

Τυπολόγιο για Πιθανοθεωρία και Στατιστική

Συνδυαστική	με διάταξη	με οποιαδήποτε σειρά
με επανάθεση	n^k	$\binom{n+k-1}{k}$
χωρίς επανάθεση	$n(n-1)\cdots(n-k+1)$	$\binom{n}{k}$

Πιθανοθεωρία

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	προσθετικό θεώρημα
$P(B A) = P(A \cap B)/P(A)$	δεσμευμένη πιθανότητα
$P(A) = \sum_{i=1}^n P(B_i)P(A B_i)$	θεώρημα ολικής πιθανότητας
$P(B_r A) = \frac{P(B_r)P(A B_r)}{P(A)}$	θεώρημα Bayes
$F_X(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} \sum_{x_i \leq x} P(X = x_i) \\ \int_{-\infty}^x f_X(u)du \end{cases}$	αθροιστική συνάρτηση κατανομής $\begin{cases} \text{διακριτού τύπου} \\ \text{συνεχούς τύπου} \end{cases}$
$E(X) = \mu_X = \begin{cases} \sum_x xP(X = x) \\ \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx \end{cases}$	μέση τιμή της X $\begin{cases} \text{διακριτού τύπου} \\ \text{συνεχούς τύπου} \end{cases}$
$\text{Var}(X) = \sigma_X^2 = \begin{cases} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2 P(X = x_i) \\ \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 f(x)dx \end{cases}$	διασπορά της X $\begin{cases} \text{διακριτού τύπου} \\ \text{συνεχούς τύπου} \end{cases}$

Θεωρητικές κατανομές

$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad \left[\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \right]$ $E(X) = np, \quad \text{Var}(X) = np(1-p)$	διωνυμική κατανομή X : # επιτυχιών
$P(X = x) = \frac{\binom{a}{x} \binom{N-a}{n-x}}{\binom{N}{n}}$ $0 \leq x \leq a, \quad 0 \leq n-x \leq N-a$ $E(X) = n \frac{a}{N}, \quad \text{Var}(X) = \frac{na(N-a)(N-n)}{N^2(N-1)}$	υπεργεωμετρική κατανομή X : # επιτυχιών
$P(X = x) = (1-p)^x p, \quad x \in \{0, 1, 2, \dots\}$ $E(X) = q/p, \quad \text{Var}(X) = q/p^2, \quad q = 1-p$	γεωμετρική κατανομή X : # αποτυχιών
$P(X = x) = \binom{x+r-1}{r-1} p^r (1-p)^x, \quad x \in \{0, 1, 2, \dots\}$ $E(X) = rq/p, \quad \text{Var}(X) = rq/p^2, \quad q = 1-p$	αρνητική διωνυμική κατανομή X : # αποτυχιών
$P(X = x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} \quad x \in \{0, 1, 2, \dots\}$ $E(X) = \lambda, \quad \text{Var}(X) = \lambda$	κατανομή Poisson X : # επιτυχιών
$f_X(x) = \frac{1}{b-a} \quad P(X \leq x) = \frac{x-a}{b-a}$ $E(X) = (b+a)/2, \quad \text{Var}(X) = (b-a)^2/12$	ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[a, b]$
$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad P(X \leq x) = 1 - e^{-\lambda x}$ $E(X) = 1/\lambda, \quad \text{Var}(X) = 1/\lambda^2$	εκθετική κατανομή
$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$ $E(X) = \mu, \quad \text{Var}(X) = \sigma^2$	κανονική κατανομή

Σημειακή εκτίμηση

$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$	δειγματική μέση τιμή του X
$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2)$	δειγματική διασπορά του X
$s_x^2 = s^2/n$	δειγματική διασπορά του \bar{x}
$\sigma_x^2 = \sigma^2/n$	διασπορά του \bar{x}

Διαστήματα εμπιστοσύνης

$\bar{x} \pm z_{1-a/2} \sigma / \sqrt{n}$	για μέση τιμή, γνωστή διασπορά του X , χρήση τυπικής κανονικής κατανομής
$\bar{x} \pm z_{1-a/2} s / \sqrt{n}$	για μέση τιμή, άγνωστη διασπορά του X , χρήση τυπικής κανονικής κατανομής
$\bar{x} \pm t_{1-a/2, n-1} s / \sqrt{n}$	για μέση τιμή, άγνωστη διασπορά του X , χρήση κατανομής student
$\left[\frac{(n-1)s^2}{x_{n-1, 1-a/2}^2}, \frac{(n-1)s^2}{x_{n-1, a/2}^2} \right]$	για διασπορά, χρήση κατανομής X^2
$\hat{p} \pm z_{1-a/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$	για αναλογία, χρήση τυπικής κανονικής κατανομής
$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z_{1-a/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$	για διαφορά δύο μέσων τιμών, γνωστές διασπορές, χρήση τυπικής κανονικής κατανομής
$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z_{1-a/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$	για διαφορά δύο μέσων τιμών, άγνωστες διασπορές, χρήση τυπικής κανονικής κατανομής
$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{n_1+n_2-2, 1-a/2} s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$	για διαφορά δύο μέσων τιμών, κοινή κι άγνωστη διασπορά, χρήση κατανομής student $s^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$
$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{a/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$	για διαφορά δύο αναλογιών, χρήση τυπικής κανονικής κατανομής

Συσχέτιση - Παλινδρόμηση

$s_{XY} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ $= \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y})$	δειγματική συνδιασπορά των X, Y
$r = \frac{s_{XY}}{s_X s_Y} \quad r = \sqrt{1 - \frac{s_{Y X}^2}{s_Y^2}} = b_{s_Y}^{s_X}$	εκτίμηση συντελεστή συσχέτισης
$b = \frac{s_{XY}}{s_X^2}$	εκτίμηση συντελεστή παλινδρόμησης
$a = \bar{y} - b\bar{x}$	εκτίμηση σταθερού όρου παλινδρόμησης
$\hat{y} = a + bx$	εκτίμηση γραμμής παλινδρόμησης
$s_{Y X}^2 = s^2 = \frac{n-1}{n-2} \left(s_Y^2 - \frac{s_{XY}^2}{s_X^2} \right) = \frac{n-1}{n-2} (s_Y^2 - b^2 s_X^2)$	εκτίμηση διασποράς σφάλματος παλινδρόμησης