

Tarea 2: Procesos Estocásticos

Fecha de Entrega: Jueves 12 de mayo del 2016

Profesores: Denis Sauré
Rafael Epstein
José Correa
Integrantes: Christian Guerra
Martín Escudero
Felipe Valencia

Auxiliares: Mauricio Zavalla
Diego Bernstein
Ignacio Úbeda
Magdalena Muñoz
Ayudantes: Camila Montaña
Cristián Aguayo
Francisco Suarez
María José Vásquez

- Resumen Ejecutivo

En el curso Investigación de Operaciones (IN-3702), bajo el contexto de Procesos Estocásticos, se pide estudiar la Teoría de Colas.

Se estudian tiempos de llegada y atención de una boletería de cine, dado el sistema de atención que utiliza la cadena de cines.

Los datos son anotados y analizados mediante el software de estudio *Arena*. Los resultados guardan gran relación con la Teoría de Colas.

Se proponen mejoras para el sistema estudiado, considerando la factibilidad de implementación y costos de la misma.

- Índice

Portada.....	1
Resumen Ejecutivo.....	2
Índice.....	3
Introducción.....	4
Marco Teórico.....	4
Descripción del <i>Layout</i>	5
Análisis de resultados.....	6
Conclusiones.....	11
Anexos.....	12

Introducción

Día a día las personas se enfrentan a sistemas de colas para atención de demandas en servidores, en lo que sigue de este informe, estudiaremos el comportamiento de un sistema de colas y servidores de una boletería de cine. Este sistema es pertinente para el estudio, dado que: cuenta con clientes que demandan algo, cuenta con servidores de atención y por último, las diferencias que existen entre los tiempos de llegada y procesamiento de la demanda del cliente son, en general, distintos.

El estudio de Teoría de Colas es de gran importancia para las empresas que poseen sistemas de colas para atención, debido a que para los clientes, es muy importante la calidad de la atención por lo que para la empresa, conocer esta información puede significar en un aumento de las ganancias. Por otro lado, conocer las tendencias que se generan en sus demandas, permite de cierta manera, predecir el comportamiento de su sistema y distribuir de la mejor forma posible los recursos disponibles del servidor y, por ende, disminuir sus costos.

Para el estudio, los datos corresponderán a la fila para compras de boletos del Cine Hoyts, ubicado en el Mall Parque Arauco, esto durante el sábado 07 de Mayo.

Marco Teórico

En el estudio de las variables aleatorias realizado hasta ahora en el curso, se han explorado las características aleatorias del fenómeno pero se ha mantenido una premisa por defecto, que esas características aleatorias permanecen constantes a través del tiempo. Al incluir en este estudio la presencia de la variable determinística tiempo se está considerando que, de alguna forma, la variable aleatoria depende del tiempo. En otras palabras, la variable aleatoria dependerá del fenómeno probabilístico y del tiempo. En consecuencia, cualquier función que se establezca en términos de la variable aleatoria, como lo son la función de distribución o la función de densidad, serán también dependientes del tiempo. Uno de los objetivos de este informe es estudiar un modelo que nos permita explicar la estructura y prever la evolución, al menos a corto plazo, de una variable que observamos a lo largo del tiempo. Las variables observadas corresponden a variables de tiempo de llegada y tiempos de atención. Finalmente el objetivo es utilizar la posible "inercia" en el comportamiento de la serie con el fin prever su evolución para días en los que se cumplan condiciones similares a las estudiadas.

Proceso estocástico: es una colección o familia de variables aleatorias $\{X_t, \text{ con } t \in T\}$, ordenadas según el subíndice t que en general se suele identificar con el tiempo.

Test de Chi cuadrado: se utiliza para hacer una comparación de la distribución empírica de datos tomados en algún sistema con los de un modelo matemático.

Test de Kolmogorov-Smirnov: sirve para medir la bondad de ajustes de dos distribuciones de probabilidad entre sí.

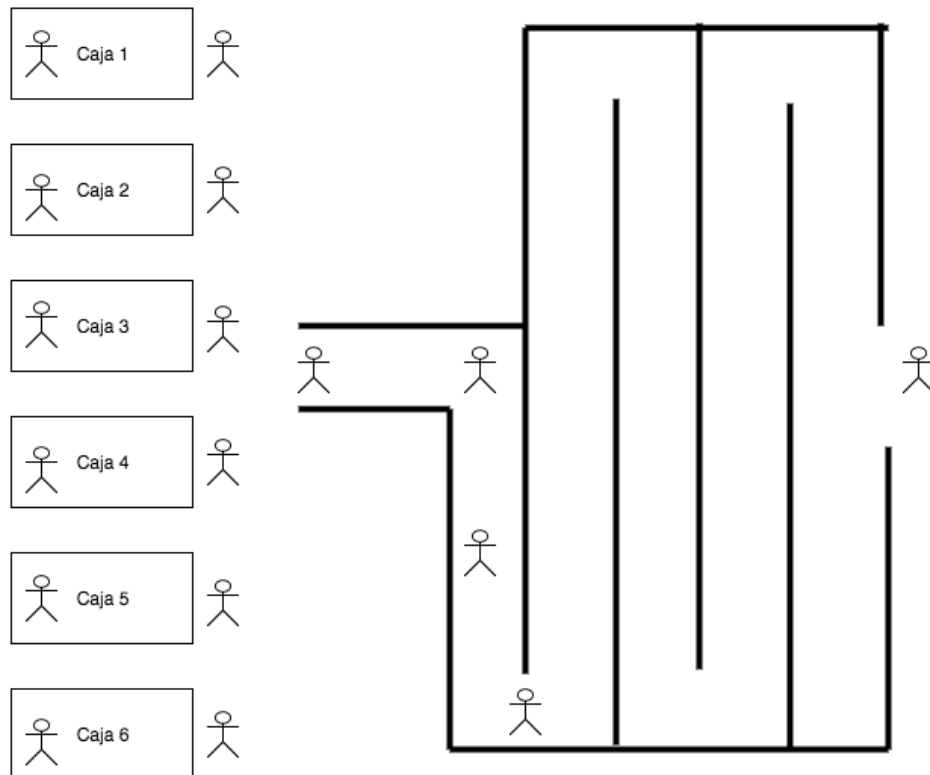
- Descripción Layout

Las mediciones fueron hechas el día sábado 07 de mayo, entre 19:00-23:55.

El sistema cuenta con una fila/cola común para todos los consumidores que encara el mesón de 6 cajas. Para un mejor aprovechamiento del espacio, se curva la fila como una “serpiente”. El primero en la cola pasa a ser atendido por alguna caja vacía, luego el siguiente hace lo mismo hasta que todas las cajas están ocupadas y el que actualmente está en el comienzo de la fila tiene que esperar que se desocupe alguna caja. En este caso el o la cajero/a indica el permiso para atención.

El proceso de atención se puede dividir de dos etapas. La primera comienza desde que el cliente llega al final de la cola hasta que es atendido. La segunda es el tiempo que pasa desde que el cliente llega a la caja hasta que se retira habiendo finalizado la compra (o no compra en algunos casos). Por ende, el tiempo total de atención es desde que el cliente llega a la cola hasta que se va de la caja. A pesar de lo anterior, para este estudio, sólo contabilizaremos el tiempo de atención como el segundo mencionado (atención en caja). Cabe destacar, que existe un total de 12 cajas disponibles. Durante el horario peak (entre 20:00 y 22:00) 6 de 12 cajas se encuentran habilitadas con personal, pero en horario normal (después de las 22:00) sólo se encuentra una caja habilitada.

A continuación se muestra un bosquejo del sistema estudiado.



• Análisis de Resultados

1 Resultados esperados:

En el cine se debería ver un flujo normal a lo largo del día, con “peaks” o horarios punta previo a películas de taquilla en horarios peak (generalmente en la noche), en nuestro caso la función “Capitan America” a las 23.55. Ya que en el cine esta contemplado tener varios “peaks” mantienen una cantidad estable de cajas abiertas por lo que no debería haber un comportamiento fuera de la norma.

Se piensa que en horarios normales los tiempos de llegada deberían variar entre 2 y 25 segundos, pero en horarios punta el tiempo de llegada debería variar entre 1 a 4 segundos, ya que el flujo es mucho mayor, esto se debería poder modelar usando una distribución de poisson, viendo el número de llegadas en un tiempo t . Pensamos que los tiempos de atención varían entre 10 a 60 segundos con una distribución exponencial y no deberían cambiar entre horario punta y peak.

2 Análisis datos registrados:

	Promedio tiempos llegada	Promedio tiempo atención
Horario normal	27.2	18.2
Horario punta	19.1	18.8

Tabla 1 - Promedios, en segundos

En horario normal se puede ver que los tiempos de llegada y de atención son muy bajos, es decir que el cine Hoyts es muy eficiente, ambos teniendo un promedio mucho menor que 1 minuto. En los tiempos de llegada, los datos varían mucho ya que pueden aparecer varias personas seguidas y después periodos en que no llega nadie. Esto se puede notar con el máximo tiempo de llegada siendo 98.5 s y el mínimo de 3.2 s y con una desviación estándar de 23.3 s. Igualmente se puede ver que el tiempo de atención también tiene grandes diferencias de tiempo con el máximo de 81.4 y el mínimo de 6.54 con una desviación estándar de 12.4 s, esto puede fluctuar por varias razones, entre ellas preguntas que puede estar haciendo el cliente, tiempos de pago y la eficiencia del personal, la cual puede ir fluctuando. En horario punta ocurre el mismo fenómeno.

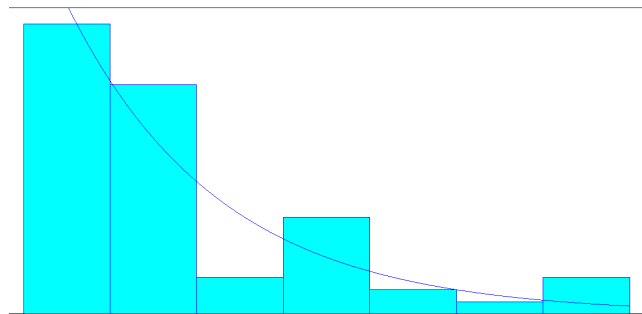
Se puede notar con esta tabla, que los tiempos de llegada tienen en promedio una diferencia no menor de 8.1 s, de esto se puede desprender que. En los tiempos de llegada, tanto en horario normal como punta, tienen alta varianza; esto se da ya que las llegadas pueden fluctuar mucho en el tiempo. El tiempo máximo de todas las llegadas es de 98.5s, que ocurre en horario normal y tiempo mínimo de llegadas de 0.492 que ocurre en horario punta, reflejando la diferencia de flujos de llegada. No hubo comportamientos que provocaran valores fuera de lo esperado.

4 Comparación de resultados en horario punta y normal:

Para esta parte se usa Arena y realizan varios tests, entregando la distribución, un test de chi cuadrado y un test de kolmogorov – Smirnov. Adicionalmente el programa entrega un sumario con el numero de datos, mínimos y máximos, promedio y desviación estándar.

Horario Normal:

Tiempo de llegada:



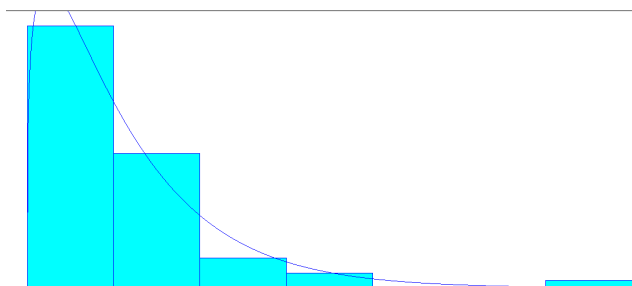
Distribution Summary	
Distribution:	Exponential
Expression:	3 + EXPO(24.2)
Square Error:	0.018533
Chi Square Test	
Number of intervals	= 4
Degrees of freedom	= 2
Test Statistic	= 7.49
Corresponding p-value	= 0.0241
Kolmogorov-Smirnov Test	
Test Statistic	= 0.0902
Corresponding p-value	> 0.15
Data Summary	
Number of Data Points	= 60
Min Data Value	= 3.2
Max Data Value	= 98.5
Sample Mean	= 27.2
Sample Std Dev	= 23.3
Histogram Summary	
Histogram Range	= 3 to 99
Number of Intervals	= 7

Fit All Summary	
Data File: C:\Users\Felipe\Desktop\2016-1\IO\3.txt	
Function	Sq Error

Erlang	0.0185
Exponential	0.0185
Gamma	0.0192
Weibull	0.0194
Beta	0.029
Lognormal	0.0388
Triangular	0.0735
Normal	0.0864
Uniform	0.142

Acá da una distribución exponencial de parámetro 24.2 con valor p de 0.0241 en el Test de Chi-Cuadrado y 0.15 en el de Kolmogorov. El promedio es de 27.2 y con una desviación estándar de 23.3 se puede ver que los datos se acercan a la curva esperada.

Tiempo de atención:



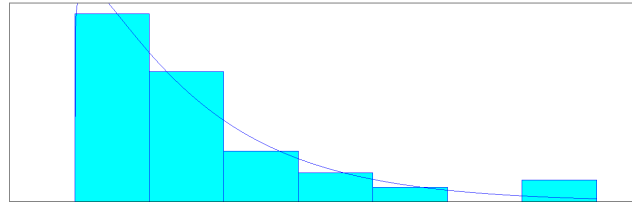
Distribution Summary	
Distribution:	Gamma
Expression:	6 + GAMM(9.61, 1.26)
Square Error:	0.002906
Chi Square Test	
Number of intervals	= 3
Degrees of freedom	= 0
Test Statistic	= 1.51
Corresponding p-value	< 0.005
Kolmogorov-Smirnov Test	
Test Statistic	= 0.105
Corresponding p-value	> 0.15
Data Summary	
Number of Data Points	= 60
Min Data Value	= 6.54
Max Data Value	= 81.4
Sample Mean	= 18.2
Sample Std Dev	= 12.4
Histogram Summary	
Histogram Range	= 6 to 82
Number of Intervals	= 7

Fit All Summary	
Data File: C:\Users\Felipe\Desktop\2016-1\IO\4.txt	
Function	Sq Error
Gamma	0.00291
Weibull	0.00316
Erlang	0.00505
Exponential	0.00505
Lognormal	0.0096
Beta	0.0131
Normal	0.0938
Triangular	0.192
Uniform	0.293

El programa entrega que es una distribución gamma (6.61, 1.26) con un intervalo de confianza de 0.005 en el Test de Chi-Cuadrado y uno de 0.15 en el Test de Kolmogorov; entregando un promedio de 18.2 y una desviación estándar de 12.4.

Horario Punta:

Tiempo de llegada:

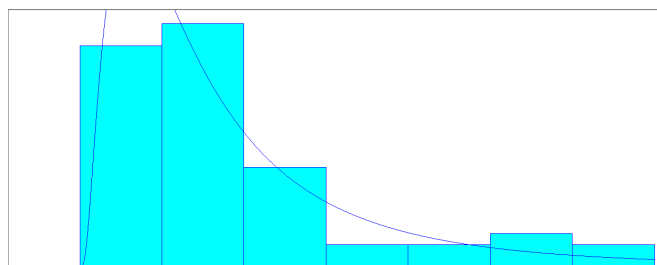


Distribution Summary	
Distribution:	Gamma
Expression:	GAMM(17.2, 1.11)
Square Error:	0.004228
Chi Square Test	
Number of intervals	= 4
Degrees of freedom	= 1
Test Statistic	= 0.709
Corresponding p-value	= 0.427
Kolmogorov-Smirnov Test	
Test Statistic	= 0.1
Corresponding p-value	> 0.15
Data Summary	
Number of Data Points	= 60
Min Data Value	= 0.492
Max Data Value	= 81.8
Sample Mean	= 19.1
Sample Std Dev	= 18.9
Histogram Summary	
Histogram Range	= 0 to 82
Number of Intervals	= 7
Corresponding p-value > 0.15	

Fit All Summary	
Data File: C:\Users\Felipe\Desktop\2016-1\IO\3.txt	
Function	Sq Error
Erlang	0.0185
Exponential	0.0185
Gamma	0.0192
Weibull	0.0194
Beta	0.029
Lognormal	0.0388
Triangular	0.0735
Normal	0.0864
Uniform	0.142

Acá se da una distribución gamma(17.2, 1.11) con un intervalo de confianza de 0.427 en el Test de Chi-Cuadrado y 0.15 en el de Kolmogorov. El promedio del tiempo de llegada es menor al de horario normal y con menor desviación estándar, esto ocurre debido a que la gente llega mas seguido, regularizando mas los horarios de llegada.

Tiempo de atención:



Distribution Summary	
Distribution:	Lognormal
Expression:	5 + LOGN(14.4, 15.6)
Square Error:	0.008388
Chi Square Test	
Number of intervals	= 4
Degrees of freedom	= 1
Test Statistic	= 2.11
Corresponding p-value	= 0.164
Kolmogorov-Smirnov Test	
Test Statistic	= 0.0605
Corresponding p-value	> 0.15
Data Summary	
Number of Data Points	= 60
Min Data Value	= 5.44
Max Data Value	= 56.8
Sample Mean	= 18.8
Sample Std Dev	= 11.8
Histogram Summary	
Histogram Range	= 5 to 57
Number of Intervals	= 7

Fit All Summary	
Data File: C:\Users\Felipe\Desktop\2016-1\IO\1.txt	
Function	Sq Error
Gamma	0.00423
Weibull	0.00451
Erlang	0.00562
Exponential	0.00562
Lognormal	0.0126
Beta	0.0171
Normal	0.0766
Triangular	0.079
Uniform	0.157

Este caso nos da una distribución Lognormal(14.4, 15.6), el Test de Chi-Cuadrado entregando un intervalo de confianza de 0.164 y el de Kolmogorov entregando uno de 0.15. la desviación estándar es alta, pero menor a la de el tiempo de llegada, dado que es menor el tiempo que tiende a variar la atención (entre el cliente que solo compra y el que hace preguntas), pero en los tiempos de llegada varía mucho más al tener mayor falta de predictibilidad de cuando llegara el próximo cliente.

- Conclusiones

Los resultados obtenidos guardan relación con los resultados esperados, mostrando que la intuición y análisis cualitativo del problema fueron acertados. Sin embargo, la obtención de resultados ayuda a cuantificar lo esperado en mas detalle (números mas exactos).

Ninguno de los casos dió una distribución de Weibull o Beta, esto puede ser, ya que 60 casos para hacer mediciones es muy bajo, pero el *Square error* de todos los casos es cercano al de esa distribución.

El modelo es siempre un modelo estocástico, puede variar el numero de gente, o la cantidad de cajas abiertas pero estos hechos, principalmente alteran la tasa de los procesos (estos se acelerarían o ralentizarían). Las desviaciones estándar no varían mucho entre el caso normal y horario punta, es decir el proceso se acelera, pero proporcionalmente se mantiene igual.

El sistema de atención en la cadena Cine Hoyts es bastante eficiente, pero aún así existen prácticas o implementaciones que producirían mejoras.

- Anexos

Horario *Peak*:



Horario normal:

