

# Εργασία στην Ρομποτική

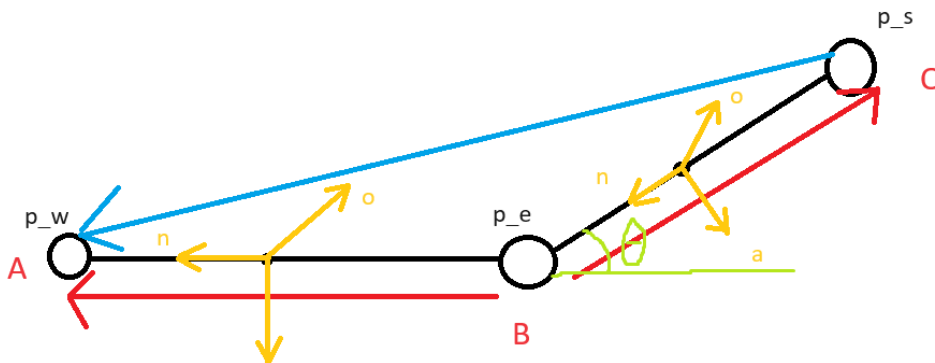
## Ερώτημα 1)

Στο πρώτο ερώτημα μας ζητείται να εκφράσουμε την θέση και την ταχύτητα του αγκώνα  $p_e(t)$  και  $\dot{p}_e(t)$  συναρτήσει της γενικευμένης θέσης και ταχύτητας του καρπού ( $p_w(t), Q_w(t), \dot{p}_w(t), \omega_w(t)$ ) τα οποία τα λαμβάνουμε κάθε χρονική στιγμή μέσω της συνάρτησης `get_arm_posture()`. Μπορούμε πολύ εύκολα να βρούμε τον ομογενή πίνακα μετασχηματισμού  $g_{0e}$  καθώς γνωρίζουμε ήδη τον ομογενή μετασχηματισμό  $g_{0w}$ , αφού τον παίρνουμε κάθε χρονική στιγμή μέσω της συνάρτησης. Επίσης γνωρίζουμε και τον ομογενή μετασχηματισμό  $g_{we}$  αφού ο καρπός του χεριού θα έχει πάντα την ίδια σχετική απόσταση από τον αγκώνα, ενώ επίσης ο προσανατολισμός τους δεν θα αλλάζει. Συνεπώς

$$g_{we} = \begin{bmatrix} R_{we} & p_{we} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ όπου } R_{we} = I_{3 \times 3} \text{ και } p_{we} = \begin{bmatrix} -l_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Οπότε από αυτή την σχέση μπορούμε να βρούμε τον ομογενή μετασχηματισμό  $g_{0e} = g_{0w}g_{we} = \begin{bmatrix} R_{0w}(t)R_{we}(t) & R_{0w}(t)p_{we}(t) + p_w(t) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  και επομένως είναι φανερό ότι η ζητούμενη θέση του αγκώνα δίνεται από την σχέση  $p_e(t) = R_{0w}(t)p_{we}(t) + p_w(t)$  ενώ επίσης η ζητούμενη ταχύτητα του αγκώνα δίνεται από την παραγωγή αυτής της θέσης και θα είναι η εξής  $\dot{p}_e(t) = \dot{R}_{0w}(t)p_{we}(t) + \dot{p}_w(t)$  όπου  $\dot{R}_{0w}(t) = \hat{\omega}_w(t)R_{0w}(t)$ .

Για να μπορέσουμε να προσδιορίσουμε τον προσανατολισμό του αγκώνα έχοντας μετρήσεις του καρπού πρέπει να βρούμε την κατάλληλη γωνία έτσι ώστε το μοναδιαίο διάνυσμα  $n$  του άκρου του ρομπότ να βρίσκεται στο ευθύγραμμο τμήμα του μπράτσου.



Για να βρούμε τον πίνακα στροφής σε αυτή την περίπτωση πρέπει να πολλαπλασιάσουμε από τα δεξιά του πίνακα  $R_{0w}(t)$  με τον πίνακα  $Rot(o_w, \theta)$  γιατί θέλουμε να αλλάξει συνεχώς ο προσανατολισμός ως προς το κινούμενο πλαίσιο. Επίσης για τον προσδιορισμό της γωνίας αρκεί να προσδιορίσουμε το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = -p_w + p_e$  με το διάνυσμα  $\overrightarrow{BO} = -p_e$  οπότε θα έχουμε  $\cos\theta = -\frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BO}}{\|\overrightarrow{AB}\| \cdot \|\overrightarrow{BO}\|} \Rightarrow$

$$\theta = -\arccos\left(\frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BO}}{\|\overrightarrow{AB}\| \cdot \|\overrightarrow{BO}\|}\right)$$

## Ερώτημα 2)

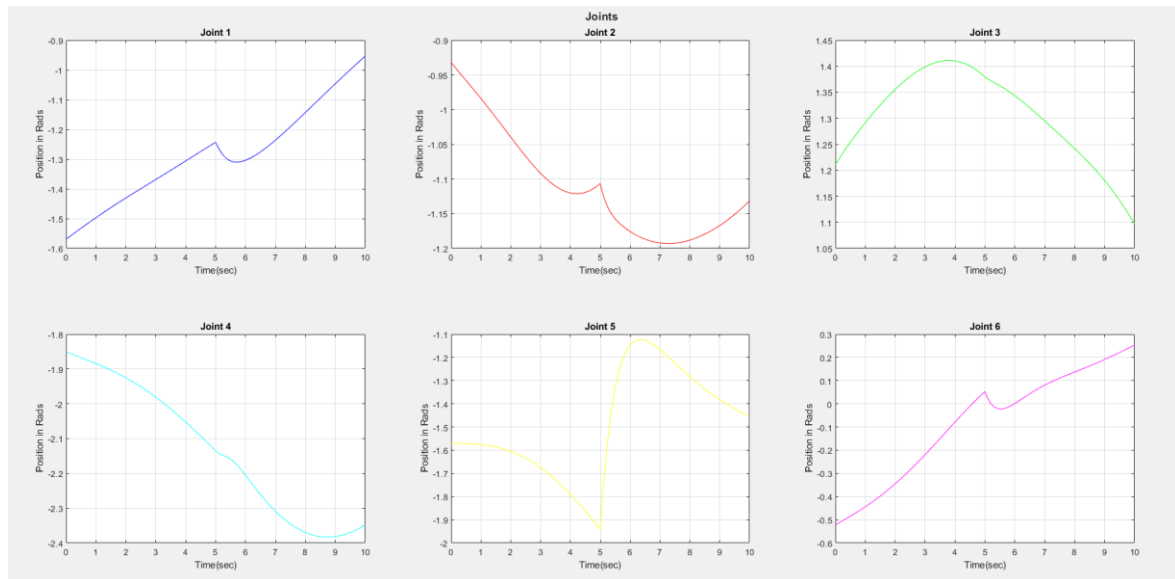
Στο δεύτερο ερώτημα της εργασίας μας ζητείται να σχεδιάσουμε κατάλληλο νόμο κινηματικού ελέγχου έτσι ώστε το ρομπότ να μπορέσει να πραγματοποιήσει την ένδυση του ανθρώπινου χεριού σε χρόνο  $T = 5sec$  ανά τμήμα με περίοδο δειγματοληψίας  $T_s = 0.01sec$ . Για να μπορέσουμε να το κάνουμε αυτό χρειαζόμαστε τον ομογενή μετασχηματισμό του άκρου του βραχίονα προκειμένου να έχουμε κάθε χρονική στιγμή την θέση και τον προσανατολισμό του, δηλαδή χρειαζόμαστε τον ομογενή μετασχηματισμό  $g_{06}$  που μας δίνει τα ζητούμενα ως προς το αδρανειακό πλαίσιο της αρχής των αξόνων του συστήματός μας. Αφού προσδιορίσουμε αυτή την θέση, σχεδιάζουμε την επιθυμητή τροχιά με γραμμική παρεμβολή μεταξύ των 2 θέσεων και άρα θα προκύψει ότι είναι  $p_d(t) = p_w + (p_e - p_w) \frac{t}{5}$ ,  $0 \leq t \leq 5$  για την κίνηση του ρομπότ από τον καρπό μέχρι και τον αγκώνα.

Επομένως, μπορούμε τώρα να προσδιορίσουμε το σφάλμα της τροχιάς το οποίο θα το εισάγουμε στον ελεγκτή μας για να δημιουργήσουμε κατάλληλο νόμο κινηματικού ελέγχου. Άρα εν τέλει έχουμε  $e_p(t) = p_{06}(t) - p_d(t)$ . Όσον αφορά τώρα το κομμάτι του σφάλματος προσανατολισμού, ο επιθυμητός προσανατολισμός που θέλουμε να έχει το άκρο του βραχίονα είναι  $R_d(t) = R_w(t)$  τον οποίο μπορούμε να τον προσδιορίζουμε κάθε χρονική στιγμή καθώς γνωρίζουμε το Quaternion του πλαισίου  $\{w\}$  ως προς το αδρανειακό πλαίσιο  $\{0\}$ , ενώ επίσης γνωρίζουμε και τον προσανατολισμό του άκρου του βραχίονα κάθε χρονική στιγμή αφού έχουμε τον ομογενή μετασχηματισμό του. Συνεπώς το Quaternion σφάλματος θα είναι  $Q_e(t) = Q_{06}(t) * Q_d^{-1}(t)$ , οπότε με αυτό τον τρόπο μπορούμε πολύ εύκολα να προσδιορίσουμε το σφάλμα προσανατολισμού παίρνοντας τα 3 τελευταία στοιχεία του Quaternion σφάλματος. Συνεπώς θα είναι  $e_o = \sin\left(\frac{\theta_e}{2}\right) \vec{k}_e$ , το οποίο θα το χρησιμοποιήσουμε επίσης για την υλοποίηση του ελεγκτή μας.

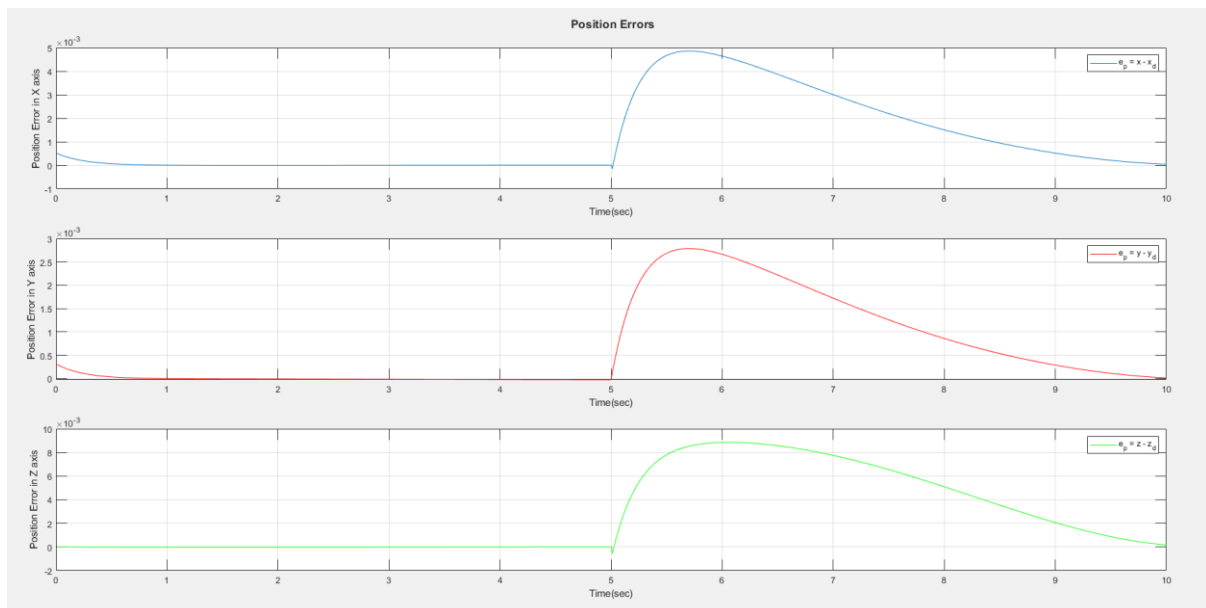
Με παρόμοιο τρόπο σχεδιάζουμε και την τροχιά κίνησης του βραχίονα από τον αγκώνα μέχρι και τον ώμο. Επομένως τώρα, η επιθυμητή τροχιά θα είναι πλέον  $p_d(t) = p_e + (p_s - p_e) * \frac{t-5}{5}$ ,  $5 \leq t \leq 10$  οπότε και το σφάλμα θέσης θα ορίζεται πάλι με τον ίδιο τρόπο δηλαδή  $e_p(t) = p_{06}(t) - p_d(t)$ . Όσον αφορά όμως το κομμάτι του σφάλματος προσανατολισμού, ο επιθυμητός προσανατολισμός που θέλουμε να έχει τώρα το άκρο του βραχίονα θα είναι πλέον  $R_d(t) = R_w(t) Rot(o_w, \theta)$  έτσι ώστε το μοναδιαίο  $n$  του άκρου του ρομπότ να βρίσκεται στο ευθύγραμμο τμήμα του μπράτσου. Οπότε το Quaternion του σφάλματος θα υπολογίζεται πάλι με τον ίδιο τρόπο και θα είναι  $Q_e(t) = Q_{06}(t) * Q_d^{-1}(t)$ , ενώ μέσω αυτού παίρνοντας δηλαδή τα 3 τελευταία στοιχεία του θα έχουμε το ζητούμενο σφάλμα προσανατολισμού για την σχεδίαση του ελεγκτή.

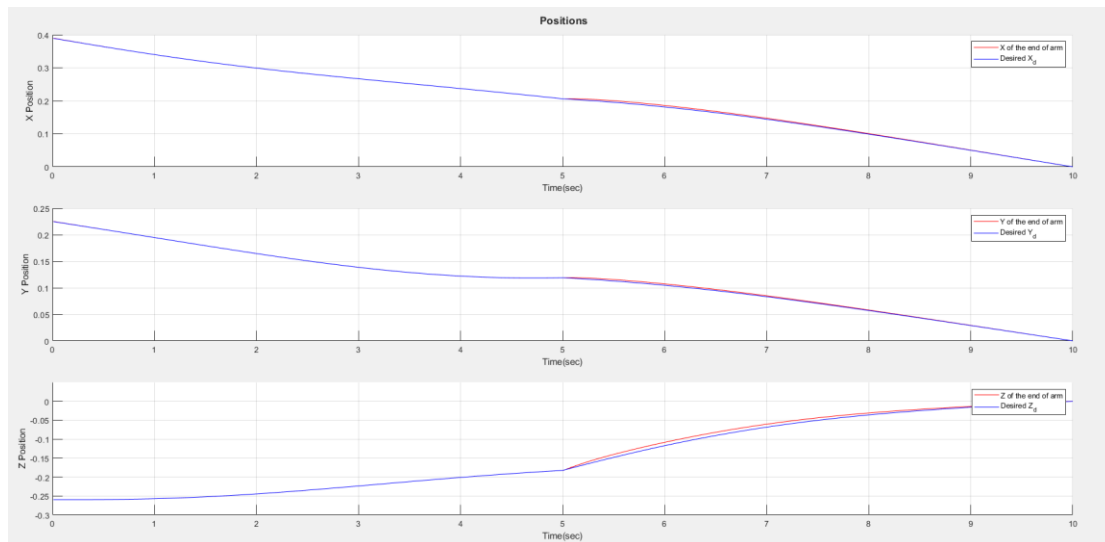
Τέλος ο ελεγκτής μας θα έχει κάθε χρονική στιγμή της κίνησης του βραχίονα την μορφή  $u = \begin{bmatrix} \dot{p}_d \\ \omega_d \end{bmatrix} - K \begin{bmatrix} e_p \\ e_o \end{bmatrix}$ , όπου για την συγκεκριμένη εργασία επιλέχθηκε  $K = \begin{bmatrix} K_p & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & K_o \end{bmatrix}$ , με  $K_p = K_o = 4 * I_{3 \times 3}$ , ενώ επίσης το  $\omega_d$  προσδιορίζεται πολύ εύκολα κάθε χρονική στιγμή καθώς έχουμε τους επιθυμητούς πίνακες περιστροφής μέσω των οποίων μπορούμε να βρούμε το  $\hat{\omega}_d = \dot{R}_d R_d^T$  προσδιορίζοντας έτσι τον αντισυμμετρικό πίνακα και μέσω αυτού βρίσκουμε το διάνυσμα της επιθυμητής γωνιακής ταχύτητας.

Παρακάτω φαίνονται τα ζητούμενα γραφήματα. Αρχικά παρουσιάζονται τα γραφήματα των αρθρώσεων του ρομπότ:

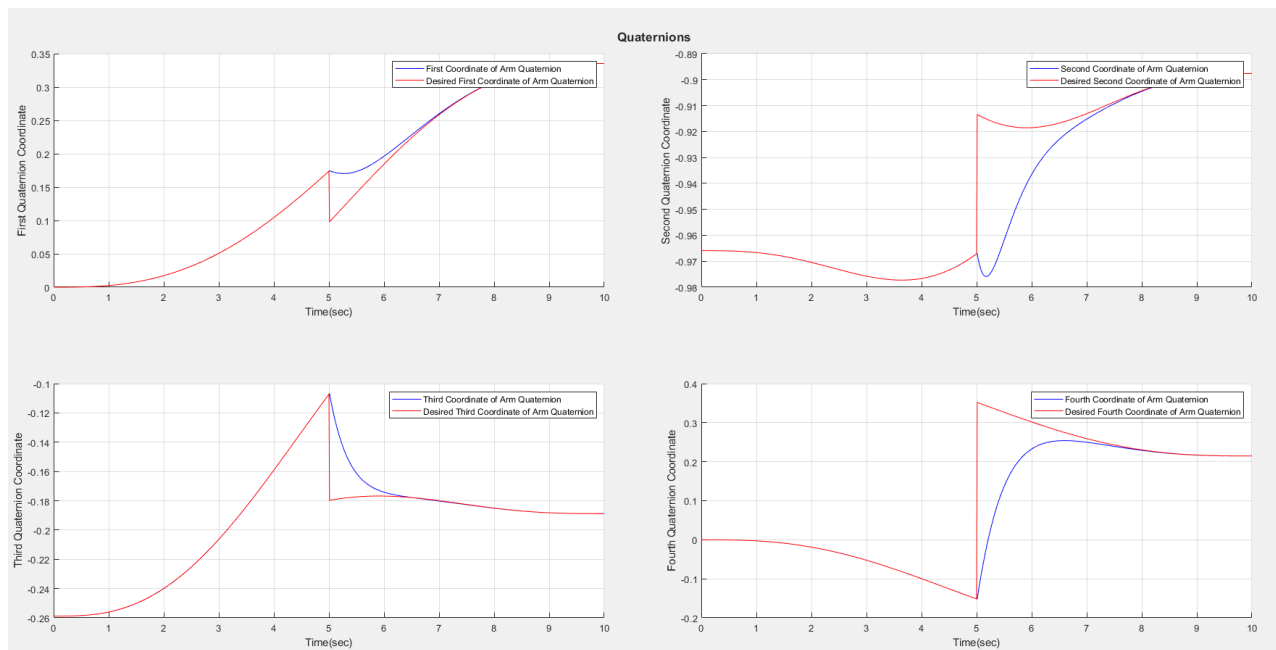


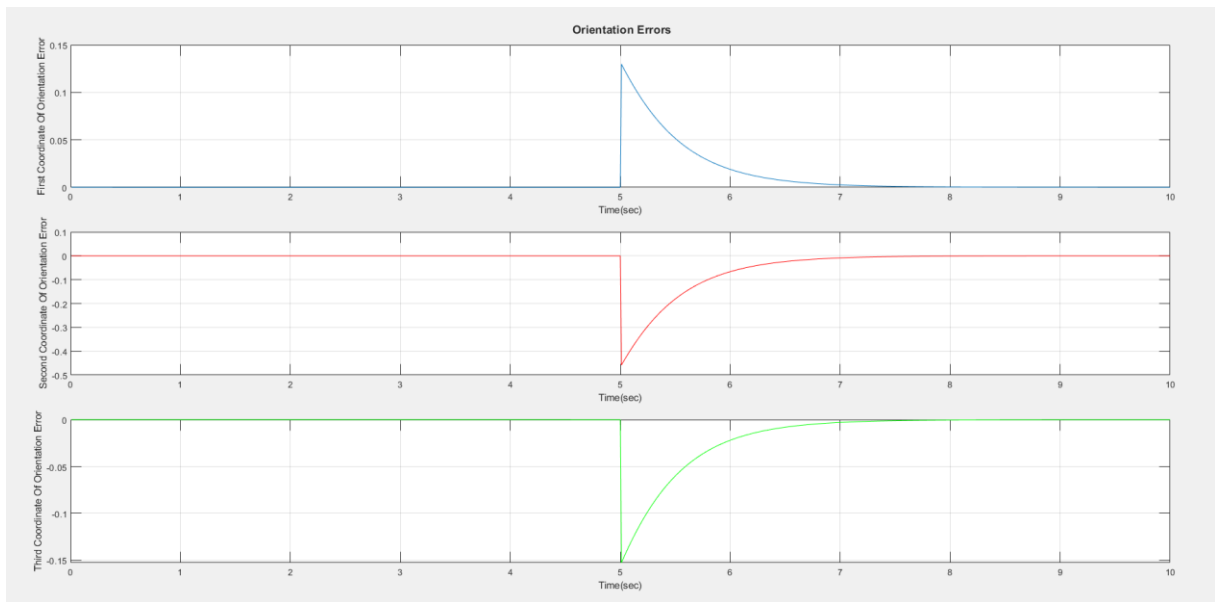
Στην συνέχεια φαίνονται τα σφάλματα θέσης που προκύπτουν από την παρακολούθηση της τροχιάς καθώς και το πόσο το άκρο του ρομπότ ακολουθεί την κίνηση που θέλουμε:



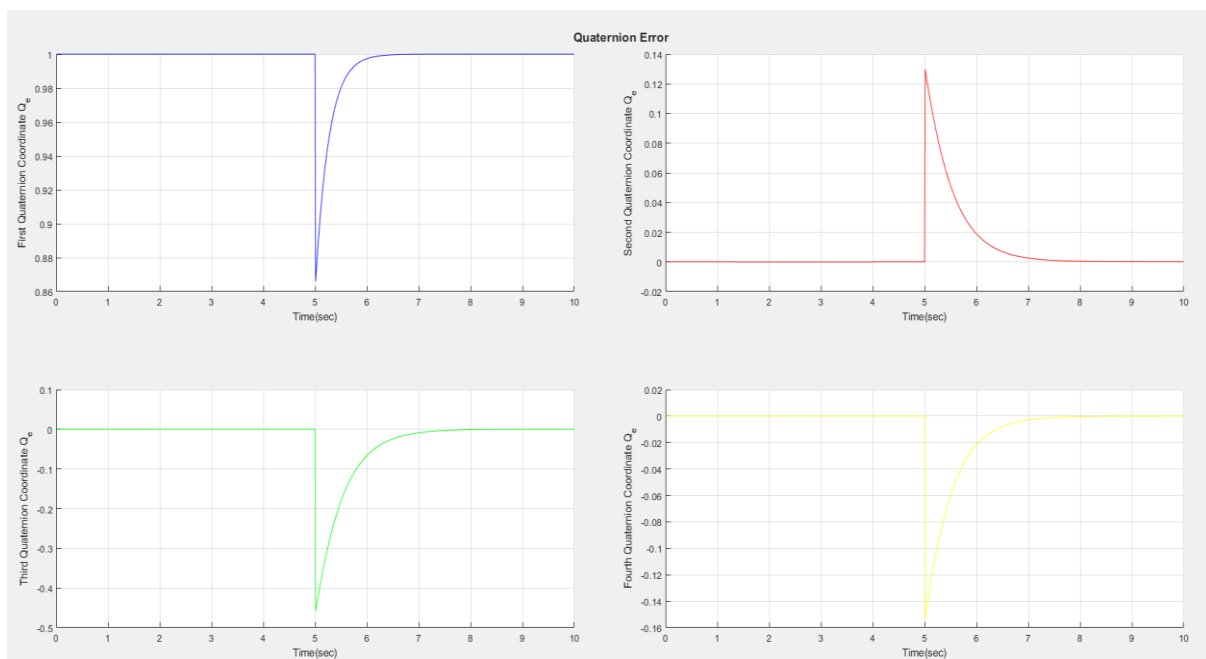


Στην συνέχεια παρουσιάζω τα σφάλματα προσανατολισμού που προκύπτουν από την παρακολούθηση της τροχιάς καθώς επίσης και το κατά πόσο τα Quaternions που δίνει το άκρο του βραχίονα ταυτίζονται με τα επιθυμητά που θέλουμε για την ένδυση του ανθρώπινου χεριού :





Τέλος, παρουσιάζω και τις συντεταγμένες του Quaternion σφάλματος( για το οποίο έχουν ήδη αναπαρασταθεί οι 3 τελευταίες συνιστώσες του μέσω του σφάλματος προσανατολισμού):



Από τα παραπάνω γραφήματα παρατηρούμε ότι τα σφάλματα μας από την παρακολούθηση της τροχιάς είναι πολύ μικρά της τάξης του  $10^{-4}$  το οποίο μας αρκεί για να πούμε ότι το μοντέλο μας είναι αρκετά καλό και ακολουθεί ικανοποιητικά την επιθυμητή τροχιά. Αυτό επίσης φαίνεται και από το animation του ρομπότ. Ωστόσο, παρατηρούμε ότι την στιγμή που επιθυμούμε να αλλάξει ο προσανατολισμός για να εκτελέσει την διαδρομή από τον αγκώνα στον ώμο παρατηρούμε μια απότομη μεταβολή (ένα spike) στα σφάλματα μας καθώς και στην τροχιά που ακολουθούν οι αρθρώσεις. Αυτό κατά πάσα πιθανότητα δεν είναι επιθυμητό. Επομένως δοκιμάζω διάφορους τρόπους προκειμένου να μην υπάρχει αυτή η απότομη μεταβολή.

Αρχικά δοκιμάζω να αλλάξω την μορφή της επιθυμητής τροχιάς και αντί για γραμμική παρεμβολή μεταξύ των θέσεων (καρπός – αγκώνας και αγκώνας – ώμος) χρησιμοποιώ ένα πολυώνυμο 3ου βαθμού. Οπότε οι τροχιές μου είναι πλέον οι εξής :

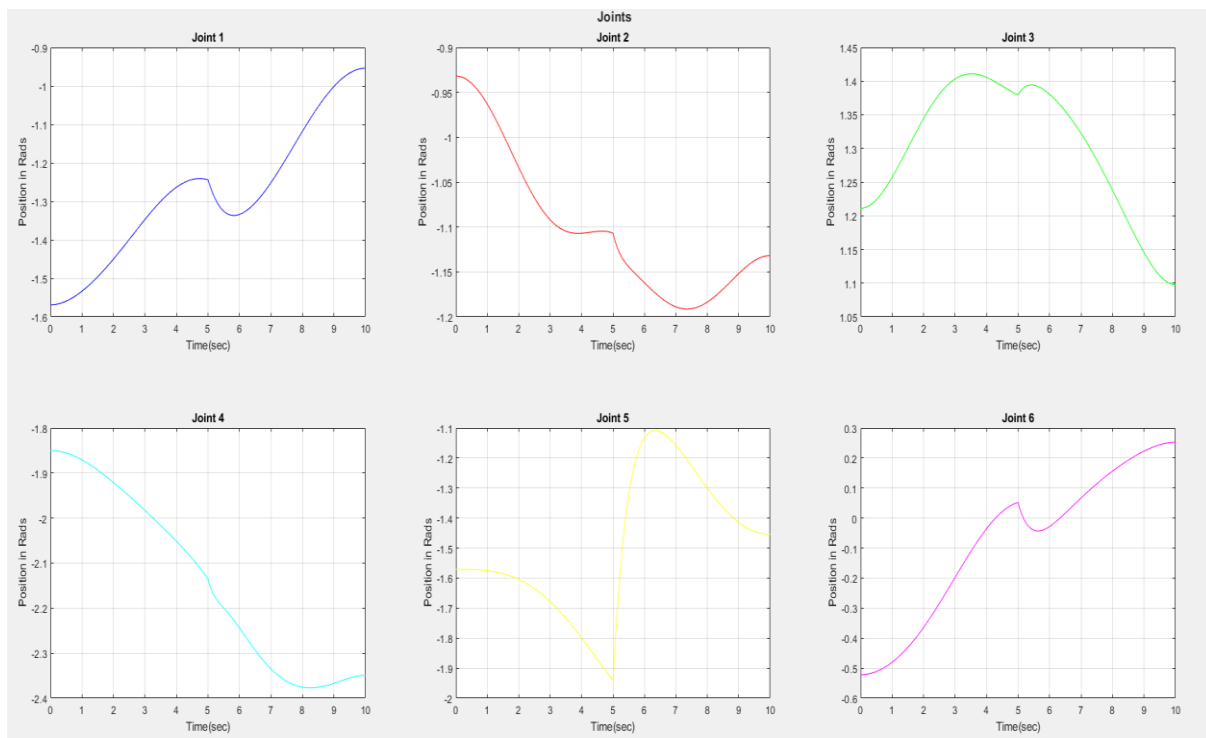
$$p_d(t) = p_w(t) + \frac{3}{t_f^2}(p_e(t) - p_w(t))t^2 - \frac{2}{t_f^3}(p_e(t) - p_w(t))t^3, \text{ όπου } t_f = 5\text{sec}$$

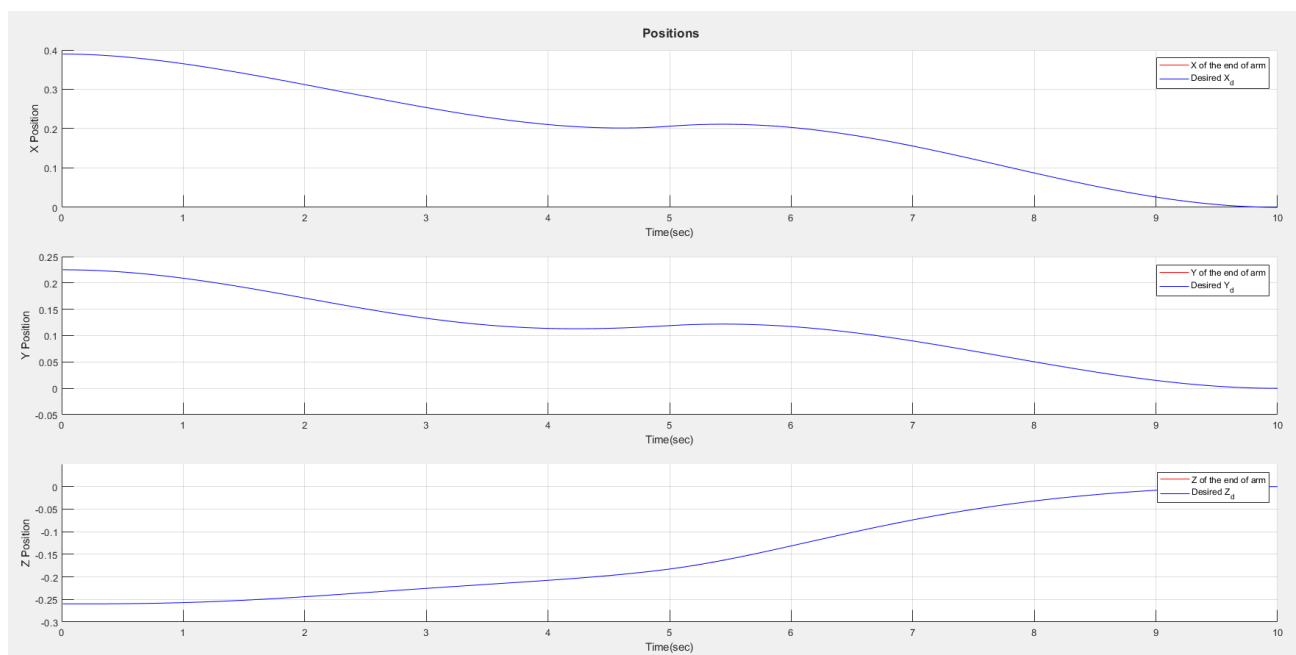
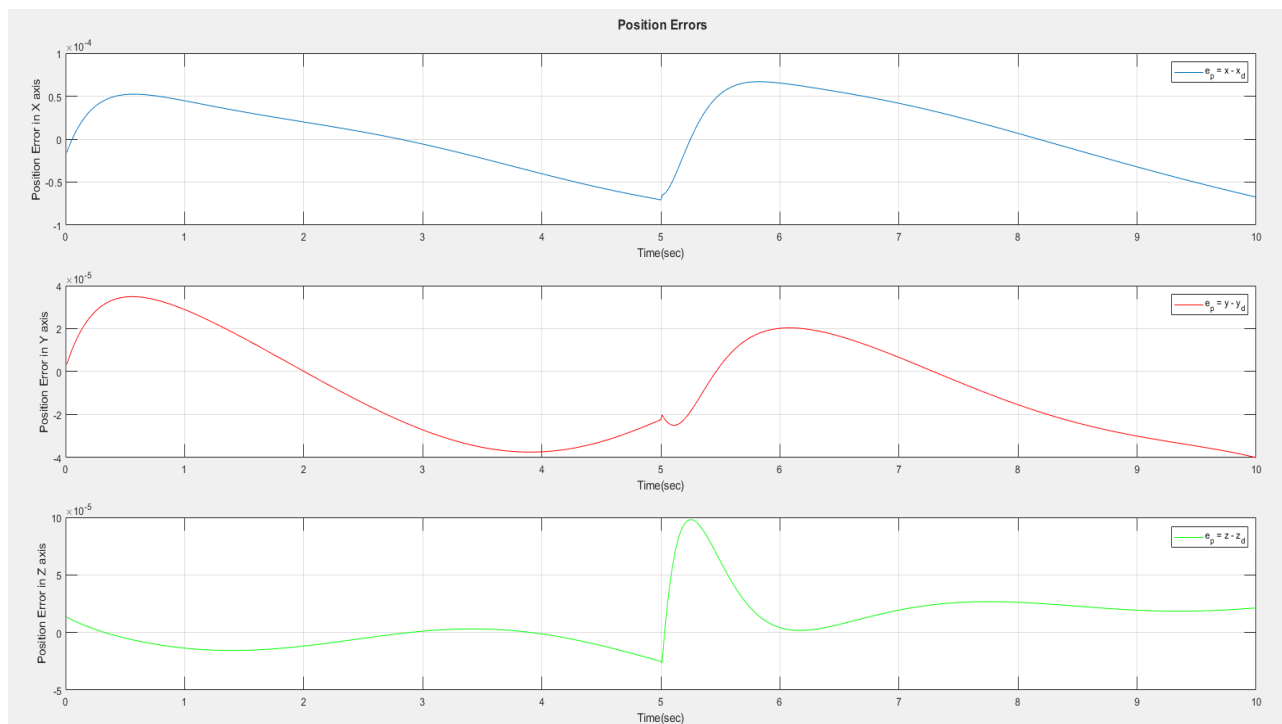
Και για την κίνηση αγκώνα – ώμου :

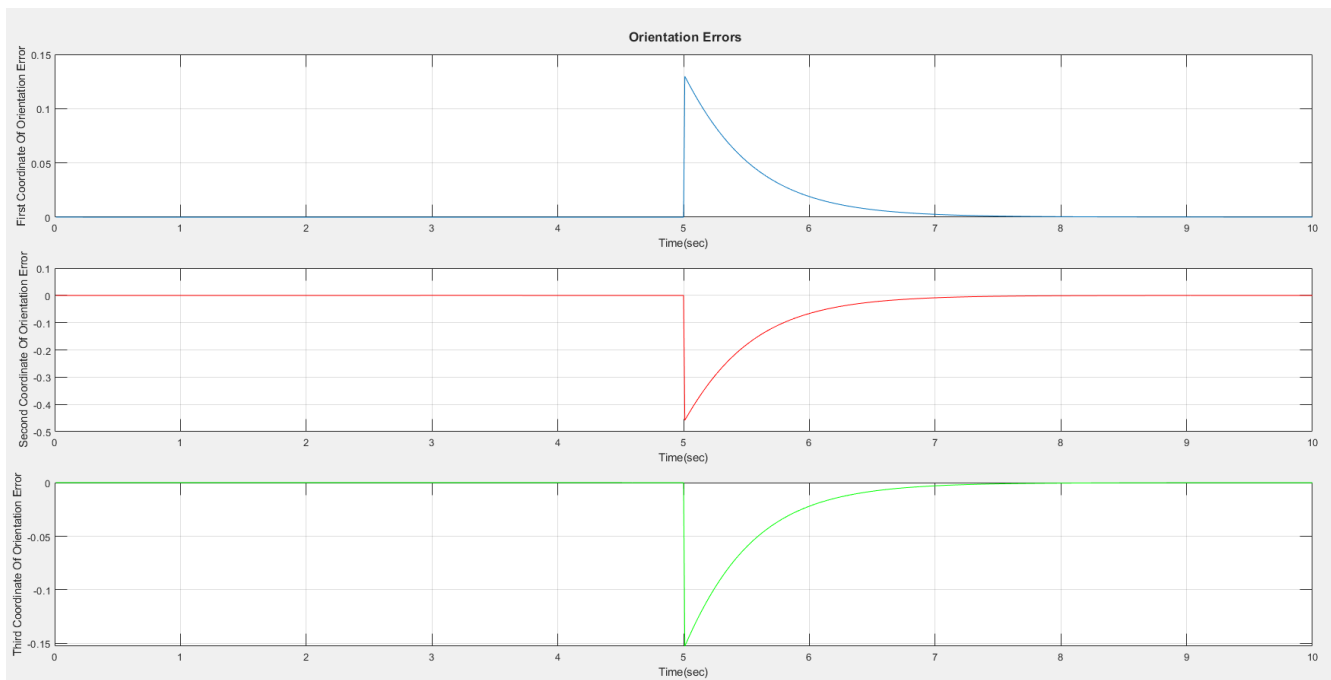
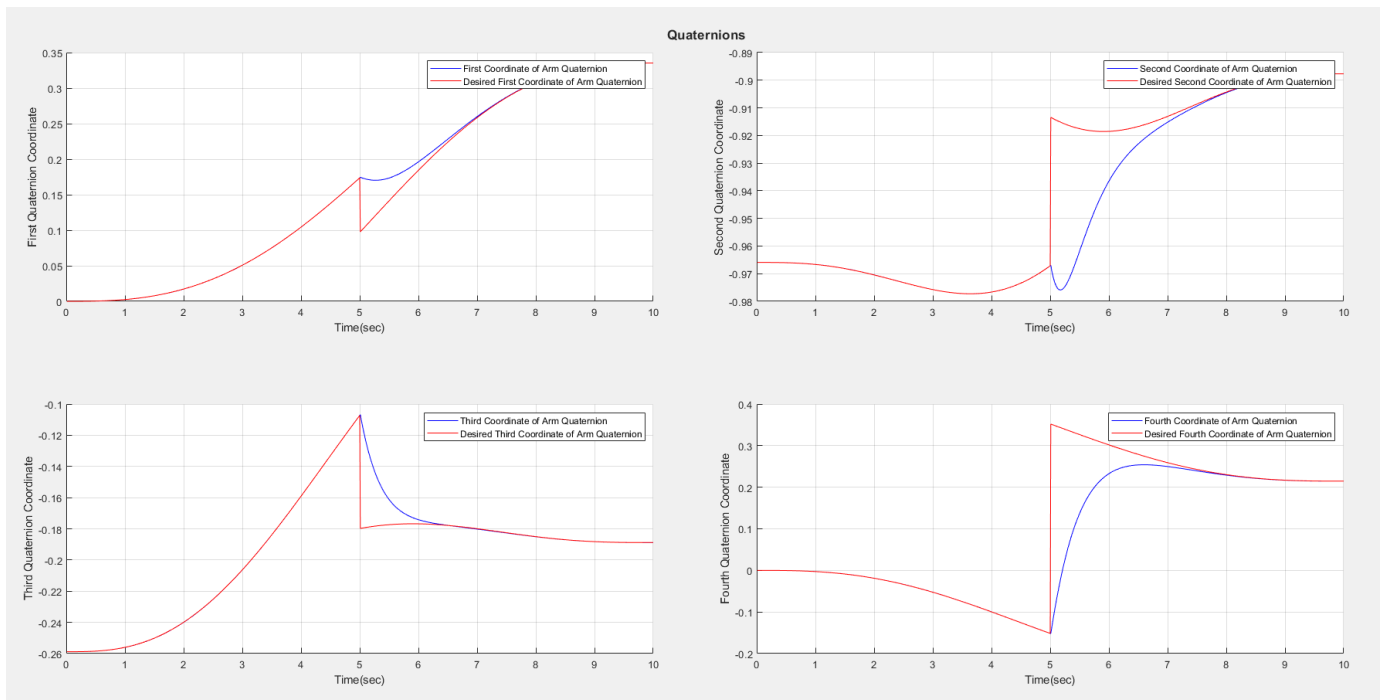
$$p_d(t) = p_e(t) + \frac{3}{t_f^2}(p_s(t) - p_e(t))(t - 5)^2 - \frac{2}{t_f^3}(p_s(t) - p_e(t))(t - 5)^3$$

Έχοντας υποθέσει και για τις δύο τροχιές πως η αρχική και τελική ταχύτητα είναι μηδενικές.

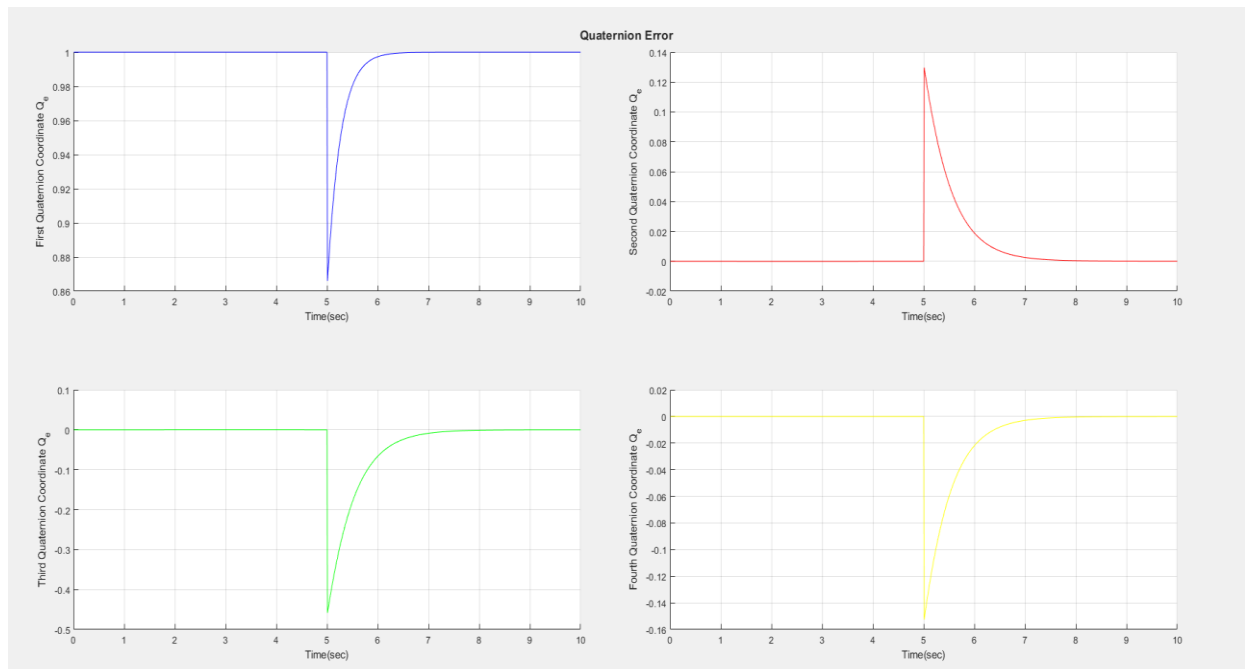
Κάνοντας την εξής αλλαγή λαμβάνουμε τα εξής γραφήματα τα οποία τα παραθέτω με την ίδια σειρά με πριν









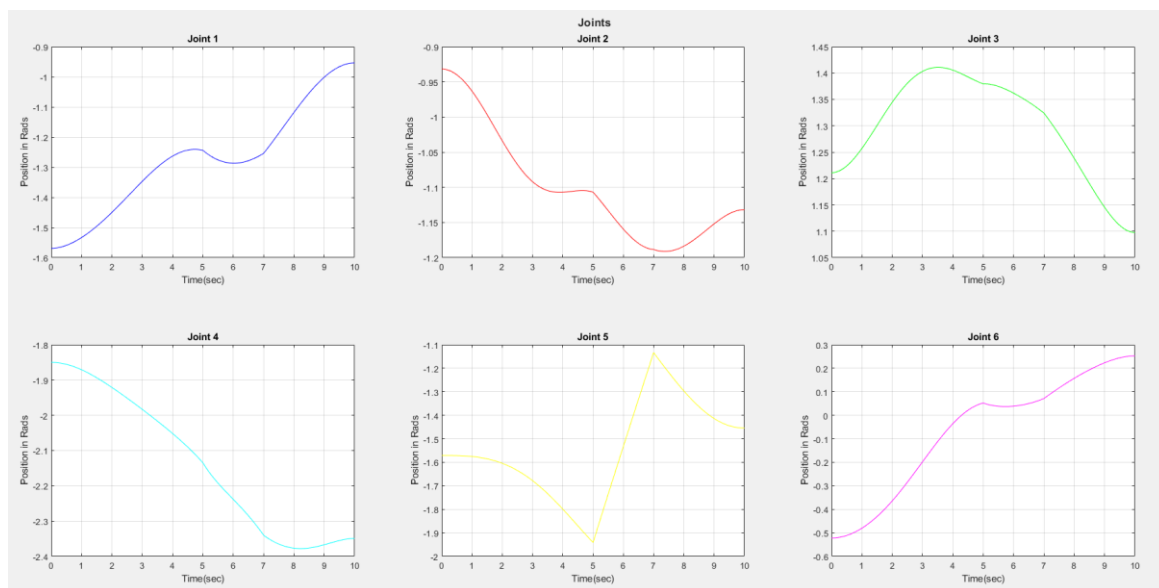


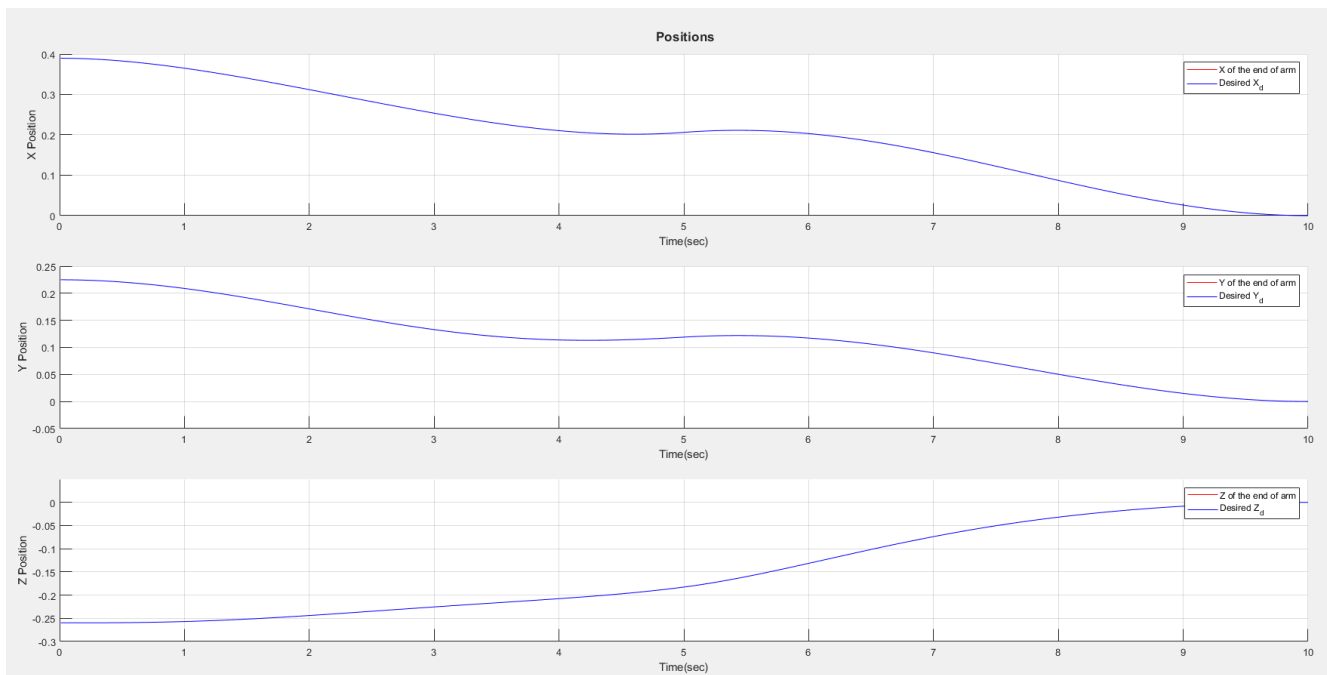
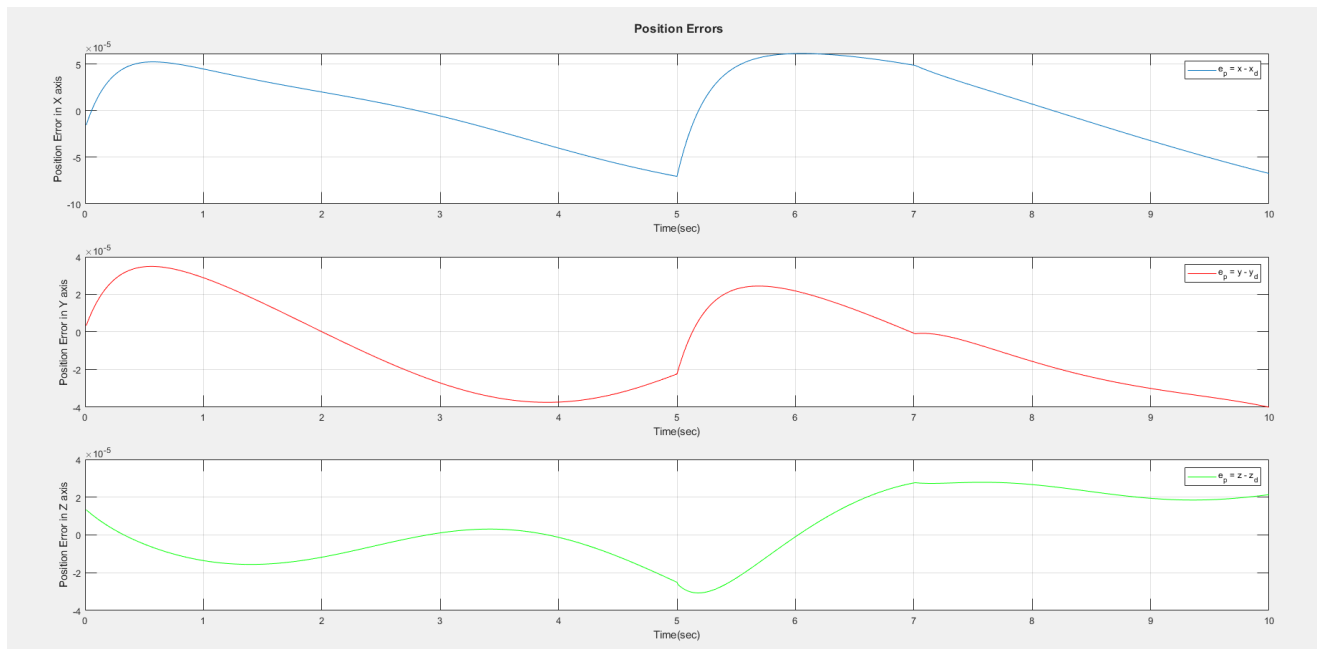
Από τα παραπάνω γραφήματα παρατηρούμε ότι εξακολουθούμε να έχουμε πολύ μικρό σφάλμα ενώ επίσης βλέπουμε ότι η μετάβαση την χρονική στιγμή που αλλάζει ο προσανατολισμός είναι πιο ομαλή. Ένας ακόμα τρόπος με τον οποίο θα μπορούσαμε να βελτιώσουμε αυτή την απότομη μεταβολή είναι πέρα από την αλλαγή της επιθυμητής τροχιάς να μεταβάλλουμε με ομαλότερο τρόπο την γωνία  $\theta$  έτσι ώστε να έχουμε πιο ομαλή μετάβαση. Επομένως θα πρέπει να σχεδιάσουμε τροχιά και για την γωνία  $\theta$ . Αρχικά δοκιμάζω η τροχιά του  $\theta$  να έχει την εξής μορφή :

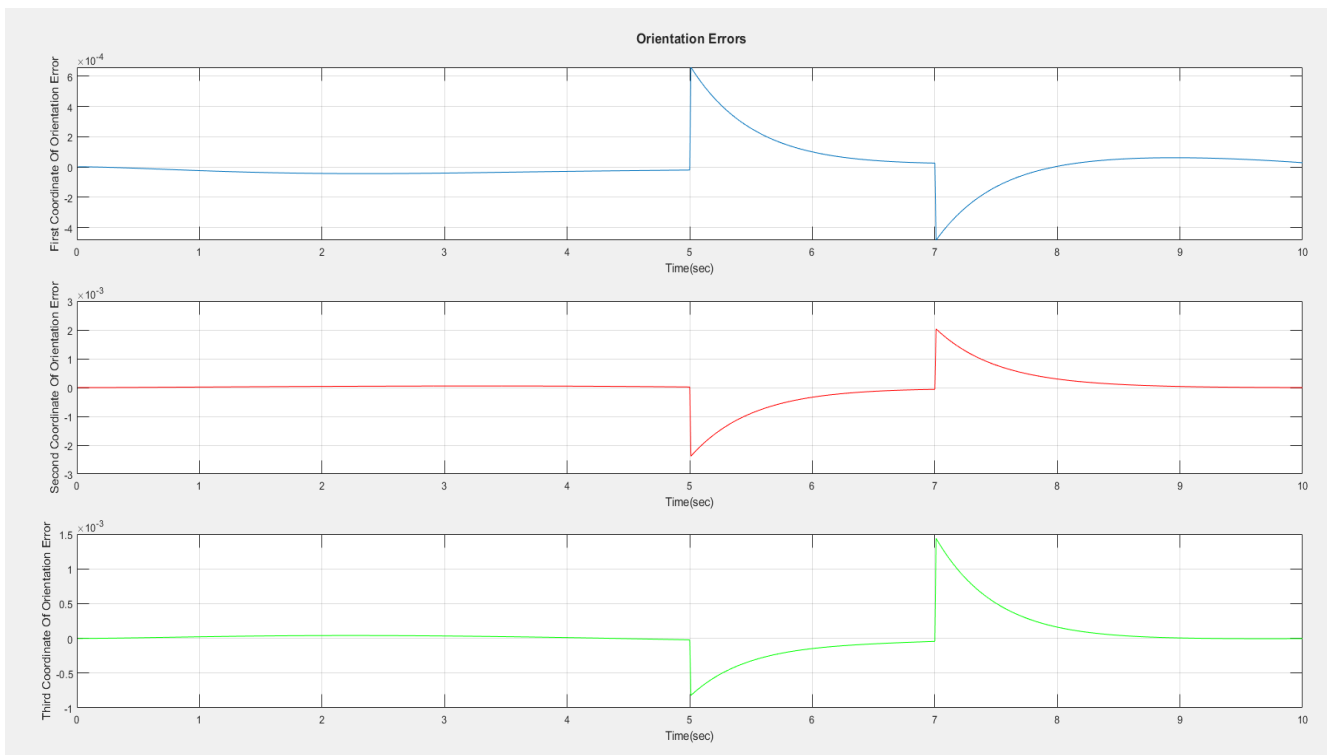
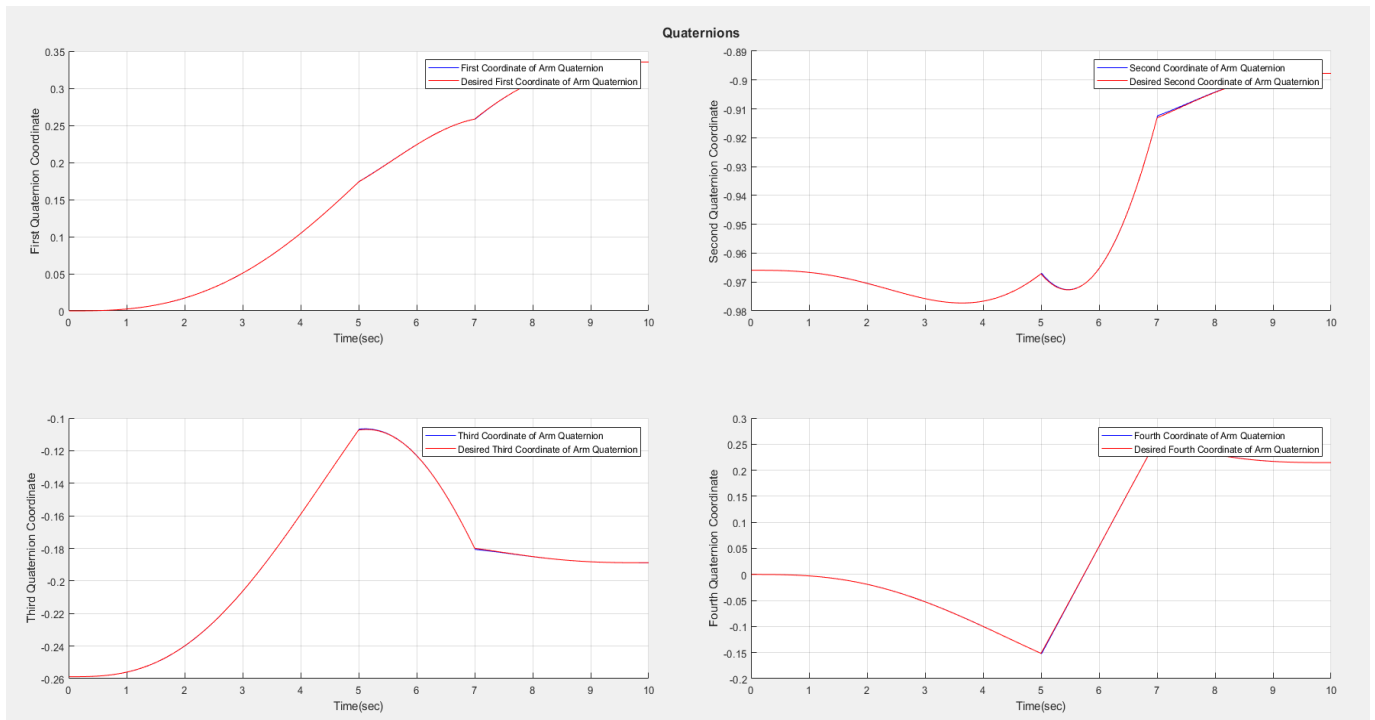
$$\theta_d(t) = \theta_f \left( \frac{t-5}{2} \right)$$

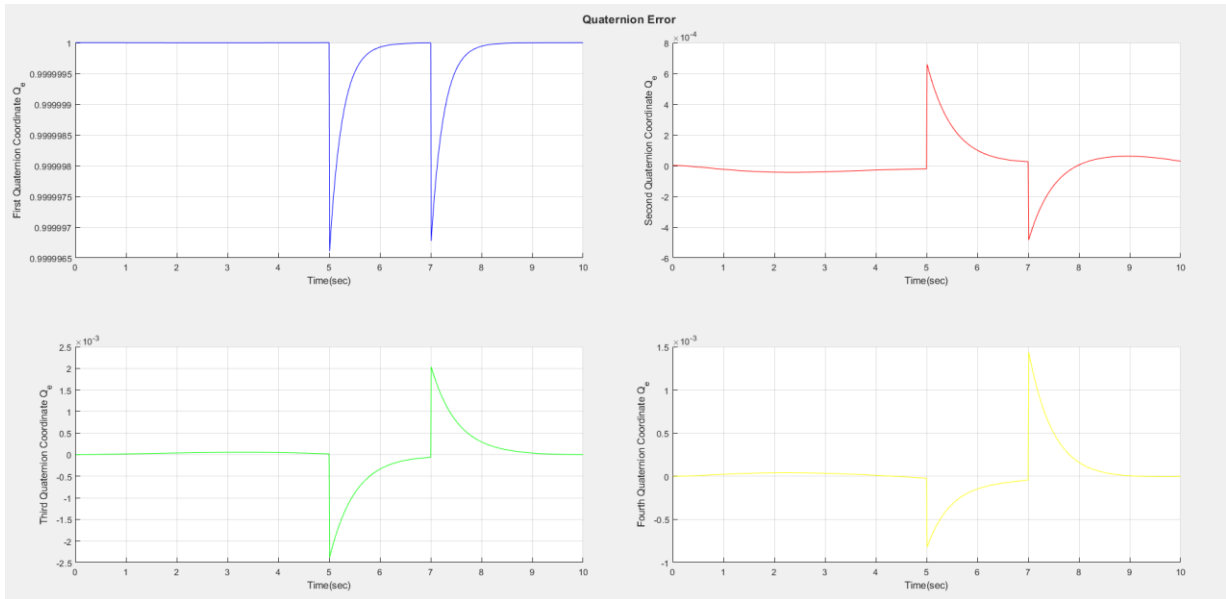
όπου  $\theta_f$  η γωνία που προκύπτει από το εσωτερικό γινόμενο

Τα γραφήματα που παίρνουμε για αυτή την αλλαγή είναι τα εξής :





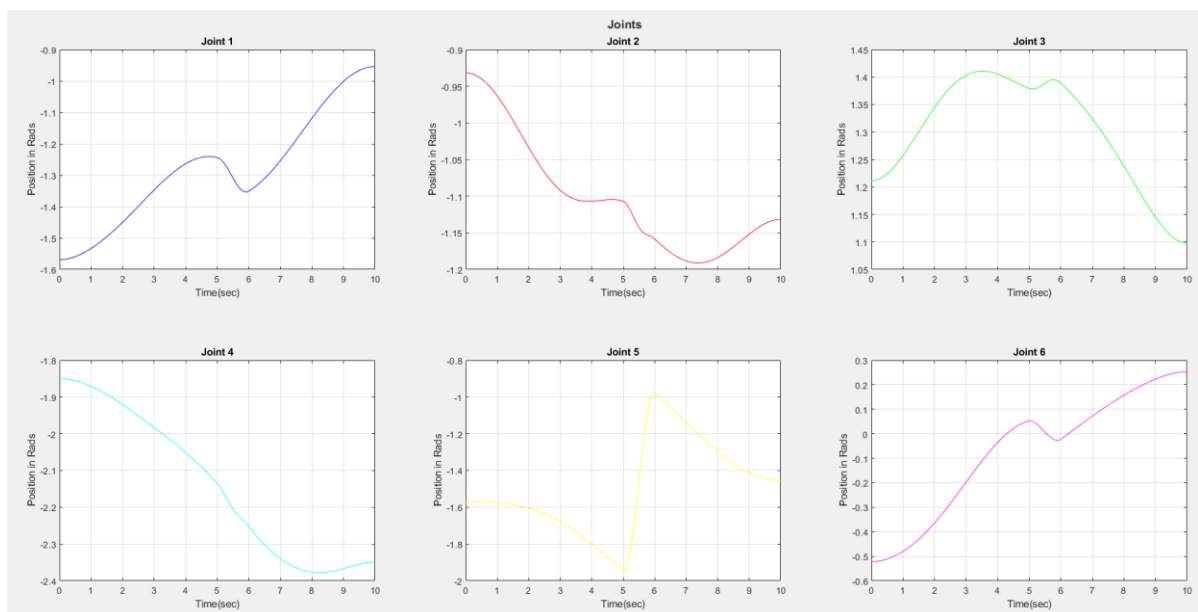


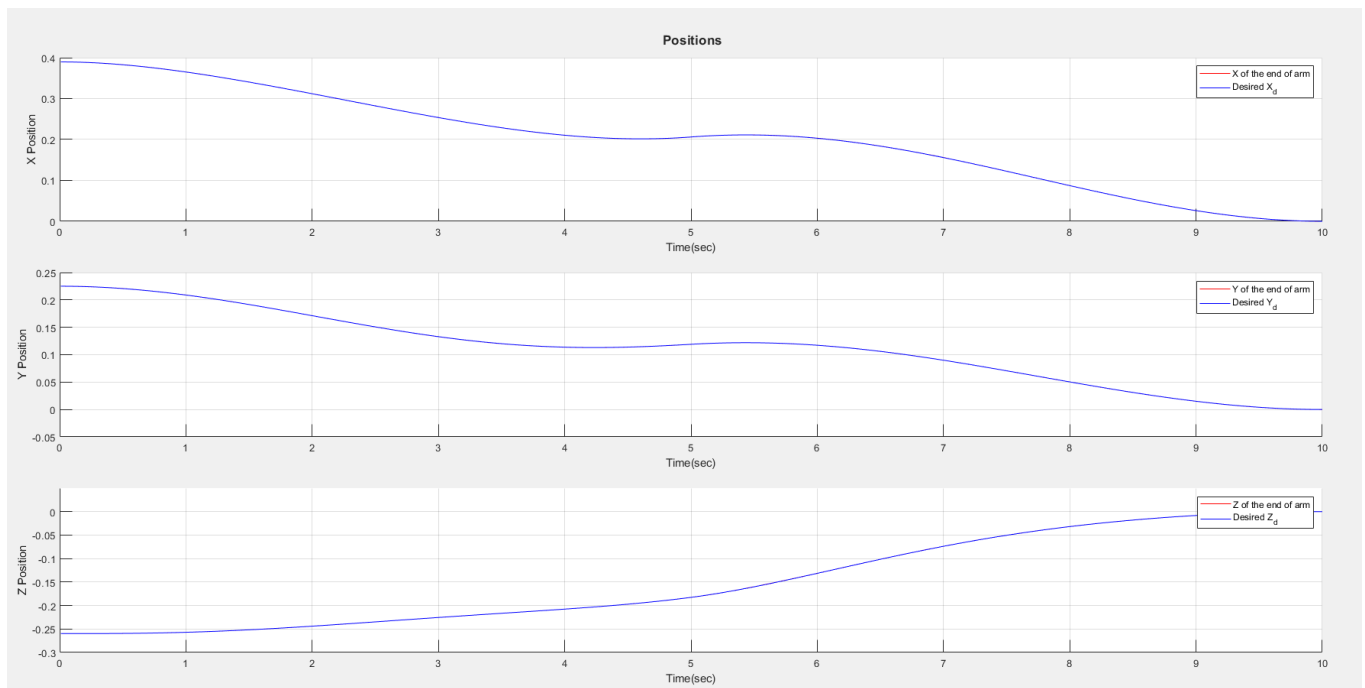
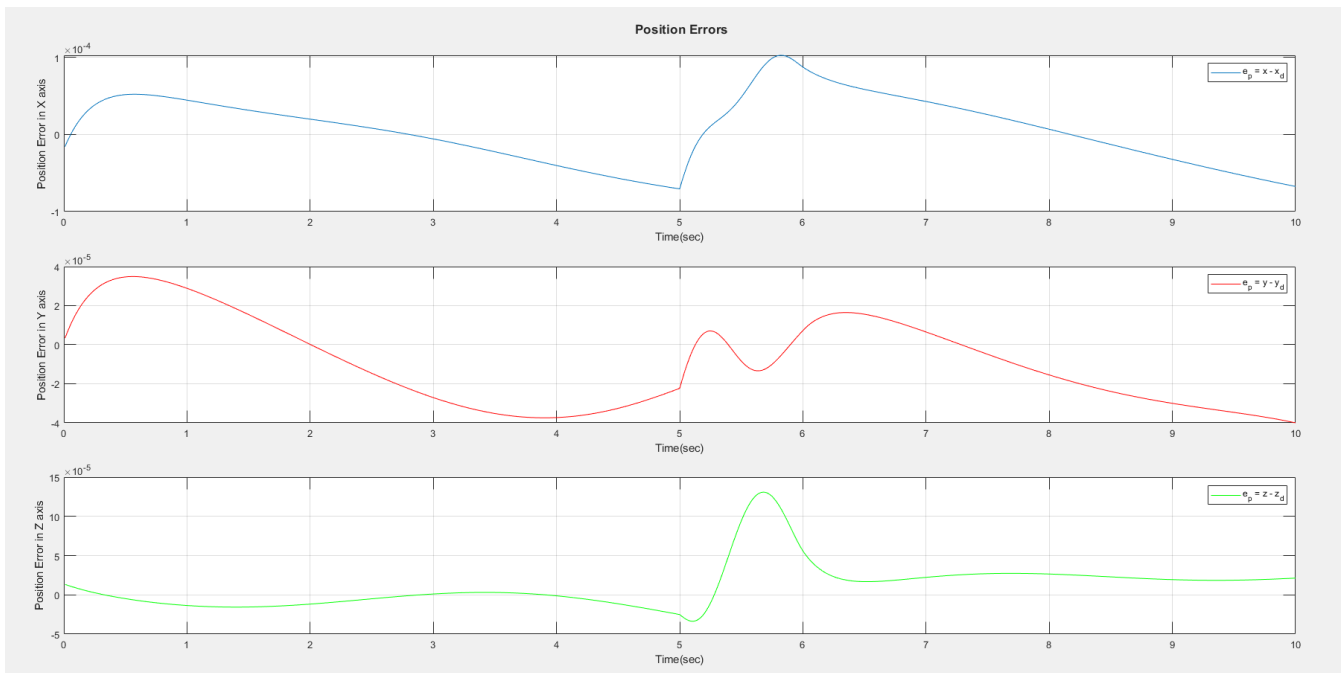


Από τα παραπάνω γραφήματα παρατηρώ ότι είναι πλέον έχω πετύχει καλύτερη και πιο ομαλή παρακολούθηση της τροχιάς ακόμα και στο σημείο στο οποίο απαιτείται η αλλαγή του προσανατολισμού, ενώ επίσης τα σφάλματα μου εξακολουθούν να παραμένουν πολύ μικρά, γεγονός που δείχνει ότι η παρούσα σχεδίαση είναι κατάλληλη για την ένδυση του ανθρώπινου χεριού. Ωστόσο βλέπω ότι έχω πολύ πιο απότομες μεταβολές των σφαλμάτων βάζοντας τροχιά και για το  $\theta$ . Τέλος, δοκιμάζω να δω ποια θα είναι τα αποτελέσματα για πολυωνυμική τροχιά του  $\theta$ , δηλαδή για την εξής τροχιά :

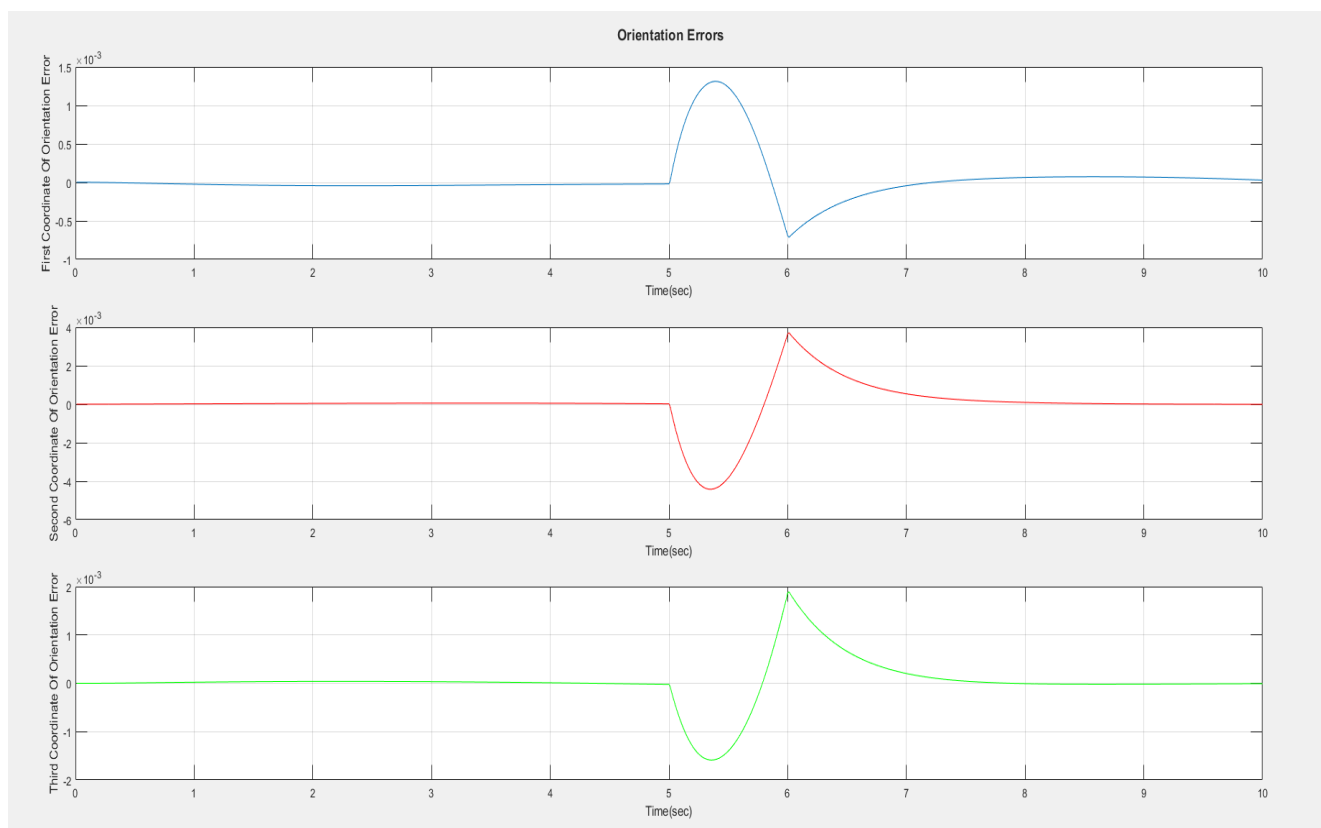
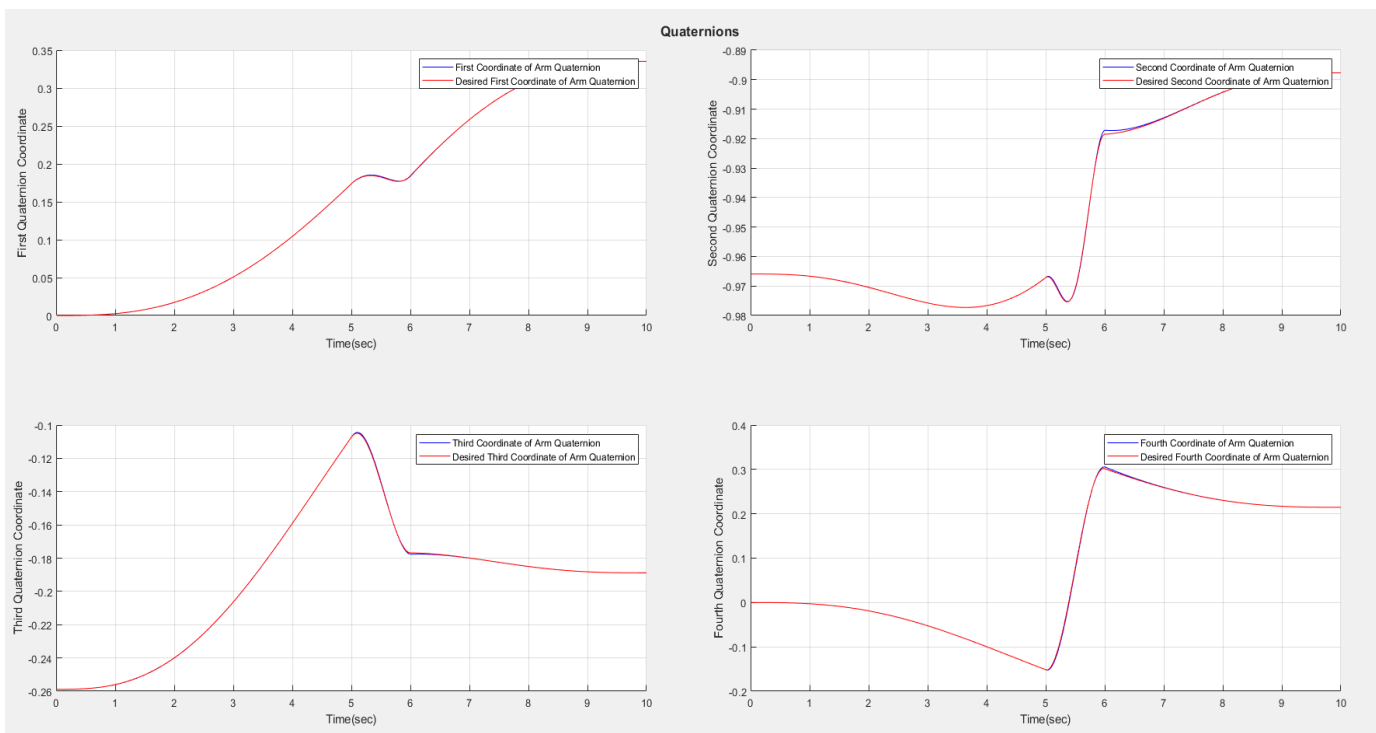
$$\theta_d(t) = \frac{3}{t_f^2} \theta_f (t - 5)^2 - \frac{2}{t_f^3} \theta_f (t - 5)^3,$$

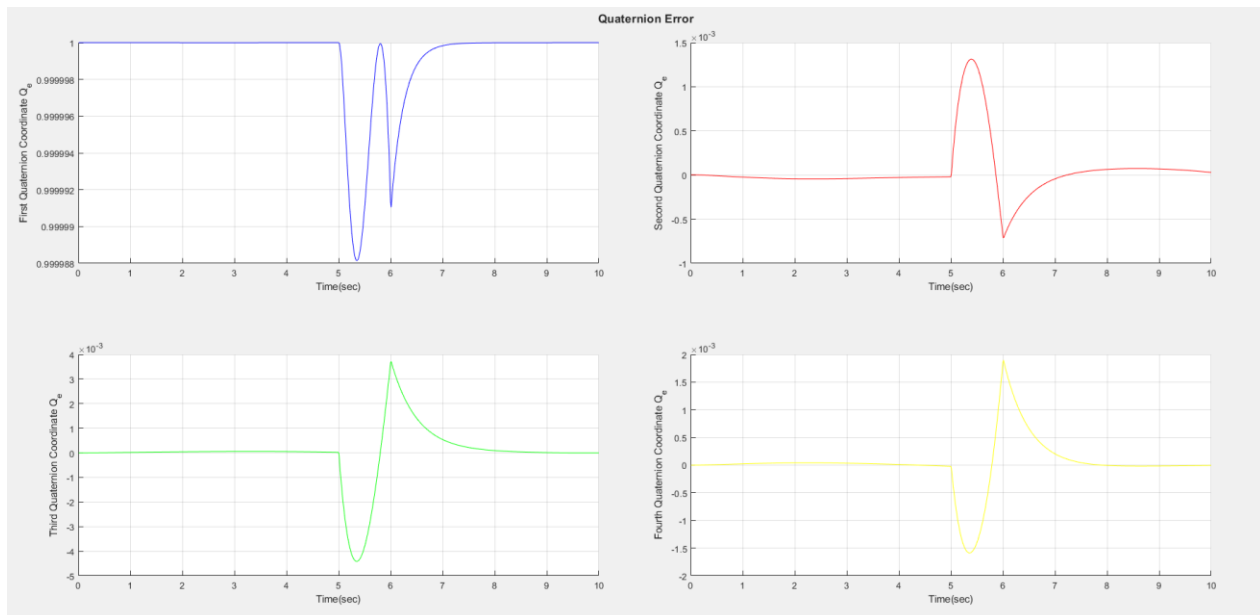
όπου  $t_f = 1 \text{ sec}$  και  $\theta_f$  η γωνία που προκύπτει από το εσωτερικό γινόμενο





Χρήστος – Αλέξανδρος Δαρδαμπούνης ΑΕΜ : 10335





Από τα παραπάνω γραφήματα παρατηρούμε ότι έχουμε καταφέρει να κάνουμε αρκετά πιο ομαλή την τροχιά μας ενώ επίσης έχουμε διατηρήσει και χαμηλά τα σφάλματα παρακολούθησης, γεγονός που σημαίνει ότι το μοντέλο μας για την ένδυση του ανθρώπινου χεριού δουλεύει ικανοποιητικά με αυτές τις επιλογές που κάναμε για τις τροχιές. Επίσης, παρατηρούμε ότι έχουμε καλύτερη παρακολούθηση των quaternions. Ωστόσο, έχουμε λίγο περισσότερες απότομες μεταβολές των σφαλμάτων σε σχέση με τις περιπτώσεις που δεν έχουμε κάνει σχεδίαση τροχιάς για την μεταβολή της γωνίας  $\theta$ .

**(Σημείωση: Για να μπορέσετε να παράγετε τις διάφορες γραφικές παραστάσεις που παρουσιάζω για τις διαφορετικές επιλογές που έκανα για τις τροχιές θα πρέπει να κάνετε `uncomment` το αντίστοιχο κομμάτι του κώδικα το οποίο το σημειώνω στον κώδικα Matlab)**

**(Σημείωση: Οι γραφικές παραστάσεις που έχουν σχέση με την σχεδίαση τροχιάς για το  $\theta$  έγιναν έχοντας ως τροχιά το πολυώνυμο 3<sup>ου</sup> βαθμού για την θέση ενώ επίσης χρειάστηκε να κάνω `comment` ένα συγκεκριμένο κομμάτι του κώδικα προκειμένου να βγουν σωστά τα γραφήματα. Αυτό το κομμάτι το αναφέρω ποιο είναι έτσι ώστε να μπορέσετε να παράγετε τα ίδια γραφήματα)**