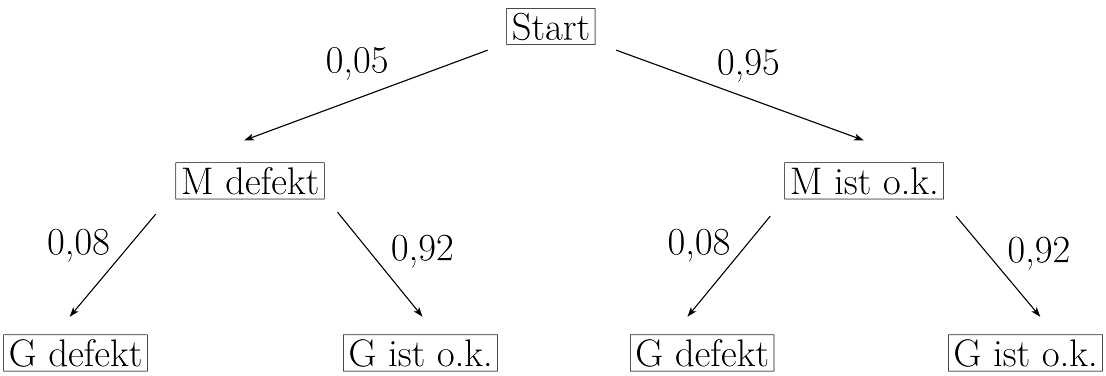
WS 2.3 - 1 Kugelschreiber - ZO - BIFIE

1. Ein Kugelschreiber besteht aus zwei Bauteilen, der Mine (M) und dem Gehäuse mit dem Mechanismus (G). Bei der Qualitätskontrolle werden die Kugelschreiber einzeln entnommen und auf ihre Funktionstüchtigkeit hin getestet. Ein Kugelschreiber gilt als defekt, wenn mindestens ein Bauteil fehlerhaft ist. ____/1 WS 2.3

   Im nachstehenden Baumdiagramm sind alle möglichen Fälle für defekte und nicht defekte Kugelschreiber aufgelistet.



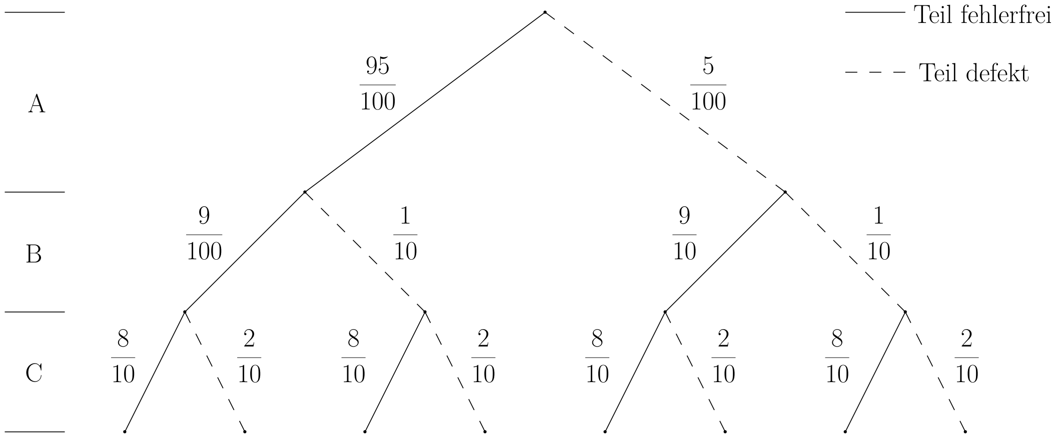
   Ordnen den Ereignissen E_1, E_2, E_3 bzw. E_4 die entsprechende Wahrscheinlichkeit p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 oder p_6 zu.

E_1: Eine Mine ist defekt und das Gehäuse ist in Ordnung.	E
E_2: Ein Kugelschreiber ist defekt.	D
E_3: Höchstens ein Teil ist defekt.	F
E_4: Ein Kugelschreiber ist nicht defekt.	A

A	$p_1 = 0{,}95 \cdot 0{,}92$
B	$p_2 = 0{,}05 \cdot 0{,}08 + 0{,}95 \cdot 0{,}08$
C	$p_3 = 0{,}05 + 0{,}92$
D	$p_4 = 0{,}05 + 0{,}95 \cdot 0{,}08$
E	$p_5 = 0{,}05 \cdot 0{,}92$
F	$p_6 = 1 - 0{,}05 \cdot 0{,}08$

WS 2.3 - 2 Wahrscheinlichkeit eines Defekts - OA - BIFIE

2. Eine Maschine besteht aus den drei Bauteilen A, B und C. Diese haben die im nachstehenden Modell eingetragenen, voneinander unabhängigen Defekthäufigkeiten. Eine Maschine ist defekt, wenn mindestens ein Bauteil defekt ist. ____/1 WS 2.3



Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Maschine zwei oder mehr Bauteile defekt sind.

$P(X \geq 2) =$ ______________________________

$P(X \geq 2) = \frac{95}{100} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{5} + \frac{5}{100} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{5} + \frac{5}{100} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{4}{5} + \frac{5}{100} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{5} = \frac{33}{1000} = 0{,}033$

WS 2.3 - 3 FSME-Infektion - OA - BIFIE

3. Infizierte Zecken können durch einen Stich das FSME-Virus (Frühsommer-Meningoenzephalitis) auf den Menschen übertragen. In einem Risikogebiet sind etwa 3 % der Zecken FSME-infiziert. Die FSME-Schutzimpfung schützt mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % vor einer FSME-Erkrankung. ____/1 WS 2.3

   Eine geimpfte Person wird in diesem Risikogebiet von einer Zecke gestochen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass diese Person durch den Zeckenstich an FSME erkrankt.

   $0{,}03 \cdot 0{,}02 = 0{,}0006$

   Die Wahrscheinlichkeit einer Erkrankung beträgt 0,06 %.

WS 2.3 - 4 Würfeln - ZO - BIFIE

4. Ein idealer sechsseitiger Würfel mit den Augenzahlen 1 bis 6 wird einmal geworfen. ____/1 WS 2.3

   Ordne den Fragestellungen in der linken Spalte die passenden Wahrscheinlichkeiten in der rechten Spalte zu.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine gerade Zahl gewürfelt wird?	C
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl größer als 4 gewürfelt wird?	A
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl kleiner als 2 gewürfelt wird?	B
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl größer als 1 und kleiner als 6 gewürfelt wird?	F

A	$\frac{1}{3}$
B	$\frac{1}{6}$
C	$\frac{1}{2}$
D	1
E	$\frac{5}{6}$
F	$\frac{2}{3}$

WS 2.3 - 5 Laplace-Experiment - MC - BIFIE

5. In einer Schachtel befinden sich rote, blaue und gelbe Wachsmalstifte. Ein Stift wird zufällig entnommen, dessen Farbe notiert und der Stift danach zurückgelegt. Dann wird das Experiment wiederholt. ____/1 WS 2.3

   Beobachtet wird, wie oft bei zweimaligem Ziehen ein gelber Stift entnommen wurde. Die Werte der Zufallsvariablen X beschreiben die Anzahl x der gezogenen gelben Stifte.

   Die nachstehende Tabelle stellt die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X dar.

x	$P(X = x)$
0	$\frac{4}{9}$
1	$\frac{4}{9}$
2	$\frac{1}{9}$

   Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Die Wahrscheinlichkeit, mindestens einen gelben Stift zu ziehen, ist $\frac{4}{9}$.	
Die Wahrscheinlichkeit, höchstens einen gelben Stift zu ziehen, ist $\frac{4}{9}$.	
Die Wahrscheinlichkeit, nur rote oder blaue Stifte zu ziehen, ist $\frac{4}{9}$.	☒
Die Wahrscheinlichkeit, keinen oder einen gelben Stift zu ziehen, ist $\frac{4}{9}$.	
Die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als ein gelber Stift gezogen wird, ist größer als 10 %.	☒

WS 2.3 - 6 Laplace-Wahrscheinlichkeit - MC - BIFIE

6. In einer Schachtel befinden sich ein roter, ein blauer und ein gelber Wachsmalstift. Ein Stift wird zufällig entnommen, dessen Farbe notiert und der Stift danach zurückgelegt. Dann wird das Experiment wiederholt. ____/1 WS 2.3

   Beobachtet wird, wie oft bei zweimaligem Ziehen ein gelber Stift entnommen wurde. Die Werte der Zufallsvariablen X beschreiben die Anzahl der gezogenen gelben Stifte.

   Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

$P(X = 0) > P(X = 1)$	
$P(X = 2) = \frac{1}{9}$	☒
$P(X \leq 2) = \frac{8}{9}$	
$P(X > 0) = \frac{5}{9}$	☒
$P(X < 3) = 1$	☒

WS 2.3 - 7 Reihenfolge - OA - BIFIE

7. Für eine Abfolge von fünf verschiedenen Bildern gibt es nur eine richtige Reihung. Diese Bilder werden gemischt und, ohne sie anzusehen, in einer Reihe aufgelegt. ____/1 WS 2.3

   Bestimme die Wahrscheinlichkeit P (in %) dafür, dass die richtige Reihenfolge erscheint.

   $P =$ ____________________ %

   $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}0083 \rightarrow P = 0{,}83\,\%$

   Lösungsintervall: $[0{,}8\,\%; 0{,}84\,\%]$ bzw. $[0{,}008; 0{,}0084]$

WS 2.3 - 8 Zollkontrolle - OA - Matura 2015/16 - Haupttermin

8. Eine Gruppe von zehn Personen überquert eine Grenze zwischen zwei Staaten. Zwei Personen führen Schmuggelware mit sich. Beim Grenzübertritt werden drei Personen vom Zoll zufällig ausgewählt und kontrolliert. ____/1 WS 2.3

   Berechnedie Wahrscheinlichkeit, dass unter den drei kontrollierten Personen die beiden Schmuggler der Gruppe sind!

   $\frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot 3 = \frac{1}{15}$

   Lösungsschlüssel:

   Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen des Ergebnisses (als Dezimalzahl oder in Prozent) sind ebenfalls als richtig zu werten.
   Toleranzintervall: $[0{,}066; 0{,}07]$ bzw. $[6{,}6\,\%; 7\,\%]$

WS 2.3 - 9 Verschiedenfärbige Kugeln - MC - Matura 2015/16 - Haupttermin

9. Auf einem Tisch steht eine Schachtel mit drei roten und zwölf schwarzen Kugeln. Nach dem Zufallsprinzip werden nacheinander drei Kugeln aus der Schachtel gezogen, wobei die gezogene Kugel jeweils wieder zurückgelegt wird. ____/1 WS 2.3

   Gegeben ist der folgende Ausdruck:

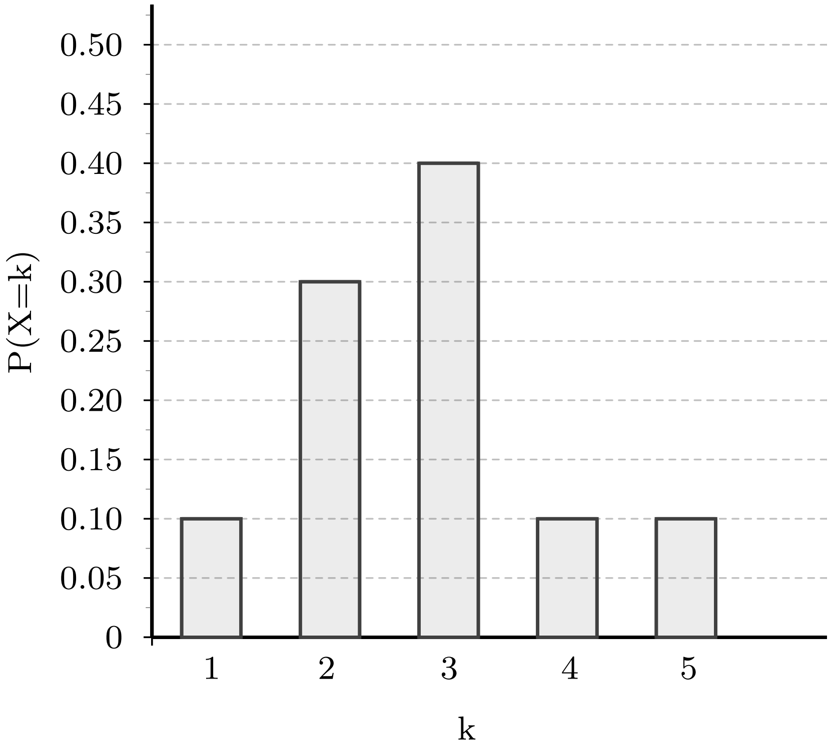
   $3 \cdot 0{,}8^2 \cdot 0{,}2$

   Kreuze dasjenige Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit durch diesen Ausdruck berechnet wird.

Es wird höchstens eine schwarze Kugel gezogen.	
Es werden genau zwei schwarze Kugeln gezogen.	☒
Es werden zwei rote Kugeln und eine schwarze Kugel gezogen.	
Es werden nur rote Kugeln gezogen.	
Es wird mindestens eine rote Kugel gezogen.	
Es wird keine rote Kugel gezogen.	

WS 2.3 - 10 Maturaball - OA - BIFIE - Kompetenzcheck 2016

10. Die nachstehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen X, die die Werte $k = 1{,}2{,}3{,}4{,}5$ annehmen kann. ____/1 WS 2.3



Ermittle den Erwartungswert $E(X)$.

$E(X) = 2{,}8$ - Toleranzintervall: $[2{,}65; 2{,}95]$

WS 2.3 - 11 Mehrere Wahrscheinlichkeiten - MC - Matura 2014/15 - Haupttermin

11. In einer Unterrichtsstunde sind 15 Schülerinnen und 10 Schüler anwesend. Die Lehrperson wählt für Überprüfungen nacheinander zufällig drei verschiedene Personen aus dieser Schulklasse aus. Jeder Prüfling wird nur einmal befragt. ____/1 WS 2.3

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Lehrperson drei Schülerinnen auswählt, kann mittels $\frac{15}{25} \cdot \frac{14}{25} \cdot \frac{13}{25}$ berechnet werden.	
Die Wahrscheinlichkeit, dass die Lehrperson als erste Person einen Schüler auswählt, ist $\frac{10}{25}$.	☒
Die Wahrscheinlichkeit, dass die Lehrperson bei der Wahl von drei Prüflingen als zweite Person eine Schülerin auswählt, ist $\frac{24}{25}$.	
Die Wahrscheinlichkeit, dass die Lehrperson drei Schüler auswählt, kann mittels $\frac{10}{25} \cdot \frac{9}{24} \cdot \frac{8}{23}$ berechnet werden.	☒
Die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter den von der Lehrperson ausgewählten Personen genau zwei Schülerinnen befinden, kann mittels $\frac{15}{25} \cdot \frac{14}{24} \cdot \frac{23}{23}$ berechnet werden.	

WS 2.3 - 12 Augensumme beim Würfeln - OA - Matura 2014/15 - Nebentermin 1

12. Zwei unterscheidbare, faire Würfel mit den Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 werden gleichzeitig geworfen und die Augensumme wird ermittelt. Das Ereignis, dass die Augensumme durch 5 teilbar ist, wird mit E bezeichnet. (Ein Würfel ist „fair“, wenn die Wahrscheinlichkeit, nach einem Wurf nach oben zu zeigen, für alle sechs Seitenflächen gleich groß ist.) ____/1
WS 2.3

Berechne die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E.

$P(E) =$ ____________________

$P(E) = \frac{7}{36}$

Lösungsschlüssel:
Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen des Ergebnisses (als Dezimalzahl oder in Prozent) sind ebenfalls als richtig zu werten.
Toleranzintervalle: $[0{,}19; 0{,}20]$ bzw. $[19\%; 20\%]$

WS 2.3 - 13 Maturaball-Glücksspiele - OA - Matura 2014/15 - Nebentermin 2

13. Bei einem Maturaball werden zwei verschiedene Glücksspiele angeboten: ein Glücksrad und eine Tombola, bei der 1000 Lose verkauft werden. Das Glücksrad ist in zehn gleich großen Sektoren unterteilt, die alle mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auftreten können. Man gewinnt, wenn der Zeiger nach Stillstand des Rades auf das Feld der „1“ oder der „6“ zeigt. ____/1 WS 2.3

    Max hat das Glücksrad einmal gedreht und als Erster ein Los der Tombola gekauft. In beiden Fällen hat er gewonnen. Die Maturazeitung berichtet darüber: „Die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis beträgt 3 %“. Berechne die Anzahl der Gewinn-Lose.

    $\frac{2}{10} \cdot \frac{x}{1000} = 0{,}03 \Rightarrow x = 150.$

    Es gibt 150 Gewinnlose.

WS 2.3 - 14 Einlasskontrolle - OA - Matura 2015/16 - Nebentermin 1

14. Beim Einlass zu einer Sportveranstaltung führt eine Person P einen unerlaubten Gegenstand mit sich. Bei einer Sicherheitskontrolle wird ein unerlaubter Gegenstand mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,9 entdeckt. Da es sich bei dieser Sportveranstaltung um eine Veranstaltung mit besonders hohem Risiko handelt, muss jede Person zwei derartige voneinander unabhängige Sicherheitskontrollen durchlaufen. ____/1

    Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass bei der Person P im Zuge der beiden Sicherheitskontrollen der unerlaubte Gegenstand entdeckt wird.

    $0{,}9 + 0{,}1 \cdot 0{,}9 = 0{,}99$

WS 2.3 - 15 Hausübungskontrolle - OA- Matura 2013/14 Haupttermin

15. Eine Lehrerin wählt am Beginn der Mathematikstunde nach dem Zufallsprinzip 3 Schüler/innen aus, die an der Tafel die Lösungsansätze der Hausübungsaufgaben erklären müssen. Es sind 12 Burschen und 8 Mädchen anwesend. ____/1 WS 2.3

    Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass für das Erklären der Lösungsansätze 2 Burschen und 1 Mädchen ausgewählt werden!

    $P(\text{„2 Burschen, 1 Mädchen“}) = \frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} \cdot \frac{8}{18} \cdot 3 = \frac{44}{95} \approx 0{,}46 = 46\,\%$

    Toleranzintervall: $[0{,}46; 0{,}47]$ bzw. $[46\,\%; 47\,\%]$. Sollte als Lösungsmethode die hypergeometrische Verteilung gewählt werden ist dies auch als richtig zu werten:

    $P(E) = \dfrac{\binom{12}{2} \cdot \binom{8}{1}}{\binom{20}{3}}$

WS 2.3 - 16 Adventkalender - OA - Matura 2013/14 1. Nebentermin

16. In einem Adventkalender wurden versehentlich 4 der 24 vorhandenen Fenster nicht befüllt. ____/1 WS 2.3

    Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Sie beim Öffnen des dritten Fensters das erste leere Fenster vorfinden!

    $\frac{20}{24} \cdot \frac{19}{23} \cdot \frac{4}{22} = \frac{95}{759} \approx 0{,}1252 \approx 12{,}5\,\%$

    Toleranzintervall: $[0{,}12; 0{,}13]$ bzw. $[12\,\%; 13\,\%]$.

WS 2.3 - 17 Alarmanlagen - OA - Matura 2016/17 - Haupttermin

17. Eine bestimmte Alarmanlage löst jeweils mit der Wahrscheinlichkeit 0,9 im Einbruchsfall Alarm aus. Eine Familie lässt zwei dieser Anlagen in ihr Haus so einbauen, dass sie unabhängig voneinander Alarm auslösen. ____/1 WS 2.3

    Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass im Einbruchsfall mindestens eine der beiden Anlagen Alarm auslöst!

    Mögliche Berechnung:

    $1 - 0{,}1^2 = 0{,}99$

    Die Wahrscheinlichkeit, dass im Einbruchsfall mindestens eine der beiden Anlagen Alarm auslöst, liegt bei 0,99.

WS 2.3 - 18 Mensch ärgere Dich nicht - OA - Matura NT 1 16/17

18. Um beim Spiel *Mensch ärgere Dich nicht* zu Beginn des Spiels eine Figur auf das Spielfeld setzen zu dürfen, muss mit einem fairen Spielwürfel ein Sechser geworfen werden. (Ein Würfel ist „fair“, wenn die Wahrscheinlichkeit, nach einem Wurf nach oben zu zeigen für alle sechs Seitenflächen gleich groß ist.) ____/1 WS 2.3

    Die Anzahl der Versuche, einen Sechser zu werfen, ist laut Spielanleitung auf der Versuche beschränkt, bevor die nächste Spielerin/der nächste Spieler an die Reihe kommt.

    Berechne die Wahrscheinlichkeit, mit der eine Spielfigur nach maximal drei Versuchen, einen Sechser zur werfen, auf das Spielfeld gesetzt werden darf!

    $\frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \approx 0{,}42$

    Die Wahrscheinlichkeit, eine Spielfigur nach maximal drei Versuchen auf das Spielfeld setzen zu dürfen, beträgt ca. 42 %.

    Toleranzintervall: $[0{,}4; 0{,}45]$ bzw. $[40\,\%; 45\,\%]$

    Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.