Perhitungan struktur elektronik berdasarkan teori fungsional kerapatan dengan fungsi basis Lagrange: Implementasi awal

Fadjar Fathurrahman

Pusat Penelitian Nanosains dan Nanoteknologi, Institut Teknologi Bandung

This is the abstract.

I. PENDAHULUAN

Peran komputasi dalam nanosains dan nanoteknologi. Teori fungsional kerapatan (density functional theory). Peran teori fungsional kerapatan

Berdasarkan teori fungsional kerapatan, energi total dari sistem yang terdiri dari elektron yang berinteraksi dengan suatu potential eksternal $V_{\rm ext}({\bf r})$ dapat dinyatakan sebagai

II. TEORI

[1, 2],

$$E[\rho(\mathbf{r})] = -\frac{1}{2} \sum_{i} f_{i} \int d\mathbf{r} \ \psi_{i}^{*}(\mathbf{r}) \nabla^{2} \psi_{i}(\mathbf{r}) + \int d\mathbf{r} \ \rho(\mathbf{r}) V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} \ d\mathbf{r}' \frac{\rho(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} + E_{\text{xc}}[\rho(\mathbf{r})]$$
(1)

LDA XC:

$$E_{\rm xc}[\rho(\mathbf{r})] = \int d\mathbf{r} \,\varepsilon_{\rm xc}(\rho(\mathbf{r}))\rho(\mathbf{r}) \tag{2}$$

$$V_{\rm xc}(\mathbf{r}) = \varepsilon_{\rm xc}(\rho(\mathbf{r})) + \rho(\mathbf{r}) \frac{\mathrm{d}\varepsilon_{\rm xc}(\rho)}{\mathrm{d}\rho}$$
(3)

Persamaan sentral pada teori fungsional kerapatan adalah persamaan Kohn-Sham yang dapat ditulis sebagai berikut.

$$\left[-\frac{1}{2} \nabla^2 + V_{\text{Ha}}(\mathbf{r}) + V_{\text{xc}}(\mathbf{r}) + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) \right] \psi_i(\mathbf{r}) = \epsilon_i \psi_i(\mathbf{r})$$
(4)

Suku potensial pertama pada persamaan (4), $V_{\text{Ha}}(\mathbf{r})$ menyatakan potensial Hartree,

$$V_{\text{Ha}}(\mathbf{r}) = \int \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'$$
 (5)

dengan $\rho(\mathbf{r})$ adalah kerapatan (muatan) elektron yang dapat ditulis sebagai

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_{i} f_i \, \psi_i^*(\mathbf{r}) \psi_i(\mathbf{r}) \tag{6}$$

Suku potensial ketida adalah $V_{\text{ext}}(\mathbf{r})$ yang menyatakan potensial eksternal yang dirasakan oleh elektron.

III. FUNGSI BASIS LAGRANGE

Untuk suatu interval $[0, L_{\alpha}]$ yang diberikan, dengan $L_{\alpha} > 0$, titik grid x_{α} sesuai untuk fungsi basis Lagrange

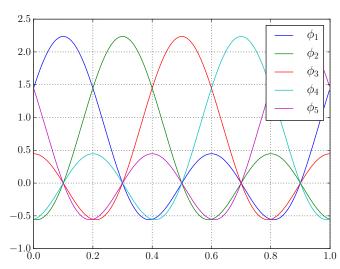
periodik dapat dinyatakan dengan persamaan berikut.

$$x_{\alpha} = \frac{L_{\alpha}}{2} \frac{2\alpha - 1}{N_{a}} \tag{7}$$

Fungsi basis Lagrange periodik yang akan digunakan memiliki bentuk sebagai berikut.

$$\phi_{\alpha}(x) = \frac{1}{\sqrt{N_{\alpha}L_{\alpha}}} \sum_{n_{\alpha}=1}^{N_{\alpha}} \cos \left[\frac{\pi}{L_{\alpha}} (2n_{\alpha} - N_{\alpha} - 1)(x - x_{\alpha}) \right]$$
(8)

Test



Sembarang fungsi periodic $f(x) = f(x + L_{\alpha})$ dapat

diekspansi dalam fungsi basis Lagrange

$$f(x) = \sum_{\alpha}^{N_{\alpha}} c_{\alpha} \phi_{\alpha}(x) \tag{9}$$

dengan c_{α} adalah koefisien ekspansi. Nilai fungsi f(x) pada titik grid x_{α} dapat diperoleh langsung dari koefisien ekspansi melalui hubungan $c_{\alpha} = \sqrt{L_{\alpha}/N_{\alpha}}f(x_{\alpha})$.

Ekspansi persamaan Kohn-Sham dengan fungsi basis Lagrange:

$$\psi_i(\mathbf{r}) = \sum_{\alpha\beta\gamma} C^i_{\alpha\beta\gamma} \Phi_{\alpha\beta\gamma}(\mathbf{r}) \tag{10}$$

dengan fungsi basis [3]

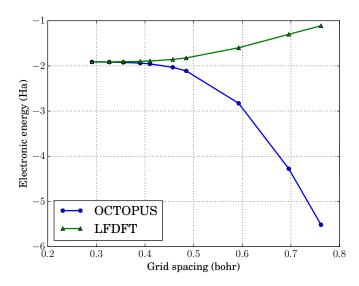
$$\Phi_{\alpha\beta\gamma}(\mathbf{r}) = \phi_{\alpha}(x)\phi_{\beta}(y)\phi_{\gamma}(z) \tag{11}$$

IV. PERHITUNGAN

Fortran
90: diuji dengan menggunakan kompiler berikut: G
Fortran, g95, ifort, pgi, dan Sun

Potensial eksternal berupa fungsi Gaussian:

$$V_{\text{ext}}(r) = A \exp(-\alpha r^2) \tag{12}$$



Menggunakan bagian lokal dari pseudopotensial HGH

$$V_{\text{ext}}(r) = -\frac{Z_{\text{ion}}}{r} \operatorname{erf}\left(\frac{\bar{r}}{\sqrt{2}}\right) + \exp\left[-\frac{1}{2}\bar{r}^2\right] \times \left[C_1 + C_2\bar{r}^2 + C_3\bar{r}^4 + C_4\bar{r}^2\right] \quad (13)$$

dengan $\bar{r} = r/r_{\rm loc}$

Contoh molekul diatomik: H_2 dan LiH

Visualisasi orbital molekul

V. KESIMPULAN

Implementasi

- [1] S. Choi, K. Hong, J. Kim, and W. Y. Kim, J. Chem. Phys. 142, 094116 (2015).
- [2] S. Choi, O.-K. Kwon, J. Kim, and W. Y. Kim, J. Comput. Chem. XX, XX (2016).
- [3] D. Baye, Physics Reports **565**, 1 (2015).

