

## 線性代數 HW4 Report

電機二 b06901063 黃士豪

Q : If we initial  $R_0$  with random numbers and keep  $\text{SUM}(R_0) = 1$ , will the ranking be different ? Try to explain it.

A :

### 1. 收斂點存在

matrix  $A$  為計算 ranking 的 matrix，因為 matrix  $A$  每一個 column 的元素相加為 1，matrix  $(A-I)$  每一個 column 元素相加為 0，這代表 matrix  $(A-I)$  的 RREF 最後一 row 必定全是 0，也就是說 matrix  $(A-I)$  的 Nullity 不等於 0，1 是這個 matrix 的一個特徵值，也就是這個 matrix 的 eigen value。

### 2. 任何情況會收斂

$$\text{令 } x = \left[ \frac{1}{N}, \frac{1}{N}, \frac{1}{N}, \dots, \frac{1}{N} \right]^T$$

$$R' = (1-d)x + d \cdot A R$$

$$\rightarrow R_n = \left[ \sum_{k=0}^{n-1} (d \cdot A)^k \right] \cdot (1-d)x + (d \cdot A)^n R_0 = I(dA - I)^{-1} \cdot (d^n A^n - I) \cdot (1-d)x + (d \cdot A)^n R_0$$

若  $d = 0$ ，則  $R_n$  收斂至  $x$

若  $0 < d < 1$ ，則  $R$  收斂至  $(dA - I)^{-1} \cdot (d - 1)x$

皆跟  $R_0$  無關