

Estudio de vórtices en fluidos de diversas viscosidades y contornos

Franco Nicolás Nieto, Miguel Ángel Ávila Carrero, Christopher Gabaldón

Laboratorio 5, Segundo Cuatrimestre 2023, Cátedra G. Grinblat

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Resumen

En este trabajo se caracterizó el comportamiento del campo de velocidades de un vórtice variando la viscosidad del fluido, su velocidad de rotación y sus condiciones de contorno. En particular se modificó la geometría del recipiente y se estudió el efecto de incorporar un vórtice a diferentes distancias del primero. Se buscó comparar dos modelos teóricos que describen las velocidades de fluidos en rotación, estos son los modelos de Burgers y Rankine respectivamente. En esta línea se observó una dependencia de la velocidades tangenciales con la viscosidad que no era contemplado por los modelos. Por otro lado, a partir del modelo de Burgers para la velocidad radial se lograron obtener mediante ajustes lineales una estimación para la viscosidad cinemática que fue comparada con valores tabulados. Finalmente, se estudiaron los perfiles laterales del vórtice para distintas velocidades, obteniendo además un valor de la aceleración gravitatoria g .

1. Introducción

El estudio de la dinámica de fluidos es un área sumamente amplia que describe fenómenos que van desde la biología hasta la ingeniería y astrofísica. Las ecuaciones de Navier-Stokes, que describen esta dinámica, llevan a ecuaciones diferenciales no lineales difíciles de resolver, pero que con ciertos modelos como los de Burgers y Rankine empleados en este trabajo, pueden resolverse mediante aproximaciones.

El objetivo de este informe fue caracterizar los campos de velocidades generados por los vórtices en un fluido, frente a variaciones en la viscosidad, en la velocidad angular del agitador y en la geometría de los contornos del sistema. Posteriormente, se discutirán dos modelos teóricos para la descripción de vórtices estacionarios, el de Rankine y el de Burgers [1] y se los contrastarán con resultados experimentales.

1.1. Vórtices

Para describir la dinámica de un fluido se utiliza el campo de velocidades $\vec{u}(\vec{r})$ que indica la velocidad de las partículas en cada punto del fluido. Un vórtice es una región de un fluido donde las partículas de este rotan en torno a un mismo eje. Para poder cuantificar esta rotación se define una cantidad $\vec{\omega}$ a partir del campo de velocidades del fluido \vec{u} llamada *vorticidad*.

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{u} \quad (1)$$

Introduciendo esta variable en las ecuaciones de Navier-Stokes [1] a partir de tomar el rotor a ambos lados de la igualdad se obtiene la Ec. 2 que indica la evolución temporal de la vorticidad.

$$\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = \vec{\omega} \cdot \nabla \vec{u} + \nu \nabla^2 \vec{\omega} \quad (2)$$

Como se puede observar en esta ecuación aparece una variable ν llamada *viscosidad cinemática* que indica la resistencia del fluido a deformaciones por esfuerzos de corte. Este segundo término es el responsable por la variación de vorticidad por *difusión viscosa* y hace que el campo de vorticidad sea una función suave en el fluido ya que las partículas sin vorticidad la adquieren por rozamiento con los elementos de fluido adyacentes que sí la posean.

En este trabajo se considerarán dos soluciones para un vórtice que satisfacen esta ecuación, el modelo de Rankine despreciando el término de difusión viscosa y por otro lado el modelo de Burgers que sí lo tiene en consideración.

1.2. Modelos

El modelo de Rankine ($\nu = 0$) parte de una descripción del vórtice en una región de $r < c$ donde la vorticidad es uniforme, como la rotación de un sólido, y otra región $r > c$ donde la vorticidad es nula. Esto es posible ya que se desprecia el término

de difusión viscosa y por lo tanto se puede tener una función discontinua de vorticidad. Con este modelo las componentes angulares y radiales del campo de velocidades se describen según:

$$u_\theta(r) = \begin{cases} \Omega r & \text{si } r < c \\ \frac{\Omega c^2}{r} & \text{si } r > c \end{cases} \quad (3)$$

$$u_r = u_z = 0$$

donde Ω es la velocidad angular del fluido en el centro del vórtice ($r \rightarrow 0$).

Mientras que en el modelo de Burgers ($\nu \neq 0$) donde sí se considera la difusión viscosa, y por lo tanto vorticidad será continua y el campo de velocidades suave, el vórtice se describe como

$$u_\theta(r) = \frac{\Omega c^2}{r} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{c^2}}\right)$$

$$u_r(r) = -\frac{2\nu}{c^2} r$$

$$u_z(z) = \frac{4\nu}{c^2} z$$
(4)

En la Figura 1 se ilustran ambos modelos. Notar cómo para valores de $r \ll c$ y $r \gg c$ ambas curvas coinciden, es decir que la discrepancia entre ambos modelos se encuentra en el borde del vórtice en $r = c$ donde se debería producir la difusión viscosa.

Como se puede observar en las Ecs. 3 y 4, en ninguno de estos casos u_θ varía con la viscosidad ν por lo tanto tampoco depende del fluido que se utilice. Sin embargo en el modelo de Burgers se tiene que u_r sí depende de ν y por lo tanto esta constante se puede obtener a partir de un ajuste de $u_r(r)$.

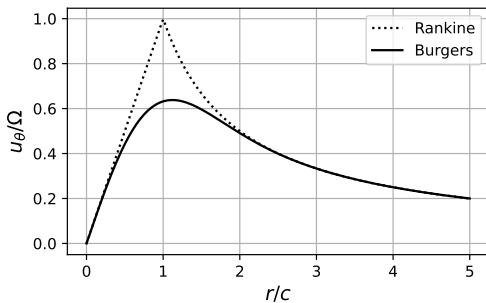


Figura 1: Modelos teóricos de Rankine ($\nu = 0$) y Burgers ($\nu \neq 0$).

Otro modelo que se utilizará en este trabajo es el de la forma $z(r)$ que adquiere el perfil del vórtice [2] dada por

$$z(r) = z_\infty - \frac{\Omega c^4}{2gr^2} \quad (5)$$

donde z_∞ es la altura del líquido lejos del centro del vórtice que se tomará en el borde del recipiente, g el valor de la aceleración gravitatoria y nuevamente Ω es la velocidad angular cuando $r \rightarrow 0$.

2. Desarrollo experimental

El armado experimental para esta práctica se esquematiza en la Figura 2. El mismo consistió en un vaso de precipitado, de 1500 mL y $(12,7 \pm 0,1)$ cm de diámetro, dentro del cual se introdujo una mezcla de agua y glicerina para poder controlar la viscosidad del fluido utilizado. Las soluciones de glicerina tuvieron una concentración de 0 %, 35 % y 70 % m/m . [3]

Adicionalmente, el vaso de precipitado se colocó sobre un agitador magnético *D-Lab MS-H380* que hace rotar un buzo imantado dentro del fluido que producirá el vórtice con la velocidad angular deseada. Para poder observar la velocidad de las partículas en cada punto del fluido, para así obtener $\vec{u}(\vec{r})$, se depositaron partículas trazadoras de *glitter* sobre su superficie y también para obtener un mejor contraste se tiñó el líquido con colorante negro.

Para adquirir la velocidad de estas partículas sobre este armado se colocó una cámara de 60 fps que grabó la superficie del fluido y este vídeo luego se procesó a través de un programa en Python utilizando la librería *OpenCV* para el preprocesamiento de las imágenes y mejorar el contraste de los trazadores. Posteriormente se empleó el algoritmo de la librería *OpenPIV* [4] para hacer el trazado de las partículas y obtener sus velocidades radiales $u_r(r)$ y tangenciales $u_\theta(r)$.

Para el análisis de estas velocidades solo se tuvieron en cuenta $u_r(r)$ y $u_\theta(r)$ con $r < 5\text{cm}$ ya que para radios más grandes las velocidades se veían afectadas por los contornos que se encontraban en $r = 6,35$ y que ninguno de los modelos tienen en cuenta, ya que son calculados para vórtices libres o en ausencia de contornos.

Una consideración importante que se tuvo durante la experiencia fue que el vórtice generado por el agitador presentaba una velocidad de deriva, es decir que no se mantenía fijo en el centro del vaso de precipitado sino que variaba su posición a lo largo del tiempo. Como solución se procedió a recortar las grabaciones a un lapso de tiempo en

el cual la deriva no sea considerable, aproximadamente unos 5 segundos. En el Apéndice 4 se propone un armado experimental que si bien es más sofisticado y no fue utilizado en el presente trabajo, debería resolver el problema de la deriva.

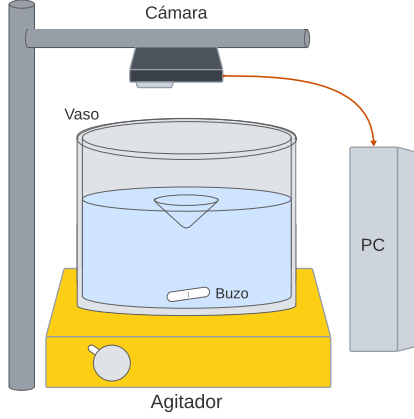


Figura 2: Armado experimental con un vaso precipitado de 1500ml y 12,7cm de diámetro, un agitador y buzo magnético para forzar el vórtice. A su vez se montó una cámara para adquirir la evolución de las partículas trazadoras en el fluido.

2.1. Variación de contornos

En el armado experimental descrito previamente se tuvo un recipiente cilíndrico con simetría de rotación acorde a la forma del vórtice, esto es, simetría cilíndrica. Sin embargo, para una segunda parte de la experiencia se propuso modificar las condiciones de contorno del sistema. Esto se realizó cambiando la geometría del recipiente y utilizando un recipiente rectangular de $(45 \times 25 \times 25) \text{ cm}^3$ con 5 L de agua sin glicerina. La cantidad de agua agregada esta limitada por la capacidad de peso máximo que soportan ambos agitadores.

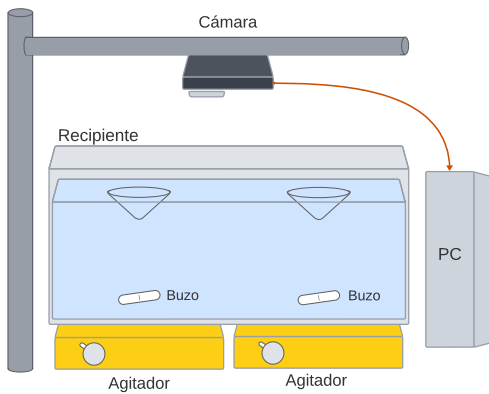


Figura 3: Armado experimental con recipiente rectangular de $(45 \times 25 \times 25) \text{ cm}^3$, dos agitadores y dos buzos para forzar dos vórtices adyacentes y cámara para adquirir la evolución de las partículas trazadoras.

También se analizó el efecto que produce tener un vórtice adyacente al que se está analizando. El montaje experimental se puede observar en la Figura 3, donde en este caso se utilizaron dos agitadores magnéticos.

El campo de velocidades en cualquier fluido debe cumplir en el contorno de un recipiente que $\vec{u}|_{\text{cont}} \perp \hat{n}|_{\text{cont}}$. Por lo tanto, en este caso, al modificar la geometría del recipiente, ya no se cumple que la normal a la superficie del contorno tenga dirección \hat{r} y entonces la condición de contorno no será simplemente pedir que $u_r|_{\text{cont}} = 0$, se observarán las consecuencias de esto en la Sección 3.3.

3. Resultados

3.1. Variación de la viscosidad

Se estudió el comportamiento de las velocidades tangenciales y radiales del fluido para tres viscosidades diferentes, utilizando en todos los casos una velocidad de rotación del agitador de (300 ± 1) r.p.m. Se utilizaron mezclas de agua con glicerina con soluciones de 0 % (es decir agua pura), 35 % y 70 % respectivamente (en todos los casos se utilizaron $(500 \pm 5) \text{ ml}$ de fluido dentro del recipiente cilíndrico). Para las velocidades tangenciales u_θ se ajustaron las mediciones por los modelos de Rankine y Burgers. Particularmente las mediciones ajustadas por el modelo de Burgers se aprecian en la Figura 4.

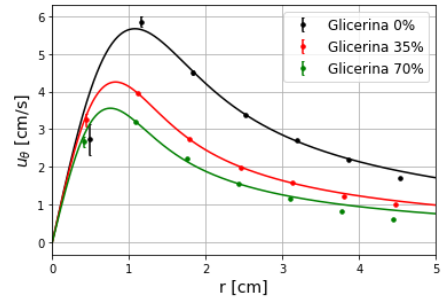


Figura 4: Ajuste empleando modelo de Burgers para la velocidad tangencial u_θ en función de la distancia r al centro del vórtice empleando diferentes viscosidades.

Se observó una tendencia de las curvas a disminuir u_θ conforme crecía la proporción de glicerina en el fluido. Si bien esta dependencia no se observa en la Ec.4, se atribuyó este comportamiento a dos posibles causas. Por un lado a la interacción del buzo con el fluido, en donde los fluidos más viscosos generaban una mayor resistencia al movimiento del buzo disminuyendo levemente su velocidad de rotación o por el aumento de los efectos

de borde que tiendan a frenar el campo de velocidad con mayor tensión de esfuerzo a los fluidos más viscosos.

Por otro lado se procedió a ajustar las mediciones por el modelo de Rankine según la Ec.3, dichos ajustes se observan en la Figura 5.

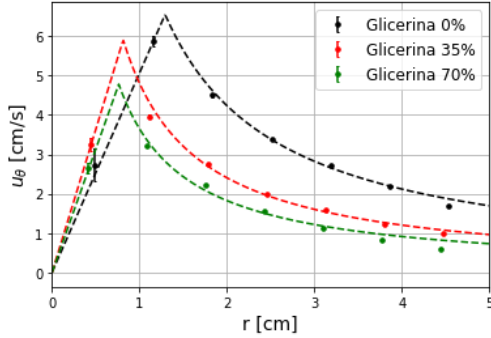


Figura 5: Ajuste empleando modelo de Rankine para la velocidad tangencial u_θ en función de la distancia r al centro del vórtice empleando diferentes viscosidades.

Se observó nuevamente la tendencia a disminuir u_θ conforme aumentaba la viscosidad del fluido. El modelo de Rankine no exhibía esta dependencia con ν , por lo que nuevamente se adjudica este comportamiento a la interacción con el buzo o al contorno.

De los ajustes realizados se obtuvieron en cada caso la velocidad de rotación Ω y el radio del vórtice c . Para cada ajuste se procedió a realizar una prueba χ^2 para cuantificar la bondad del ajuste, tomando como hipótesis nula que las mediciones siguen la forma funcional dada por la Ec.4. En particular se optó por calcular el $\chi_\nu^2 = \chi^2/N$ donde N es la cantidad de grados de libertad del sistema (n° mediciones - n° parámetros a ajustar - 1). En esta Sección todos los ajustes tienen $N = 5$. A modo de resumen en la Tabla 1 se describen los parámetros estimados.

Si se observan en esta tabla los valores de χ_ν^2 se evidencia cómo en el caso de los ajustes de Rankine el χ_ν^2 aumenta junto con la viscosidad del fluido, esto indica que el ajuste discrepa con los datos cada vez más. Esto es de esperarse ya que el modelo de Rankine describe fluidos ideales con $\nu = 0$. Por el contrario, en el caso de Burgers el valor del χ_ν^2 pareciera fluctuar cerca de 4, que si bien indica que el ajuste no fue óptimo muestra que para todas las viscosidades ajusta de forma similar y no aumenta su discrepancia con los datos. Nuevamente, esto es esperable del modelo de Burgers ya que este es apropiado para cualquier viscosidad.

De forma análoga al tratamiento para las velocidades tangenciales, se ajustaron las mediciones de la componente radial de la velocidad u_r . Se ve una variación de velocidades radiales que solo está presente en el modelo de Burgers según la Ec.4. Dicho ajuste se observa en la Figura 6.

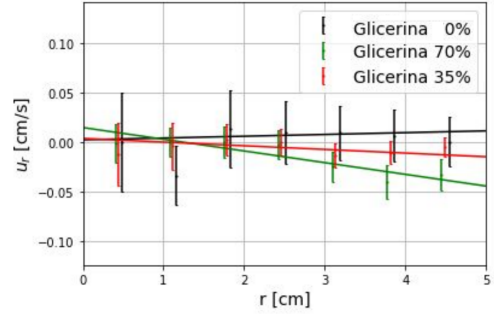


Figura 6: Ajuste empleando modelo de Burgers para la velocidad radial u_r en función de la distancia r al centro del vórtice empleando diferentes viscosidades.

En este caso se observó una dependencia de la pendiente del ajuste con la proporción de glicerina del fluido. El modelo exhibe una relación lineal entre u_r y r cuya pendiente es $-\frac{2\nu}{c^2}$. Esto puede explicar la mencionada dependencia de la viscosidad observada en los ajustes. Empleando los valores de c obtenidos para los ajustes de Burgers (Tabla 1) se pudo estimar entonces los valores de la viscosidad del fluido.

En todos los casos χ_ν^2 resultaba en valores menores a 1, esto podría deberse a una sobreestimación del error. Además los errores relativos obtenidos del 100 % pueden ser explicados por la incerteza de cada punto de u_r . Esto es debido a que la escala de estas velocidades u_r es del orden de $0,05 \frac{cm}{s}$ lo que implica que la velocidad radial era de medio milímetro por segundo y la cámara no tiene suficiente resolución para distinguir estas distancias con precisión y su desviación estándar resulta del mismo orden. No se presenta este mismo problema para las velocidades tangenciales u_θ ya que para estas el error de resolución no resulta significativo frente a su magnitud. Los parámetros obtenidos de los ajustes se observan en la Tabla 2, en ella se compararon las viscosidades con sus respectivos valores tabulados [3].

Los valores observados en la Tabla 2 reflejan que conforme aumenta la viscosidad, aumenta la diferencia de los parámetros con los tabulados, aunque esto puede atribuirse a la mencionada interacción del buzo con el fluido, no contemplada por el modelo.

Fluido	Burgers			Rankine		
	$\Omega[r.p.m.]$	$c[mm]$	χ^2/N	$\Omega[r.p.m.]$	$c[mm]$	χ^2/N
Gli 0 %	500 ± 10	$9,0 \pm 0,3$	4,8	360 ± 8	$10,2 \pm 0,2$	8,2
Gli 35 %	430 ± 8	$7,2 \pm 0,2$	3,2	33 ± 12	$9,3 \pm 0,8$	16
Gli 70 %	420 ± 20	$8,1 \pm 0,5$	3,8	332 ± 1	$7,9 \pm 0,2$	25

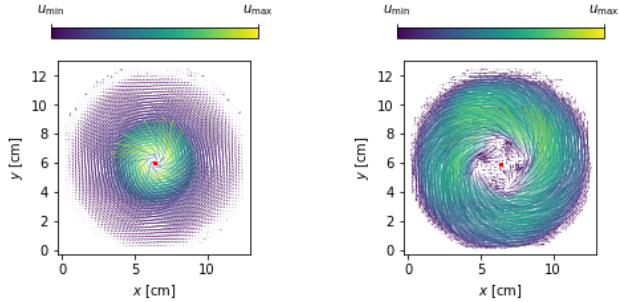
Tabla 1: Parámetros estimados a partir de los ajustes por los modelos de Burgers y Rankine. En todos los casos se empleó $N=5$ grados de libertad para los ajustes.

Fluido	$\nu_{Aj}[\frac{mm^2}{s}]$	$\nu_{Tab}[\frac{mm^2}{s}]$
Gli 0 %	$(0,3 \pm 0,3)$	1,0
Gli 35 %	$(0,9 \pm 0,9)$	2,2
Gli 70 %	$(1,1 \pm 1,0)$	10

Tabla 2: Comparación de las viscosidades obtenidas en el ajuste con los valores tabulados.

3.2. Variación de las velocidad de rotación

En este apartado se variaron las velocidades de rotación del agitador magnético. Se trabajó con un rango de velocidades para el cual los vórtices presentaban comportamientos estacionarios. Se observó que el rango de velocidades óptimo para que esto suceda comprendía velocidades entre 200 r.p.m. y 500 r.p.m., ya que para velocidades inferiores no se formaban vórtices, y para velocidades mayores el comportamiento era inestable y dificultaba el seguimiento de las partículas.



(a) Velocidad de agitación de (200 ± 1) r.p.m.

(b) Velocidad de agitación de (500 ± 1) r.p.m.

Figura 7: Campo de velocidades de la solución con glicerina al 70 % con diferentes velocidades de agitación

Se estudió la respuesta del sistema frente a los cambios de la velocidad de rotación para dos fluidos compuestos de agua con glicerina en diferentes proporciones: 70 % y 0 % (agua pura). Se empleó (500 ± 5) ml de fluido en ambos casos utilizando el vaso de precipitación cilíndrico. En la Figura 7 se muestra el comportamiento del campo de velocidades para el fluido con glicerina al 70 % empleando las velocidades extremas, es decir (200 ± 1) r.p.m. y (500 ± 1) r.p.m.

De los campos puede observarse la simetría cilíndrica del sistema. Para el caso de la velocidad más alta se destaca que el campo de velocidades en el centro del vórtice no presenta puntos para el campo de velocidades, esto denota que el programa tuvo problemas para la adquisición en esta zona. El mencionado problema se debe a que se acentúa la curvatura del vórtice, produciendo sombras y reflejos en el centro que hacen que dejen de verse los trazadores y por lo tanto no se pueda obtener su velocidad en estos puntos. Sin embargo esto no sucede para velocidades menores y se pueden seguir los trazadores sin dificultad y por esto el campo de velocidades se resuelve adecuadamente en toda la superficie.

Para ambos fluidos se buscó ajustar las mediciones de la velocidad tangencial u_θ en función de la distancia r al centro del vórtice por el modelo de Burgers descrito por la Ec.4. Para realizar dichos ajustes, al igual que en la Sección 3.1 se tomaron valores de r no mayores a 5 cm. Las mediciones ajustadas para el fluido con glicerina al 70 % se observan en la Figura 8.

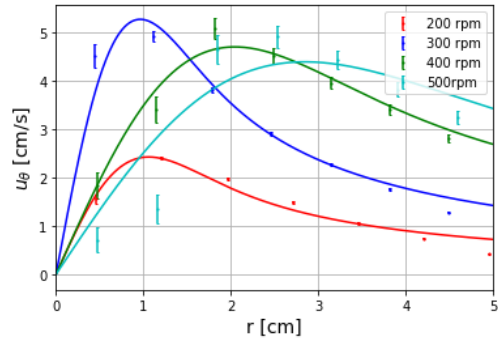


Figura 8: Ajuste por el modelo de Burgers para la velocidad tangencial u_θ en función de la distancia r al centro del vórtice empleando diferentes velocidades de rotación del agitador para el fluido compuesto por una solución de glicerina al 70 %.

A diferencia de lo previsto anteriormente como rango óptimo de velocidad angular, puede observarse como para las velocidades de (400 ± 1) r.p.m. y (500 ± 1) r.p.m. el modelo deja de ajustar a los datos. De todas formas se procedió a realizar una prueba χ^2 para cuantificar la bondad del ajuste.

te, donde en este caso $N=5$. Para la velocidad de (200 ± 1) r.p.m. se obtuvo $\chi_\nu^2=1,92$, mientras que para la velocidad de (300 ± 1) r.p.m. $\chi_\nu^2=3,21$. Para la velocidades superiores resultó $\chi_\nu^2=10,92$ para el caso de (400 ± 2) r.p.m. y $\chi_\nu^2=28,41$ para la velocidad de (500 ± 2) r.p.m. Siendo esto último un indicador de que conforme aumenta la velocidad de rotación, el procesamiento de los datos se dificulta, volviéndose inapropiado ajustar las mediciones por los modelos.

Para el caso del fluido sin glicerina, las mediciones para diferentes velocidades se observan en la Figura 9.

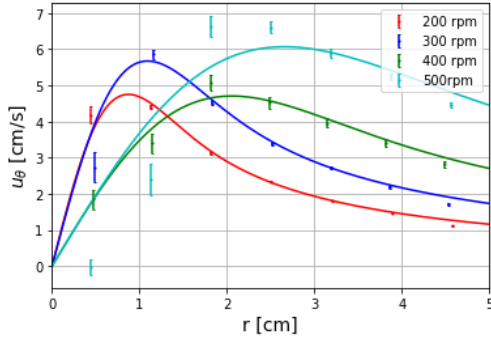


Figura 9: Ajuste por modelo de Burgers para la velocidad tangencial u_θ en función de la distancia r al centro del vórtice empleando diferentes velocidades de rotación del agitador para el fluido con glicerina al 0 %.

Se realizó nuevamente una prueba χ_ν^2 nuevamente con $N = 5$. Se observó una tendencia similar a la del fluido con glicerina al 70 %, ya que el valor del χ_ν^2 se incrementaba conforme aumentaba la velocidad de rotación. En este caso, para velocidades de (200 ± 1) r.p.m. se obtuvo $\chi_\nu^2=2,25$, para velocidades de (300 ± 1) r.p.m. resultó $\chi_\nu^2=6,62$. A diferencia que en el caso del fluido con glicerina para (400 ± 2) r.p.m. se obtuvo $\chi_\nu^2=2,36$. Por último para la velocidad de (500 ± 2) r.p.m. se obtuvo un $\chi_\nu^2=31,25$.

Es destacable que en todos los casos el valor de χ_ν^2 resultó mayor que 1, indicando esto una incompatibilidad de las mediciones con el modelo teórico. Una posible hipótesis es que dada la poca cantidad de grados de libertad, es de esperar que χ_ν^2 presente mayores fluctuaciones. Este valor sería el esperado si se contase con una cantidad estadística de mediciones para los valores de velocidad tangencial.

3.3. Variación de contornos

Se buscó también observar el efecto de un contorno diferente sobre los campos de velocidad. El

nuevo contenedor empleado fue un recipiente con base rectangular y se colocó el vórtice en un extremo de esta. Se puede ver un recorte del campo de velocidades centrado en el vórtice bajo estos nuevos contornos en la Figura 10.

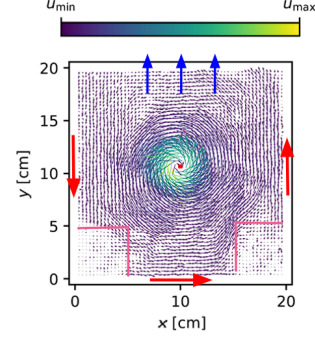


Figura 10: Campo de velocidades de un vórtice en un contorno rectangular. En las flechas rojas se ve resaltado el sentido que adquiere el campo en los contornos. La zona delimitada con rosa indica una zona con valores de campo débil. Las flechas azules indican que el recipiente continúa, debido a que el campo analizado corresponde a un recorte del campo total sobre la pecera.

Tomando la dirección del campo en los contornos del recipiente, se ve que esta es perpendicular a la normal a las paredes del recipiente, como es señalado por la flechas rojas. Este comportamiento es esperable debido a las limitaciones físicas impuestas por los contornos. Pero al tener que cumplir estas condiciones en los puntos de las esquinas del recipiente, resulta que en estos puntos $u_x = 0$ debido a las paredes laterales y $u_y = 0$ debido a la pared inferior. Es por esto que el campo de velocidades resulta insignificante en la zona cercana a las esquinas del recipiente delimitadas con rosa.

Respecto a la pared del otro extremo del recipiente, que no aparece en la Figura 10 pero se encuentra en la dirección de las flechas azules, se dieron las mismas simetrías del campo analizado anteriormente, pero debido al decaimiento del campo de velocidades a estas mayores distancias, no se aprecia claramente los puntos destacados anteriormente. Es por esto que el análisis anterior se limitó a la sección de contornos cercanos al vórtice.

Para cambiar este último contorno se propuso generar un segundo vórtice adyacente al primero en el extremo opuesto del recipiente. Luego se buscó ver el efecto que tiene este nuevo vórtice sobre el campo de velocidades cercano al vórtice original, lo cual se puede ver de la Figura 11.

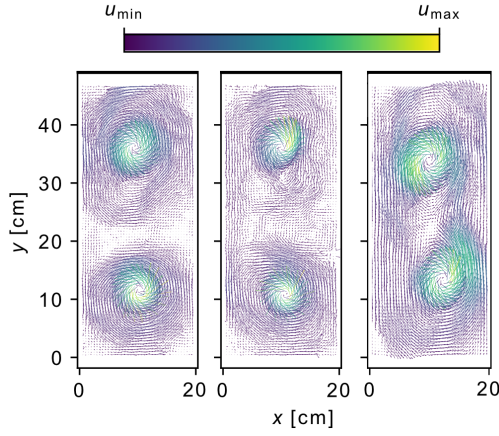


Figura 11: Campo de velocidades dado por una superposición de dos vórtices con circulación en el mismo sentido. De izquierda a derecha se observan las Subfiguras *a*, *b* y *c*. En la Subfigura *b* se aumentó la circulación de ambos vórtices y en la Subfigura *c* sus orígenes se acercaron de los 24 cm a 17 cm

De este campo de velocidades se pudo ver que la interacción de estos campos genera un efecto tal que la velocidad radial respecto al origen del primer vórtice se ve reducida en los contornos cercanos al segundo vórtice, esto debido a la superposición de los campos de velocidades en la región de empalme (donde se juntan ambos vórtices) existe una oposición al flujo de partículas.

Se analizó las velocidades radiales medias para cada distancia del origen del vórtice original, llegando a la Figura 12, en la cual además se comparó estas velocidades con las correspondientes a un solo vórtice, donde se vio una clara desaceleración en las distancias que corresponden a la zona de empalme entre vórtices. Mas aun, de la Figura 11, se vio que el efecto que tiene un vórtice adicional sobre el campo original de un vórtice, depende de la intensidad de los campos (Figura 11 *b*) y de la distancia de sus orígenes (Figura 11 *c*).

Se consiguió además un punto de estancamiento, es decir un punto donde la magnitud del campo de velocidades es nula. Este punto aproximadamente equidista los orígenes de los vórtices enfrentados, y puede atribuirse a las simetrías que presenta este campo de velocidades respecto a una recta que une los orígenes de los vórtices y su mediatriz. De esta forma se arma un sistema de dos ejes que presentan antisimetrías de reflexión en ambos sentidos, luego para que se cumplan las condiciones de simetría en todo para todo valor de estos, es necesario que en el origen la magnitud del campo sea nula. Resulta interesante resaltar que este es un comportamiento similar al analiza-

do anteriormente en la Figura 10 para las zonas delimitadas con rosa.

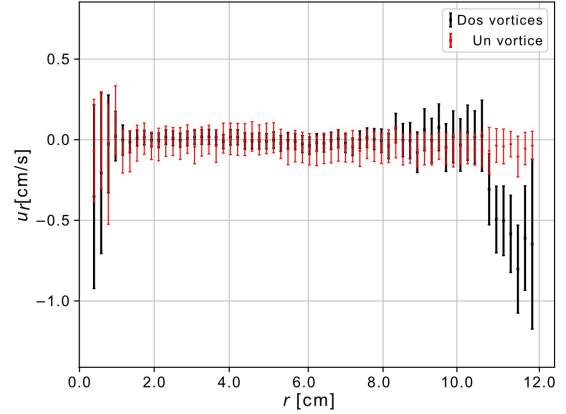


Figura 12: Comparativa de velocidades radiales para un campo de velocidades con un vórtice y dos vórtices.

3.4. Perfiles laterales

En este apartado se analizó la estructura lateral que se forman para los flujos con vórtices. Usando lo visto en la Sección 3.1, se ve que la estructura de los vórtices es dependiente de la velocidad de giro a la que se generan estos mismos. Esto se puede observar en la Figura 13.

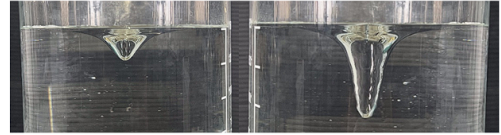


Figura 13: Comparativa de las superficies laterales de los vórtices para diferentes velocidades. El vórtice de la izquierda se genero a 200 r.p.m. y el de la derecha a 400 r.p.m.

Por tanto, para estudiar los perfiles laterales ajustando con el modelo dado por la Ec. 5, es necesario tomar la consideración de trabajar con vórtices generados a velocidades de al menos 400 r.p.m., debido a que los puntos necesarios para ajustar con este modelo son los generados en la superficie lateral de los vórtices, superficie la cual decrece conforme disminuye la velocidad de giro, haciendo que se disponga con menos puntos para trabajar. Adicionalmente, la parte inferior de estos vórtices no se utilizará para los ajustes ya que el modelo Ec. 5 no tiene en cuenta la tensión superficial que genera esa forma redondeada.

De esta forma, utilizando un programa de análisis sobre las imágenes en la Figura 13, se contorneó la superficie lateral del vórtice para posteriormente ajustarla con el modelo dado. Este resultado se puede ver en Figura 14.

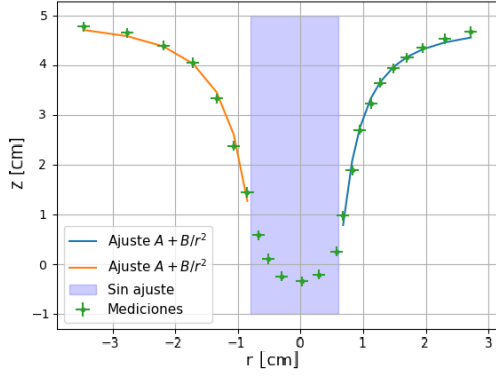


Figura 14: Análisis del perfil lateral del vórtice a partir de la imagen en la Figura 13 correspondiente a 400 r.p.m. Se ajustan ambos contornos de la superficie con la misma función de ajuste del modelo teórico.

Se tomó como parámetros de ajuste $A = z_\infty$ y $B = -|\frac{\Omega c^4}{2g}|$, para así poder tomar los dos valores de este parámetro de ajuste para la curva naranja y azul. Respecto al test χ^2 de ambos ajustes, se obtuvo para el ajuste naranja un $\chi_\nu^2 = 2,31$ con $N = 4$. Para el ajuste azul, $\chi_\nu^2 = 1,30$ con $N = 7$. Nuevamente se vio que el cociente entre χ^2 y N no vale exactamente 1, pero es bastante cercano para la cantidad de grados de libertad presentes. Por tanto, se tomó como hipótesis que la tendencia de los datos si puede ser modelada por una función de igual forma funcional que la Ec. 5. Por otra parte, se vio que los parámetros resultantes del ajuste no eran exactamente los mismos, pero suponiendo la simetría de la estructura del vórtice, se promediaron para obtener un valor medio que intentara homogeneizar dicha superficie.

Del parámetro B , y dando como conocido $c = (0,025 \pm 0,003)$ m siendo este el radio característico del vórtice a partir del ajuste de Burgers, se consiguió conocer un valor dado de la gravedad $g = (5,5 \pm 1,2) \times 10^{-3} \frac{m}{s^2}$. Este valor claramente dista del tabulado de gravedad $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ en tres ordenes de magnitud. Se tiene de hipótesis que esto es debido a que en el modelo de ajuste usado, no existen parámetros sensibles a la viscosidad o a un flujo transitorio y no completamente estacionario, pero que si tiene la forma funcional correcta de $a + \frac{b}{r^2}$.

4. Conclusiones

En el presente trabajo se utilizaron dos modelos de caracterización del campo de velocidades para un dado vórtice, el modelo de Rankine y el de Burgers, donde el primero asume viscosidad nula

$\nu = 0$ mientras que para el segundo $\nu \neq 0$.

Se estudiaron las velocidades tangenciales u_θ del fluido en función de la distancia al centro del vórtice r para fluidos con tres viscosidades diferentes, soluciones de agua con glicerina al: 0 %, 35 %, y 70 % en un recipiente cilíndrico. Se corroboró, utilizando el estadístico de prueba χ_ν^2 , que los ajustes del modelo de Rankine discrepan cada vez más con los datos a medida que aumenta la viscosidad ν lo cual es esperable ya que este es deducido a partir de asumir $\nu = 0$. Por otro lado el modelo de Burgers no empeora sus ajustes al aumentar la viscosidad del fluido.

Adicionalmente se observó que a pesar de que en ambos modelos u_θ resultaba independiente de ν , en el experimento había una disminución de u_θ al aumentar la viscosidad. Se adjudicó este comportamiento a la interacción del fluido con los contornos y con propio buzo disminuyendo levemente su velocidad, incrementándose ambos efectos conforme se aumentaba la viscosidad del fluido.

Empleando las mismas tres viscosidades se estudió la componente radial de la velocidad u_r , y en particular se la ajustó por el modelo de Burgers. Se observó la dependencia de u_r con ν y a partir de los ajustes con el modelo se obtuvieron las viscosidades de cada fluido y se compararon con los tabulados. Los resultados presentaban diferencias significativas aunque se atribuyó a la interacción del buzo con el fluido viscoso no contemplado por el modelo.

Sumado a esto se estudió el efecto de variar la velocidad de rotación del agitador magnético entre (200 ± 1) r.p.m. y (500 ± 2) r.p.m. Se notó que conforme se aumentaba la velocidad de rotación el modelo ajusta cada vez peor las mediciones. Esto, sin embargo, se atribuyó a un problema de adquisición de vídeo y no a que estos modelos no sean aplicables a velocidades altas.

A su vez se buscó estudiar los efectos de un contorno sin simetría cilíndrica, Por esto se caracterizo como responde el campo de velocidades ante un recipiente rectangular y condiciones de empalme con otras fuentes de flujo como sería un segundo vórtice. Se logró ver cómo estas interacciones entre campos afectan las velocidades radiales en la región de empalme debido a la superposición de campos enfrentados en dicha región. Luego, se vio como esta interacción aumenta en función de la circulación de los vórtices y la cercanía de estos.

Para el caso de vórtices cercanos, se consiguió un punto del campo cuya velocidad es nula en el

centro del recipiente. Este punto de estancamiento se debe a que allí se produce la intersección de dos planos perpendiculares de antisimetría y por lo tanto la velocidad del fluido debe ser nula.

Finalmente, se analizó la validez de un modelo teórico para los perfiles laterales del vórtice dado por la Ec. 5. A partir del ajuste con este modelo, se logró obtener un valor de gravedad $g = (5.5 \pm 1.2) \times 10^{-3} \frac{m}{s^2}$ que difiere en 3 grados de magnitud con el valor tabulado. Se tiene de hipótesis que esto es debido a que el modelo teórico no tiene en cuenta la viscosidad del fluido, así como también pide un flujo estacionario que no se acopla con el experimento real.

Referencias

- [1] GREEN, S. I. (1995), *Fluid Vortices.*, Springer - Vol II, Capítulo 1, p. 6, p. 25.
- [2] F.J. MANJÓN, J.M. VILLALBA ET AL (2013):, *Vórtices no estacionarios en un vaso de agua.*, Revista Brasileira de Ensino de Física - vol.35. p. 5. (2013)
- [3] J.B. SEGUR Y H.E. OBSERSTAR., *Viscosity of Glycerol and its aqueous solutions*, Ind. Eng. Chem., 1951, 43 (9)
- [4] BASICS OF THE PIV ALGORITHMS., https://openpiv.readthedocs.io/en/latest/src/piv_basics.html
- [5] PRÁCTICA DE FLUIDOS, LABORATORIO 5, UBA, <https://materias.df.uba.ar/15a2023v/files/2023/02/fluidos.pdf>

Apéndice

Propuesta de modificación experimental

Para conseguir disminuir la deriva del vórtice, se propone un sistema que consista en fijar un alambre cuyo diámetro sea del orden de 1mm en el centro geométrico del recipiente. De esta manera se impone una condición de contorno que fuerce al fluido a tener puntos de estancamiento en dicha región. El dispositivo propuesto se observa en la Figura 15.

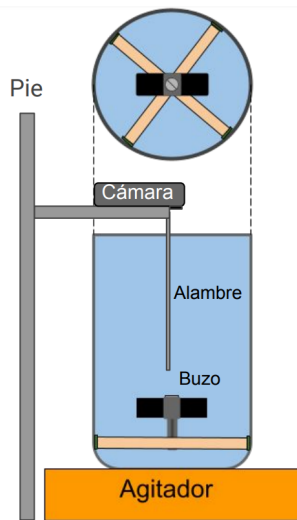


Figura 15: Modificación del dispositivo experimental. Mediante un soporte adecuado (pie) se coloca en el centro del recipiente un alambre para generar puntos de estancamiento. Además se monta al buzo sobre una base que le permita rotar pero le impida traslaciones sobre el fondo del recipiente.

Adicionalmente se propone mejorar el sistema de posicionamiento del buzo, sujetándolo a una base fijada al recipiente, pero sin quitarle la libertad de rotación al buzo.

Si bien este método es invasivo, se propone estudiar la compatibilidad de los modelos de Burgers y Rankine frente a estas modificaciones, así como también se propone estudiar si se reduce considerablemente la deriva del vórtice.