

長庚大學期中、期末考試答案用紙

科目 _____

學年度 第 學期 考 系 姓名 陳正雄 學號 B062111

$$1. (1) p = \frac{10}{100} = 0.1 \Rightarrow f_X(x) = C_x^{10} (0.1)^x (0.9)^{10-x}$$

$$(2) E(X) = np = 0.1 \times 10 = 1$$

$$(3) \text{Var}(X) = np(1-p) = 10 \times 0.1 \times 0.9 = 0.9$$

$$(4) f_X(y) = \frac{C_y^{10} C_{10-y}^{100-10}}{C_{10}^{100}} = \frac{C_y^{10} C_{10-y}^{90}}{C_{10}^{100}}$$

$$(5) E(y) = n \cdot \frac{k}{N} = 10 \cdot \frac{10}{100} = 1$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{10 \cdot 10 \cdot 90 \cdot 90}{100^2 \cdot 90}} = 0.9487$$

$$E(y) + \sigma_y = 1.9487$$

$$(6) f_Z(z) = P(X=x) = \frac{C_{x-1}^{x-1}}{C_{x-1}^{x-1}} p^x (1-p)^{x-x} \\ = C_4^{x-1} 0.1^5 \cdot 0.9^{x-5} \quad (x \geq 5)$$

$$(1) \text{ every day one time } \Rightarrow \lambda = 1 \cdot 100 = 100 \\ f_W(w) = P(X=k) = \frac{100^k}{k!} e^{-100}$$

$$(2) E(W) = \lambda w = 100$$

$$\text{Var}(W) = \lambda w \Rightarrow \sigma_W = \sqrt{\lambda w} = 10$$

$$E(W) + \text{Var}(W) = 110$$

$$(3) P(|W-100| \leq 20) = P(80 \leq W \leq 120)$$

$$\Rightarrow P(X \leq 120) - P(X \leq 80)$$

$$= 0.9773 - 0.0174 = 0.9599$$

$$(4) P(W > 120) = 1 - P(W \leq 120)$$

$$= 1 - 0.9773$$

$$= 0.0227$$

(請翻面繼續作答)

長庚大學期中、期末考試答案用紙

科目

學年度 第 學期 考 系 姓名 學號

(5) 0.0227 的機率很小，雖然根本不會發生，如果一天發生一次大火是正確的，則 $w > 120$ 不該發生，但發生 $w > 120$ 的機率是 0.9773，所以此假設應該拒絕。

$$3. P(X \geq 10 | P=0.05) = 0.0282$$

0.0282 < 0.05，所以可見 $X \geq 10$ 的機率很小，但 $X \geq 10$ 確實發生了，所以此假設應該拒絕。

4. 證明

$$b(x; n, p) = C_n^x p^x q^{n-x}$$

$$n \rightarrow \infty, p \rightarrow 0, n \cdot p = \mu \Rightarrow P(x; \mu) = \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu}$$

$$\frac{C_n^x}{n!} = \frac{1}{x!}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} q^{n-x} = \lim_{n \rightarrow \infty} x(1-p)^{n-x} = e^{-\mu} \quad \text{故得證}$$

(請翻面繼續作答)