

0.1 Temario Cálculo I

1. PRECÁLCULO

1.1 Conjuntos: intersección, unión, complemento.

1.2 Funciones: definición, inyectiva, sobre y biyectiva, composición; cardinalidad y conjunto numerable.

1.3 Inducción matemática.

2. NÚMEROS REALES

2.1 Los reales: \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} ; axiomas de los reales, axioma del supremo. Valor absoluto, intervalos.

2.2 Funciones reales: definición y ejemplos. Sumas, productos y composición de funciones. Polinomios, funciones racionales, seno y coseno. Gráficas.

3. LÍMITES Y CONTINUIDAD

3.1 Sucesiones: Convergencia, aritmética de sucesiones, “sucesión monótona y acotada converge”, ejemplos.

3.2 Límites: Definición. Ejemplos. Unicidad. Aritmética de límites. Más ejemplos. Límites de funciones racionales en $+$ y $-$ infinito. El $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{x}{x}$.

3.3 Continuidad: la definición de continuidad en términos de sucesiones.

3.4 Definición. Ejemplos. Aritmética de funciones continuas. Composición.

3.5 “Toda función continua sobre un intervalo cerrado es acotada”. “Toda función continua sobre un intervalo cerrado alcanza su max y min”. Teorema del valor intermedio. Teorema del punto fijo en $[0,1]$. Otras aplicaciones.

4. DERIVADAS

4.1 Interpretación geométrica del significado de derivada. Ejemplos.

4.2 Diferenciación: Definición de derivada. Recta tangente. Derivadas. Teoremas sobre suma, producto y cociente de derivadas. Ejemplos.

4.3 Regla de la cadena.

4.4 Máximos y mínimos: Puntos críticos. Max y min local. Concavidad y puntos de inflexión.

4.5 Teorema del Valor Medio, Regla de L'Hopital.

4.6 Aplicaciones: Diferenciación implícita, problemas de máximos y mínimos, aplicaciones de regla de la cadena (problemas tipo: “Una bola de naftalina se evapora a una razón proporcional a su superficie. Muestra que su radio decrece a razón constante”, etc).

4.7 Gráficas de funciones identificando dominio, max y min, puntos silla, puntos de inflexión, concavidad, intervalos donde crece o decrece, comportamiento al infinito, comportamiento cerca del complemento de su dominio, etc. Introducir la función exponencial (e.g. como función derivable en 0 y que es homomorfismo de $(\mathbb{R}, +)$ en (\mathbb{R}^+, \cdot)).

4.8 Funciones inversas: Teoremas de existencia para funciones continuas y diferenciables. Derivada de la inversa. Ejemplos, en particular log, funciones trigonométricas inversas, etc.

5. SERIES (dependiendo del tiempo puede ser parte del curso de Cálculo II)

5.1 Series: Convergencia, series geométricas,

5.2 Criterios de convergencia; suma de a_n converge implica $a_n \rightarrow 0$; Comparación, razón y raíz.

5.3 La serie armónica, p-series, ejemplos; series alternantes.

BIBLIOGRAFÍA

M. Spivak, "Calculus" 1967, 1980, 1994.

G. F. Simmons, "Calculus with Analytic Geometry", McGraw-Hill, 1976.

E. W. Swokowski, "Calculus with Analytic Geometry", Prindle, Weber & Schmidt, 1979.