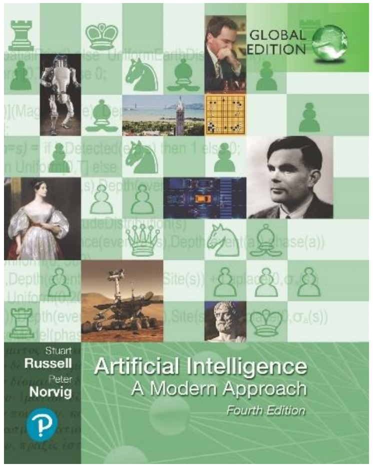
Necessary and/or Sufficient Cause
Ex.: Hitzewelle und Klimawandel

- Im Jahr 2003 gab es eine tödliche Hitzewelle in Frankreich mit nahezu 15000 Todesfällen.
- Waren menschgemachte CO_2-Emissionen eine notwendige Ursache (necessary cause) und/oder eine hinreichende Ursache (sufficient cause)?
  - Necessary: Ja, höchstwahrscheinlich hätte es die Hitzewelle sonst nicht gegeben
  - Sufficient: Nein, für die konkrete Hitzewelle war Zusammenspiel mit anderen Faktoren notwendig
- Sind CO2-Emissionen eine hinreichende und/oder notwendige Ursache für das häufigere Auftreten weiterer Hitzewellen in den nächsten 30 Jahren?
  - Hinreichend: Ja
  - Necessary: Nein, es könnten andere Ursachen hinzukommen.

Weiterführende Literatur

Judea Pearl:
The Book of Why





Stuart Russell and Peter Norvig:
Artificial Intelligence: A Modern Approach
4th ed. http://aima.cs.berkeley.edu/
Part IV Uncertain knowledge and reasoning

Tool Support
BayesFusion GeNIe Modeler

- GeNIe Modeler is a development environment for building graphical decision-theoretic models.
- https://www.bayesfusion.com/genie/
- https://support.bayesfusion.com/docs/GeNIe/