

Estudio de los espectros de emisión de diferentes muestras radioactivas

Franco Nicolás Nieto, Miguel Ángel Ávila Carrero, Christopher Gabaldón

Laboratorio 5, Segundo Cuatrimestre 2023, Cátedra G. Grinblat

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Resumen

En este trabajo se estudiaron diferentes aspectos de la radiación γ de tres tipos de isótopos: ^{137}Cs , ^{133}Ba y ^{22}Na . Se estudió el espectro energético de dichos materiales, y a partir del ^{137}Cs se estimó la masa del electrón, que resultó $m_e c^2 = (721 \pm 190) \text{ keV}$. Además se concluyó que es conveniente tratar a la dispersión Compton con enfoques relativistas ya que se obtuvo $\beta = (0.780 \pm 0.052)$. Se caracterizó el efecto de interponer materiales entre la fuente y el detector para obtener los coeficientes de absorción de masa que tienen el plomo y el cobre, difiriendo significativamente con los tabulados para el caso del plomo y similares para el cobre. Por último se abordó la estadística intrínseca en estos fenómenos y se realizaron dos tests, χ^2 y Kolmogorov-Smirnov, para contrastar la hipótesis de que la distribución que se seguía era la de Poisson, ambos refutaron esta hipótesis con una significancia de $\alpha = 0,01$.

1. Introducción

1.1. Motivación

Los rayos gamma (γ), radiación electromagnética de alta energía, desempeñan un papel fundamental en la física nuclear y tienen una amplia aplicación en diversas áreas, desde la medicina hasta la investigación espacial. En este estudio, se desarrolló un método que permite obtener información detallada de una muestra radioactiva a partir del espectro de emisiones de rayos gamma. Este método podrá ser empleado como herramienta para identificar y caracterizar materiales de manera precisa.

1.2. Emisión de rayos γ

Los rayos γ son constituidos por fotones de alta frecuencia (del orden de los 10^{19} Hz), producidos generalmente por el decaimiento de elementos radioactivos. Para la detección de estos se emplean detectores cuyo principio de funcionamiento son el efecto fotoeléctrico y el efecto Compton.[1]

1.2.1. Efecto fotoeléctrico

El efecto fotoeléctrico ocurre cuando un electrón situado en la capa de valencia de un átomo, interactúa con un fotón incidente, y este le entrega el total de su energía E_γ . A causa de esto el electrón es arrancado del átomo. Este fenómeno se vuelve más ocurrente para fotones energéticos, como en

este caso son los rayos γ .

1.2.2. Efecto Compton

Cuando un fotón interactúa con un electrón libre, para que se conserve la energía E_γ y momento \vec{P} en el estado posterior a la interacción (dispersión) resultan un electrón y un nuevo fotón, los cuales se reparten la energía y el momento del fotón incidente entre sí. Este efecto también se produce con electrones cuasi-libres, o sea aquellos que tienen una energía de ligadura al átomo mucho menor que la energía del fotón incidente.

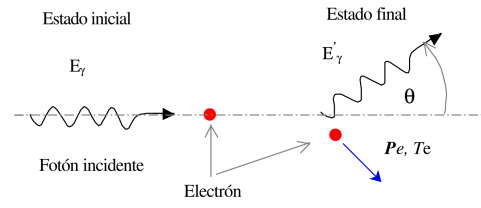


Figura 1: Esquema del efecto Compton.

Como se observa en la Figura 1, el fotón en el estado final forma un ángulo θ con la horizontal. Existe una relación entre la energía transferida al electrón y dicho ángulo, llegándose al caso extremo en que $\theta = \pi$ para el cual la transferencia de energía es máxima. Cuando no se tienen en cuenta fenómenos relativistas, por la conservación de energía y momento durante la interacción resulta la expresión:

$$m_{nr} c^2 = \frac{(2 E_\gamma - T)^2}{2T} \quad (1)$$

Donde T es la máxima energía cinética del electrón luego de la interacción, m_{nr} la masa no relativista del electrón, y c la velocidad de la luz.

Si en cambio se tienen en cuenta los efectos relativistas resulta la siguiente expresión:

$$m_r c^2 = \frac{2 E_\gamma (E_\gamma - T)}{T} \quad (2)$$

En este caso, m_r es la masa relativista del electrón.

Realizando procedimientos similares, se puede obtener una expresión dependiente de T y de E_γ que dictamine el valor de $\beta = \frac{v}{c}$. Esto será útil para entender con mayor claridad sobre que régimen se trabajará. La relación es:

$$\beta = \frac{T(2E_\gamma - T)}{T^2 - 2E_\gamma T + 2E_\gamma^2} \quad (3)$$

En este trabajo, empleando un detector (fotomultiplicador) se obtuvo un espectro de energías como consecuencia de las emisiones de rayos γ de una fuente radioactiva. Dicho espectro puede relacionarse con las cantidades T y E_γ de manera tal que según las expresiones 1 y 2 podrá obtenerse la masa del electrón con ambos enfoques. Una representación característica de este espectro para el caso de un material que emita únicamente rayos γ monoenergéticos se puede observar en la Figura 2.

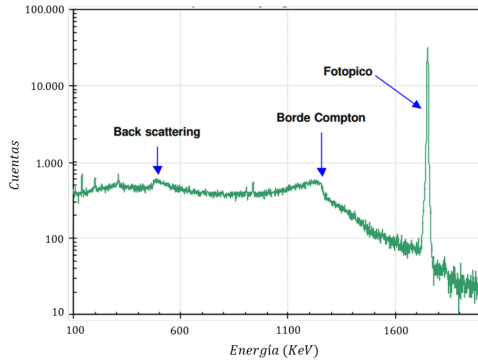


Figura 2: Espectro energético de las detecciones (las detecciones presentan escala logarítmica). En el mismo se resaltan las regiones características del mismo, es decir el *Fotopico*, el *Borde Compton* y la región de *Backscattering*

De dicho espectro se puede notar una zona que presenta una meseta, conocida como *Meseta Compton*, provocada por la transferencia de energía que los fotones transfieren a los electrones causados por la dispersión Compton para todos los ángulos. El canto de esa meseta,

corresponde a los electrones que recibieron mayor energía por este fenómeno, es decir T . Este es el *Borde Compton*. Por otro lado, los fotones que consiguen transferirle toda su energía E_γ a los electrones (efecto fotoeléctrico) luego de todo su paso por el detector causan el mencionado *Fotopico*. Por último, la región de *Backscattering* se debe a los fotones que reingresan al detector luego de ser retro-dispersados en el medio del detector.

De todos modos el sistema de detección informa un voltaje proporcional a la energía de los electrones que interactúan con los rayos γ de la fuente, por lo que será conveniente calibrarlo para así poder obtener cantidades como T y E_γ directamente del espectro de energías medido. Para esto se emplearán fuentes radioactivas cuyos rayos γ tengan una energía bien definida, es decir que estén tabuladas [2]. En la sección de Desarrollo Experimental esto será desarrollado en más profundidad.

1.3. Absorción en materiales

Si se interpone entre la fuente y el detector un medio material, los rayos γ interactuarán con este afectando a las mediciones. Si se considera que esta interacción es puramente fotoeléctrica, la ley de Beer-Lambert permite cuantificar como es el decaimiento en la intensidad por dicha interacción según:

$$I = I_0 e^{-\mu \rho x} \quad (4)$$

Donde I e I_0 son la intensidad después y antes del medio, μ es el coeficiente de absorción, ρ es la densidad del material y x representa el grosor del medio.

Notar que esta expresión se puede linealizar tomando logaritmo ambos miembros, resultando la siguiente expresión:

$$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\mu \rho x \quad (5)$$

A partir de la expresión 5 se podrá obtener μ realizando ajustes lineales si relacionamos las intensidades con la cantidad de detecciones. Notar que esta expresión es equivalente a:

$$\ln\left(\frac{n_0}{n}\right) = \mu \rho x \quad (6)$$

Donde n es el número de detecciones en presencia del material, y n_0 sin presencia de este.

1.4. Estadística de las emisiones

Los decaimientos de los elementos de la fuente que provocan la emisión de rayos γ , son procesos estocásticos que ocurren con una probabilidad extremadamente baja, pero al tener un número elevado de estos elementos resulta que pueden ser detectados. Este tipo de eventos estadísticos suelen seguir la distribución de *Poisson*, cuya distribución discreta de probabilidad para una variable aleatoria (V.A) n viene dada por:

$$P(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} \quad (7)$$

Donde λ sería en este caso la tasa de decaimientos por unidad de tiempo y n el número de decaimientos.

De todas formas, el fotón emitido debe tener una dirección tal que interactúe con la red cristalina del detector, que tiene las mismas características estadísticas que la emisión, por lo cual seguirán también una distribución de Poisson. Además en el detector suceden una serie de procesos de detección poissonianos y binomiales que hacen que este no sea ideal y que se reducen a asociarle una eficiencia ϵ , que indica la probabilidad de detectar, o no, la presencia de un rayo γ que pasa a través de él.

En suma, la variable aleatoria que se termina observando es aquella que surge de la composición de múltiples variables aleatorias poissonianas con binomiales. Notar que de la composición de una V.A binomial con probabilidad $p=\epsilon$, y una V.A Poisson con parámetro λ , la variable aleatoria resultante tiene distribución:

$$P(n) = \frac{(\lambda \cdot \epsilon)^n}{n!} e^{-\lambda \cdot \epsilon} \quad (8)$$

Como conclusión, la distribución de una V.A que surge de composiciones de V.A con distribución Poisson y binomial, resulta tener una distribución Poisson(λ), que será el caso de este trabajo. Pero el parámetro λ involucrará todos los procesos estadísticos inmersos en el experimento.

2. Desarrollo experimental

El armado experimental, como se ilustra en la Figura 3 consistió en una fuente radioactiva, emisora de radiación gamma, enfrentada a un centellador *NaI(Ti)* modelo *Rexon Type: NaI-2PX2/2.*, conectado a un dispositivo fotomultiplicador (*PMT*), alimentado con 0.93kV uti-

lizando una fuente de alto voltaje (*HVS*). El conjunto de la fuente y el centellador se ubicaron dentro de un blindaje de ladrillos de plomo para reducir el ruido de fondo.

La señal de salida del *PMT* se envió a través de un dispositivo amplificador de señal, modelo *Canberra 2022*, que no solo permitió controlar la amplitud de los picos de tensión sino también su *shaping*; con ello se logró hacer que los pulsos adquirieran una forma gaussiana y se ensanchen temporalmente lo que facilitó la adquisición. La configuración de este dispositivo era de una ganancia de 11.2 y el parámetro *shaping* en 4. La salida del amplificador se registró con una placa de adquisición *NI-DAQ USB-6210* [4] utilizando su frecuencia máxima de sampleo de 400 kHz debido a la corta duración de los pulsos.

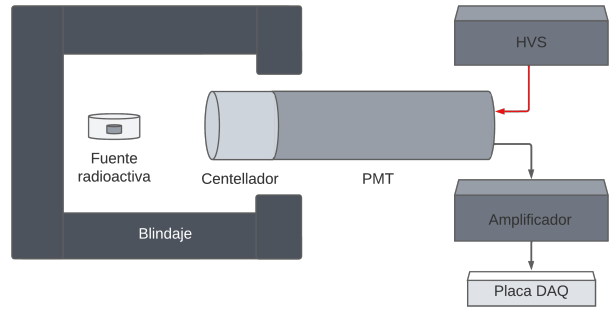


Figura 3: Esquema del armado experimental.

A lo largo de la experiencia se fueron intercambiando las fuentes radioactivas utilizadas, estas fueron de: ^{137}Cs , ^{133}Ba y ^{22}Na y además un material radioactivo sin etiquetar que se buscó caracterizar en el presente trabajo.

Las mediciones consistieron en adquirir los pulsos de tensión del *PMT* durante 10 minutos y así medir la actividad de cada fuente colocada a 3cm del centellador, a excepción de la fuente de ^{22}Na que se midió durante 20 minutos y con esta en contacto con el centellador debido a su baja actividad.

3. Resultados

3.0.1. Calibración del sistema

Para la calibración del sistema se tomó la fuente más activa que nos permitiese obtener la mayor cantidad de mediciones de radiación γ respecto al fondo. Esta actividad medida por la placa de adquisición se observa en la Figura 4

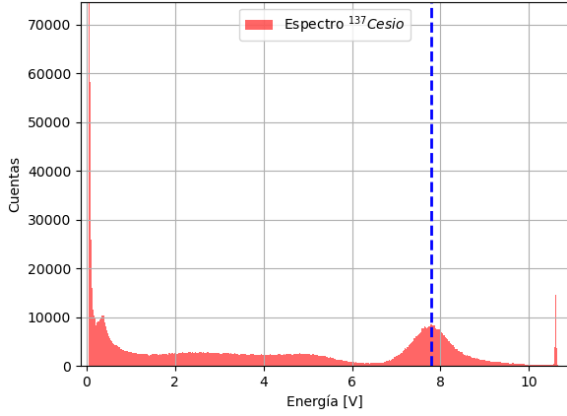


Figura 4: Espectro energético de ^{137}Cs , la escala del eje horizontal dada en *Volts* es la de lectura de la placa de adquisición.

De esta forma, se utilizó la fuente ^{137}Cs como valor de referencia para así calibrar el eje completo correspondiente a los voltajes. Con este objetivo, se ajustó por una gaussiana al fotopico detectado en el espectro con el eje sin escalar obteniendo su media en los 7.8 ± 0.5 V.

Luego, para calibrar el eje completo es necesario conocer cómo se corresponden al menos dos puntos en ambas escalas, por lo que para el primero se empleó el conocido valor de la energía de emisión del Cs (662 keV), para el segundo se asumió que los ceros en ambas escalas se correspondían, es decir para energías de 0 keV el sistema detectaba 0 V.

Es importante notar que con la escala del eje, para los 10 V máximos de detección dados por el DAQ, solo se pudo hasta valores de emisión cercanos a los 800 keV. Teniendo esto en cuenta se estudiaron fuentes que tuviesen emisiones menos energéticas que las del ^{137}Cs .

Por otra parte, se observaron mediciones de voltaje que podrían ser consecuencia de radiaciones de baja energía menores a 100 keV que en principio no corresponden a radiación correspondiente a ninguna de las fuentes estudiadas.

Con el objetivo de distinguir si se trataban de radiación de fondo, se midió sin ninguna fuente de radiación y no se encontró ningún pico de emisiones gamma en el laboratorio luego de confinar el detector con bloques de plomo. Estas mediciones de fondo sin fuente alguna se pueden ver en la figura 5

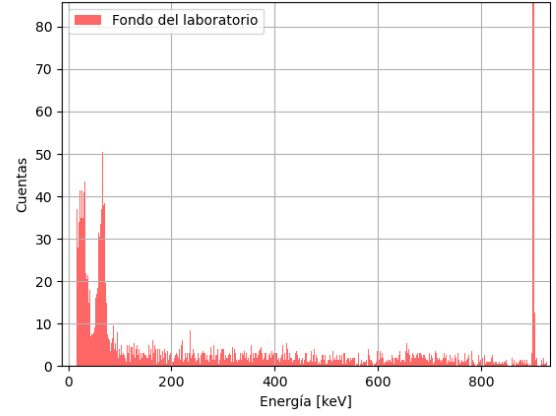


Figura 5: Detecciones de fondo del laboratorio

Se observan mediciones de energías bajas pero no con la magnitud de cuentas observadas durante las detecciones con fuente. De la misma forma, se observan cuentas para radiación gamma mas energética que saturan en esta escala (mayores a 800 keV) y que sí están asociadas al fondo, pero dada su bajos conteos no van a intervenir con las caracterizaciones de las cuentas

Descartando el fondo como posible causa de estas detecciones a bajas energías, se ve que son comunes en todas las fuentes. De esta forma, se tiene de hipótesis alternativa que son causadas por mecanismos internos del centellador haciendo que se tomen como falsas mediciones de radiación, siendo en realidad no corresponden a decaimientos y que aumentan junto con la actividad de la fuente que se ponga delante.

Esta hipótesis entonces explica también el por qué en el fondo se detectaron algunas actividades de bajas energías, asociadas a estas mismas señales falsas que fueron originadas por la actividad del fondo de radiación, que maneja energías superiores a los 800 keV.

3.0.2. Medición de espectros

Con el sistema correctamente calibrado, se procedió a realizar la medición del espectro energético de tres isótopos diferentes : ^{137}Cs , ^{133}Ba y ^{22}Na . Para ello se registraron los picos de las señales durante 10 minutos según la actividad del material. Con los picos energéticos se confeccionó un histograma para obtener del mismo las cantidades T y E_γ para luego calcular la masa del electrón.

La energía que se le asoció a los fotopicos fue la media de las campanas gaussianas por los que fueron ajustados. Esto se realizó para cada uno de los fotopicos detectados en los histogramas, tal

como se aprecia a modo de ejemplo en la Figura 6

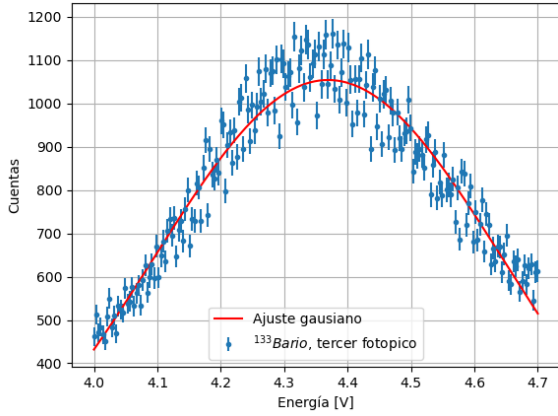


Figura 6: Fotopico ^{133}Ba , se ajusta la campana del fotopico por una gaussiana dando una media de $\mu = 4.3 \pm 0.28$.

Además para el caso del ^{137}Cs se observó la región de *backscattering*, como también la línea de conversión K_α (está última es producida cuando el hueco en la capa 1s es llenado por electrones de las capas superiores, en donde la energía se entrega como radiación X)[5]. Dicho espectro se observa en la Figura 7

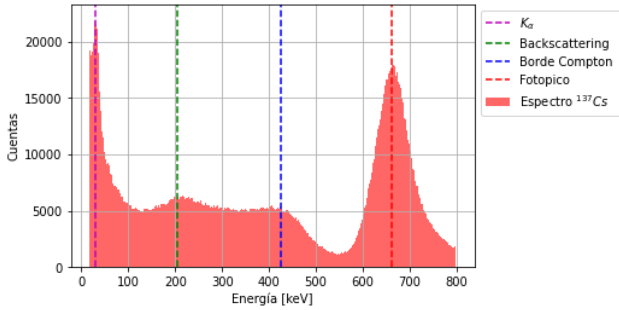


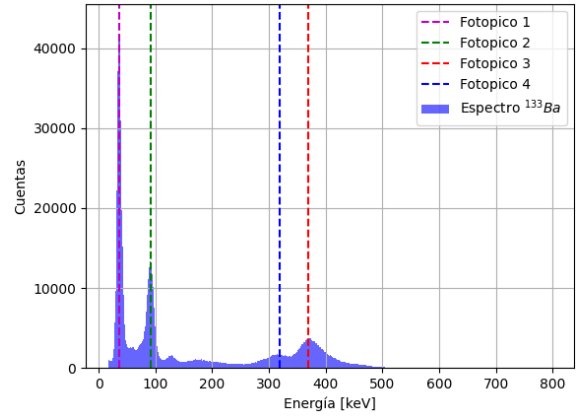
Figura 7: Espectro energético del ^{137}Cs , donde se notaron las regiones características del mismo.

Del espectro observado en la Figura 7 se observó la línea de conversión K_α en (31.0 ± 5.0) keV, la región de *backscattering* en (204 ± 12) keV, por otro lado el borde Compton se observó en (427 ± 13.0) keV, mientras que el fotopico en (661 ± 39) keV.

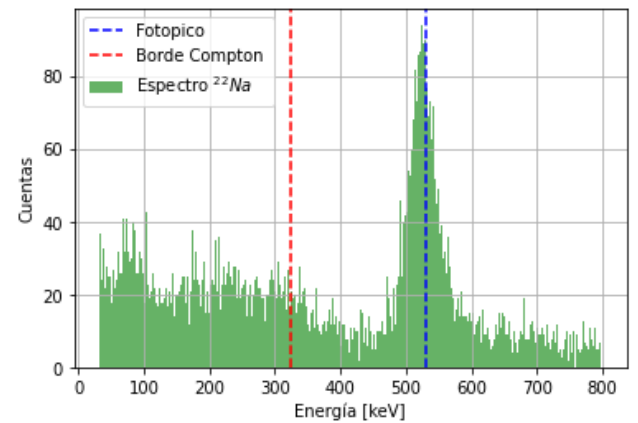
El criterio empleado para obtener T fue situarse en la región del borde Compton. Este punto se tomó como la última energía de la meseta Compton (se asumió que todos los ángulos θ en la dispersión Compton eran equiprobables por ende todas las energías asociadas a este efecto deberían tener una similar cantidad de cuentas). Para la energía E_γ se determinó el fotopico como el pico energético más alto.

Para la determinación de las incertezas del fotopico se utilizó el parámetro σ de la distribución gaussiana ajustada a cada uno, de forma que de la incerteza asociada al fotopico (tendría en cuenta las variaciones estadísticas del pico). Para el resto de las regiones el criterio para la incerteza fue asignarle cualitativamente una banda de errores. Por ejemplo para el borde Compton se tomó el rango energético que podría ser considerado parte de la meseta (ya no era posible hacer el ajuste por una distribución gaussiana).

Lo mismo se realizó para el ^{133}Ba y ^{22}Na , para el primero se notaron únicamente los fotopicos que resultaron (36.4 ± 3.7) keV, (90.9 ± 6.7) keV, (315 ± 25) keV y (371 ± 23) keV, mientras que para el sodio el fotopico fue de (521 ± 22) keV, y el borde Compton (324 ± 56) keV. Dichos espectros se pueden observar en la Figura 8.



(a) Espectro energético del ^{133}Ba



(b) Espectro energético del ^{22}Na

Figura 8: Espectros energéticos de ^{133}Ba y ^{22}Na . Se destacaron las regiones características de los mismos.

Lo interesante de esto es notar como las mediciones observadas presentaban similitud estructural con los espectros tabulados (sus cantidad de

picos y sus proporciones) para estos materiales [5]. De todas formas el PMT introdujo ruido en las mediciones, que no pudo ser removido ya que el ruido se manifestaba cuando se introducía una muestra, es decir, no era ruido de fondo.

También es notable que la fuente de ^{22}Na tenía mucho menor actividad que el resto de los materiales (para resolver esto se tomaron mediciones de 20 minutos pero no fue suficiente).

3.0.3. Determinación de masa del electrón

Para el cálculo de la masa del electrón solo se contemplaron los materiales ^{137}Cs y ^{22}Na , por su presencia del borde Compton. De todas maneras es importante mencionar que el ^{137}Cs contaba con una cantidad de mediciones ampliamente superior por la actividad de la fuente, es por esto que será mas confiable el resultado de este material.

Para determinar sobre que régimen se trabajaría (clásico o relativista) se calculó β según la expresión 3. Para el ^{137}Cs resultó $\beta = (0.780 \pm 0.052)$ por lo que se trabajó en el marco relativista. Empleando la expresión 2 la masa del electrón (multiplicada por c^2 para trabajar en unidades de eV) resultó $m_e c^2 = (721 \pm 190)$ keV. Notar que el valor tabulado de la misma [2] es de 511 keV, por lo que el error absoluto porcentual es de 41,1 %

Se realizó lo mismo para el ^{22}Na , resultando en este caso $\beta = (0.741 \pm 0.102)$ por lo que se trabajó en el marco relativista nuevamente. Por otro lado $m_e c^2 = (625 \pm 220)$ keV, es decir tiene un error absoluto porcentual de 22,3 %. Es importante notar que la baja actividad del ^{22}Na conllevó a incrementar la incerteza de T y por consiguiente la de la m_e . Además la baja actividad de la fuente conlleva a poco volumen de datos para realizar procesos estadísticos para estimar el valor del fotopico. En suma, el resultado para la masa será más confiable a partir de los datos del ^{137}Cs .

3.0.4. Muestra desconocida

Como se mencionó en la Sección 1.1 una aplicación útil una vez que se tiene calibrado al sistema es poder determinar la composición de una muestra. En este caso se empleo una muestra encapsulada que se desconocía su material, y el objetivo era caracterizar el mismo. Para su análisis en primera instancia se obtuvo su espectro tomando mediciones durante 20 minutos. El espectro energético resultó:

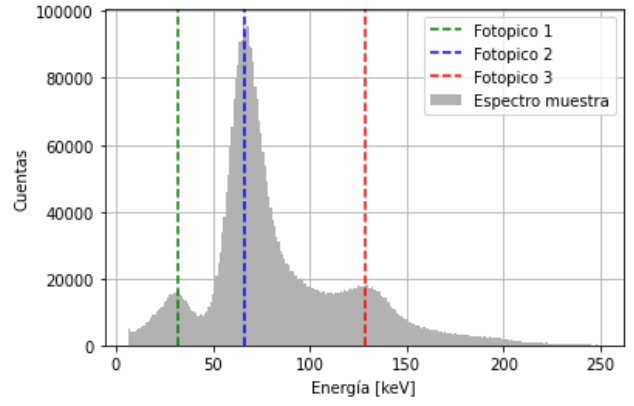


Figura 9: Espectro energético de la muestra desconocida. Se destacan los fotopicos de la misma.

Analizando el espectro se pueden notar 3 picos situados en (32.0 ± 7.0) keV, (63 ± 12) keV, (129 ± 25) keV. Los dos primeros son coincidentes con los del ^{241}Am [9], ya que en su espectro gamma se reconocen las emisiones de los elementos en los que este decae, como la emisión del ^{237}Np en 59.54 keV, y de la misma forma a la línea de conversión K_α del I (yodo) al decaer con 26.3 keV.

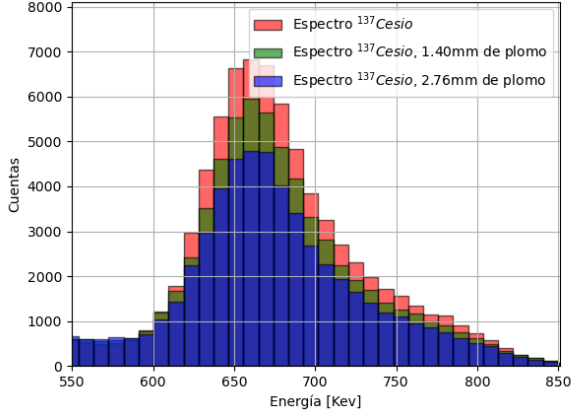
Respecto al otro pico observado puede atribuírsele al ruido de la medición, o a la radiación de otro material presente en la fuente.

3.0.5. Absorbancia

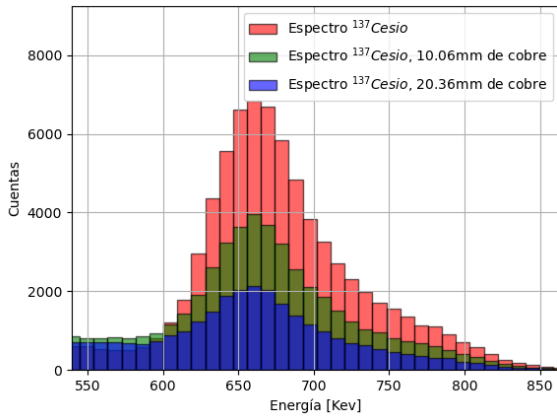
Usando la fuente mas activa que disponíamos ^{137}Cs , se colocaron obstáculos entre el detector y la fuente de emisión, haciendo que la radiación emitida deba viajar a través del material antes de llegar al detector. Se cuentan con dos placas de plomo (1.40 ± 0.01) mm y (1.36 ± 0.01) mm, y dos placas de cobre de (10.06 ± 0.01) mm y (10.36 ± 0.01) mm.

Durante este trayecto, la radiación emitida puede interactuar con la estructura molecular del material en cuestión, haciendo que parte de esta sea absorbida por el material obstructor, bajando así la cantidad de detecciones que va a tener el sistema en un mismo periodo de tiempo.

Con esto en mente, se tomaron mediciones durante una misma cantidad de tiempo para la fuente de ^{137}Cs sin ningún material entre el detector en el camino de la radiación, y luego se repitió lo mismo para capaz de distintos espesores de cobre y plomo. De esta forma, se logró observar como decae la actividad efectiva detectada en el sistema en la Figura 10



(a) Placas de plomo



(b) Placas de cobre

Figura 10: Espectros energéticos de ^{137}Cs . Se anteponen al detector placas de distinto grosor de dos materiales en cuestión, reduciendo la actividad efectiva de detección.

Realizando un tratamiento análogo a la determinación de la energía de los fotopicos, se ajustó por una gaussiana a cada fotopico de las detecciones. Posteriormente se ajustó la cantidad de detecciones en el mismo intervalo energético (donde esta contenido el fotopico) y en el mismo periodo de tiempo. Se definen estas cantidades n a las detecciones obstruidas y n_0 a las detecciones dadas sin obstáculos.

De esta forma, usando la 6 se puede hacer un ajuste lineal que relaciona las detecciones obstruidas y no obstruidas si damos por conocida la densidad del cobre $\rho_{\text{plomo}} = 113 \pm 1 \frac{\text{mg}}{\text{mm}^3}$ y $\rho_{\text{cobre}} = 89 \pm 1 \frac{\text{mg}}{\text{mm}^3}$, donde también trabajamos con un mismo rango de emisión de rayos gamma debido a que el coeficiente de absorbancia es sensible a este ultimo parámetro. De esta forma llegamos a que $\mu_{\text{plomo}} = (104.2 \pm 7.1) \frac{\text{mm}^2}{\text{g}}$ y $\mu_{\text{cobre}} = (5.8 \pm 0.10) \frac{\text{mm}^2}{\text{g}}$ para un rango cercano a

los 662 keV correspondientes al fotopico del ^{137}Cs

Comparando con la cantidad nominal para la energía mas cercana reportada en otros trabajos [7],[8] fue de 600 keV. Esto nos dice que para el plomo, $\mu_{\text{plomo}} = (12.50 \pm 0.10) \frac{\text{mm}^2}{\text{g}}$ y $\mu_{\text{cobre}} = (7.60 \pm 0.10) \frac{\text{mm}^2}{\text{g}}$. Viendo la comparativa se observa que el valor de cobre difiere en un 27 %, pero en el caso del plomo la diferencia es de un orden de magnitud. Se maneja de hipótesis que o bien la estructura el plomo utilizada difiere significativamente con la tabulada y esto afecta su interacciones internas, o bien el material en el laboratorio no es una composición pura de plomo.

3.0.6. Estadística de las emisiones

En este último apartado se estudiará la naturaleza de la distribución estadística asociada al decaimiento radioactivo. En este caso se utilizará la medición tomada para el ^{137}Cs ya que esta es la presentó mayor actividad que nos permite hacer un análisis estadístico de mejor calidad al contar con un gran volumen de datos.

Como ya se discutió en la sección 1.4 se analizará la variable aleatoria "**cantidad de detecciones en un dado intervalo de tiempo Δt** " que para el presente experimento debería presentar una distribución poissoniana. Justamente esta será la hipótesis nula H_0 que se busca corroborar en este apartado.

En este caso al tener una medición de 10 minutos de la actividad de la fuente, se contabilizarán la cantidad de detecciones de a intervalos de 0,1s lo que dará como resultado 6000 realizaciones de nuestra VA. Estas son las entradas de la Figura 11. En dicha figura se superpuso al histograma la distribución de Poisson con $\mu = 819,4$ que corresponde a la actividad media registrada en los 6000 intervalos que fue de $(819,4 \pm 27,0) \frac{\text{detecciones}}{0.1\text{s}}$

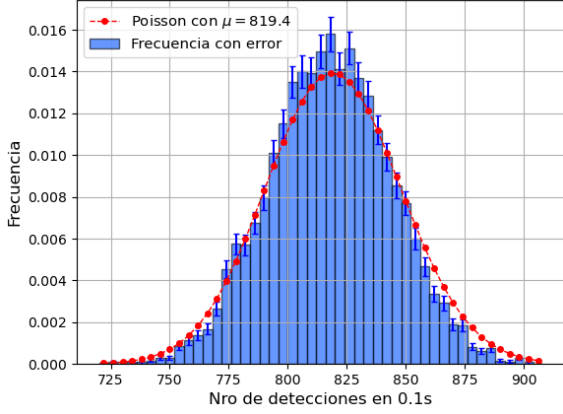


Figura 11: Histograma normalizado del número de detecciones en un intervalo de 0,1s superpuesto con una distribución de Poisson de $\mu = 819,4$

Para corroborar o en todo caso refutar la H_o se planteará un test de hipótesis. Con el histograma y la distribución de Poisson de la figura 11 se realizó un test χ^2 que considera las diferencias cuadradas ponderadas. Dicho test tuvo como resultado un p -valor $\sim 10^{-10}$, por lo tanto se debe rechazar H_o dado que esta es la probabilidad de obtener un resultado más discrepante que el nuestro solamente por fluctuaciones estadísticas.

Este resultado a pesar de ser discrepante con lo discutido en la introducción podría haberse esperado viendo la Figura 11. Allí mismo se observa cómo el histograma es más alto que la distribución teórica en el centro, más bajo en los extremos y por lo tanto más angosto es decir que tiene una desviación estándar ($\sigma = \sqrt{Var}$) menor que la de la Poisson.

Como es sabido, si esta VA tuviera una distribución de Poisson su varianza debería fluctuar alrededor de su media. Para ver si esto sucede, se hará el mismo análisis que antes pero dividiendo la 10 minutos en distintos Δt y se observará la relación entre la varianza y la esperanza para cada uno. Para visualizar esto se utilizó el Factor de Fano que se define como

$$F(\Delta t) = \frac{\sigma_{\Delta t}^2}{\mu_{\Delta t}} = \frac{Var_{\Delta t}}{\mu_{\Delta t}}$$

Para el caso en que los datos efectivamente provengan de una distribución de Poisson debería fluctuar alrededor de 1 y en el límite estadístico (medición infinita) debería ser igual a 1. Los resultados obtenidos se visualizan en la figura 12.

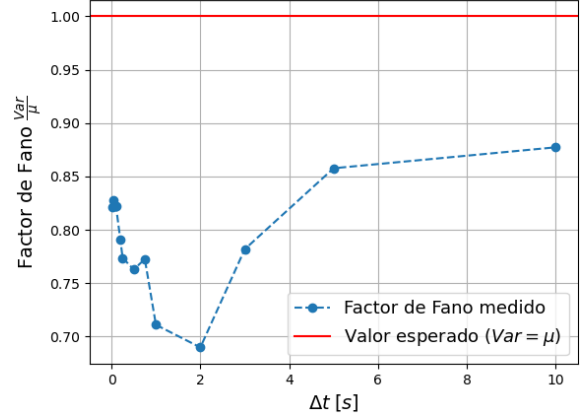


Figura 12: Factor de Fano para la cantidad de detecciones en distintos Δt entre 0,01s y 10s

Se observa cómo el factor de Fano es sistemáticamente menor a 1 en todos los casos, en concordancia con lo discutido previamente sobre que la desviación estándar del histograma es menor que la de Poisson.

Por último para refutar definitivamente la H_o la someteremos a un test de Kolmogorov-Smirnov. Este consiste en la comparación entre la función de distribución acumulada (CDF) de la distribución teórica ($F_0(x)$) con una CDF escalonada dada por los n datos medidos ($S_n(x)$) (ver Frodesen - 14.6.8)[6]. El estadístico que usa en este test es

$$D_n = \max |S_n(x) - F_0(x)|$$

que mide la discrepancia máxima entre ambas CDF. Aplicando este test a la presente H_o con los $n = 6000$ datos provenientes de usar $\Delta t = 0,1s$ se obtienen las curvas de la figura 13 y con ellas el estadístico $D_{6000} = 0.026$

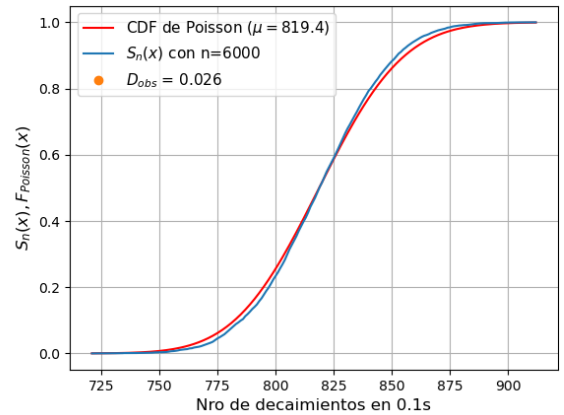


Figura 13: Factor de Fano para la cantidad de detecciones en distintos Δt entre 0,01s y 10s

El valor crítico $d_{\alpha, n}$ del estadístico para refu-

tar H_o con una significancia de $\alpha = 0,01$ (ver Frodesen - Apéndice A10)[6] es para $n = 6000$ $d_{0,01} = 0,021$. Dado que $D_{obs} > d_{0,01}$, a través de este otro test también refutamos H_o . Sin embargo en este informe no se presenta ninguna hipótesis de qué podría haber causado que no se haya obtenido una VA con distribución poissoniana, responsable por hacer que $\sigma_{\Delta t}$ sea menor de lo esperado.

4. Conclusiones

En este trabajo se logró estudiar diversos aspectos de la radiación γ de tres isótopos : ^{137}Cs , ^{133}Ba y ^{22}Na . Se estudió el espectro energético de dichos materiales, y a partir de estos se estimó la masa del electrón. Además se concluyó que es conveniente tratar a la dispersión Compton con enfoques relativistas. Se caracterizó el efecto de interponer ciertos materiales en la radiación, para obtener los coeficientes de absorción de estos. Por último se abordó la estadística intrínseca en estos fenómenos y se realizó un test para contrastar la hipótesis de que la distribución que se seguía era la de Poisson.

Se logró calibrar el sistema, y se obtuvo una relación lineal entre los voltajes medidos y las energías de emisión. Para ello se usó la fuente ^{137}Cs como conocida principal referencia.

Con el sistema calibrado se logró obtener espectros de emisión de los tres isótopos mencionados, los espectros de estos no presentaban estructuralmente diferencias con los tabulados (proporciones entre los picos). Así también los valores energéticos de los picos coincidían con los tabulados salvo para el ^{133}Ba , donde diferían en un 3 % respecto a los encontrados.

A partir del espectro del Cs y Na se pudo obtener los valores T y E_γ necesarios para obtener β , que consolidó la idea de trabajar en el marco relativista, y la masa del electrón m_r . Para el caso del Cs resultó $\beta = (0.780 \pm 0.052)$ y $m_r c^2 = (721 \pm 190)$ keV. Mientras que para el Na resultó $\beta = (0.741 \pm 0.102)$ y $m_r c^2 = (625 \pm 220)$ keV. De todas maneras el resultado más confiable fue el del Cs por la mayor actividad de esta fuente.

A partir de tener el sistema calibrado se estudió el espectro energético de una fuente desconocida, y a partir de los fotopicos de esta se determinó que la fuente estaba compuesta principalmente por ^{241}Am . Aunque en su espectro se observó un pico en la región de los 120 keV que no era compatible con este, por lo que se asumió que

era ruido del instrumento o puede deberse a la presencia de otro material dentro del encapsulado.

Respecto a al estudio de la absorbancia de los materiales, se logro conseguir el coeficiente de absorción de masa en los dos materiales, haciendo claro que el plomo posee mejor capacidad de confinar la radiación gamma emitida por la fuente estudiada al tener un coeficiente de absorbancia cercano a 20 veces mayor que el del cobre, siendo $\mu_{plomo} = (104.2 \pm 7.1) \frac{mm^2}{g}$ y $\mu_{cobre} = (5.80 \pm 0.10) \frac{mm^2}{g}$. Comparando con los valores tabulados de absorbancia en el rango de energías analizado en esta experiencia 662 keV, difieren significativamente para el caso del plomo, no siendo el caso para el cobre que si se mantienen en el mismo orden de magnitud.

En cuanto al análisis estadístico de las detecciones, se dividió la medición de 10 minutos del ^{137}Cs en intervalos de $\Delta t = 0,01s$ y se contó el numero de detecciones en cada intervalo. Con esto se consiguió un valor para la actividad de $(819,4 \pm 27,0) \frac{detecciones}{0.1s}$.

A su vez con estos valores de cantidad de detecciones se refutó la hipótesis de que provengan de una distribución de Poisson con misma media. Para llegar a esta conclusión se analizó el Factor de Fano para distintos Δt que fue sistemáticamente menor que 1 y también se hicieron dos tests. Primero un test χ^2 que tuvo como resultado un $p - valor \sim 10^{-10}$ y en segundo lugar se realizó un test de Kolmogorov-Smirnov que refutó la hipótesis con una significancia de $\alpha = 0,01$. Sin embargo no se logró llegar a una hipótesis que explique este comportamiento no poissoniano de la cantidad de detecciones en cierto Δt .

Referencias

- [1] ESIBERG, FERNANDO D., *Fundamentos de Física Moderna*, 1997.
- [2] FIRESTONE R.B., CHU L.P., *Table of Radioactive Isotopes* 1999.
- [3] GUÍA NUCLEAR, [http : / / materias . df . uba . ar / l5a2023v/files/2023/02/nuclear](http://materias.df.uba.ar/files/2023/02/nuclear)
- [4] NATIONAL INSTRUMENTS, *USB-6210 Specifications*, <https://www.ni.com/docs/en-US/bundle/usb-6210-specs/page/specs.html>
- [5] LD DIDACTIC, *Fuentes radioactivas*, <https://www.ld-didactic.de/software/524221es/Content/Appendix/RadioactiveSources.htm>
- [6] A. G. FRODESEN, O. SKJEGGESTAD, *Probability and statistics in particle physics*, sección 14.6.8, 1979.
- [7] *NIST: X-ray Mass Attenuation Lead*, <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/>
- [8] *NIST: X-ray Mass Attenuation Copper*, <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/>
- [9] LD DIDACTIC, *Espectro ^{241}Am* , <https://www.ld-didactic.de/software/524221es/Content/Appendix/Am241.htm>