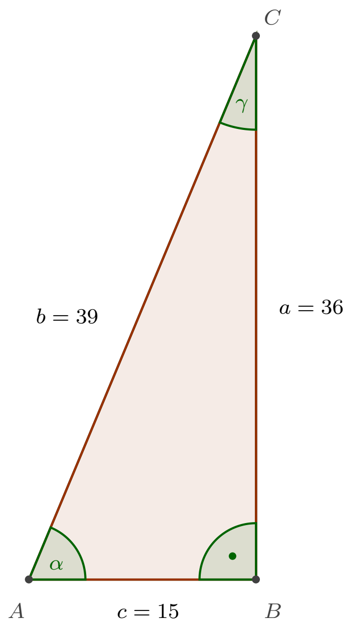
AG 4.1 - 1 Rechtwinkliges Dreieck - MC - BIFIE

1. Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck wie in nachstehender Skizze. ____/1

AG 4.1



Welche der nachfolgenden Aussagen sind für das abgebildete Dreieck zutreffend?

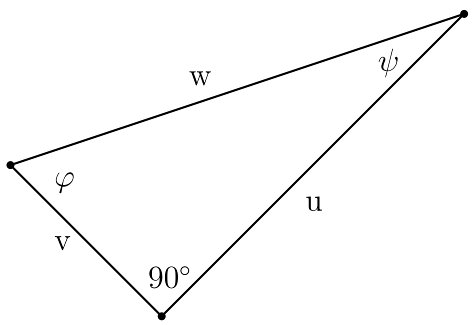
Kreuz die beiden zutreffenden Aussagen an!

$tan(\alpha) = \frac{5}{13}$	
$cos(\alpha) = \frac{13}{12}$	
$sin(\gamma) = \frac{5}{13}$	☒
$cos(\gamma) = \frac{12}{13}$	☒
$tan(\gamma) = \frac{12}{5}$	

AG 4.1 - 2 Winkelfunktion - OA - BIFIE

2. Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck: ____/1

AG 4.1



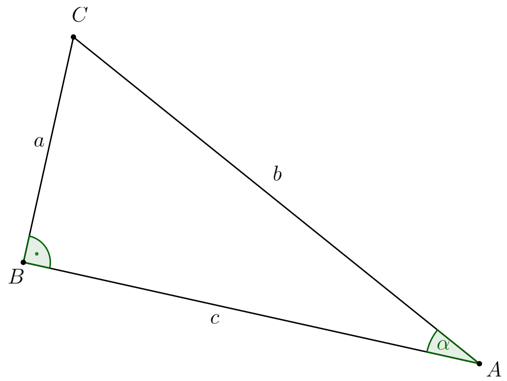
Gib $\tan(\psi)$ in Abhängigkeit von den Seitenlängen u, v und w an!

$tan(\psi) = \frac{v}{u}$

AG 4.1 - 3 Rechtwinkeliges Dreieck - OA - BIFIE

3. Von einem rechtwinkligen Dreieck ABC sind die Längen der Seiten a und c gegeben. ____/1

AG 4.1



Gib eine Formel für die Berechnung des Winkels α an!

$\alpha = tan^{-1}(\frac{a}{c})$ oder $\alpha = arctan(\frac{a}{c})$ oder $tan(\alpha) = \frac{a}{c}$

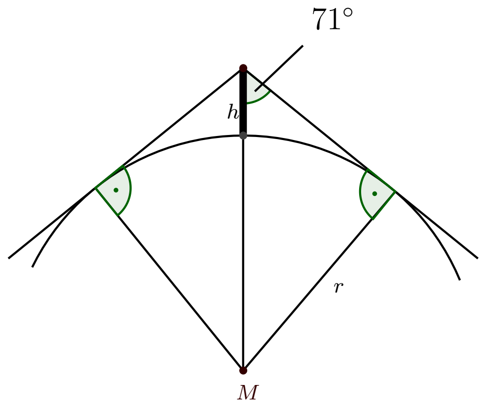
Lösungsschlüssel:

Als nicht richtig zu werten sind Umformungsketten, die die Gleichheit verletzen, wie z.B.: $\alpha = tan(\alpha) = \frac{a}{c} = tan^{-1}(\frac{a}{c})$.

Formeln, bei denen b durch a und c ausgedrückt wird, sind ebenso als richtig zu werten, wie z.B.: $sin(\alpha) = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+c^2}}$.

AG 4.1 - 4 Dennis Tito - OA - BIFIE

4. Dennis Tito, der 2001 als erster Weltraumtourist unterwegs war, sah die Erdoberfläche unter einem Sehwinkel von 142°. ____/1 AG 4.1



Berechne, wie hoch (h) über der Erdoberfläche sich Dennis Tito befand, wenn vereinfacht die Erde als Kugel mit einem Radius $r = 6\,370\,km$ angenommen wird. Gib das Ergebnis auf ganze Kilometer gerundet an!

$sin(71°) = \frac{r}{r+h}$

$r + h = \frac{r}{sin(71°)}$

$h = \frac{r}{sin(71°)} - r$

$h = 6\,737{,}004 - 6\,370 = 367{,}044$

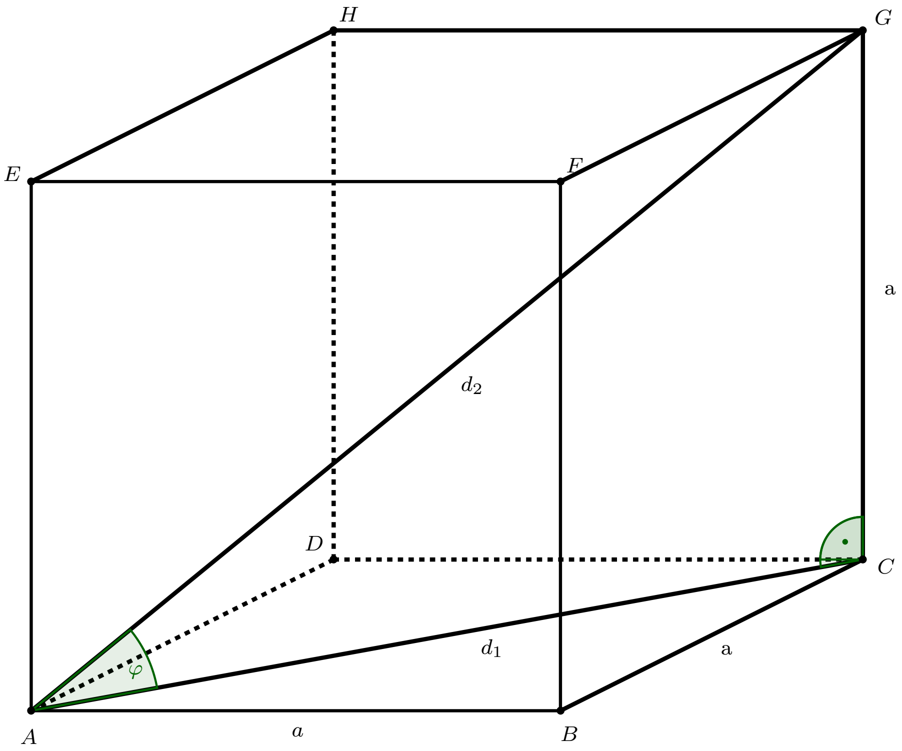
Dennis Tito befand sich (in diesem Augenblick rund $367\,km$ über der Erdoberfläche.

Lösungsintervall: $[367; 368]$

AG 4.1 - 5 Raumdiagonale beim Würfel - OA - BIFIE

5. Gegeben ist ein Würfel mit der Seitenlänge a. ____/1

AG 4.1



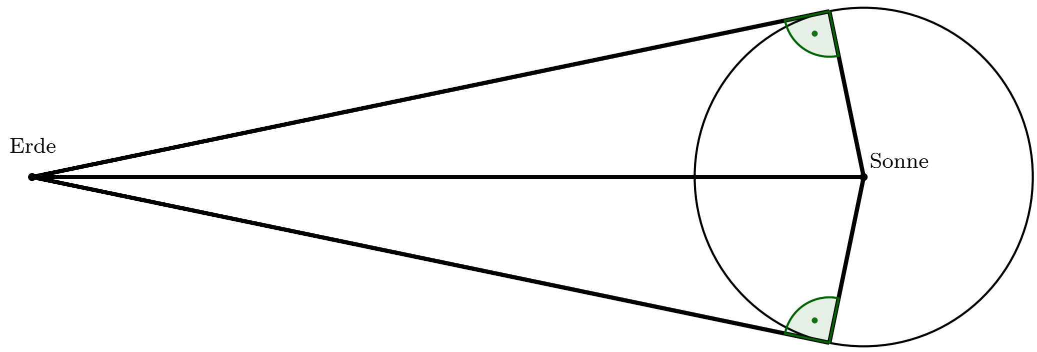
Berechne die Größe des Winkels φ zwischen einer Raumdiagonalen und einer Seitenflächendiagonalen eines Würfels!

$tan(\varphi) = \frac{a}{d_1} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \to \varphi \approx 35°$

Lösungsintervall: $[35°; 36°]$

AG 4.1 - 6 Sonnenradius - OA - BIFIE

6. Die Sonne erscheint von der Erde aus unter einem Sehwinkel von $\alpha \approx 0{,}52°$. Die Entfernung der Erde vom Mittelpunkt der Sonne beträgt ca. $150 \cdot 10^6\,km$. ____/1 AG 4.1



Gib eine Formel zur Berechnung des Sonnenradius an und berechne den Radius!

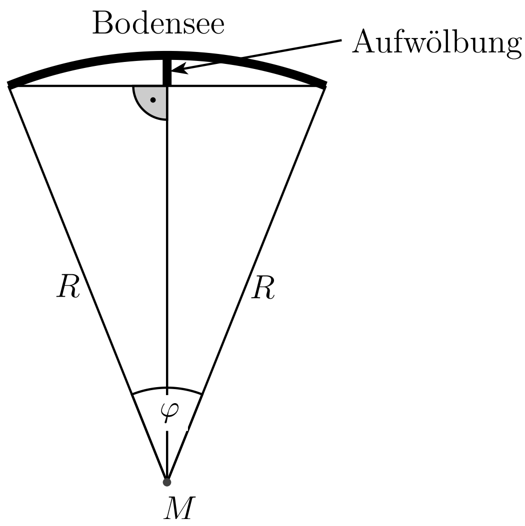
$r = 150 \cdot 10^6 \cdot sin(0{,}26°)$

$r = 6{,}8 \cdot 10^5\,km$

Die Maßzahl für den Radius muss aus dem Intervall $[6 \cdot 10^5; 7 \cdot 10^5]$ sein.

AG 4.1 - 7 Aufwölbung des Bodensees - OA - Matura 2015/16 - Nebentermin 1

7. Aufgrund der Erdkrümmung ist die Oberfläche des Bodensees gewölbt. Wird die Erde modellhaft als Kugel mit dem Radius $R = 6\,370\,\text{km}$ und dem Mittelpunkt M angenommen und aus der Länge der Südost-Nordwest-Ausdehnung des Bodensees der Winkel $\phi = 0{,}5846°$ ermittelt, so lässt sich die Aufwölbung des Bodensees näherungsweise berechnen. ____/1 AG 4.1



Berechne die Aufwölbung des Bodensees (siehe obige Abbildung) in Metern.

Aufwölbung: ______________________ Meter

Mögliche Berechnung:

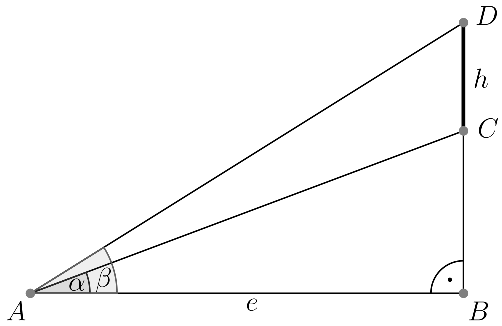
$6\,370 - 6370 \cdot \cos\left(\frac{0{,}5846}{2}\right) \approx 0{,}083\,km \mathrel{\widehat{=}} 83\,m$

Toleranzintervall: $[82\,m;\ 84\,m]$

AG 4.1 - 8 Vermessung einer unzugänglichen Steilwand - OA - Matura 2015/16 - Haupttermin

8. Ein Steilwandstück CD mit der Höhe $h = \overline{CD}$ ist unzugänglich. Um h bestimmen zu können, werden die Entfernung $e = 6$ Meter und zwei Winkel $\alpha = 24°$ und $\beta = 38°$ gemessen. Der Sachverhalt wird durch die nachstehende (nicht maßstabgetreue) Abbildung veranschaulicht. ____/1

AG 4.1



Berechne die Höhe h des des unzugänglichen Steilwandstücks in Metern.

Mögliche Vorgehensweise:

$\tan(\alpha) = \frac{\overline{BC}}{e} \Rightarrow \overline{BC} \approx 2{,}67\,m$

$\tan(\beta) = \frac{\overline{BD}}{e} \Rightarrow \overline{BD} \approx 4{,}69\,m$

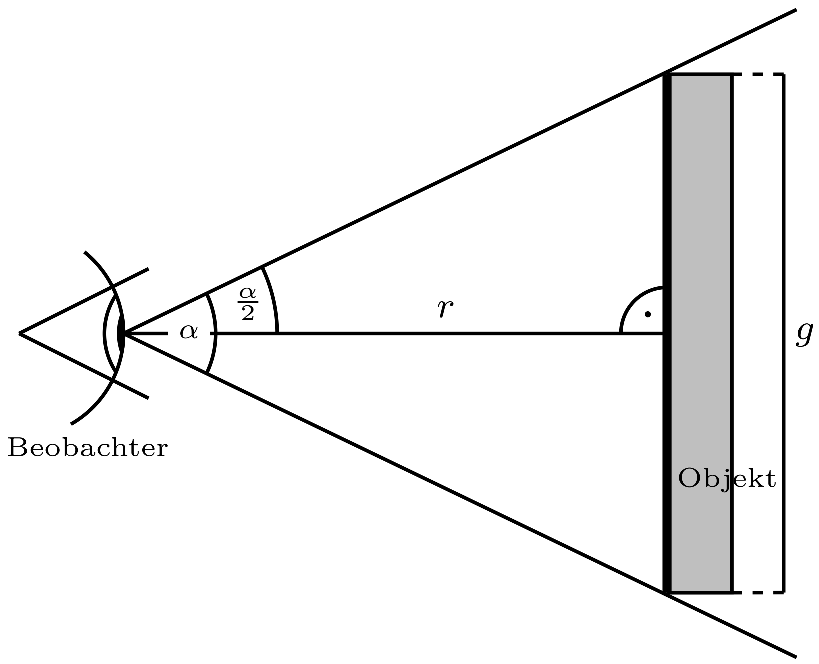
$h = \overline{BD} - \overline{BC} \approx 2{,}02\,m$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „m“ nicht angegeben sein muss. Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist. Toleranzintervall: $[2\,m;\ 2{,}1\,m]$

AG 4.1 - 9 Sehwinkel - OA - Matura 2014/15 - Haupttermin

9. Der Sehwinkel ist derjenige Winkel, unter dem ein Objekt von einem Beobachter wahrgenommen wird. Die nachstehende Abbildung verdeutlicht den Zusammenhang zwischen dem Sehwinkel α, der Entfernung r und der realen („wahren“) Ausdehnung g eines Objekts in zwei Dimensionen. ____/1 AG 4.1



Quelle: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d3/ScheinbareGroesse.png [22.01.2015] (adaptiert)

Gib eine Formel an, mit der die reale Ausdehnung g dieses Objekts mithilfe von α und r berechnet werden kann.

$g = 2 \cdot r \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ mit $\alpha \in (0; 180°)$ bzw. $\alpha \in (0; \pi)$

AG 4.1 - 10 Sonnenhöhe - OA - Matura 2014/15 - Nebentermin 1

10. Unter der Sonnenhöhe φ versteht man denjenigen spitzen Winkel, den die einfallenden Sonnenstrahlen mit einer horizontalen Ebene einschließen. Die Schattenlänge s eines Gebäudes der Höhe h hängt von der Sonnenhöhe φ ab (s, h in Metern). ____/1 AG 4.1

    Gib eine Formel an, mit der die Schattenlänge s eines Gebäudes der Höhe h mithilfe der Sonnenhöhe φ berechnet werden kann.

    $s = \frac{h}{\tan(\varphi)}$ mit $\varphi \in (0°, 90°)$ bzw. $\varphi \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

AG 4.1 - 11 Festungsbahn Salzburg - OA - Matura 2014/15 - Nebentermin 2

11. Die Festungsbahn Salzburg ist eine Standseilbahn in der Stadt Salzburg mit konstanter Steigung. Die Bahn auf den dortigen Festungsberg ist die älteste in Betrieb befindliche Seilbahn dieser Art in Österreich. Die Standseilbahn legt eine Wegstrecke von 198,5 m zurück und überwindet dabei einen Höhenunterschied von 96,6 m. ____/1 AG 4.1

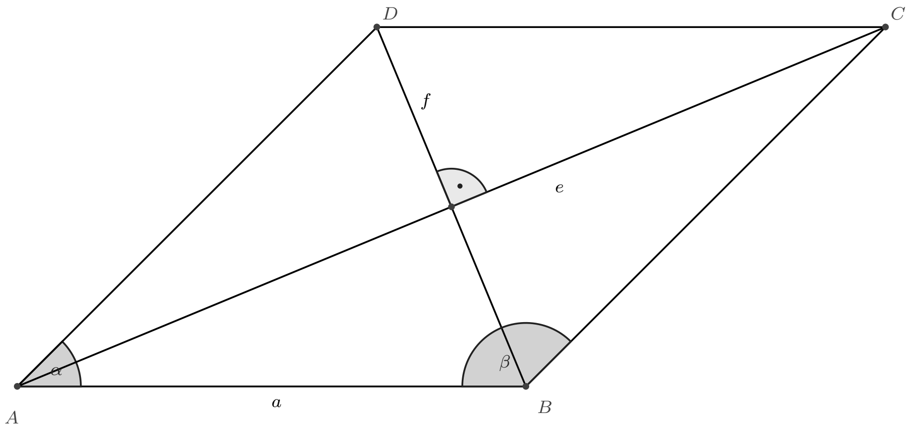
    Berechne den Winkel α, unter dem die Gleise der Bahn gegen die Horizontale geneigt sind.

    $\sin(\alpha) = \frac{96{,}6}{198{,}5} \Rightarrow \alpha \approx 29{,}12°$

    Toleranzintervall: $[29°; 30°]$

AG 4.1 - 12 Rhombus - OA - Matura NT 2 15/16

12. In einem Rhombus mit der Seite a halbieren die Diagonalen $e = AC$ und $f = BD$ einander. Die Diagonale e halbiert den Winkel $\alpha = \angle DAB$ und die Diagonale f halbiert den Winkel $\beta = \angle ABC$. ____/1 AG 4.1

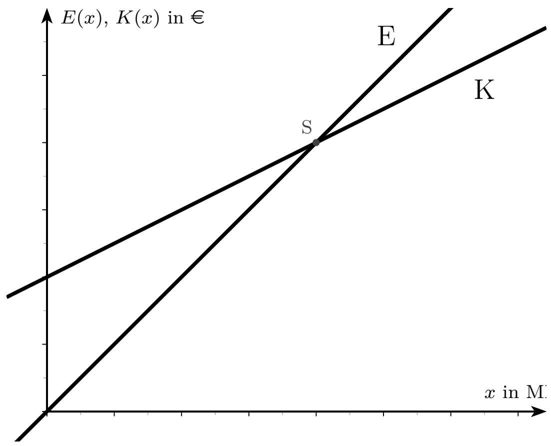


Gegeben sind die Seitenlänge a und der Winkel β. Gib eine Formel an, mit der f mithilfe von a und β berechnet werden kann.

$f = 2 \cdot a \cdot \cos(\frac{\beta}{2})$

AG 4.1 - 13 Rhombus - OA - Matura NT 2 15/16

13. Die Funktion E gibt den Erlös $E(x)$ und die Funktion K die Kosten $K(x)$ jeweils in Euro bezogen auf die Produktionsmenge x an. Die Produktionsmenge x wird in Mengeneinheiten (ME) angegeben. Im folgenden Koordinatensystem sind die Graphen beider Funktion dargestellt: ____/1 AG 4.1



Interpretiere die beiden Koordinaten des Schnittpunkts S der beiden Funktionsgraphen im gegebenen Zusammenhang!

Die erste Koordinate des Schnittpunkts gibt diejenige Produktionsmenge an, bei der kosten-deckend produziert wird (d. h., bei der Erlös und Kosten gleich hoch sind), die zweite Koordinate gibt dabei den zugehörigen Erlös bzw. die zugehörigen Kosten an.

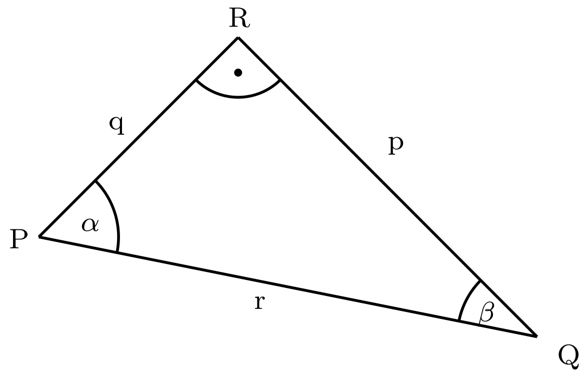
oder:

Die erste Koordinate des Schnittpunkts gibt diejenige Produktionsmenge an, bei der weder Gewinn noch Verlust gemacht wird, die zweite Koordinate gibt dabei den zugehörigen Erlös bzw. die zugehörigen Kosten an.

AG 4.1 - 14 Definition der Winkelfunktion - MC - Matura 2013/14 Haupttermin

14. Die nachstehende Abbildung zeigt ein rechtwinkeliges Dreieck PQR. ____/1

AG 4.1



Kreuze jene beiden Gleichungen an, die für das dargestellte Dreieck gelten!

$\sin\alpha = \frac{p}{r}$	☒
$\sin\alpha = \frac{q}{r}$	
$\tan\beta = \frac{p}{q}$	
$\tan\alpha = \frac{r}{p}$	
$\cos\beta = \frac{p}{r}$	☒

AG 4.1 - 15 Steigungswinkel - OA - Matura 2013/14 1. Nebentermin

15. Gegeben ist eine Straße mit einer 7 %-igen Steigung, d.h. auf einer horizontalen Entfernung von 100 m gewinnt die Straße um 7 m an Höhe. ____/1 AG 4.1

Gib eine Formel zur Berechnung des Gradmaßes des Steigungswinkels α dieser Straße an!

$\tan(\alpha) = \frac{7}{100}$

oder

$\alpha = \arctan(\frac{7}{100})$

oder

$\alpha = \tan^{-1}(\frac{7}{100})$

AG 4.1 - 16 Sinkgeschwindigkeit - OA - Matura NT 1 16/17

16. Ein Kleinflugzeug befindet sich im Landeanflug mit einer Neigung von α (in Grad) zur Horizontalen. Es hat eine Eigengeschwindigkeit von v (in m/s). ____/1 AG 4.1

Gib eine Formel für den Höhenverlust x (in m) an, den das Flugzeug bei dieser Neigung und dieser Eigengeschwindigkeit in einer Sekunde erfährt!

$x = v \cdot \sin(\alpha)$
