Traballo de interpolación:

Diseño dun asento para un vehículo

Fundamentos de matemáticas. 1º curso.

Cristian Novoa González

Lucía Pérez González

Xabier Primoi Martínez

Iván Quintáns González

ÍNDICE

1. DESCRICIÓN

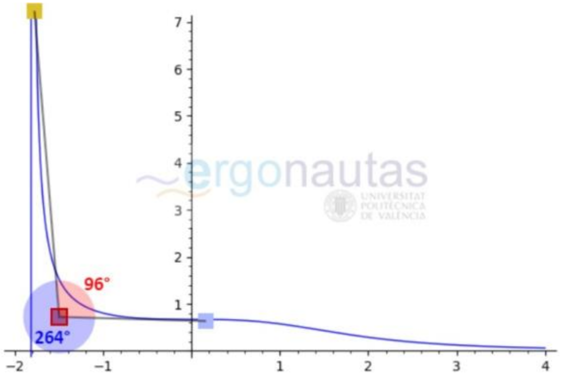
$$y = \frac{k}{x^3 + q}$$

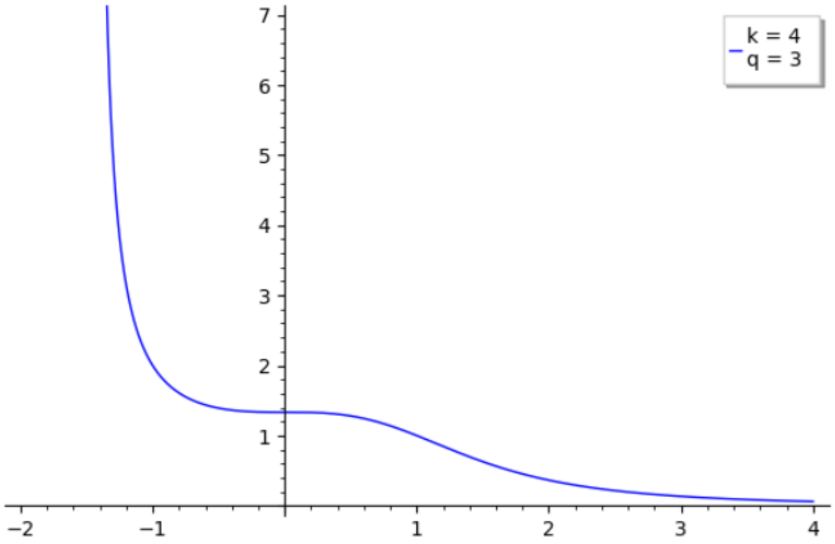
- Presenta dúas variables, k e q, onde k regula a altura do asento e q a súa lonxitude.

- Estúdase no intervalo $-2 < x \leq 4$ e $0 \leq y \leq 7$, co motivo de obter unha representación gráfica que se adapte á finalidade do traballo.
- Adxudícaselle aos parámetros da función os seguintes valores:

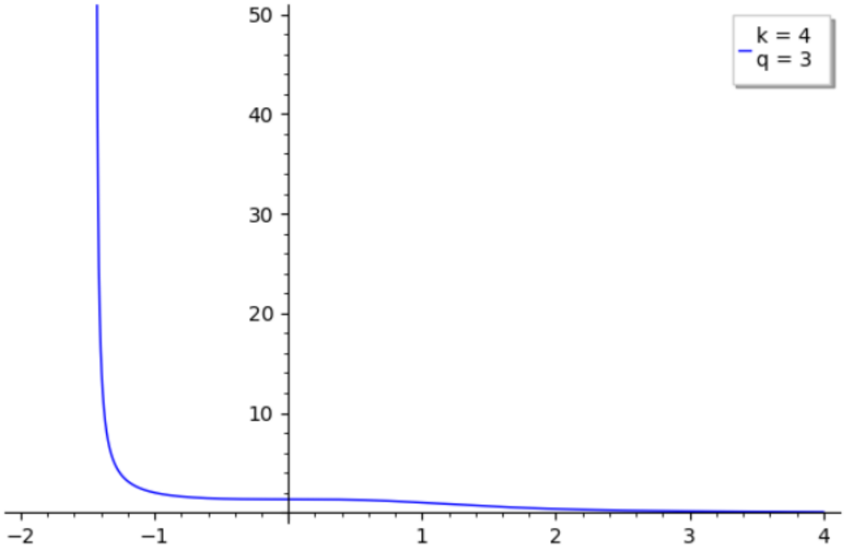
$2{,}85 \leq k \leq 4{,}262$ $\qquad$ $1.625 \leq q \leq 5{,}85$

Desta forma, o asento será o máis ergonómico posible e o seu respaldo terá unha inclinación óptima de entre 95º e 105º [1].

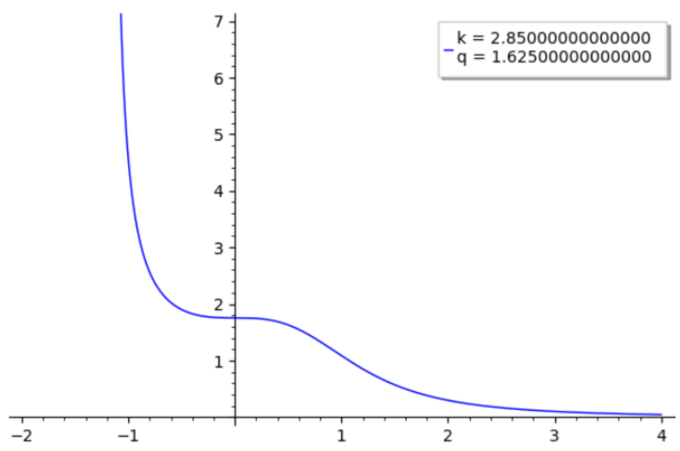


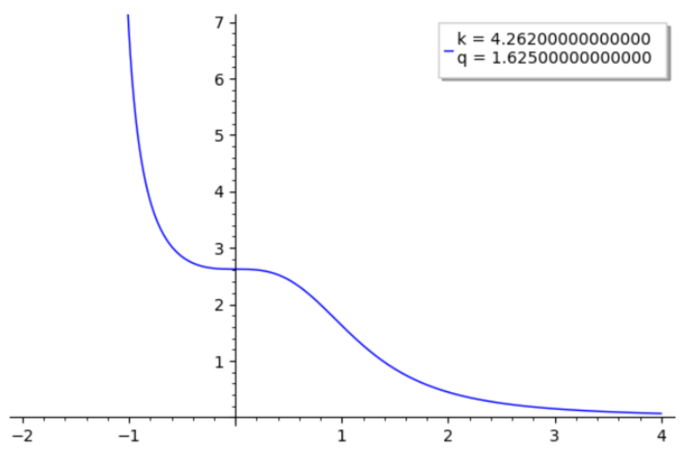


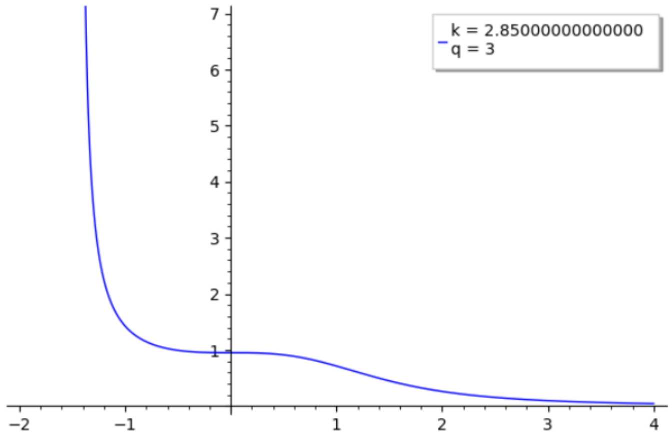
$y = (0, 7)$

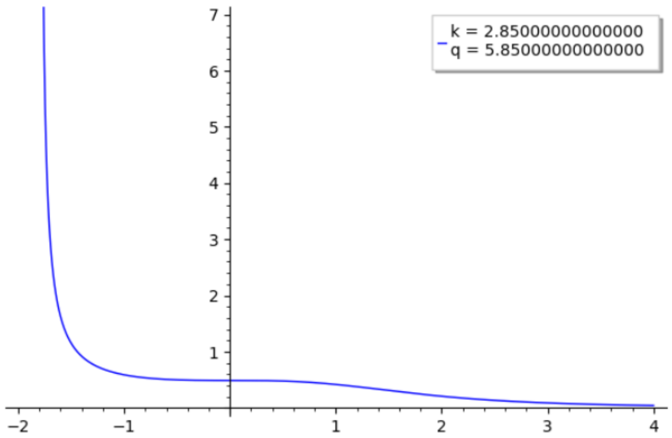


$y = (0, 50)$


k = 2.85000000000000
q = 1.62500000000000


k = 4.26200000000000
q = 1.62500000000000


k = 2.85000000000000
q = 3


k = 2.85000000000000
q = 5.85000000000000

2. PROPIEDADES DA FUNCIÓN.

Derivabilidade e continuidade.

- A nosa función contínua en todo $\mathbb{R}$, excepto cando x se acerca á $\sqrt[3]{-q}$, que se produce unha discontinuidade que tende a infinito.
- É derivable en todo $\mathbb{R}$, excepto no mesmo punto citado arriba, xa que ese punto non é contínuo, e polo tanto non é derivable.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\frac{k}{x^3+q}\right]$$

$$= k \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\frac{1}{x^3+q}\right]$$

$$= -k \cdot \frac{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[x^3+q\right]}{\left(x^3+q\right)^2}$$

$$= -\frac{k\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[x^3\right]+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}[q]\right)}{\left(x^3+q\right)^2}$$

$$= -\frac{k\left(3x^2+0\right)}{\left(x^3+q\right)^2}$$

$$= -\frac{3kx^2}{\left(x^3+q\right)^2}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[-\frac{3kx^2}{\left(x^3+q\right)^2}\right]$$

$$= -3k \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\frac{x^2}{\left(x^3+q\right)^2}\right]$$

$$= -3k \cdot \frac{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[x^2\right] \cdot \left(x^3+q\right)^2 - x^2 \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\left(x^3+q\right)^2\right]}{\left(\left(x^3+q\right)^2\right)^2}$$

$$= -\frac{3k\left(2x\left(x^3+q\right)^2 - 2\left(x^3+q\right) \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[x^3+q\right] \cdot x^2\right)}{\left(x^3+q\right)^4}$$

$$= -\frac{3k\left(2x\left(x^3+q\right)^2 - 2\left(x^3+q\right)\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[x^3\right]+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}[q]\right)x^2\right)}{\left(x^3+q\right)^4}$$

$$= -\frac{3k\left(2x\left(x^3+q\right)^2 - 2\left(x^3+q\right)\left(3x^2+0\right)x^2\right)}{\left(x^3+q\right)^4}$$

$$= -\frac{3k\left(2x\left(x^3+q\right)^2 - 6x^4\left(x^3+q\right)\right)}{\left(x^3+q\right)^4}$$

3. CODIGO EMPREGADO

- Empregada na limitación do erro máquina e fenómeno de Runge

```
# f = funcion
# a, b = intervalo
# n = número de subintervalos
def interpola(f, a, b, n):
    # abscisas
    t = [a,a+(b-a)/n..b] #n subintervalos, n+1 nodos
    # o primeiro elemento e no que hai asintota
    # para evitar erros, sumamoslle 0.05
    t[0] += 0.05

    # redondeamos a dous decimales as abscisas
    # para evitar erros maquina
    t = [round(i, 2) for i in t]

    # zip crea unha tupla de t(abscisas) e as ordenadas
    nodes = list(zip(t, map(f,t)))
    # R digamos que se establece como un elemento de tipo polinómico (como se fose un int)
    R = PolynomialRing(RDF, 'x')
    # p convertese nun polinomio de lagrange cos datos dos nodos
    p = R.lagrange_polynomial(nodes)
    g1 = plot(f, a, max(t), color='blue', legend_label='funcion')
    g2 = plot(p, min(t), max(t), color='green', legend_label= f'polinomio \nnodos: {n}')
    show(g1+g2, xmin = a, xmax = 4, ymin = 0, ymax = 7)
    return p
```

- Empregada na Interpolacion Global

```
# Interpolacion Global
k = 3
q = 4
abscisas = [-q^(1/3) + i for i in [0, 0.25..4]]
abscisas[0] += 0.05
print(f"\n\n \tNODOS: {len(abscisas)}")
abscisas = [round(i, 2) for i in abscisas]
nodes = list(zip(abscisas, map(lambda x: k/(x^3 + q),abscisas))) # nodos de interpolacion

R = PolynomialRing(RDF, 'x')        # polinomios sobre RDF
f = R.lagrange_polynomial(nodes)    # pol. de interpolacion
g1 = plot(f, -q^(1/3), max(abscisas), color='blue', legend_label = f'Nodos: {len(abscisas)}\nPolinomio de lagrange')
g2 = plot(lambda x: k/(x^3 + q), min(abscisas), max(abscisas), color='green', legend_label='Funcion')
show(g1+g2, xmin = -2, xmax = 4, ymin = -2, ymax = 7)
```

- Empregada na Interpolacion a cachos (rectas)

```
k = 3
q = 5
abscisas = [-q^(1/3) + i for i in [0, 0.1..5]]
abscisas = [round(i, 2) for i in abscisas]
abscisas[0] += 0.05
print(f"NODOS: {len(abscisas)}")
nodes = list(zip(abscisas, map(lambda x: k/(x^3 + q),abscisas)))
g1 = plot(line(nodes, marker='o', alpha = 0.75, legend_label=f'Nodos: {len(abscisas)}\nPolinomio de lagrange'))
g2 = plot(lambda x: k/(x^3 + q), -q^(1/3), max(abscisas), color='green', legend_label='Funcion')
show(g1 + g2, xmin = -2, xmax = 4, ymin = -2, ymax = 7)
```

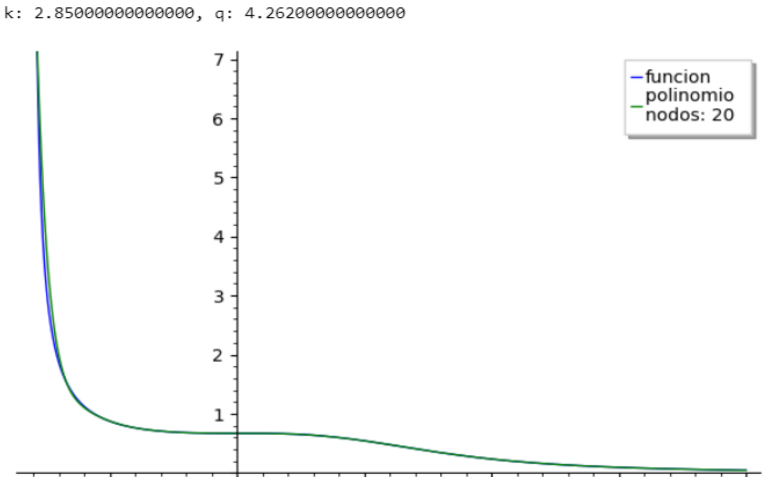
- Empregada na Interpolacion a cachos (splines)

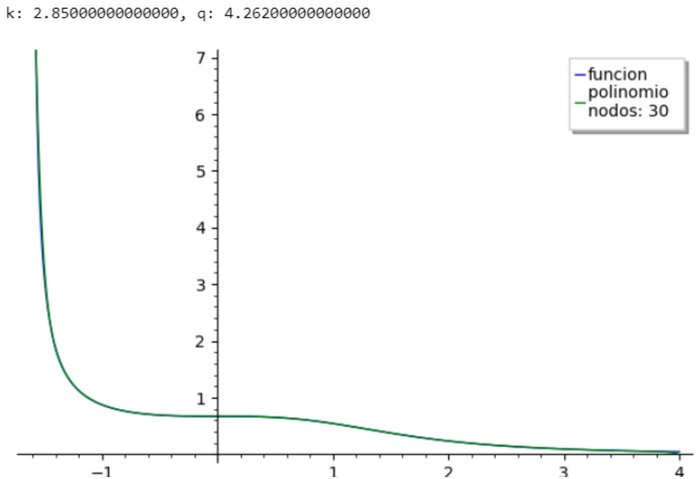
```
abscisas = [-q^(1/3) + i for i in [0, 0.1..5]]
abscisas = [round(i, 2) for i in abscisas]
abscisas[0] += 0.05
print(f"NODOS: {len(abscisas)}")
nodes = list(zip(abscisas, map(lambda x: k/(x^3 + q),abscisas)))

g1 = plot(spline(nodes), min(abscisas), 4, legend_label = f'Nodos: {len(abscisas)}')
g2 = plot(line(nodes, marker='o', linestyle = "", legend_label='Polinomio de lagrange'))
g3 = plot(lambda x: k/(x^3 + q), -q^(1/3), max(abscisas), color='green', legend_label='Funcion')
show(g1 + g2 + g3, xmin = -2, xmax = 4, ymin = -2, ymax = 7)
```

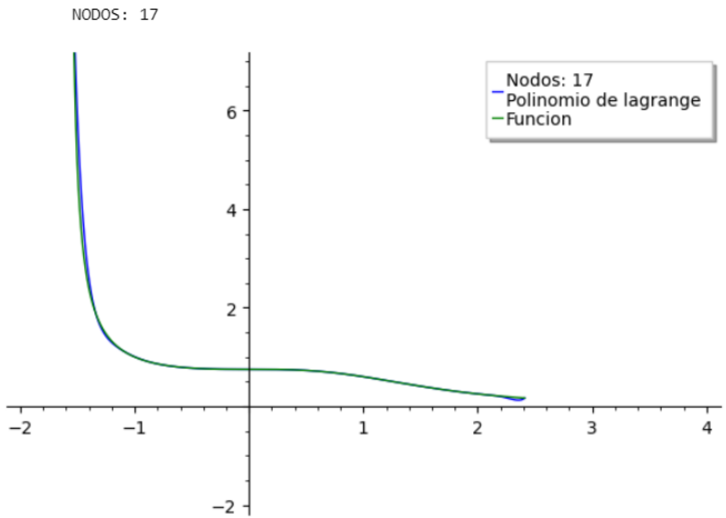
4. INTERPOLACIÓN GLOBAL

- A importancia da interpolación é que a partir do diseño á man do asento podemos extraer unha función que facilite a súa produción automatizada.
- Como a nosa función **non presenta fenómeno de Runge** excepto cando se acerca á asíntota, cantos máis nodos se lle dea, máis precisa será a sua interpolación, independentemente dos nodos aportados.

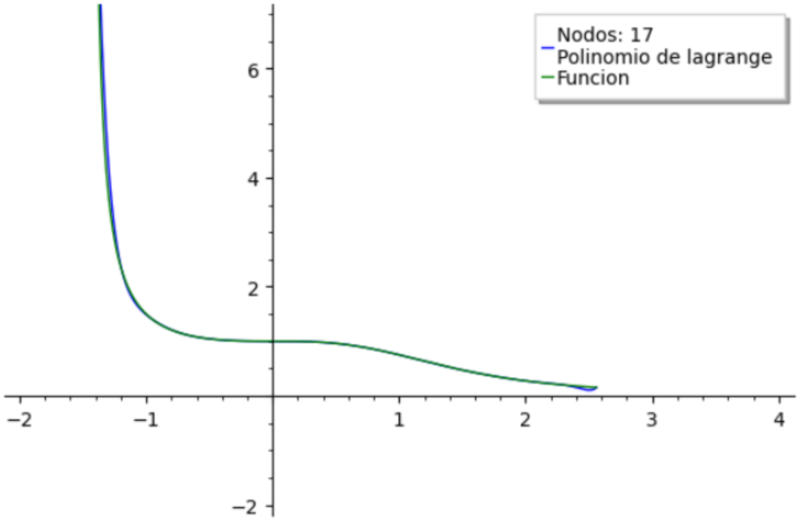




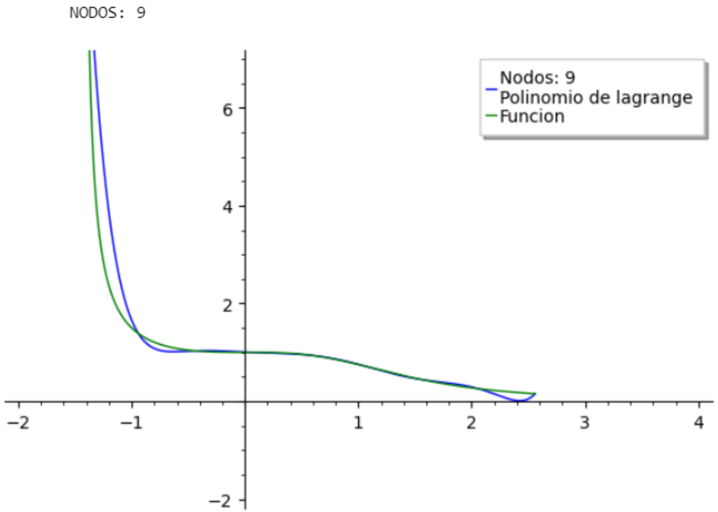
1) $q = 4$, $k = 3$, 17 Nodos



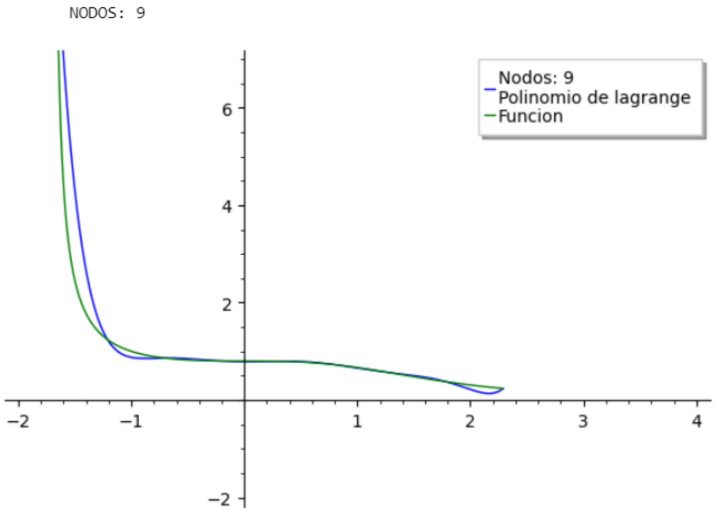
2) $q = 3$, $k = 3$, 17 Nodos



3) $q=3$, $k=3$, 9 Nodos



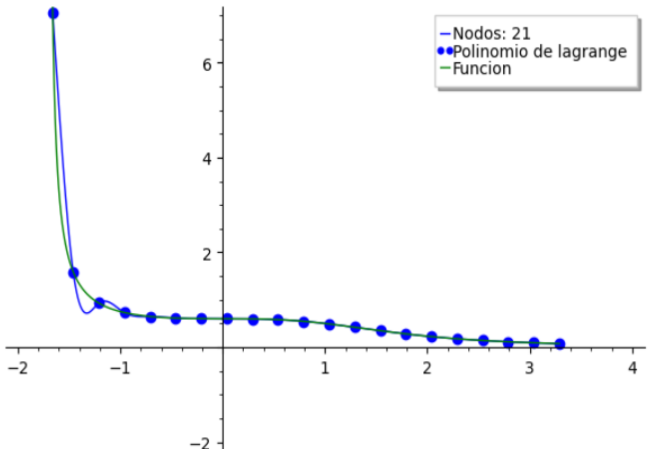
4) $q=5$ $k=, 4$, 9 Nodos



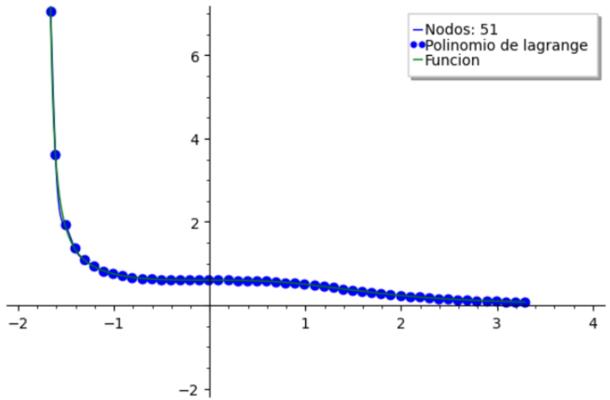
5. INTERPOLACIÓN A CACHOS

- Como a nosa función non presenta fenómeno de Runge no intervalo que imos estudar, a interpolación a cachos non é completamente necesaria, xa que esta sirve para evitar a situación de que a interpolación poda chegar a diferenciarse moito da función cando o seu grao aumenta[2].
- Os nodos compórtanse igual que na interpolación global.

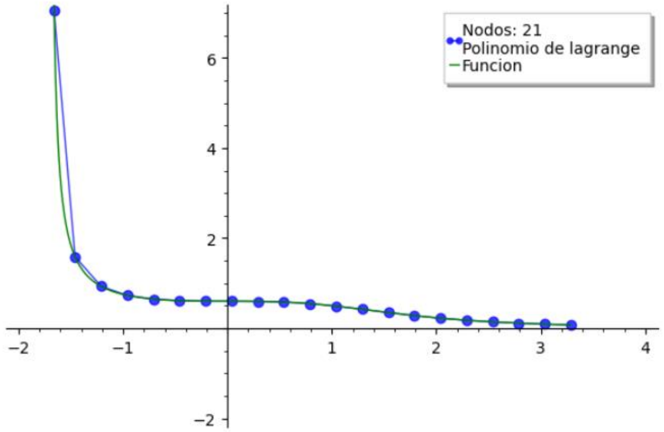
```
NODOS: 21
verbose 0 (3835: plot.py, generate_plot_points) WARNING: When plotting, failed to evaluat
verbose 0 (3835: plot.py, generate_plot_points) Last error message: 'Unable to compute f(
```



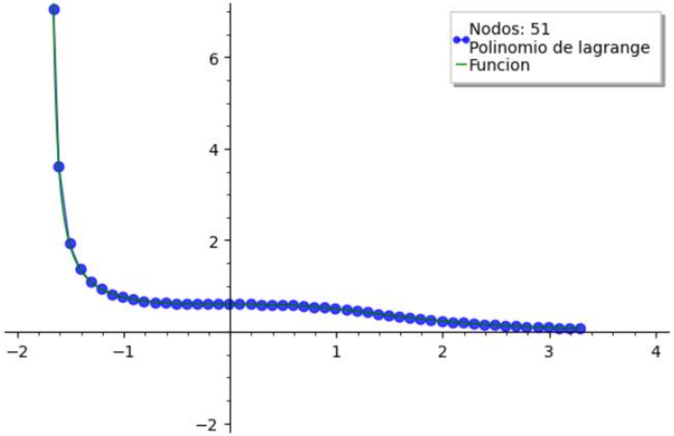

```
NODOS: 51
verbose 0 (3835: plot.py, generate_plot_points) WARNING: When plotting, failed to evaluate f
verbose 0 (3835: plot.py, generate_plot_points) Last error message: 'Unable to compute f(4.0
```




```
NODOS: 21
```




```
NODOS: 51
```

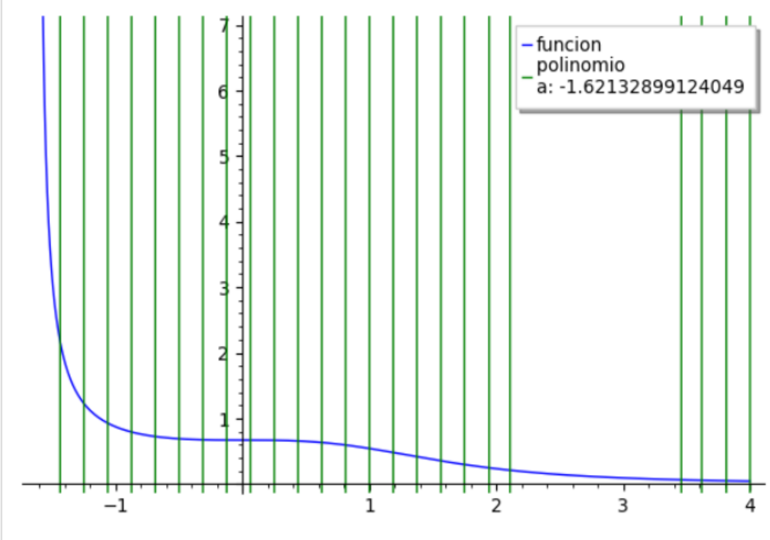


5. ERROS NUMÉRICOS

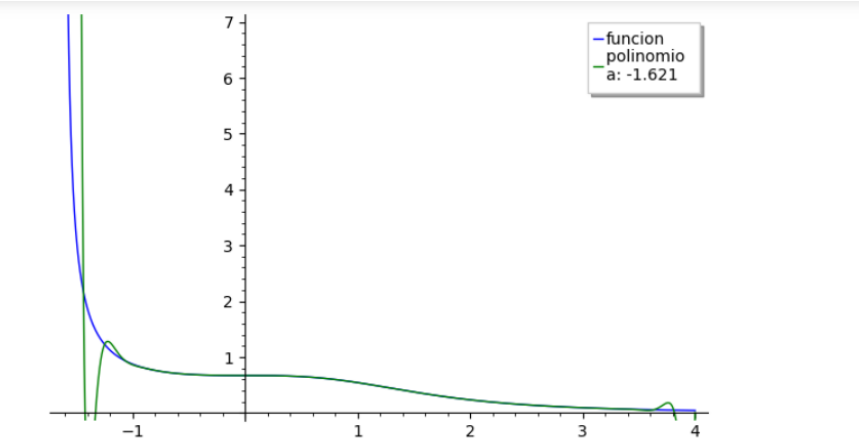
- Os causados na creación dos nodos a cause de que a abscisa mínima é equivalente a raíz cúbica de menos 3
- Os causados na creación do polinomio de interpolación a causa da alta cantidade de nodos

Valor da abscisa mínima

Sen redondear nada



Redondeando o extremo do intervalo (a)

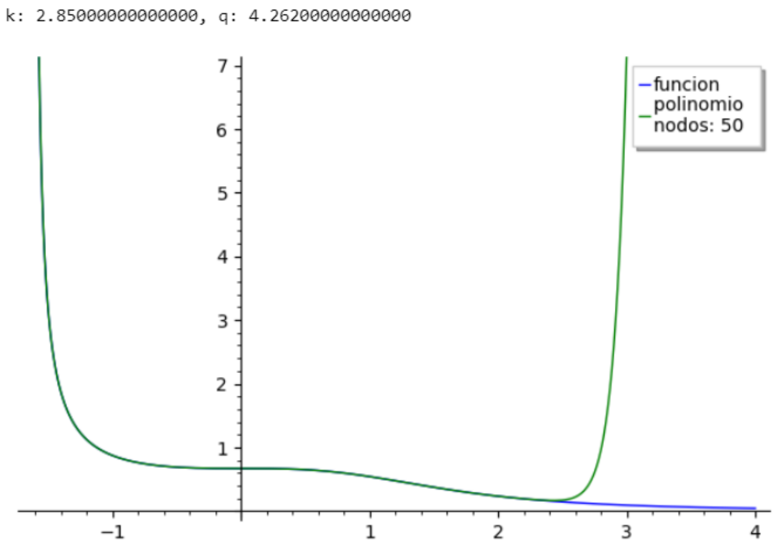


Estes problemas solucionámolos:

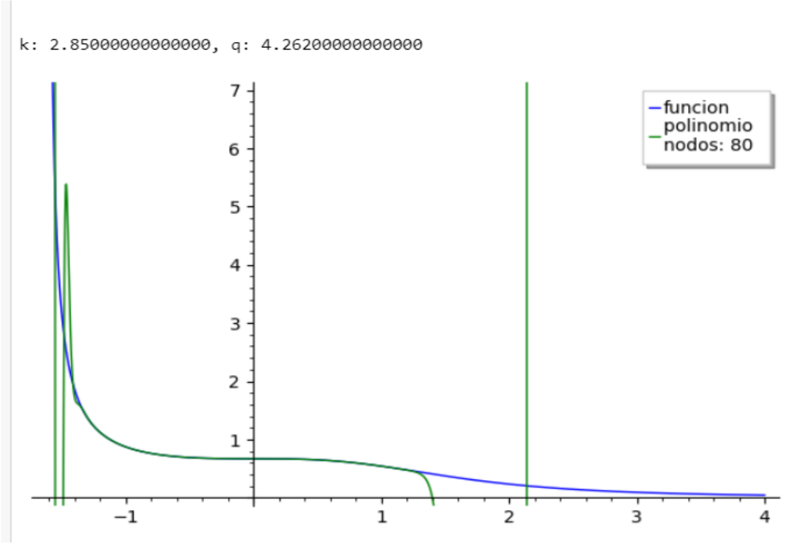
- Redondeando a 2 decimais todas as abscisas antes de crear as ordenadas
- Ao extremo da abscissa sumámoslle 0.05

Creacion do Polinomio de Interpolacion

50 Nodos



80 Nodos



6. BIBLIOGRAFÍA

1. Alhambra Automóviles. Claves para una postura de conducción correcta [en línea] [fecha de consulta: 9 de decembro de 2021]. Disponible en: https://www.automovilesalhambra.es/concesionario/ajustar-asiento-conductor/
2. fundmat. Interpolación a cachos [en línea] [fecha de consulta: 9 de decembro de 2021]. Disponible en: https://fundmat.wordpress.com/2015/09/21/interpolacion-a-cachos-2/