AN 1.1 - 1 Prozentrechnung - OA - BIFIE

1. Aufgrund einer Beförderung erhöht sich das Gehalt eines Angestellten von € 2.400 auf € 2.760. ____/1 AN 1.1

   Um wie viel Prozent ist sein Gehalt gestiegen?

   $\frac{2760-2400}{2400} = 0{,}15$

   Sein Gehalt ist um 15 % gestiegen.

AN 1.1 - 2 Mittlere Änderungsrate - OA - BIFIE

2. Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = x^2 + 2$. ____/1 AN 1.1

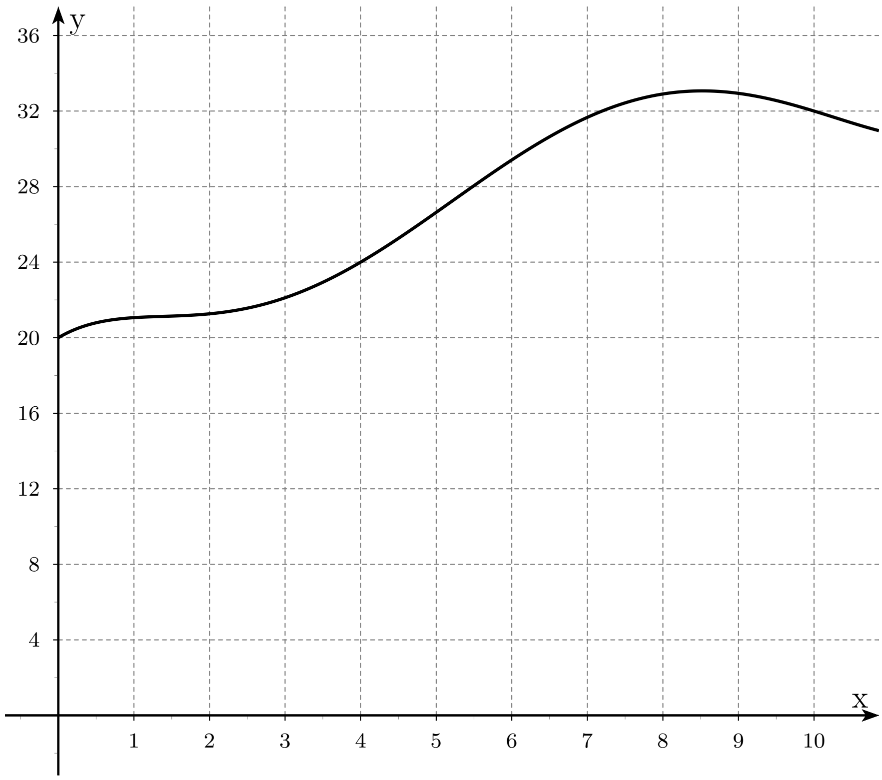
   Berechne die mittlere Änderungsrate von f im Intervall $[1; 3]$.

   $\frac{f(3)-f(1)}{2} = 4$

AN 1.1 - 3 Änderung der Spannung - OA - BIFIE

3. Die nachstehende Abbildung zeigt den zeitlichen Verlauf t (in s) der Spannung U (in V) während eines physikalischen Experiments. ____/1

AN 1.1



Ermittle die absolute und die relative Änderung der Spannung während der ersten 10 Sekunden des Experiments.

absolute Änderung: ____________ V

relative Änderung: ____________ %

absolute Änderung: 12 V
relative Änderung: 60 %

AN 1.1 - 4 Treibstoffpreise - OA - BIFIE

4. Pro Liter Diesel zahlte man im Jahr 2004 durchschnittlich T_0 Euro, im Jahr 2014 betrug der durchschnittliche Preis pro Liter Diesel T_{10} Euro. ____/1 AN 1.1

   Geben Sie jeweils einen Term zur Berechnung der absoluten und der relativen Preisänderung von 2004 auf 2014 für den durchschnittlichen Preis pro Liter Diesel an!

   absolute Preisänderung:______________________________

   relative Preisänderung:______________________________

   absolute Preisänderung: $T_{10} - T_0$

   relative Preisänderung: $\frac{T_{10} - T_0}{T_0}$

AN 1.1 - 5 Preisänderungen - LT - Matura 2014/15 - Haupttermin

5. Ein Fernsehgerät wurde im Jahr 2012 zum Preis P_0 verkauft, das gleiche Gerät wurde im Jahr 2014 zum Preis P_2 verkauft. ____/1 AN 1.1

   Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

   Der Term _____(1)_____ gibt die absolute Preisänderung von 2012 auf 2014 an, der Term _____(2)_____ die relative Preisänderung von 2012 auf 2014.

(1)	
$\frac{P_0}{P_2}$	☐
$P_2 - P_0$	☒
$\frac{P_2 - P_0}{2}$	☐

(2)	
$\frac{P_2}{P_0}$	☐
$\frac{P_0 - P_2}{2}$	☐
$\frac{P_2 - P_0}{P_0}$	☒

AN 1.1 - 6 Fertilität - OA - Matura NT 2 15/16

6. Auf der Website der Statistik Austria findet man unter dem Begriff *Fertilität* (Fruchbarkeit) folgende Information: ____/1 AN 1.1

   „Die Gesamtfertilitätsrate lag 2014 bei 1,46 Kindern je Frau, d.h., dass bei zukünftiger Konstanz der altersspezifischen Fertilitätsraten eine heute 15-jährige Frau in Österreich bis zu ihrem 50. Geburtstag statistisch gesehen 1,46 Kinder zur Welt bringen wird. Dieser Mittelwert liegt damit deutlich unter dem „Bestanderhaltungsniveau“ von etwa 2 Kindern pro Frau.“

   Berechne, um welchen Prozentsatz die für das Jahr 2014 gültige Gesamtfertilitätsrate von 1,46 Kindern je Frau ansteigen müsste, um das „Bestanderhaltungsniveau“ zu erreichen.

   prozentuelle Zunahme: 36,99 % Toleranzintervall: [36 %; 37 %]

AN 1.1 - 7 Prozente - MC - Matura 2013/14 Haupttermin

7. Zahlenangaben in Prozent (%) machen Anteile unterschiedlicher Größen vergleichbar. ____/1

   Kreuze beide zutreffenden Aussagen!

Peters monatliches Taschengeld wurde von € 80 auf € 100 erhöht. Somit bekommt er jetzt um 20 % mehr als vorher.	
Ein Preis ist im Laufe der letzten fünf Jahre um 10 % gestiegen. Das bedeutet in jedem Jahr eine Steigerung von 2 % gegenüber dem Vorjahr.	
Wenn die Inflationsrate in den letzten Monaten von 2 % auf 1,5 % gesunken ist, bedeutet das eine relative Abnahme der Inflationsrate um 25 %.	☒
Wenn ein Preis zunächst um 20 % gesenkt und kurze Zeit darauf wieder um 5 % erhöht wurde, dann ist er jetzt um 15 % niedriger als ursprünglich.	
Eine Zunahme um 200 % bedeutet eine Steigerung auf das Dreifache.	☒

AN 1.1 - 8 Leistungsverbesserung - OA - Matura 2016/17 - Haupttermin

8. Drei Personen A, B und C absolvieren jeweils vor und nach einem Spezialtraining denselben Koordinationstest. In der nachstehenden Tabelle sind die dabei erreichten Punkte angeführt. _____/1

AN 1.1

	Person A	Person B	Person C
erreichte Punkte vor dem Spezialtraining	5	15	20
erreichte Punkte nach dem Spezialtraining	8	19	35

Gute Leistungen sind durch hohe Punktezahlen gekennzeichnet. Wie aus der Tabelle ersichtlich ist, erreichen alle drei Personen nach dem Spezialtraining mehr Punkte als vorher.

Wähle aus den Personen A, B und C die beiden aus, die die nachstehenden Bedingungen erfüllen!

- Bei der ersten Person ist die absolute Änderung der Punktezahl größer als bei der zweiten.
- Bei der zweiten Person ist die relative Änderung der Punktezahl größer als bei der ersten Person.

erste Person: Person B

zweite Person: Person A

AN 1.1 - 9 Angestelltengehalt - OA - Matura NT 1 16/17

9. Das Bruttogehalt eines bestimmten Angestellten betrug im Jahr 2008 monatlich € 2.160. ____/1 AN 1.1

   In den folgenden sechs Jahren ist sein monatliches Bruttogehalt durchschnittlich um € 225 pro Jahr gestiegen.

   Gib die prozentuelle Änderung des monatlichen Bruttogehalts im gesamten betrachteten Zeitraum von 2008 und 2014 an!

   $2\,160 + 6 \cdot 225 = 3\,510$

   $\frac{3\,510 - 2\,160}{2\,160} = 0{,}625$

   Das Bruttogehalt des Angestellten ist im gesamten betrachteten Zeitraum um 62,5 % gestiegen.

   Toleranzintervall: [62 %; 63 %]

AN 1.2 - 1 Luftwiderstand - OA - BIFIE

10. Der Luftwiderstand F_L eines bestimmten PKWs in Abhängigkeit von der Fahrtgeschwindigkeit v lässt sich durch folgende Funktionsgleichung beschreiben: $F_L(v) = 0{,}4 \cdot v^2$. Der Luftwiderstand ist dabei in Newton (N) und die Geschwindigkeit in Metern pro Sekunde (m/s) angegeben. ____/1 AN 1.2

    Berechne die mittlere Zunahme des Luftwiderstandes in $\frac{\text{N}}{\text{m/s}}$ bei einer Erhöhung der Fahrtgeschwindigkeit von 20 m/s auf 30 m/s.

    $$\frac{F_L(30) - F_L(20)}{30 - 20} = \frac{360 - 160}{10} = 20\,\frac{\text{N}}{\text{m/s}}$$

AN 1.2 - 2 Bewegung eines Körpers - LT - BIFIE

11. Bei der Bewegung eines Körpers gibt die Zeit-Weg-Funktion seine Entfernung s (in m) vom Ausgangspunkt seiner Bewegung nach t Sekunden an. Der Differenzenquotient $\frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$ gibt seine mittlere Geschwindigkeit im Zeitintervall $[t_1; t_2]$ an. ____/1 AN 1.2

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Der Ausdruck $\lim\limits_{t_2 \to t_1} \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$ gibt dir ____①____ ____②____ an.

①	
Momentangeschwindigkeit	☒
Momentanbeschleunigung	☐
durchschnittliche Beschleunigung	☐

②	
zwischen den Zeitpunkten t_1 und t_2	☐
zum Zeitpunkt t_1	☒
zum Zeitpunkt t_2	☐

AN 1.2 - 3 Mittlere Änderungsrate interpretieren - MC - Matura 2015/16 - Haupttermin

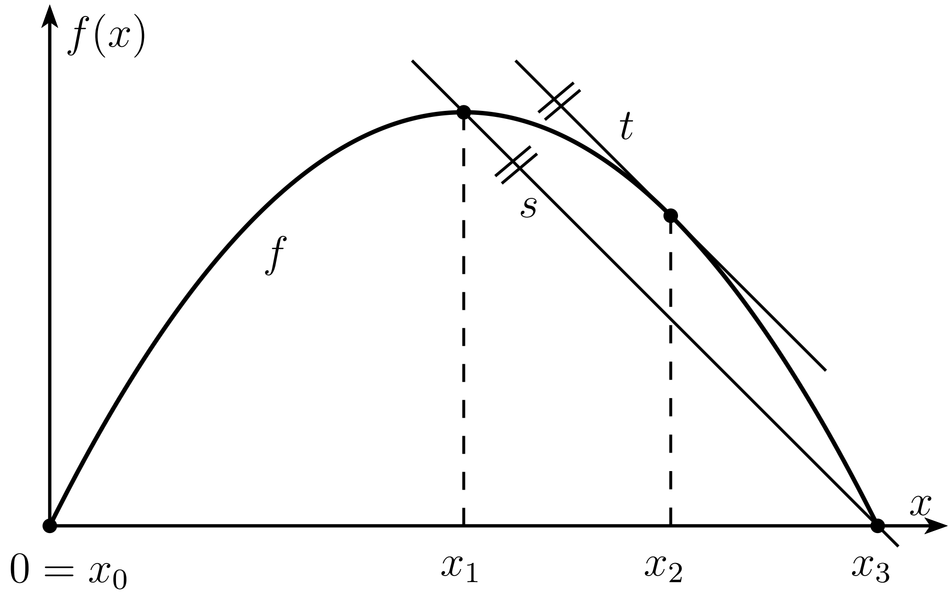
12. Gegeben ist eine Polynomfunktion f dritten Grades. Die mittlere Änderungsrate von f hat im Intervall $[x_1;\ x_2]$ den Wert 5. ____/1 AN 1.2

Welche der nachstehenden Aussagen können über die Funktion f sicher getroffen werden? Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Im Intervall $[x_1;\ x_2]$ gibt es mindestens eine Stelle x mit $f(x) = 5$.	
$f(x_2) > f(x_1)$	☒
Die Funktion f ist im Intervall $[x_1;\ x_2]$ monoton steigend.	
$f'(x) = 5$ für alle $x \in [x_1;\ x_2]$	
$f(x_2 - f(x_1) = 5 \cdot (x_2 - x_1)$	☒

AN 1.2 - 4 Differenzen- und Differenzialquotient - MC - Matura 2014/15 - Nebentermin 1

13. Gegeben ist eine Polynomfunktion f zweiten Grades. In der nachstehenden Abbildung sind der Graph dieser Funktion im Intervall $[0; x_3]$ sowie eine Sekante s und eine Tangente t dargestellt. Die Stellen x_0 und x_3 sind Nullstellen, x_1 ist eine lokale Extremstelle von f. Weiters ist die Tangente t im Punkt $(x_2|f(x_2))$ parallel zur eingezeichneten Sekante s. ____/1 AN 1.2



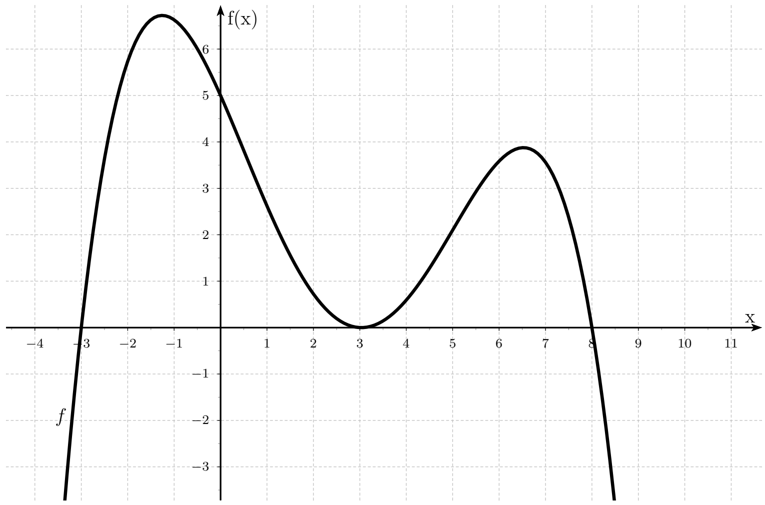
Welche der folgenden Aussagen sind für die in der Abbildung dargestellte Funktion f richtig?
Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

$f'(x_0) = f'(x_3)$	
$f'(x_1) = 0$	⊠
$\frac{f(x_3) - f(x_1)}{x_3 - x_1} = f'(x_2)$	⊠
$f'(x_0) = 0$	
$\frac{f(x_1) - f(x_3)}{x_1 - x_3} > 0$	

AN 1.2 - 5 Änderungsraten einer Polynomfunktion - MC - Matura NT 2 15/16

14. Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion f. ____/1

AN 1.2



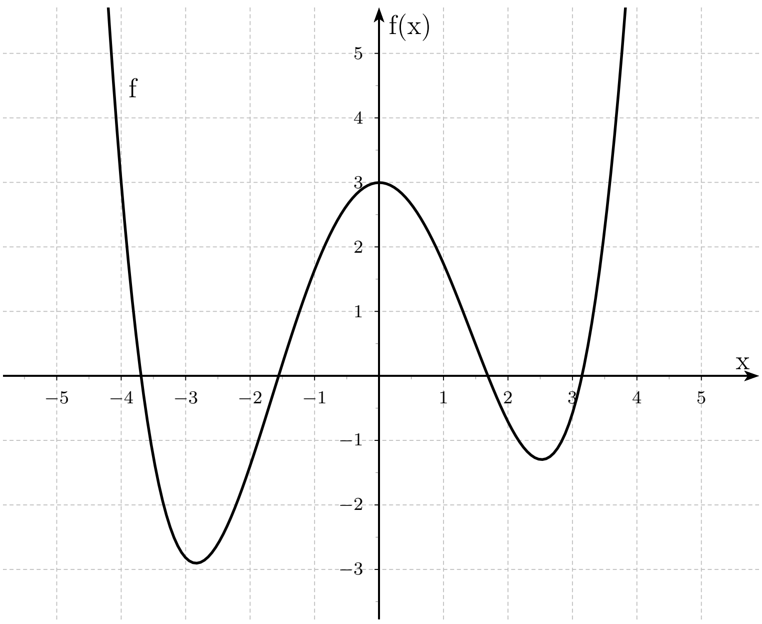
Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Differenzialquotient an der Stelle $x = 6$ ist größer als der Differenzialquotient an der Stelle $x = -3$.	
Der Differenzialquotient an der Stelle $x = 1$ ist negativ.	☒
Der Differenzialquotient im Intervall $[-3; 0]$ ist 1.	
Die mittlere Änderungsrate ist in keinem Intervall gleich 0.	
Der Differenzialquotient im Intervall $[3; 6]$.	☒

AN 1.2 - 6 Differenzenquotient - Differentialquotient - MC - Matura 2013/14 1. Nebentermin

15. Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion f: ____/1

AN 1.2



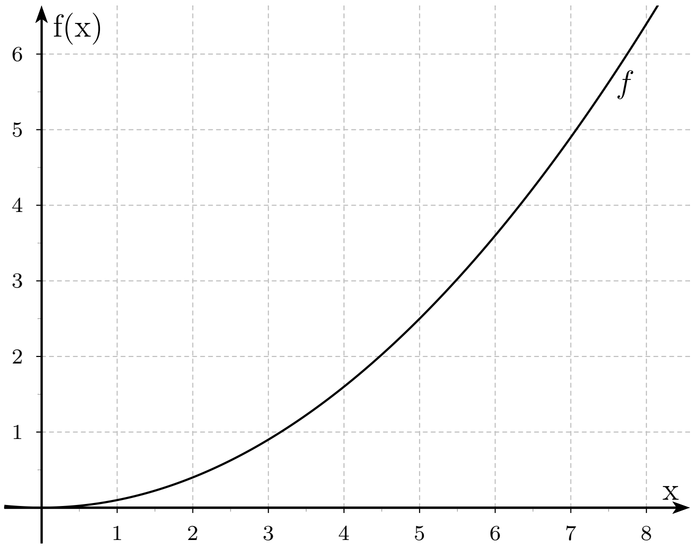
Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

$\frac{f(3)-f(-3)}{6} = 0$	
$\frac{f(3)-f(0)}{3} < 0$	⊠
$f'(3) = 0$	
$f'(-2) > 0$	⊠
$f'(-1) = f'(1)$	

AN 1.3 - 1 Änderungsmaße - MC - BIFIE

16. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f mit der Gleichung $f(x) = 0{,}1x^2$. ____/1

AN 1.3



Kreuze die beiden Aussagen an, die für die gegebene Funktion f zutreffend sind.

Die absolute Änderung in den Intervallen $[0;3]$ und $[4;5]$ ist gleich groß.	⊠
Die mittlere Änderungsrate der Funktion f in den Intervallen $[0;2]$ und $[2;4]$ ist gleich.	
Die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 5$ hat den Wert 2,5.	
Die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 2$ ist größer als die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 6$.	
Die Steigung der Sekante durch die Punkte $A = (3\|f(3))$ und $B = (6\|f(6))$ ist größer als die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 3$.	⊠

AN 1.3 - 2 Freier Fall - OA - BIFIE

17. Für einen frei fallenden Körper ist eine Zeit-Weg-Funktion $s(t)$ durch $s(t) = \frac{g}{2} \cdot t^2$ gegeben. Dabei ist $g \approx 10\,\mathrm{m/s^2}$ die Fallbeschleunigung. ____/1 AN 1.3

    Berechne die mittlere Geschwindigkeit in m/s im Zeitintervall $[2; 4]$ Sekunden.

    $\bar{v} = \frac{s(4) - s(2)}{4 - 2} = \frac{80 - 20}{2} = 30$ Die mittlere Geschwindigkeit beträgt $30\,\mathrm{m/s}$.

AN 1.3 - 3 Freier Fall - Momentangeschwindigkeit - OA - BIFIE

18. Für einen frei fallenden Körper ist eine Zeit-Weg-Funktion $s(t)$ durch $s(t) = \frac{g}{2} \cdot t^2$ gegeben. Dabei ist $g \approx 10\,\mathrm{m/s^2}$ die Fallbeschleunigung. ____/1 AN 1.3

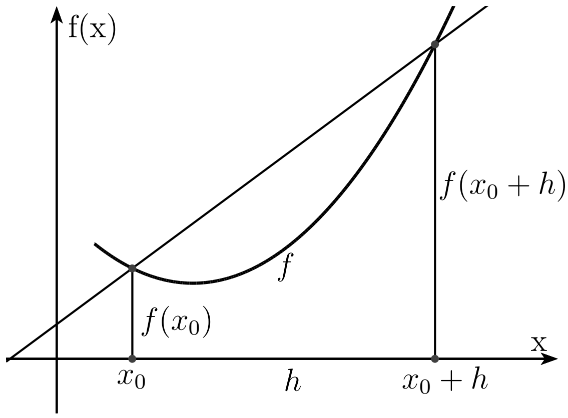
    Berechne die Momentangeschwindigkeit in m/s zum Zeitpunkt $t = 2$ Sekunden.

    $v(t) = s'(t) = 10t$
    $v(2) = 20$
    Die Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 2$ Sekunden beträgt $20\,\mathrm{m/s}$.

AN 1.3 - 4 Differenzenquotient - LT - BIFIE

19. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f mit einer Sekante. ____/1

AN 1.3



Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Der Ausdruck ____①____ beschriebt die ____②____ .

①	
$\frac{f(x) - f(x_0)}{h}$	☐
$\frac{f(x+h) - f(x_0)}{h}$	☒
$\frac{f(x+h) - f(x_0)}{x_0}$	☐

②	
die Steigung von f an der Stelle x	☐
die 1. Ableitung der Funktion f	☐
die mittlere Änderungsrate im Intervall $[x_0; x_0 + h]$	☒

AN 1.3 - 5 Differenzenquotient - OA - BIFIE

20. Eine Funktion $s : [0; 6] \to \mathbb{R}$ beschreibt den von einem Radfahrer innerhalb von t Sekunden zurückgelegten Weg. ____/1

AN 1.3

Es gilt: $s(t) = \frac{1}{2}t^2 + 2t$.

Der zurückgelegte Weg wird dabei in Metern angegeben, die Zeit wird ab dem Zeitpunkt $t_0 = 0$ in Sekunden gemessen.

Ermittle den Differenzenquotienten der Funktion s im Intervall $[0; 6]$ und deute das Ergebnis.

$$\frac{s(6) - s(0)}{6 - 0} = \frac{30 - 0}{6} = 5$$

Das Ergebnis bedeutet, dass die mittlere Geschwindigkeit (auch Durchschnittsgeschwindigkeit) des Radfahrers im Zeitintervall $[0; 6]$ 5 m/s beträgt.

AN 1.3 - 6 Freier Fall eines Körpers - MC - BIFIE

21. Die Funktion s mit $s(t) = \frac{g}{2} \cdot t^2$ ($g \approx 10\,\mathrm{m/s^2}$) beschreibt annähernd den von einem Körper in der Zeit t (in Sekunden) im freien Fall zurückgelegten Weg $s(t)$ (in m). ____/1 AN 1.3

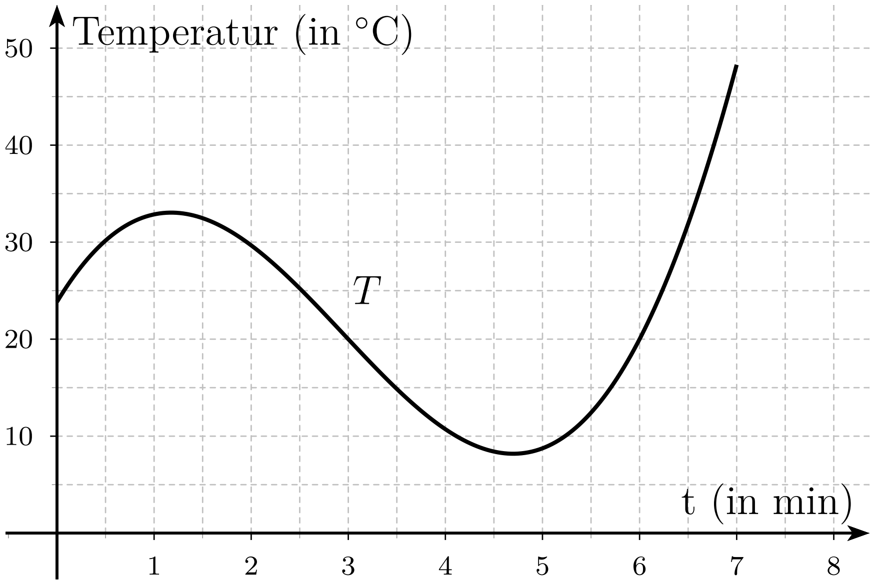
Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

Die erste Ableitung s' der Funktion s an der Stelle t_1 beschreibt die Momentangeschwindigkeit des Körpers zum Zeitpunkt t_1.	☒
Die zweite Ableitung s'' der Funktion s an der Stelle t_1 beschreibt die momentane Änderungsrate der Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t_1.	☒
Der Differenzenquotient der Funktion s im Intervall $[t_1; t_2]$ gibt den in diesem Intervall zurückgelegten Weg an.	
Der Differenzialquotient der Funktion s an einer Stelle t gibt den Winkel an, den die Tangente an den Graphen im Punkt $P = (t\|s(t))$ mit der positiven x-Achse einschließt	
Der Differenzenquotient der Funktion s' im Intervall $[t_1; t_2]$ gibt die mittlere Änderung der Geschwindigkeit pro Sekunde im Intervall $[t_1; t_2]$ an.	☒

AN 1.3 - 7 Temperaturverlauf - MC - BIFIE

22. Aus dem nachstehend dargestellten Graphen der Funktion T lässt sich der Temperaturverlauf in °C in einem Reagenzglas während eines chemischen Versuchs für die ersten 7 Minuten ablesen. ____/1

AN 1.3



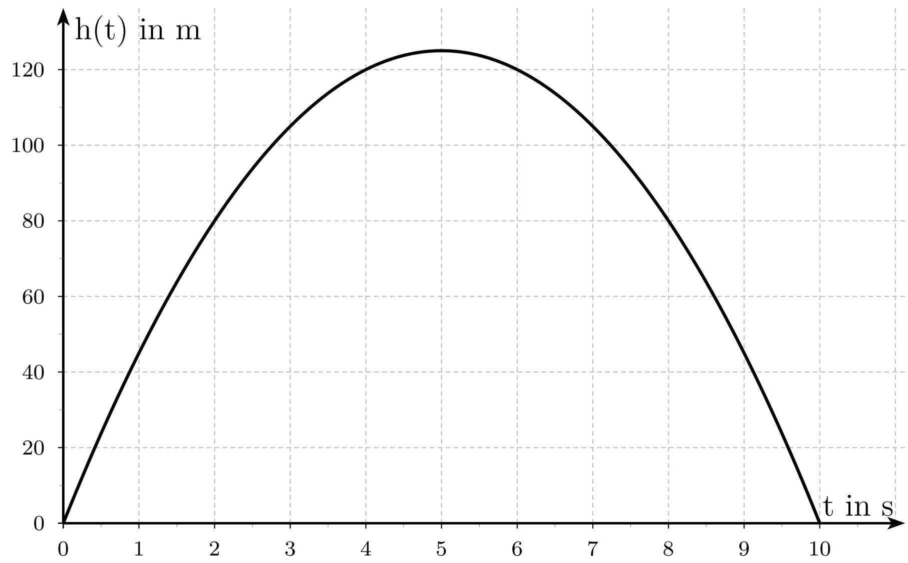
Kreuze die auf den Temperaturverlauf zutreffende(n) Aussage(n) an.

Im Intervall $[3; 6]$ ist die mittlere Änderungsrate annähernd 0 °C/min.	☒
Im Intervall $[0{,}5; 1{,}5]$ ist der Differenzenquotient größer als 25 °C/min.	
Im Intervall $[0; 2]$ gibt es einen Zeitpunkt, in dem die momentane Änderungsrate 0 °C/min beträgt.	☒
Der Differenzialquotient zum Zeitpunkt $t = 3$ ist annähernd -10 °C/min.	☒
Der Differenzenquotient ist im Intervall $[2; t]$ mit $2 < t < 6$ immer kleiner als 0 °C/min.	☒

AN 1.3 - 8 Abgeschossener Körper - OA - BIFIE - Kompetenzcheck 2016

23. Die Funktion h, deren Graph in der nachstehenden Abbildung dargestellt ist, beschreibt näherungsweise die Höhe $h(t)$ eines senkrecht nach oben geschossenen Körpers in Abhängigkeit von der Zeit t (t in Sekunden, $h(t)$ in Metern). ____/1

AN 1.3



Bestimme anhand des Graphen die mittlere Geschwindigkeit des Körpers in Metern pro Sekunde im Zeitintervall $[2s; 4s]$.

Die mittlere Geschwindigkeit des Körpers im Zeitintervall $[2s; 4s]$ beträgt ca. $20m/s$.

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit nicht angeführt sein muss.
Toleranzintervall: $[19m/s; 21m/s]$

AN 1.3 - 9 Mittlere Änderungsrate der Temperatur - OA - Matura 2014/15 - Haupttermin

24. Ein bestimmter Temperaturverlauf wird modellhaft durch eine Funktion T beschrieben. Die Funktion $T: [0; 60] \rightarrow \mathbb{R}$ ordnet jedem Zeitpunkt t eine Temperatur $T(t)$ zu. Dabei wird t in Minuten und $T(t)$ in Grad Celsius angegeben. ____/1 AN 1.3

Stelle die mittlere Änderungsrate D der Temperatur im Zeitintervall $[20; 30]$ durch den Term dar.

$D =$ ________________________ °C/min

$$D = \frac{T(39) - T(20)}{10} \text{ °C/min}$$

AN 1.3 - 10 Aktienkurs - OA - Matura 2015/16 - Nebentermin 1

25. Ab dem Zeitpunkt $t = 0$ wird der Kurs einer Aktie (in Euro) beobachtet und dokumentiert. $A(t)$ beschreibt den Kurs der Aktie nach t Tagen. ____/1 AN 1.3

Es wird folgender Wert berechnet:

$$\frac{A(10) - A(0)}{10} = 2$$

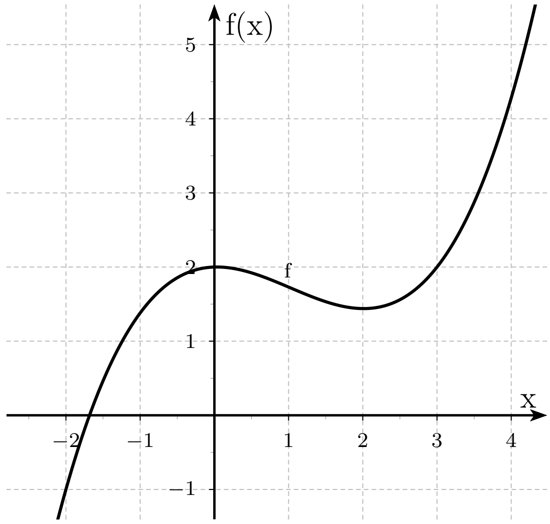
Gib an, was dieser Wert im Hinblick auf die Entwicklung des Aktienkurses aussagt.

Der Kurs der Aktie ist in den (ersten) 10 Tagen um durchschnittlich 2 Euro pro Tag gestiegen.

AN 1.3 - 11 Ableitungswerte ordnen - OA - Matura 2013/14 Haupttermin

26. Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion f. ____/1

AN 1.3



Ordne die Werte $f'(0)$, $f'(1)$, $f'(3)$ und $f'(4)$ der Größe nach, beginnend mit dem kleinsten Wert!
(Die konkreten Werte von $f'(0)$, $f'(1)$, $f'(3)$ und $f'(4)$ sind dabei nicht anzugeben.)

$f'(1) < f'(0) < f'(3) < f'(4)$
Auch zu werten wenn das „Kleiner"-Zeichen fehlt aber die Reihenfolge stimmt.

AN 1.3 - 12 Finanzschulden - OA - Matura 2016/17 - Haupttermin

27. Die Finanzschulden Österreichs haben im Zeitraum 2000 bis 2010 zugenommen. Im Jahr 2000 betrugen die Finanzschulden Österreichs F_0, zehn Jahre später betrugen sie F_1 (jeweils in Milliarden Euro). ____/1 AN 1.3

Interpretieren Sie den Ausdruck $\frac{F_1-F_0}{10}$ im Hinblick auf die Entwicklung der Finanzschulden Österreichs!

Der Ausdruck beschreibt die durchschnittliche jährliche Zunahme (durchschnittliche jährliche Änderung) der Finanzschulden Österreichs (in Milliarden Euro im angegebenen Zeitraum).

AN 1.3 - 13 Schwimmbad - OA - Matura NT 1 16/17

28. In ein Schwimmbad wird ab dem Zeitpunkt $t = 0$ Wasser eingelassen. ____/1 AN 1.3

Die Funktion h beschreibt die Höhe des Wasserspiegels zum Zeitpunkt t. Die Höhe $h(t)$ wird dabei in dm gemessen, die Zeit t in Stunden.

Interpretiere das Ergebnis der folgenden Berechnung im gegebenen Kontext!

$\frac{h(5)-h(2)}{5-2} = 4$

Die Wasserhöhe nimmt im Zeitintervall $[2; 5]$ um durchschnittlich 4 dm pro Stunde zu.

AN 1.4 - 1 Wachstum - MC - BIFIE

29. Wachstum tritt in der Natur fast nie unbegrenzt auf, es erreicht einmal eine gewisse Grenze (Sättigung). Diese Sättigungsgrenze sei K. Der vorhandene Bestand zum Zeitpunkt n sei xn. ____/1 AN 1.4

    Zur Beschreibung vieler Vorgänge (Wachstum von Populationen, Ausbreitung von Krankheiten oder Informationen, Erwärmung etc.) verwendet man folgendes mathematisches Modell:

    $x_{n+1} - x_n = r \cdot (K - x_n)$ mit $r \in \mathbb{R}^+$, $0 < r < 1$ (r ist ein Proportionalitätsfaktor)

    Kreuze die auf dieses Modell zutreffende(n) Aussage(n) an.

Diese Gleichung kann als eine lineare Differenzengleichung der Form $x_{n+1} = a \cdot x_n + b$ gedeutet werden.	⊠
Der Zuwachs pro Zeiteinheit ist proportional zum momentanen Bestand.	
Es liegt ein kontinuierliches Wachstumsmodell vor, d.h., man kann zu jedem beliebigen Zeitpunkt die Größe des Bestands errechnen.	
Der Zuwachs bei diesem Wachstum ist proportional zur noch verfügbaren Restkapazität (= Freiraum).	⊠
Mit zunehmender Zeit wird der Zuwachs immer geringer.	⊠

AN 1.4 - 2 Wirkstoffe im Körper - LT - BIFIE

30. Ein Patient, der an Bluthochdruck leidet, muss auf ärztliche Empfehlung ab sofort täglich am Morgen eine Tablette mit Wirkstoffgehalt 100 mg zur Therapie einnehmen. Der Körper scheidet im Laufe eines Tages 80 % des Wirkstoffs wieder aus. Die Wirkstoffmenge W_n im Körper des Patienten nach n Tagen kann daher (rekursiv) aus der Menge des Vortags W_{n-1} nach folgender Beziehung bestimmt werden: ____/1 AN 1.4

$$W_n = 0{,}2 \cdot W_{n-1} + 100, \ W_0 = 100 \ (W_i \text{ in mg})$$

In welcher Weise wird sich die Wirkstoffmenge im Körper des Patienten langfristig entwickeln?

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die Wirkstoffmenge im Körper des Patienten wird langfristig ____①____ , weil ____②____ .

①	
unbeschränkt wachsen	☐
beschränkt wachsen	☒
wieder sinken	☐

②	
der Körper des Patienten mit steigendem Wirkstoffgehalt im Körper absolut immer mehr abbaut und damit der Abbau letztlich die Zufuhr übersteigt	☐
dem Körper täglich zusätzlicher Wirkstoff zugeführt wird, dernur zu 80 % abgebaut werden kann, und somit die Zufuhr im Vergleich zum Abbau überwiegt	☐
der Körper des Patienten mit steigendem Wirkstoffgehalt im Körper absolut immer mehr davon abbaut, auch wenn der Prozentsatz gleich bleibt	☒

AN 1.4 - 3 Höhe einer Pflanze - OA - BIFIE

31. Die Höhe x einer Pflanze wächst in einem gewissen Zeitraum um 4 % pro Woche. ____/1

AN 1.4

Stelle eine Differenzengleichung auf, die die Entwicklung der Höhe dieser Pflanze beschreibt. Dabei wird n in Wochen angegeben.

$x_0 = 20$

$x_{n+1} - x_n =$ ______________________

$x_{n+1} - x_n = 0{,}04x_n$

AN 1.4 - 4 Wirkstoff - MC - BIFIE

32. Eine Person beginnt mit der Einnahme eines Medikaments und wiederholt die Einnahme alle 24 Stunden. Sie führt dem Körper dabei jeweils 125 μg eines Wirkstoffs zu. Innerhalb eines Tages werden jeweils 70 % der im Körper vorhandenen Menge des Wirkstoffs abgebaut. ____/1

AN 1.4

Die Wirkstoffmenge x_n (in μg) gibt die vorhandene Menge des Wirkstoffs im Körper dieser Person nach n Tagen unmittelbar nach Einnahme des Wirkstoffs an und kann modellhaft durch eine Differenzengleichung beschrieben werden. Kreuze die entsprechende Gleichung an.

$x_{n+1} = x_n + 125) \cdot 0{,}3$	
$x_{n+1} = 0{,}3 \cdot x_n + 125$	⊠
$x_{n+1} = 1{,}3 \cdot x_n - 125$	
$x_{n+1} = x_n + 125 \cdot 0{,}7$	
$x_{n+1} = (x_n - 125) \cdot 0{,}7$	
$x_{n+1} = (x_n - 0{,}3) \cdot 125$	

AN 1.4 - 5 Holzbestand - OA - Matura 2014/15 - Kompensationsprüfung

33. Der Holzbestand eines Waldes wird in Kubikmetern (m^3) angegeben. Zu Beginn eines bestimmten Jahres beträgt der Holzbestand $10\,000\,m^3$. Jedes Jahr wächst der Holzbestand um $3\,\%$. Am Jahresende werden jeweils $500\,m^3$ Holz geschlägert. Dabei gibt a_n die Holzmenge am Ende des n-ten Jahres an. ____/1 AN 1.4

    Stelle die Entwicklung des Holzbestandes durch eine Differeneznigleichung dar.

    $a_0 = 10\,000$
    $a_{n+1} = 1{,}03 \cdot a_n - 500$

    a_0 ... Holzbestand zu Beginn
    n ... Jahre nach Beginn
    a_{n+1} ... Holzbestand am Ende des $(n + 1)$-ten Jahres

AN 1.4 - 6 Nikotin - OA - Matura 2013/14 Haupttermin

34. Die Nikotinmenge x (in mg) im Blut eine bestimmten Rauchers kann modellhaft durch die Differenzengleichung $x_{n+1} = 0{,}98 \cdot x_n + 0{,}03$ (n in Tagen) beschrieben werden. ____/1 AN 1.4

    Gib an, wie viel Milligramm Nikotin täglich zugeführt werden und wie viel Prozent der im Körper vorhandenen Nikotinmenge täglich abgebaut werden!

    0,03 mg

    2 %

AN 1.4 - 7 Differenzengleichung - OA - Matura 2016/17 - Haupttermin

35. Die nachstehende Tabelle enthält Werte einer Größe zum Zeitpunkt n ($n \in \mathbb{N}$) ____/1

AN 1.4

n	x_n
0	10
1	21
2	43
3	87

Die zeitliche Entwicklung dieser Größe kann durch eine Differenzengleichung der Form $x_{n+1} = a \cdot x_n + b$ beschrieben werden.

Gib die Werte der (reellen) Parameter a und b so an, dass damit das in der Tabelle angegebene zeitliche Verhalten beschrieben wird!

$a = 2$

$b = 1$

AN 2.1 - 1 Ableitung einer Polynomfunktion - OA - BIFIE

36. Gegeben ist eine Polynomfunktion f mit $f(x) = 7x^3 - 5x^2 + 2x - 3$. ____/1

AN 2.1

Bilde die 1. und die 2. Ableitung der Funktion f!

$f'(x) = 21x^2 - 10x + 2$

$f''(x) = 42x - 10$

AN 2.1 - 2 Ableitung von Sinus- und Cosinus-Funktion - ZO - BIFIE

37. Gegeben sind vier Funktionen und sechs Ableitungsfunktionen. ____/1 AN 2.1

Ordne den Funktionen die richtige Ableitungsfunktion f' zu!

$f(x) = 2 \cdot \cos(x) - \sin(x)$	D
$f(x) = \cos(x) + 2 \cdot \sin(x)$	C
$f(x) = -2 \cdot \cos(x) - \sin(x)$	A
$f(x) = -\cos(x) + 2 \cdot \sin(x)$	B

A	$f'(x) = -\cos(x) + 2 \cdot \sin(x)$
B	$f'(x) = 2 \cdot \cos(x) + \sin(x)$
C	$f'(x) = 2 \cdot \cos(x) - \sin(x)$
D	$f'(x) = -\cos(x) - 2 \cdot \sin(x)$
E	$f'(x) = \cos(x) - 2 \cdot \sin(x)$
F	$f'(x) = 2 \cdot \sin(x) + \cos(x)$

AN 2.1 - 3 Ableitungsregeln erkennen - MC - BIFIE

38. Gegeben sind differenzierbare Funktionen f und g und $a \in \mathbb{R}^+$. ____/1 AN 2.1

Welche der nachstehenden Ableitungsregeln sind korrekt? Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

$[f(x) + a]' = f'(x) + a$	
$[a \cdot f(x)]' = a \cdot f'(x)$	☒
$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g'(x)$	
$[f(a \cdot x)]' = a \cdot f'(x)$	
$[f(x) - g(x)]' = f'(x) - g'(x)$	☒

AN 2.1 - 4 Erste Ableitung einer Funktion - MC - BIFIE

39. Gegeben ist die Funktion f mit $f(a) = \dfrac{a^2 \cdot b^3}{c}$ mit $b, c \in \mathbb{R}\backslash 0$. _____/1

AN 2.1

Kreuze denjenigen Term an, der die erste Ableitung f' der Funktion f angibt!

$\dfrac{2 \cdot a \cdot b^3 \cdot c - a^2 \cdot b^3}{c^2}$	
$\dfrac{2 \cdot a \cdot b^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b^2}{c^2}$	
$\dfrac{2 \cdot a \cdot b^3}{c}$	☒
$2 \cdot a$	
$\dfrac{2 \cdot a \cdot b^3}{c^2}$	
$2 \cdot a^3$	

AN 2.1 - 5 Ableitung von Funktionen - ZO - BIFIE

40. Die Ableitungsfunktion einer Funktion kann mithilfe einfacher Regeln des Differenzierens ermittelt werden. ____/1

AN 2.1

Ordne den gegebenen Funktionen jeweils die entsprechende Ableitungsfunktion zu!

$f_1(x) = \frac{2}{x}$	F
$f_2(x) = -2x^2 + 2x - 2$	A
$f_3(x) = \frac{1}{x^2}$	E
$f_4(x) = \sqrt{2x}$	B

A	$f'(x) = -4x + 2$
B	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}}$
C	$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}}$
D	$f'(x) = -\frac{2}{x^4}$
E	$f'(x) = -\frac{2}{x^3}$
F	$f'(x) = -\frac{2}{x^2}$

AN 2.1 - 6 Ableitungsfunktion bestimmen - OA - BIFIE

41. Gegeben ist die Funktion f mit $f(y) = \frac{x^2y - xy^2}{2}, x \in \mathbb{R}$. ____/1

AN 2.1

Bestimme den Funktionsterm der Ableitungsfunktion f'!

$f'(y) =$ ________________________

$$f'(y) = \frac{x^2 - 2xy}{2}$$

AN 2.1 - 7 Ableitungsregel - MC - BIFIE

42. Für welche der folgenden Funktionen gilt der Zusammenhang $f'(x) = k \cdot f(x)$ mit $k \in \mathbb{R}^+$? ____/1

AN 2.1

Kreuze die zutreffende Funktionsgleichung an!

$f(x) = k \cdot x$	
$f(x) = x^{2 \cdot k}$	
$f(x) = k \cdot \sin(x)$	
$f(x) = e^{k \cdot x}$	☒
$f(x) = \frac{k}{x}$	
$f(x) = k \cdot \sqrt{x}$	

AN 2.1 - 8 Polynomfunktion ableiten - OA - BIFIE - Kompetenzcheck 2016

43. Eine reelle Funktion f ist durch die Funktionsgleichung $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 5x - 2$ gegeben. ____/1

AN 2.1

Gib eine Funktionsgleichung der Ablеitungsfunktion f' der Funktion f an.

$f'(x) =$ ______________________

$f'(x) = 12x^2 - 4x + 5$

AN 2.1 - 9 Ableitung einer Winkelfunktion - OA - Matura 2014/15 - Nebentermin 1

44. Eine Gleichung einer Funktion f lautet: ____/1

AN 2.1

$f(x) = 5 \cdot \cos(x) + \sin(3 \cdot x)$

Gib ein Gleichung der Ableitungsfunktion f' der Funktion f an.

$f'(x) = -5 \cdot \sin(x) + 3 \cdot \cos(3 \cdot x)$

AN 2.1 - 10 Ableitungsregeln - MC - Matura 2015/16 - Nebentermin 1

45. Über zwei Polynomfunktionen f und g ist bekannt, dass für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: ____/1

AN 2.1

$g(x) = 3 \cdot f(x) - 2$

Welche der nachstehenden Aussagen ist jedenfalls für alle $x \in \mathbb{R}$ wahr? Kreuze die zutreffende Aussage an.

$g'(x) = f'(x)$	
$g'(x) = f'(x) - 2$	
$g'(x) = 3 \cdot f'(x)$	☒
$g'(x) = 3 \cdot f'(x) - 2$	
$g'(x) = 3 \cdot f'(x) - 2 \cdot x$	
$g'(x) = -2 \cdot f'(x)$	

AN 2.1 - 11 Beschleunigungsfunktion bestimmen - OA - Matura 2013/14 1. Nebentermin

46. Der Weg $s(t)$, den ein Körper in der Zeit t zurücklegt, wird in einem bestimmten Zeitintervall durch ____/1 AN 2.1

$$s(t) = \frac{t^3}{6} + 5 \cdot t^2 + 5 \cdot t$$

beschrieben ($s(t)$ in Metern, t in Sekunden)

Gib die Funktion a an, die die Beschleunigung dieses Körpers in Abhängigkeit von der Zeit t beschreibt!

$a(t) = t + 10$

AN 2.1 - 12 Ableitung einer Polynomfunktion - LT - Matura 2013/14 1. Nebentermin

47. Gegeben sind eine reelle Polynomfunktion f und deren Ableitungsfunktion f'. ____/1 AN 2.1

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Für die 1. Ableitung der Funktion f mit $f(x) =$ ____①____ gilt: $f'(x) =$ ____②____ .

①	
$3x^3 - 4x^2 + 7x - 3$	☐
$6x^2 - 4x + 7$	☐
$3x^2 - 4x + 7$	☒

②	
$x^3 - 2x^2 + 7x$	☐
$6x - 4$	☒
$6x^2 - 4$	☐

AN 2.1 - 13 Tiefe eines Gerinnes - OA - Matura 2016/17 - Haupttermin

48. Zur Vorbeugung vor Hochwässern wurde in einer Stadt ein Gerinne (Wasserlauf) angelegt. ____/1 AN 2.1

Die Funktion f beschreibt die Wassertiefe dieses Gerinnes bei einer Hochwasserentwicklung in Abhängigkeit von der Zeit t an einer bestimmten Messstelle für das Zeitintervall $[0; 2]$.

Die Gleichung der Funktion f lautet $f(t) = t^3 + 6 \cdot t^2 + 12 \cdot t + 8$ mit $t \in [0; 2]$.

Dabei wird $f(t)$ in dm und t in Tagen gemessen.

Gib eine Gleichung der Funktion g an, die die momentane Änderungsrate der Wassertiefe des Gerinnes (in dm pro Tag) in Abhängigkeit von der Zeit t beschreibt!

$g(t) = 3 \cdot t^2 + 12 \cdot t + 12$

oder: $g(t) = f'(t)$

AN 2.1 - 14 Sinusfunktion und Cosinusfunktion - MC - Matura NT 1 16/17

49. Gegeben sind die Funktionen f mit $f(x) = \sin(a \cdot x)$ und g mit $g(x) = a \cdot \cos(a \cdot x)$ mit $a \in \mathbb{R}$. ____/1

AN 2.1

Welche Beziehung besteht zwischen den Funktionen f und g und deren Ableitungsfunktionen? Kreuze diejenige Gleichung an, die für alle $a \in \mathbb{R}$ gilt!

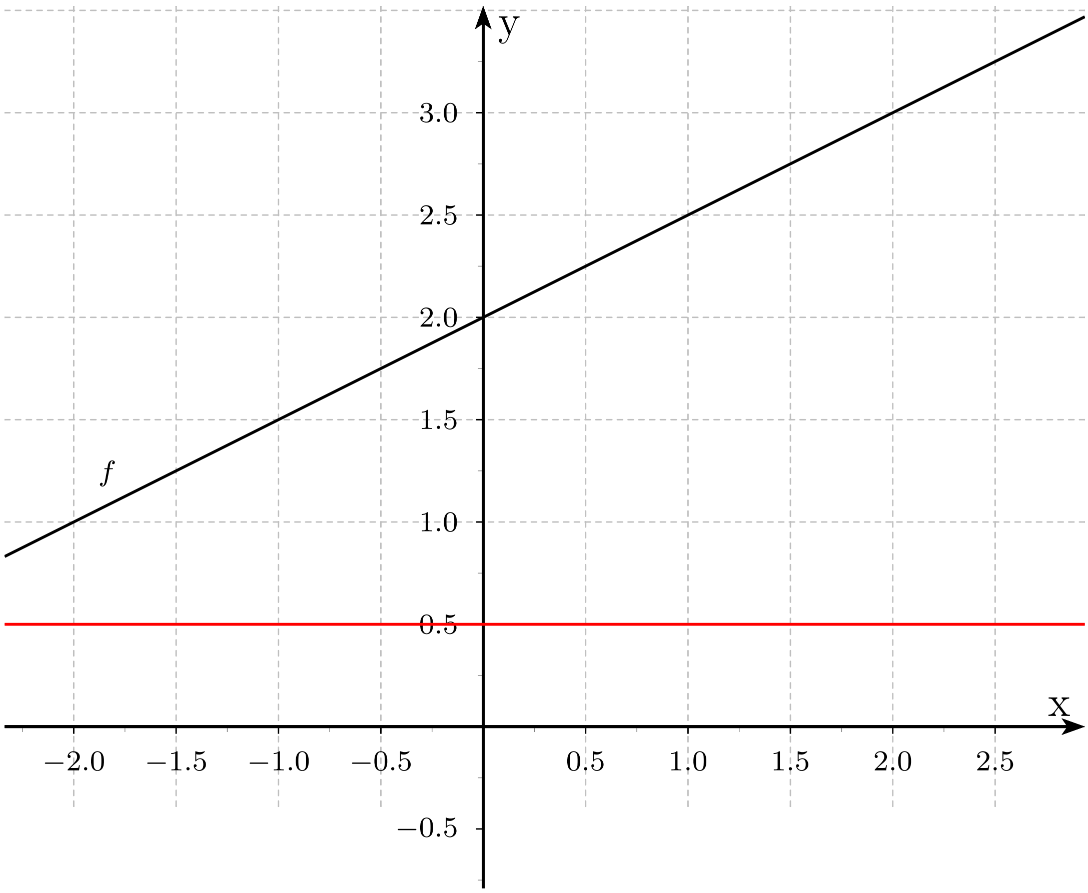
$a \cdot f'(x) = g(x)$	
$g'(x) = f(x)$	
$a \cdot g(x) = f'(x)$	
$f(x) = a \cdot g'(x)$	
$f'(x) = g(x)$	⊠
$g'(x) = a \cdot f(x)$	

AN 3.1 - 1 Ableitungsfunktion einer linearen Funktion - OA - BIFIE

50. In der Abbildung ist der Graph einer linearen Funktion f dargestellt. ____/1

AN 3.1

Zeichne die Ableitungsfunktion f' der Funktion f ein!



Die Aufgabe gilt als richtig gelöst, wenn der Graph von f' deutlich erkennbar eine konstante Funktion mit der Funktionsgleichung $f'(x) = 0{,}5$ ist. Die Funktionsgleichung der 1. Ableitung muss nicht angegeben sein.

AN 3.1 - 2 Stammfunktion - LT - BIFIE

51. Es gilt die Aussage: „Besitzt eine Funktion f eine Stammfunktion, so besitzt sie sogar unendlich viele. Ist nämlich F eine Stammfunktion von f, so ist für jede beliebige reelle Zahl c auch die durch $G(x) = F(x) + c$ definierte Funktion G eine Stammfunktion von f.“ ____/1 AN 3.1

Quelle: Wikipedia

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Ist die Funktion F eine Stammfunktion f, dann gilt ____①____ . Gilt zudem ____②____ , dann ist auch die Funktion G eine Stammfunktion von f.

①	
$F(x) = f(x)$	☐
$F(x) = f'(x)$	☐
$F'(x) = f(x)$	☒

②	
$G'(x) = F'(x) = f(x)$	☒
$G(x) = F(x) = f'(x)$	☐
$G'(x) = F(x) = f'(x)$	☐

AN 3.1 - 3 Aussagen zum Integral - MC - BIFIE

52. Nachstehend werden Aussagen zu Funktionen und deren Stammfunktionen angeführt. ____/1

AN 3.1

Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

Ist F Stammfunktion von f, so gilt: $$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$	⊠
Die Stammfunktion einer Summe von zwei Funktionen f und g ist (abgesehen von Integrationskonstanten) gleich der Summe der Stammfunktionen von f und g.	⊠
f ist immer eine Stammfunktion von f'.	⊠
Wenn $\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$, dann ist F eine Stammfunktion von f.	⊠
Für beliebige Funktionen f und g gilt: $$\int [f(x) \cdot g(x)]\, dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$$	

AN 3.1 - 4 Ableitungs- und Stammfunktion - MC - Matura NT 2 15/16

53. Es sei f eine Polynomfunktion und F eine ihrer Stammfunktionen. ____/1

AN 3.1

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

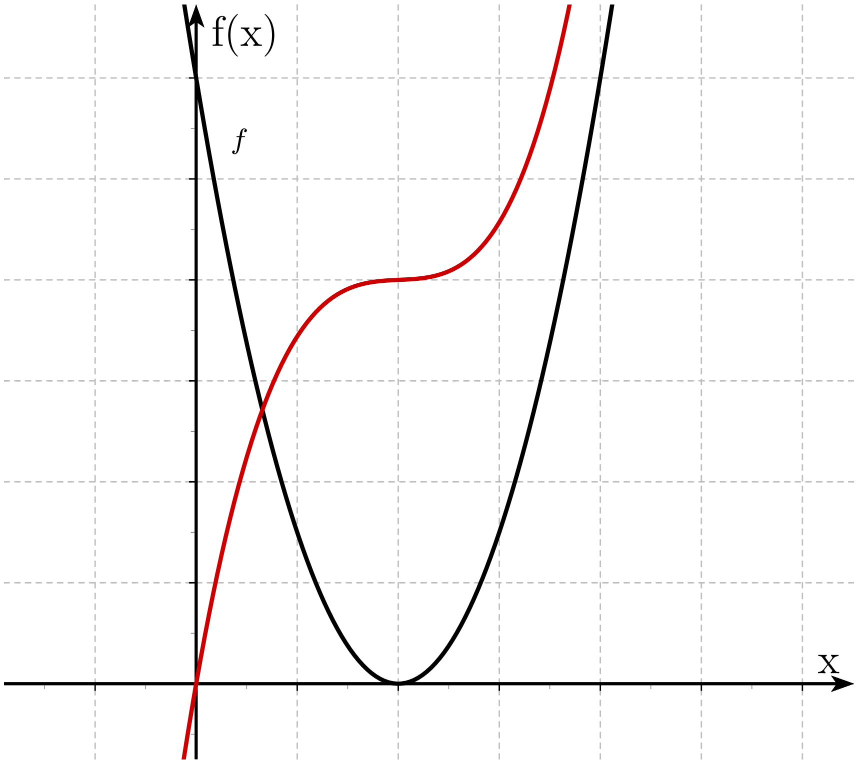
Eine Funktion F heißt Stammfunktion der Funktion f, wenn gilt: $f(x) = F(X) + c\,(c \in \mathbb{R})$.	
Eine Funktion f' heißt Ableitungsfunktion von f, wenn gilt: $\int f(x)dx = f'(x)$.	
Wenn die Funktion f an der Stelle x_0 definiert ist, gibt $f'(x_0)$ die Steigung der Tangente an den Graphen von f an dieser Stelle an.	☒
Die Funktion f hat unendlich viele Stammfunktionen, die sich nur durch eine additive Konstante unterscheiden.	☒
Wenn man die Stammfunktion F einmal integriert, dann erhält man die Funktion f.	

AN 3.2 - 1 Funktion und Stammfunktion - OA - BIFIE

54. Die Abbildung zeigt den Graphen einer Polynomfunktion f. ____/1

AN 3.2

Zeichne den Graphen einer Stammfunktion F der Funktion f in die Abbildung ein!

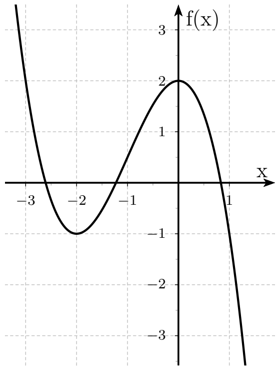


Die Aufgabe gilt als richtig gelöst, wenn der Graph der Funktion F im gesamten dargestellten Bereich monton wachsend dargestellt wird und an der Stelle 2 einen deutlich erkennbaren Sattelpunkt aufweist.

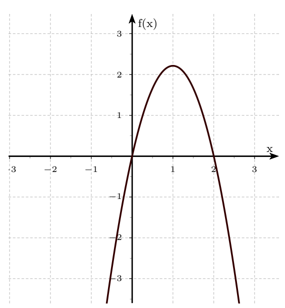
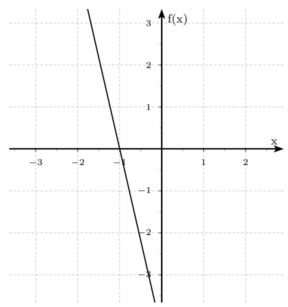
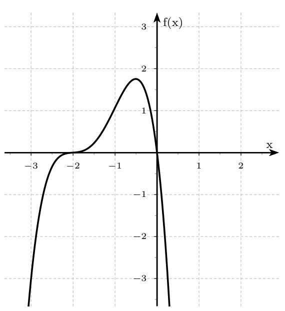
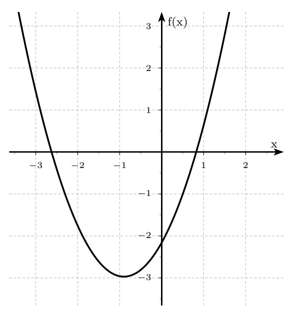
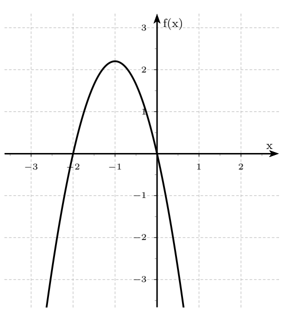
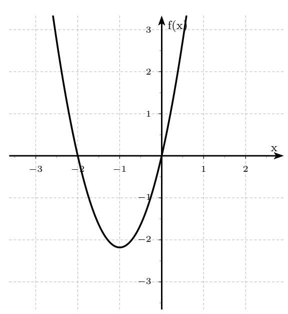
AN 3.2 - 2 Graph der ersten Ableitungsfunktion - MC - BIFIE

55. Gegeben ist der Graph der Funktion f. ____/1

AN 3.2

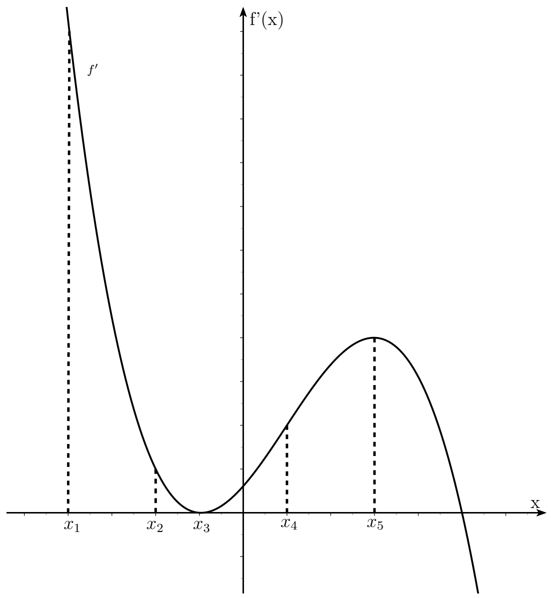


Welche der nachstehenden Abbildungen beschreibt den Graphen der ersten Ableitungsfunktion der Funktion f? Kreuze die zutreffende Abbildung an!

			
			
	☒		

AN 3.2 - 3 Funktion - Ableitungsfunktion - MC - BIFIE

56. In der untenstehenden Abbildung ist der Graph der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f dargestellt. ____/1 AN 3.2



Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

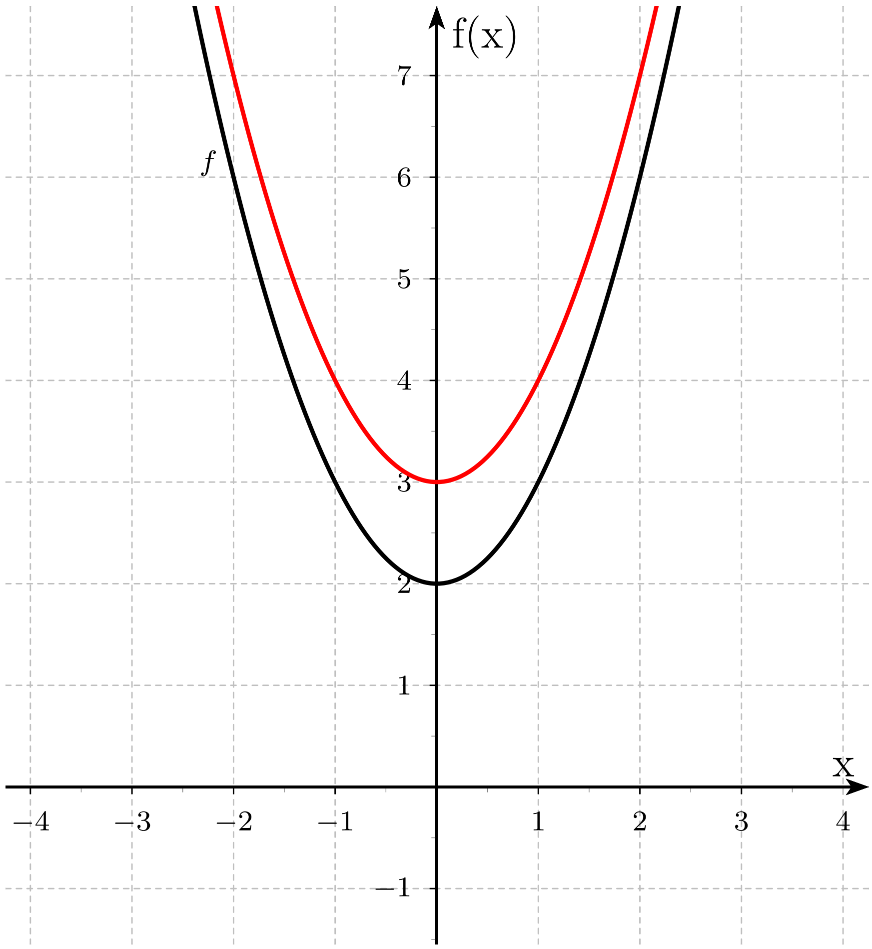
Jede Funktion f mit der Ableitungsfunktion f' hat an der Stelle x_5 eine horizontale Tangente.	
Es gibt eine Funktion f mit der Ableitungsfunktion f', deren Graph durch den Punkt $P = (0/0)$ verläuft.	☒
Jede Funktion f mit der Ableitungsfunktion f' ist im Intervall $[x_1; x_2]$ streng monoton fallend.	
Jede Funktion f mit der Ableitungsfunktion f' ist im Intervall $[x_3; x_4]$ streng monoton steigend.	☒
Die Funktionswerte $f(x)$ jeder Funktion f mit der Ableitungsfunktion f' sind für $x \in [x_3; x_5]$ stets positiv.	

AN 3.2 - 4 Gleiche Ableitungsfunktion - OA - BIFIE

57. In der unten stehenden Abbildung ist der Graph der Funktion g dargestellt. ____/1

AN 3.2

Zeichen im vorgegebenen Koordinatensystem den Graphen einer Funktion f ($f \neq g$) ein, die die gleiche Ableitungsfunktion wie die Funktion g hat!



Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn der Graph von f erkennbar durch eine Verschiebung in Richtung der y-Achse aus dem Graphen von g entsteht.

AN 3.2 - 5 Stammfunktion erkennen - MC - BIFIE

58. Gegeben sind die Funktion f und g und die Konstante $a \in \mathbb{R}^+$. ____/1 AN 3.2

Es gilt der Zusammenhang $g'(x) = f'(x)$.

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

f ist eine Stammfunktion von g.	
g ist eine Stammfunktion von f.	⊠
$g - a$ ist eine Stammfunktion von f.	⊠
$f + a$ ist eine Stammfunktion von g.	
$a \cdot g$ ist eine Stammfunktion von f.	

AN 3.2 - 6 Eigenschaften der Ableitungsfunktion - OA - BIFIE - Kompetenzcheck 2016

59. In der nachstehenden Tabelle sind Funktionswerte einer Polynomfunktion f dritten Grades sowie ihrer Ableitungsfunktionen f' und f'' angegeben. ____/1 AN 3.2

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	-2	2	0	-2	2
$f'(x)$	9	0	-3	0	9
$f''(x)$	-12	-6	0	6	12

Gib an, an welchen Stellen des Intervalls $(0; 4)$ die Funktion f jedenfalls lokale Extremstellen besitzt.

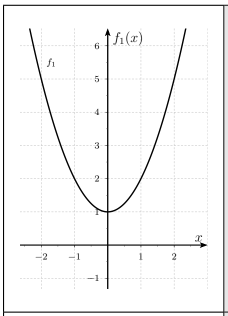
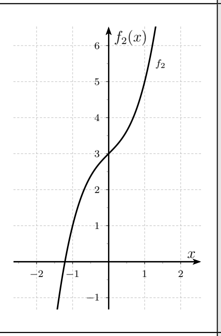
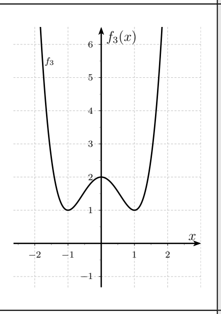
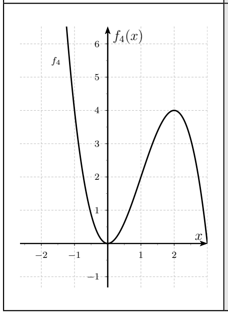
Die Stellen $x_1 = 1$ und $x_2 = 3$ sind lokale Extremstellen der Funktion f.

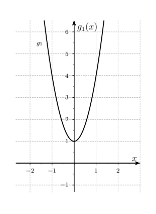
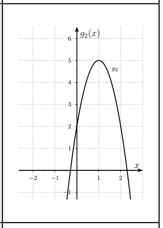
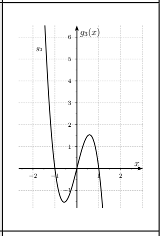
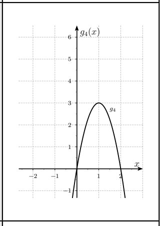
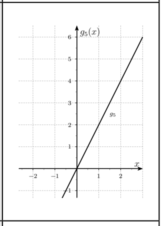
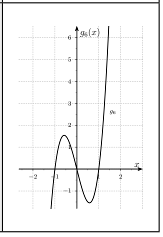
AN 3.2 - 7 Funktionen und Ableitungsfunktionen - ZO - Matura 2015/16 - Haupttermin

60. Links sind die Graphen von vier Polynomfunktionen (f_1, f_2, f_3, f_4) abgebildet, rechts die Graphen sechs weiterer Funktionen ($g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6$). ____/1

AN 3.2

Ordnen Sie den Polynomfunktionen f_1 bis f_4 ihre jeweilige Ableitungsfunktion aus den Funktionen g_1 bis g_6 (aus A bis F) zu.

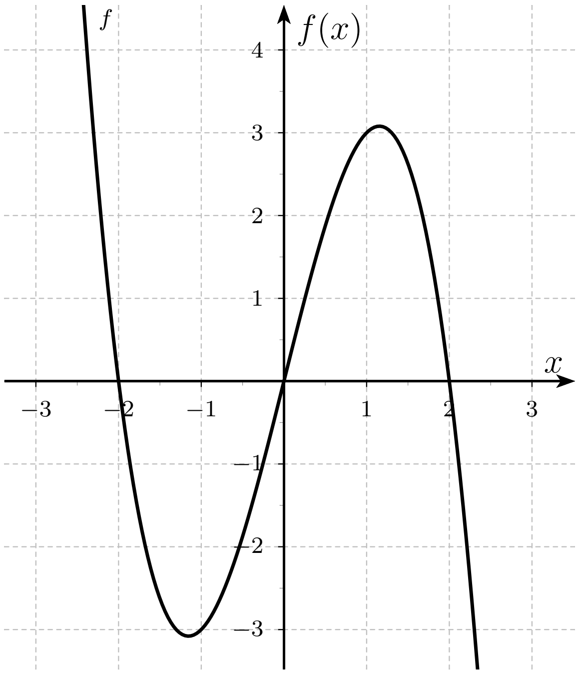
	E
	A
	F
	D

A	
B	
C	
D	
E	
F	

AN 3.2 - 8 Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion - LT - Matura 2014/15 - Haupttermin

61. In der folgenden Abbildung ist der Graph einer Polynomfunktion f dargestellt: ____/1

AN 3.2



Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die erste Ableitung der Funktion f ist ____①____ , und daraus folgt: ____②____ .

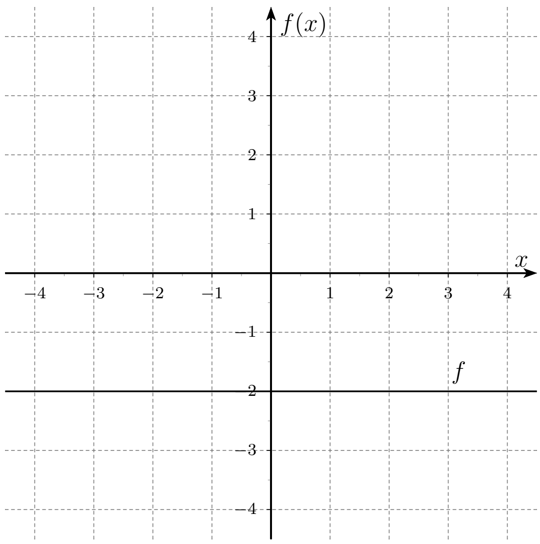
①	
im Intervall $[-1; 1]$ negativ	☐
im Intervall $[-1; 1]$ gleich null	☐
im Intervall $[-1; 1]$ positiv	☒

②	
f hat im Intervall $[-1; 1]$ eine Nullstelle	☐
f ist im Intervall $[-1; 1]$ streng monoton steigend	☒
f hat im Intervall $[-1; 1]$ eine Wendestelle	☐

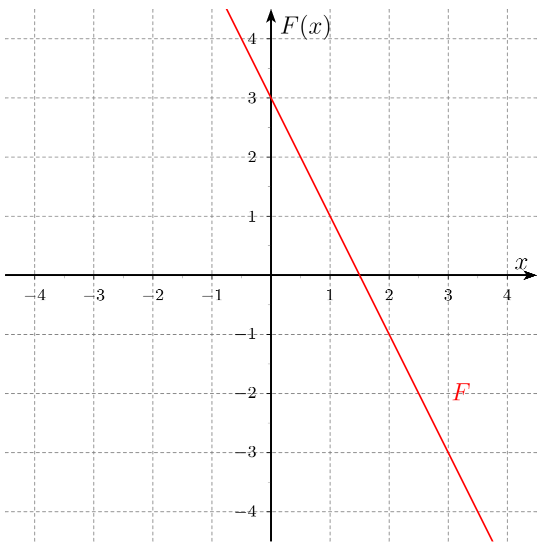
AN 3.2 - 9 Stammfunktion einer konstanten Funktion - OA - Matura 2014/15 - Nebentermin 1

62. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer konstanten Funktion f dargestellt. ____/1

AN 3.2



Der Graph einer Stammfunktion F von f verläuft durch den Punkt $P = (1|1)$. Zeichne den Graphen der Stammfunktion F im nachstehenden Koordinatensystem.

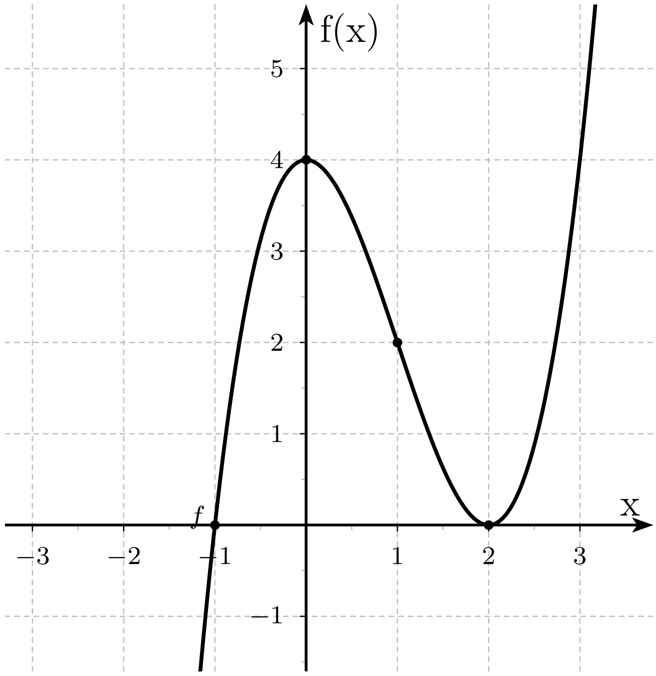


Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn die lineare Stammfunktion F durch den Punkt $P = (1|1)$ verläuft und die Steigung -2 hat.

AN 3.2 - 10 Eigenschaften der Ableitungsfunktion einer Polynomfunktion 3.Grades - OA - Matura 2014/15 - Nebentermin 2

63. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Polynomfunktion f dritten Grades. Die Koordinaten der hervorgehobenen Punkte des Graphen der Funktion sind ganzzahlig. ____/1 AN 3.2



Welche der folgenden Aussagen treffen auf die Ableitungsfunktion f' der Funktion f zu? Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

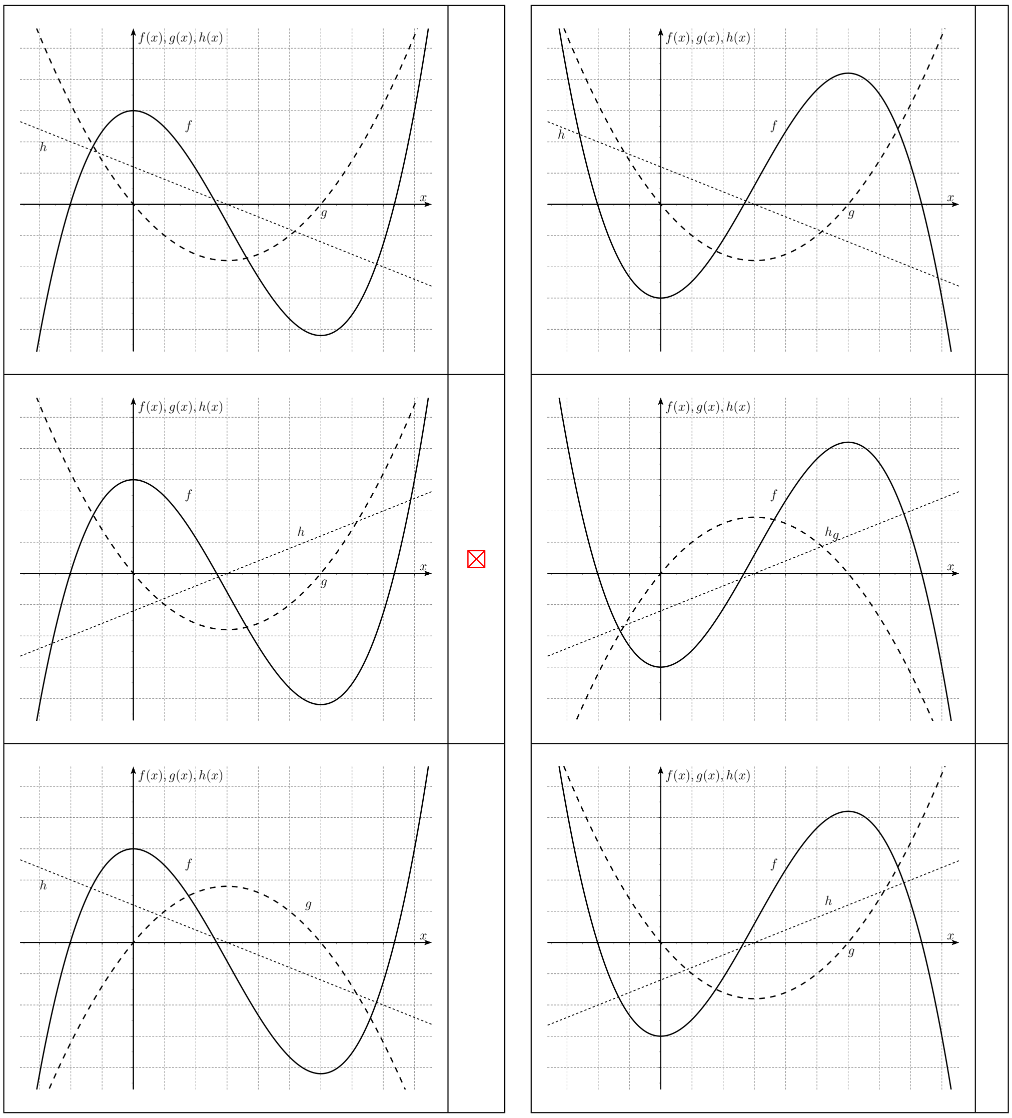
Die Funktionswerte der Funktion f' sind im Intervall $(0; 2)$ negativ.	☒
Die Funktion f' ist im Intervall $(-1; 0)$ streng monoton steigend.	
Die Funktion f' hat an der Stelle $x = 2$ eine Wendestelle.	
Die Funktion f' hat an der Stelle $x = 1$ ein lokales Maximum.	
Die Funktion f' hat an der Stelle $x = 0$ eine Nullstelle.	☒

AN 3.2 - 11 Graphen von Ableitungsfunktionen - MC - Matura 2015/16 - Nebentermin 1

64. In den unten stehenden Abbildungen sind jeweils die Graphen der Funktionen f, g und h dargestellt. ____/1

AN 3.2

In einer der sechs Abbildungen ist g die erste Ableitung von f und h die zweite Ableitung von f. Kreuze diese Abbildung an.

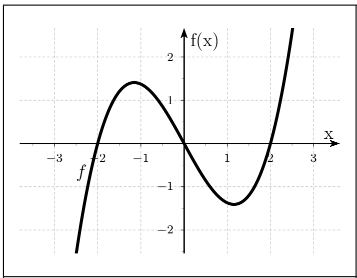


AN 3.2 - 12 Eigenschaften der zweiten Ableitung - MC - Matura NT 2 15/16

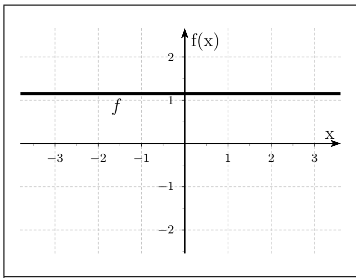
65. Gegeben sind die Graphen von fünf reellen Funktionen. ____/1

AN 3.2

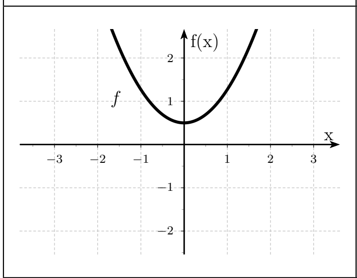
Für welche der angegebenen Funktionen gilt $f''(x) > 0$ im Intervall $[-1; 1]$? Kreuze die beiden zutreffenden Graphen an!



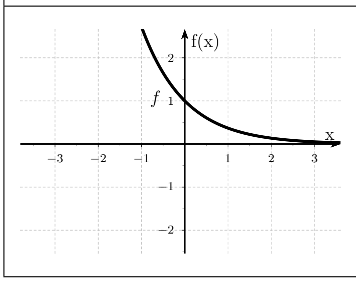
☐



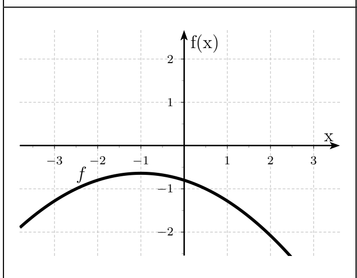
☐



☒



☒

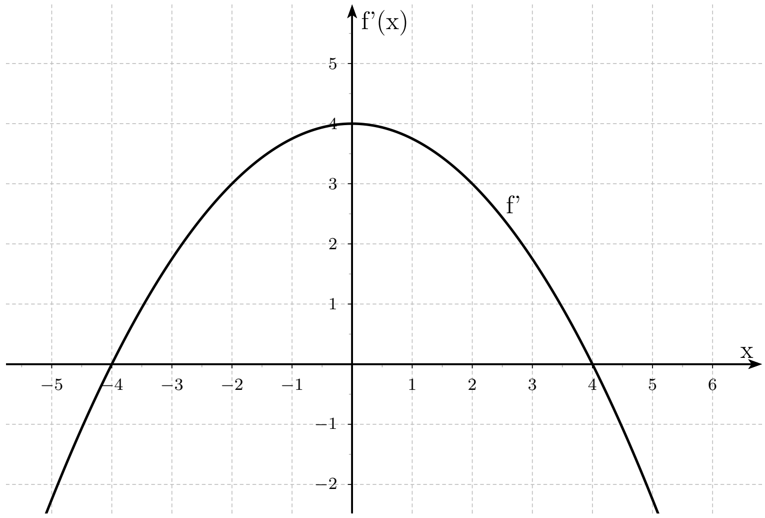


☐

AN 3.2 - 13 Ableitung - OA - Matura 2013/14 1. Nebentermin

66. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der 1. Ableitungsfunktion f' einer Polynomfunktion f dargestellt. ____/1

AN 3.2



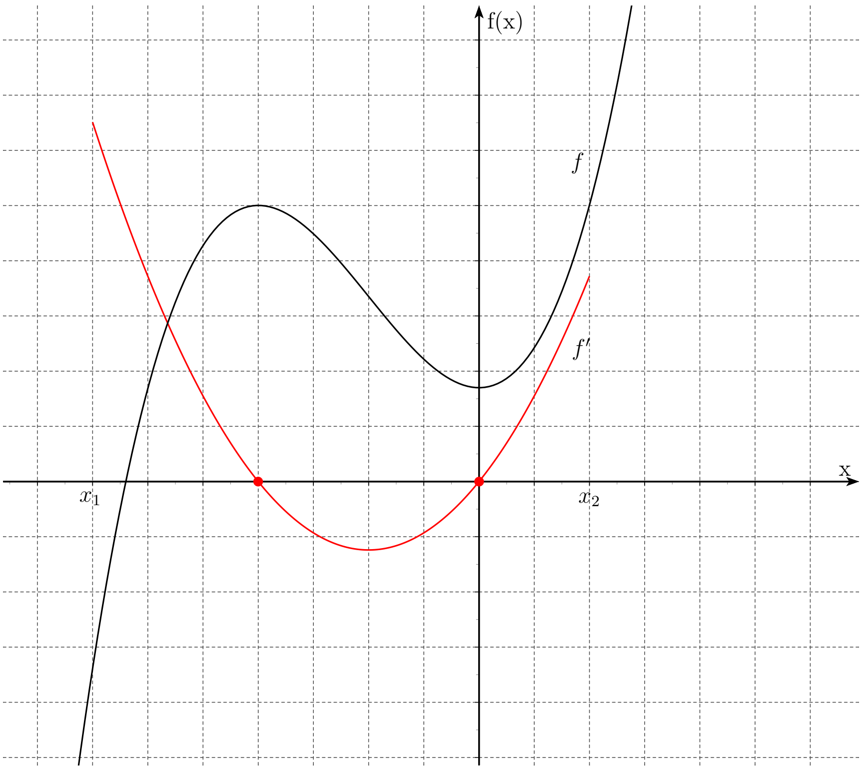
Bestimme, an welchen Stellen die Funktion f im Intervall $(-5; 5)$ jedenfalls lokale Extrema hat! Die für die Bestimmung relevanten Punkte mit ganzzahligen Koordinaten können der Abbildung entnommen werden.

An den Stellen $x_1 = -4$ und $x_2 = 4$ hat f lokale Extrema.

AN 3.2 - 14 Grafisch differenzieren - OA - Matura 2016/17 - Haupttermin

67. Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion dritten Grades f. ____/1

AN 3.2



Skizziere in der gegebenen Grafik den Graphen der Ableitungsfunktion f' im Intervall $[x_1; x_2]$ und markiere gegebenenfalls die Nullstellen!

Lösungsschlüssel:

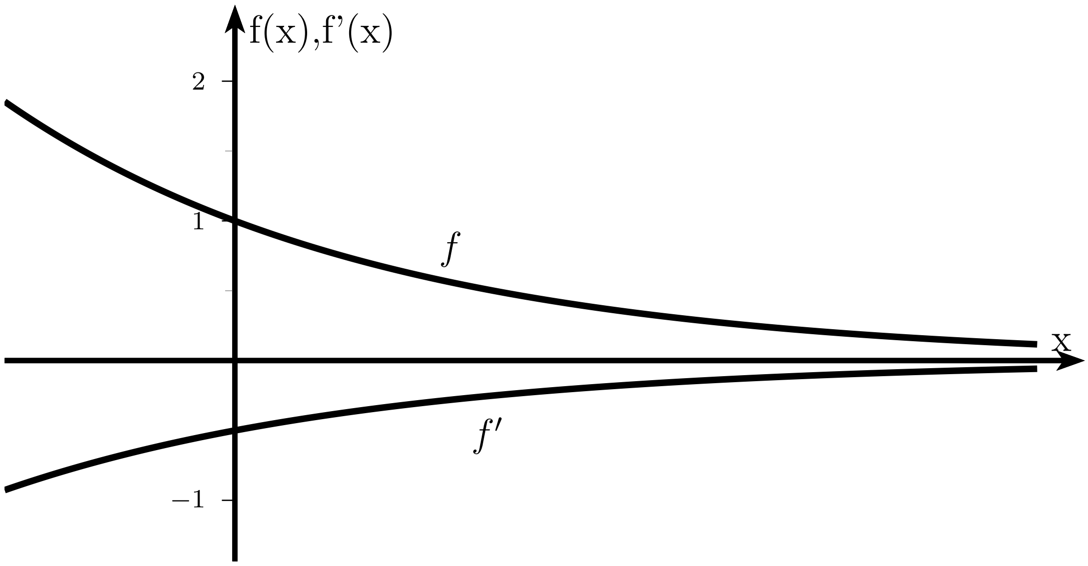
Ein Punkt für eine korrekte Darstellung der Ableitungsfunktion f'. Der Graph der Funktion f' muss erkennbar die Form einer nach oben offenen Parabel haben und die x-Achse an den beiden Stellen schneiden, bei denen die Funktion f die Extremstellen hat. Der Graph einer entsprechenden Funktion f', der über das Intervall $[x_1; x_2]$ hinaus gezeichnet ist, ist ebenfalls als richtig zu werten.

AN 3.2 - 15 Differenzieren einer Exponentialfunktion - OA - Matura NT 1 16/17

68. Gegeben ist eine Funktion f mit $f(x) = e^{\lambda \cdot x}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$. ____/1

AN 3.2

Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen der Funktion f und ihrer Ableitungsfunktion f'.



Gib den Wert des Parameters λ an!

$\lambda =$ -0,5

Toleranzintervall: $[-0{,}55; -0{,}45]$

AN 3.3 - 1 Eigenschaften einer Polynomfunktion - LT - BIFIE

69. Eine Polynomfunktion dritten Grades f hat die Gleichung $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$. ____/1 AN 3.3

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die Funktion f besitzt genau eine ____①____ , weil es genau ein $x \in \mathbb{R}$ gibt, für das ____②____ gilt

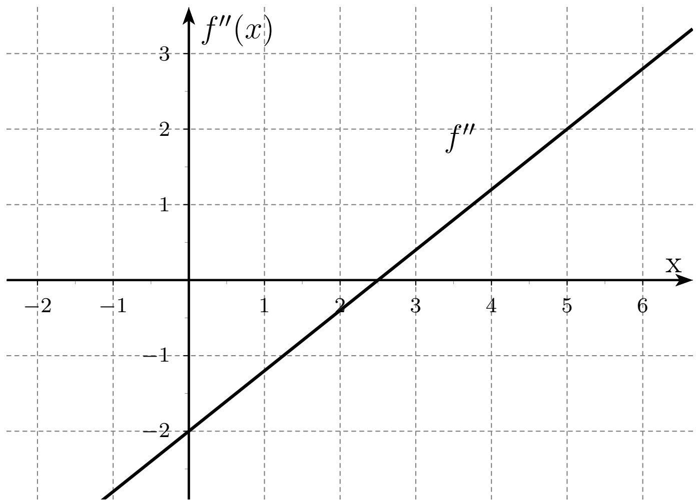
①	
Nullstelle	☐
lokale Extremstelle	☐
Wendestelle	☒

②	
$f(x) = 0$ und $f'(x) \neq 0$	☐
$f'(x) = 0$ und $f''(x) = 0$	☐
$f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$	☒

AN 3.3 - 2 Zweite Ableitung einer Funktion - MC - BIFIE

70. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion f'' einer Polynomfunktion f dargestellt: ____/1

AN 3.3



Welche Aussage lässt sich aus dieser Information eindeutig schließen?

Kreuze die zutreffende Aussage an.

Die Funktion f hat im Intervall $[-1; 1]$ eine Nullstelle.	
Die Funktion f hat im Intervall $[-1; 1]$ eine lokale Extremstelle.	
Die Funktion f hat im Intervall $[-1; 1]$ eine Wendestelle.	
Die Funktion f ist im Intervall $[-1; 1]$ streng monoton steigend.	
Die Funktion f ändert im Intervall $[-1; 1]$ ihr Monotonieverhalten.	
Der Graph der Funktion f ist im Intervall $[-1; 1]$ rechts gekrümmt (negativ gekrümmt).	⊠

AN 3.3 - 3 Lokale Extrema - MC - BIFIE

71. Von einer Polynomfunktion f dritten Grades sind die beiden lokalen Extrempunkte $E_1 = (0/-4)$ und $E_2 = (4/0)$ bekannt. ____/1 AN 3.3

Welche Bedingungen müssen in diesem Zusammenhang erfüllt sein? Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

$f(0) = 4$	⊠
$f'(0) = 0$	⊠
$f(-4) = 0$	
$f'(4) = 0$	⊠
$f''(0) = 0$	

AN 3.3 - 4 Ermittlung einer Funktionsgleichung - OA - BIFIE

72. Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = x^2 + bx + c$ mit $b, c \in \mathbb{R}$. Der Graph der Funktion f verläuft durch den Ursprung. Die Steigung der Funktion im Ursprung hat den Wert null. ____/1 AN 3.3

Ermittle die Werte der Parameter b und c und gib die Gleichung der Funktion f an!

Die Funktion f verläuft durch den Koordinatenursprung, daher gilt: $f(0) = 0 \Rightarrow c = 0$. Die Steigung der Funktion im Koordinatenursprung hat den Wert null, daher gilt: $f'(0) = 0 \Rightarrow b = 0$.

Die gesuchte Funktionsgleichung lautet daher: $f(x) = x^2$.

AN 3.3 - 5 Steigung einer Funktion - OA - BIFIE

73. Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 4x + 5$. ____/1

AN 3.3

Berechne den Wert der Steigung der Funktion f an der Stelle $x = 2$.

$f'(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x + 4$

$f'(2) = \frac{3}{4} \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 4 = 13$

Der Wert der Steigung der Funktion f an der Stelle $x = 2$ ist 13.

AN 3.3 - 6 Kostenkehre - OA - BIFIE

74. In einem Betrieb können die Kosten zur Herstellung eines Produkts in einem bestimmten Intervall näherungsweise durch die Funktion K mit der Gleichung $K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ und $a > 0$ beschrieben werden ($K(x)$ in €, x in mg). ____/1

AN 3.3

Begründe, warum es bei dieser Modellierung durch eine Polynomfunktion dritten Grades genau eine Stelle gibt, bei der die Funktion von einem degressiven Kostenverlauf in einen progressiven Kostenverlauf übergeht.

Der Übergang von einem degressiven in einen progressiven Kostenverlauf (die Kostenkehre) der Funktion K wird durch $K''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b = 0$ berechnet. $6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b = 0$ ist (für $a > 0$) eine lineare Gleichung mit genau einer Lösung bei $x = -\dfrac{b}{3 \cdot a}$, wobei $K'''\left(-\dfrac{b}{3 \cdot a}\right) = 6 \cdot a \neq 0$.

Daraus folgt, dass es nur eine Kostenkehre gibt.

AN 3.3 - 7 Wendepunkt - OA - BIFIE

75. Gegeben sind die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 4x + 5$ sowie die Gleichung der dritten Ableitungsfunktion $f'''(x) = \frac{3}{2} \neq 0$. ____/1 AN 3.3

Berechne die Koordinaten des Wendepunktes der Funktion f.

$f''(x) = \frac{3}{2}x + 3 = 0 \Rightarrow x = -2$

$f(-2) = \frac{1}{4} \cdot (-8) + \frac{3}{2} \cdot 4 + 4 \cdot (-2) + 5 = 1 \Rightarrow$

Die Koordinaten des Wendepunktes lauten daher $W = (-2|1)$.

Die Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn beide Koordinaten des Wendepunktes korrekt angegeben sind.

AN 3.3 - 8 Berührung zweier Funktionsgraphen - MC - BIFIE

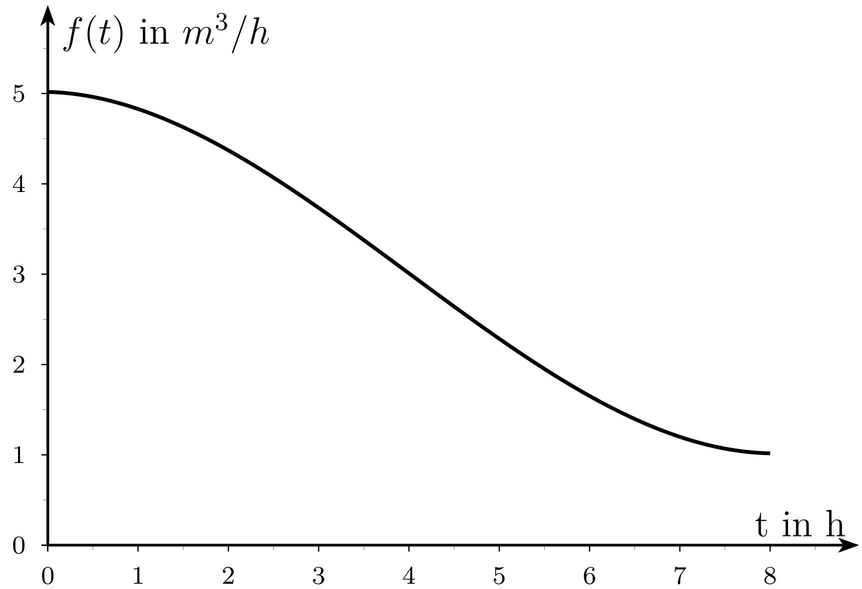
76. Die Graphen zweier Funktionen f und g berühren einander im Punkt $P = (x_1/y_1)$. Für die Funktion f gilt: Die Tangente P schließt mit der x-Achse einen Winkel von 45° ein und hat einen positiven Anstieg. ____/1 AN 3.3

Welche der angeführten Aussagen folgen jedenfalls aus diesen Bedingungen? Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

$f(x_1) = g(x_1)$	☒
$f'(x_1) = g(x_1)$	
$f(x_1) = 1$	
$g'(x_1) = 1$	☒
$f'(x_1) = g'(x_1) = -1$	

AN 3.3 - 9 Wendestelle - MC - BIFIE

77. Ein Becken wird mit Wasser gefüllt. Die in das Becken zufließende Wassermenge, angegeben in m^3 pro Stunde, kann im Intervall $[0; 8)$ durch die Funktion f beschrieben werden. Die Funktion f hat an der Stelle $t = 4$ eine Wendestelle. ____/1 AN 3.3



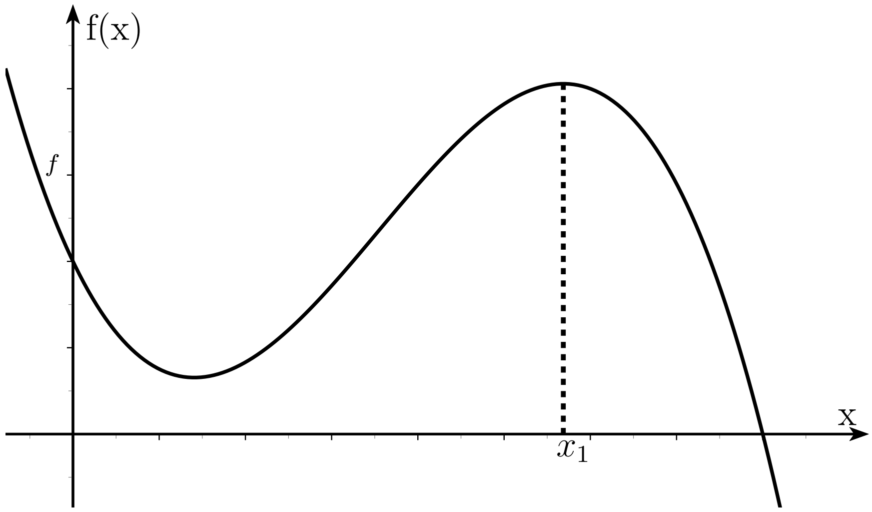
Kreuze die für die Funktion f zutreffende(n) Aussage(n) an!

An der Stelle $t = 4$ geht die Linkskrümmung ($f''(t) > 0$) in eine Rechtskrümmung ($f''(t) < 0$) über.	
An der Stelle $t = 4$ geht die Rechtskrümmung ($f''(t) < 0$) in eine Linkskrümmung ($f''(t) > 0$) über.	☒
Der Wert der zweiten Ableitung der Funktion f an der Stelle 4 ist null.	☒
Es gilt $f''(t) > 0$ für $t > 4$.	☒
Für $t > 4$ sinkt die pro Stunde zufließende Wassermenge.	☒

AN 3.3 - 10 Lokales Maximum - LT - BIFIE

78. Gegeben ist die Polynomfunktion f. ____/1

AN 3.3



Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Wenn ____①____ ist und ____②____ ist, besitzt die gegebene Funktion f an der Stelle x_1 ein lokales Maximum.

①	
$f'(x_1) < 0$	☐
$f'(x_1) = 0$	☒
$f'(x_1) > 0$	☐

②	
$f''(x_1) < 0$	☒
$f''(x_1) = 0$	☐
$f''(x_1) > 0$	☐

AN 3.3 - 11 Pflanzenwachstum - MC - BIFIE

79. Die Höhe h (in cm) von drei verschiedenen Pflanzen in Abhängigkeit von der Zeit t (in Tagen) wurde über einen läneren Zeitraum beobachtet und mittels geeigneter Funktionen h_1 (für die Pflanze 1), h_2 (für die Pflanze 2) und h_3 (für die Pflanze 3) modelliert. Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen der drei Funktionen h_1, h_2 und h_3. ____/1 AN 3.3

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

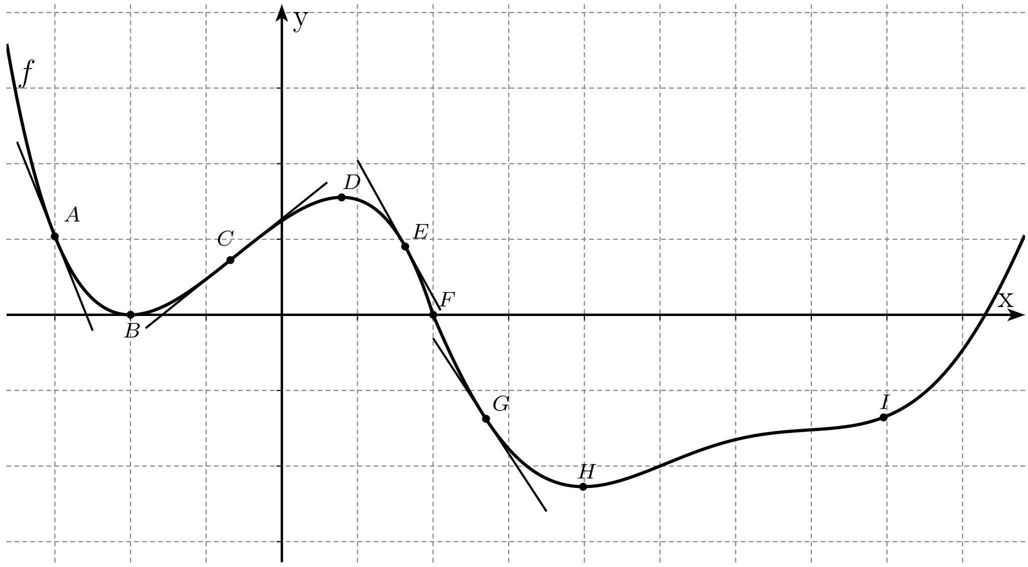
Der Graph der Funktion h_1 ist im Intervall [1;5] links gekrümmt.	☒
Die Wachstumsgeschwindigkeit von Pflanze 1 nimmt im Intervall [11;13] ab.	
Während des Beobachtungszeitraums [0;17] nimmt die Wachstumsgeschwindigkeit von Pflanze 2 ständig zu.	
Für alle Werte $t \in [0; 17]$ gilt $h_3''(t) \leq 0$	☒
Für alle Werte $t \in [3; 8]$ gilt $h_1'(t) < 0$	

AN 3.3 - 12 Lokale Eigenschaften einer Funktion - ZO - BIFIE

80. Gegeben ist der Graph einer Funktion f. ____/1

AN 3.3

Die eingezeichneten Punkte A, B, C, D, E, F, G, H und I liegen auf dem Funktionsgraphen; weiters sind die Tangenten in A, C, E und G eingetragen; in B, D, H und I ist die Tangente horizontal (waagrecht).



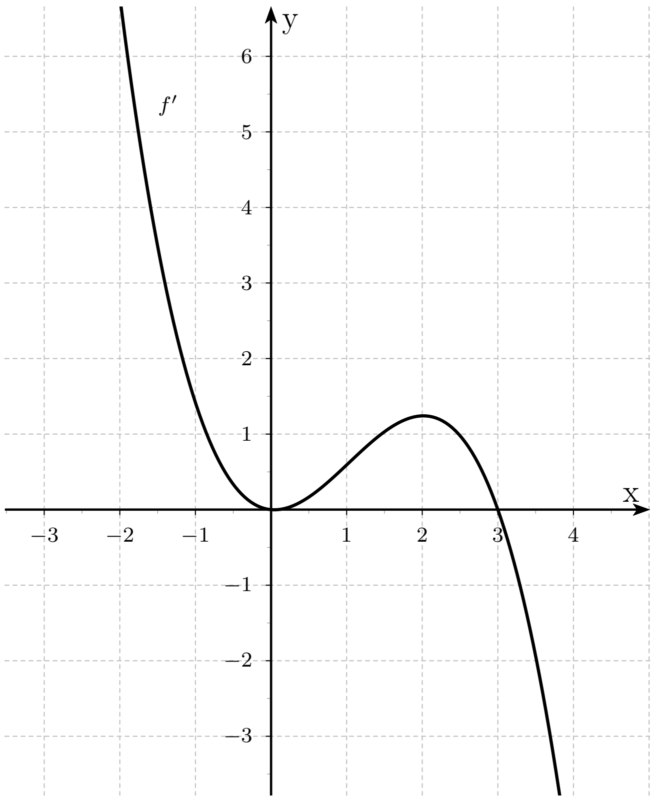
Ordne den angegebenen Eigenschaften jeweils einen der markierten Punkte zu.

$f(x) < 0,\ f'(x) = 0,\ f''(x) < 0$	D
$f(x) > 0,\ f'(x) > 0,\ f''(x) = 0$	C
$f(x) = 0,\ f'(x) = 0,\ f''(x) > 0$	B
$f(x) > 0,\ f'(x) < 0,\ f''(x) > 0$	A

A	A
B	B
C	C
D	D
E	E
F	F

AN 3.3 - 13 Funktionseigenschaften - MC - BIFIE

81. Die Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' einer Polynomfunktion f. ____/1 AN 3.3



Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Funktion f hat an der Stelle $x = 3$ einen lokalen Hochpunkt.	⊠
Die Funktion f ist im Intervall [2;5] streng monoton fallend.	
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 0$ einen Wendepunkt.	⊠
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 0$ eine lokale Extremstelle.	
Die Funktion f ist im Intervall [-2;0] links gekrümmt.	

AN 3.3 - 14 Funktionseigenschaften - MC - BIFIE

82. Gegeben ist eine Polynomfunktion f mit der Funktionsgleichung ____/1

AN 3.3

$$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

mit den Parametern $a \neq 0; a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

Die Funktion f hat einen Hochpunkt im Punkt $H = (2/2)$ und einen Wendepunkt an der Stelle $x_2 = -1$. An der Stelle $x_3 = 3$ hat die Steigung der Funktion den Wert -9.

Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

$f'(3) = -9$	☒
$f(2) = 0$	
$f''(-1) = 0$	☒
$f'(2) = 0$	☒
$f''(2) = 0$	

AN 3.3 - 15 Monotonie - LT - BIFIE

83. Gegeben ist die reelle Funktion f mit $f(x) = x^2 - 2x + 3$. ____/1

AN 3.3

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die Funktion f ist im Intervall [2;3] ____①____ , weil ____②____ .

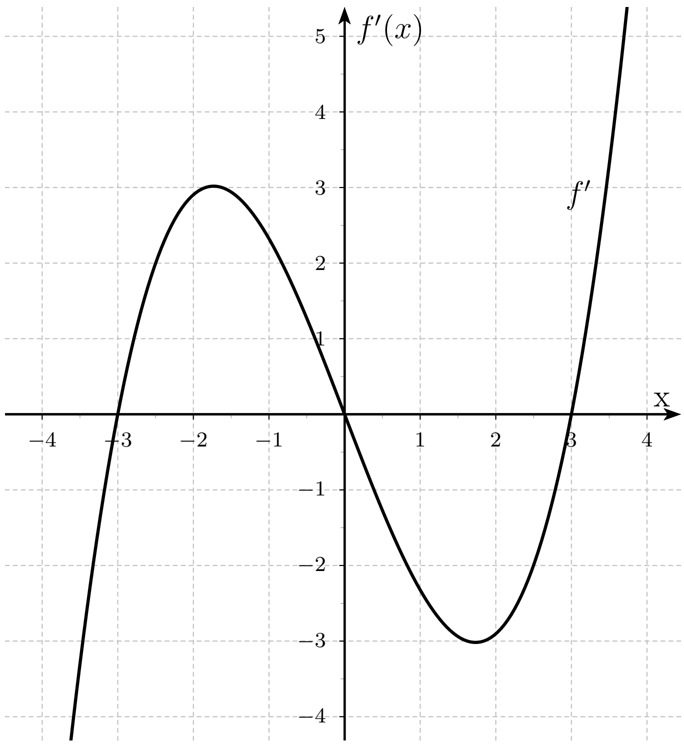
①	
streng monoton fallend	☐
konstant	☐
streng monoton steigend	☒

②	
für alle $x \in [2;3]$ $f''(x) > 0$ gilt	☐
für alle $x \in [2;3]$ $f'(x) > 0$ gilt	☒
es ein $x \in [2;3]$ mit $f'(x) = 0$ gibt	☐

AN 3.3 - 16 Ableitungsfunktion - LT - BIFIE

84. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f dargestellt. ____/1

AN 3.3



Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

Die Funktion f hat im Intervall $[-4; 4]$ drei lokale Extremstellen.	☒
Die Funktion f ist im Intervall $(2; 3)$ streng monoton steigend.	
Die Funktion f hat im Intervall $[-3; 0]$ eine Wendestelle.	☒
Die Funktion f'' hat im Intervall $[-3; 3]$ zwei Nullstellen.	☒
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 0$ ein lokales Minimum.	

AN 3.3 - 17 Charakteristika einer Polynomfunktion - LT - BIFIE

85. Von einer Polynomfunktion f ist Folgendes bekannt: $f(2) = 0, f'(2) = 0$ und $f''(2) = 1$. ____/1 AN 3.3

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

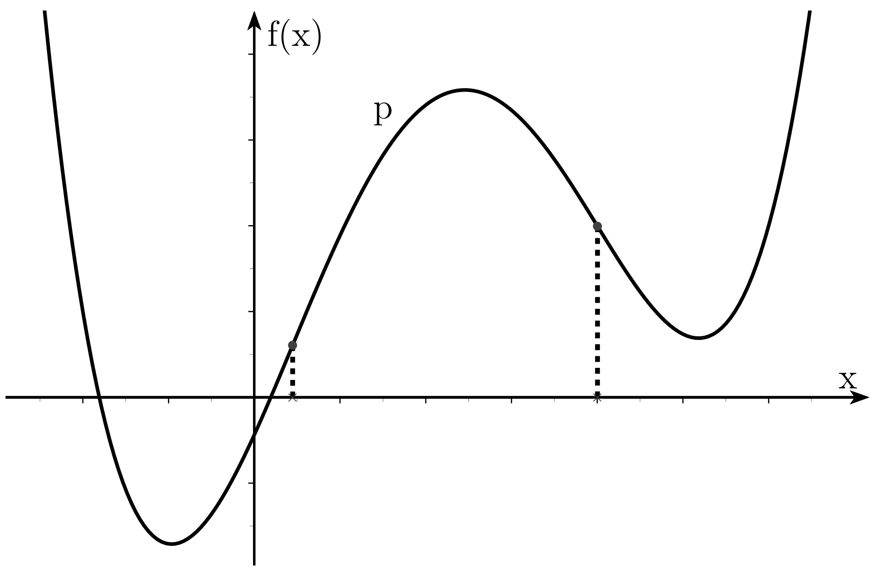
f hat an der Stelle ____①____ sicher ____②____ .

①	
$x = 0$	☐
$x = 1$	☐
$x = 2$	☒

②	
ein lokales Minimum	☒
ein lokales Maximum	☐
eine Wendestelle	☐

AN 3.3 - 18 Kennzeichnung von x-Werten - OA - BIFIE

86. Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion p vierten Grades. ____/1 AN 3.3



Kennzeichne alle Stellen <u>auf der x-Achse</u>, für die $p''(x) = 0$ gilt!

AN 3.3 - 19 Wachstumsgeschwindigkeit - LT - BIFIE

87. Das Wachstum einer Bakterienkultur wird durch eine Funktion N beschrieben. Dabei gibt $N(t)$ die Anzahl der Bakterien zum Zeitpunkt t (t in Stunden) an. ____/1 AN 3.3

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Wenn ______①______ positiv sind, erfolgt das Bakterienwachstum im Intervall [a;b] ______②______ .

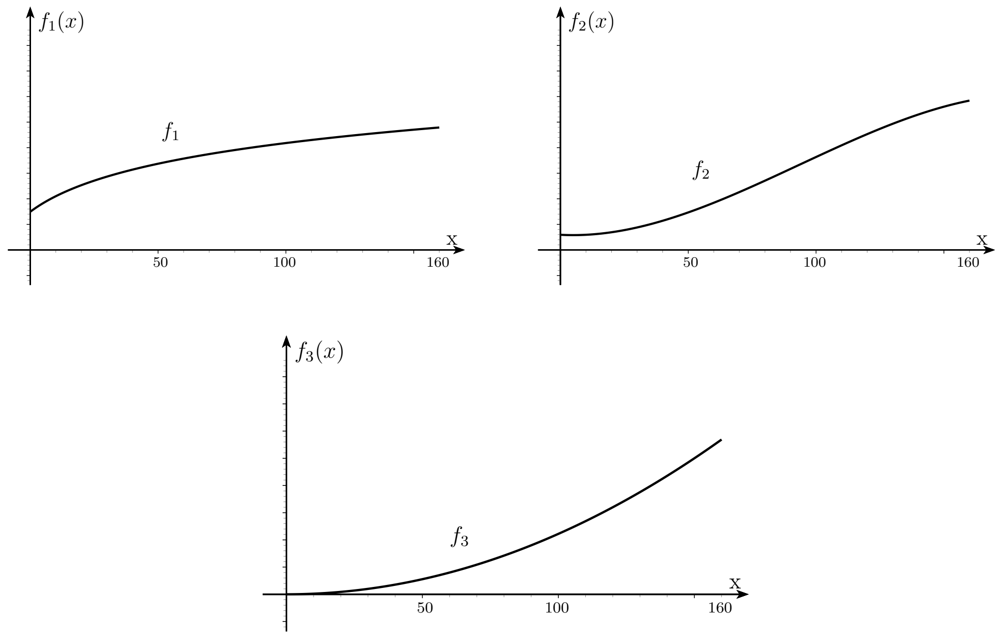
①	
die Funktionswerte $N(t)$ für $t \in [a;b]$	☐
die Funktionswerte $N'(t)$ für $t \in [a;b]$	☐
die Funktionswerte $N''(t)$ für $t \in [a;b]$	☒

②	
immer schneller	☒
immer langsamer	☐
gleich schnell	☐

AN 3.3 - 20 Ableitungsfunktionen - MC - BIFIE

88. Die nachstehenden Abbildungen zeigen die Graphen von drei Funktionen f_1, f_2, f_3 im Intervall $[0; 160]$. ____/1

AN 3.3



Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

Die Funktionswerte von f_1' sind im Intervall $[0; 160]$ negativ.	
Der Wert des Differenzialquotienten von f_3 wächst im Intervall $[0; 160]$ mit wachsendem x.	⊠
Die Funktion f_2'' hat im Intervall $(0; 160)$ genau eine Nullstelle.	⊠
Die Funktionswerte von f_3'' sind im Intervall $[0; 160]$ negativ.	
Die Funktion f_1' ist im Intervall $[0; 160]$ streng monoton fallend.	⊠

AN 3.3 - 21 Nachweis eines lokalen Minimums - OA - Matura 2015/16 - Haupttermin

89. Gegeben ist eine Polynomfunktion p mit $p(x) = x^3 - 3 \cdot x + 2$. Die erste Ableitung p' mit $p'(x) = 3 \cdot x^2 - 3$ hat an der Stelle $x = 1$ den Wert null. ____/1 AN 3.3

Zeige rechnerisch, dass p an dieser Stelle ein lokales Minimum (d. h. ihr Graph dort einen Tiefpunkt) hat.

Möglicher rechnerischer Nachweis:

$p''(x) = 6x$

$p''(1) = 6 > 0 \Rightarrow$ An der Stelle 1 liegt ein lokales Minimum vor.

AN 3.3 - 22 Funktionswerttabelle - OA - BIFIE - Kompetenzcheck 2016

90. In der nachstehenden Tabelle sind Funktionswerte einer Polynomfunktion f dritten Grades sowie ihrer Ableitungsfunktionen f' und f'' angegeben. ____/1 AN 3.3

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	-2	2	0	-2	2
$f'(x)$	9	0	-3	0	9
$f''(x)$	-12	-6	0	6	12

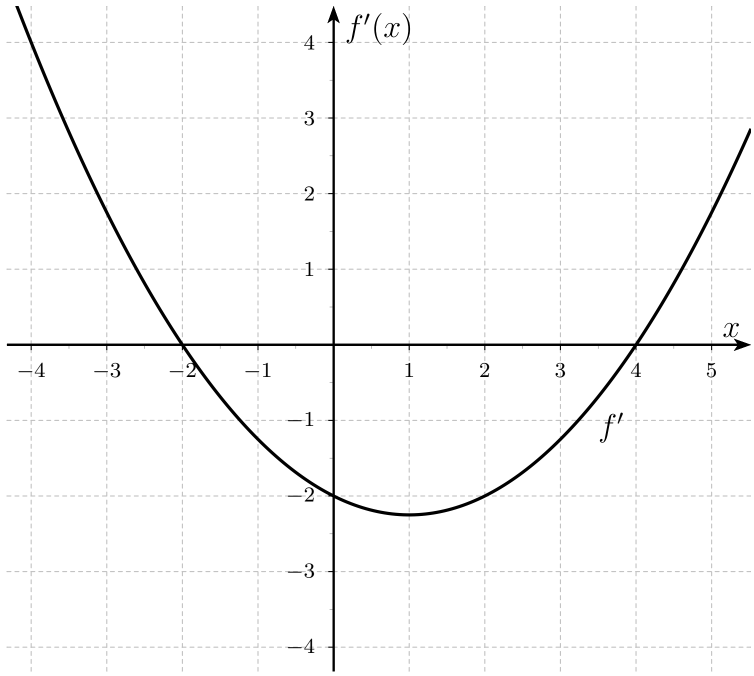
Gib an, an welchen Stellen des Intervalls $(0; 4)$ die Funktion f jedenfalls lokale Extremstellen besitzt.

Die Stellen $x_1 = 1$ und $x_2 = 3$ sind lokale Extremstellen der Funktion f.

AN 3.3 - 23 Graph einer Ableitungsfunktion - MC - Matura 2014/15 - Haupttermin

91. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' mit $f'(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2 - \frac{1}{2} \cdot x - 2$ einer Polynomfunktion f. ____/1

AN 3.3

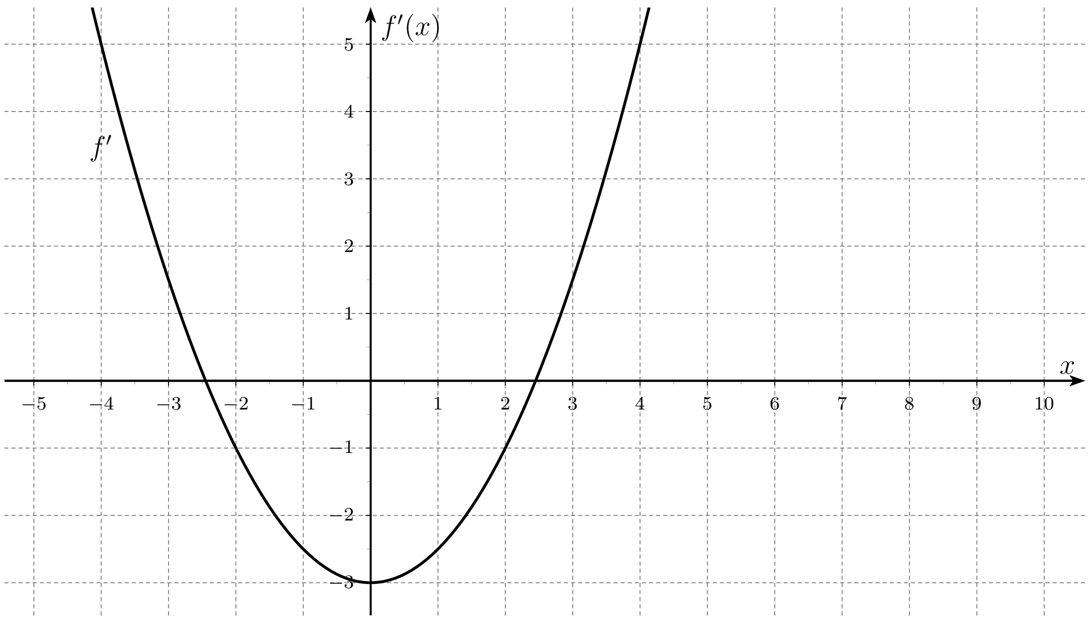


Welche der folgenden Aussagen über die Funktion f sind richtig?
Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Die Funktion f hat im Intervall $[-4; 5]$ zwei lokale Extremstellen.	⊠
Die Funktion f ist im Intervall $[1; 2]$ monoton steigend.	
Die Funktion f ist im Intervall $[-4; -2]$ monoton fallend.	
Die Funktion f ist im Intervall $[-4; 0]$ linksgekrümmt (d.h. $f''(x) > 0$ für alle $x \in [-4; 0]$).	
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 1$ eine Wendestelle.	⊠

AN 3.3 - 24 Graph einer Ableitungsfunktion - MC - Matura 2014/15 - Nebentermin 1

92. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f. Die Funktion f' ist eine Polynomfunktion zweiten Grades. ____/1 AN 3.3



Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Die Funktion f ist eine Polynomfunktion dritten Grades.	☒
Die Funktion f ist im Intervall $[0; 4]$ streng monoton steigend	
Die Funktion f ist im Intervall $[-4; -3]$ streng monoton fallend.	
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 0$ eine Wendestelle	☒
Die Funktion f ist im Intervall $[-4; 4]$ links gekrümmt.	

AN 3.3 - 25 Gewinn und Kosten - OA - Matura 2014/15 - Kompensationsprüfung

93. Gegeben ist die Gewinnfunktion G mit der Gleichung $G(x) = x^2 - 90 \cdot x - 1800$. Dabei wird x in Stück und $G(x)$ in Euro angegeben. ____/1 AN 3.3

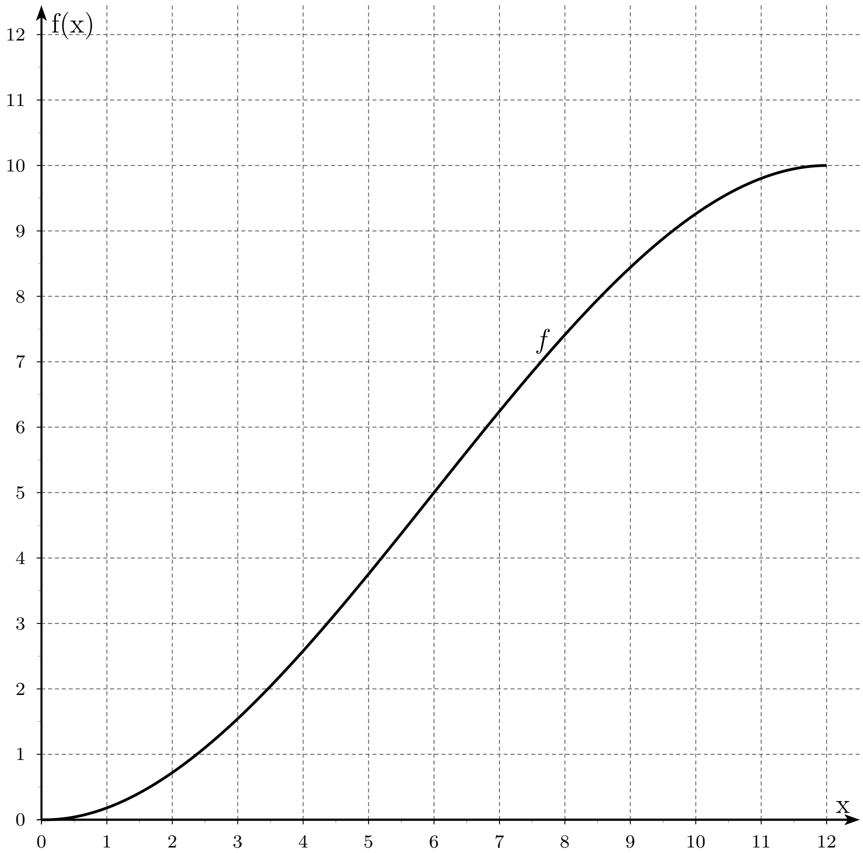
    Berechne den maximalen Gewinn.

    $G'(x) = -2 \cdot x + 90$
    $G'(x) = 0$
    $x = 45$
    $G(45) = 225$
    Der maximale Gewinn beträgt € 225

AN 3.3 - 26 Differenzierbare Funktion - MC - Matura 2015/16 - Nebentermin 1

94. Die nachstehende Abbildung zeigt den Ausschnitt eines Graphen einer Polynomfunktion f. Die Tangentensteigung an der Stelle $x = 6$ ist maximal. ____/1

AN 3.3



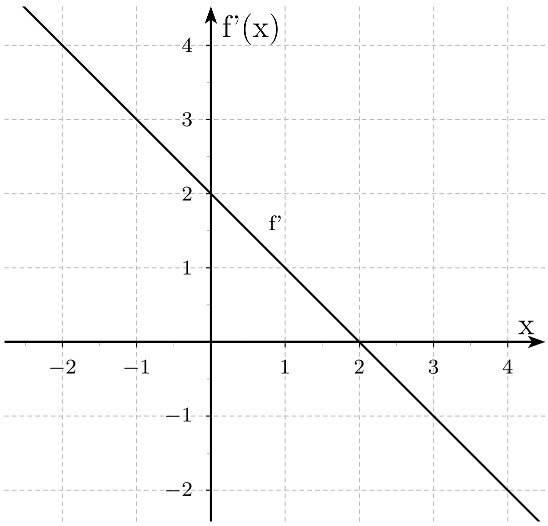
Kreuze die beiden für die gegebene Funktion f zutreffenden Aussagen an.

$f''(6) = 0$	☒
$f''(11) < 0$	☒
$f''(2) < f''(10)$	
$f'(6) = 0$	
$f'(7) < f'(10)$	

AN 3.3 - 27 Eigenschaften einer Funktion - MC - Matura 2013/14 Haupttermin

95. Von einer rellen Polynomfunktion f sind der Graph und die Funktionsgleichung der Ableitungsfunktion f' gegeben: $f'(x) = -x + 2$. ____/1

AN 3.3



Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Stelle $x_1 = 0$ ist eine Wendestelle von f.	
Im Intervall $[0; 1]$ ist f streng monoton fallend.	
Die Tangente an den Graphen der Funktion f im Punkt $(0 \vert f(0))$ hat die Steigung 2.	⊠
Die Stelle $x_2 = 2$ ist eine lokale Maximumstelle von f.	⊠
Der Graph der Funktion f weist im Intervall $[2; 3]$ eine Linkskrümmung (positive Krümmung) auf.	

AN 3.3 - 28 Extremstelle - MC - Matura 2013/14 1. Nebentermin

96. Die Ermittlung lokaler Extremstellen einer Polynomfunktion f erfolgt häufig mithilfe der Differenzialrechnung. ____/1 AN 3.3

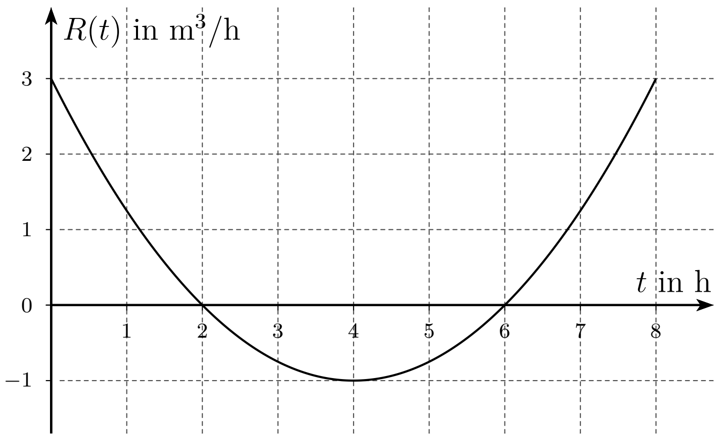
Kreuze die beiden Aussagen an, die stets zutreffend sind!

Wenn x_0 eine lokale Extremstelle von f ist, dann wechselt die Funktion an der Stelle x_0 das Krümmungsverhalten.	
Wenn x_0 eine lokale Extremstelle von f ist, dann ist $f''(x_0) = 0$.	
Wenn die Funktion f bei x_0 das Monotonieverhalten ändert, dann liegt bei x_0 eine lokale Extremstelle von f.	☒
Wenn x_0 eine lokale Extremstelle von f ist, dann ist $f'(x_0) = 0$.	☒
Wenn x_0 eine lokale Extremstelle von f ist, dann ist $f'(x)$ für $x < x_0$ immer negativ und für $x > x_0$ immer positiv.	

AN 3.3 - 29 Wassermenge in einem Behälter - MC - Matura 2016/17 - Haupttermin

97. In der nachstehenden Abbildung ist die momentane Änderungsrate R der Wassermenge in einem Behälter (in m^3/h) in Abhängigkeit von der Zeit t dargestellt. ____/1

AN 3.3



Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen über die Wassermenge im Behälter an.

Zum Zeitpunkt $t = 6$ befindet sich weniger Wasser im Behälter als zum Zeitpunkt $t = 2$.	☒
Im Zeitintervall $(6; 8)$ nimmt die Wassermenge im Behälter zu.	☒
Zum Zeitpunkt $t = 2$ befindet sich kein Wasser im Behälter.	
Im Zeitintervall $(0; 2)$ nimmt die Wassermenge im Behälter ab.	
Zum Zeitpunkt $t = 4$ befindet sich am wenigsten Wasser im Behälter.	

AN 3.3 - 30 Zeit-Weg-Funktion - MC - Matura NT 1 16/17

98. Die geradlinige Bewegung eines Autos wird mithilfe der Zeit-Weg-Funktion s beschrieben. Innerhalb des Beobachtungszeitraums ist die Funktion s streng monoton wachsend und rechtsgekrümmt. ____/1 AN 3.3

Kreuze die beiden für diesen Beobachtungszeitraum zutreffenden Aussagen an!

Die Geschwindigkeit des Autos wird immer größer.	☐
Die Funktionswerte von s' sind negativ.	☐
Die Funktionswerte von s'' sind negativ.	☒
Der Wert des Differenzenquotienten von s im Beobachtungszeitraum ist negativ.	☐
Der Wert des Differenzialquotienten von s wird immer kleiner.	☒

AN 4.1 - 1 Erklärung des bestimmten Integrals - LT - BIFIE

99. Der Begriff des bestimmten Integrals soll erklärt werden. ____/1 AN 4.1

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

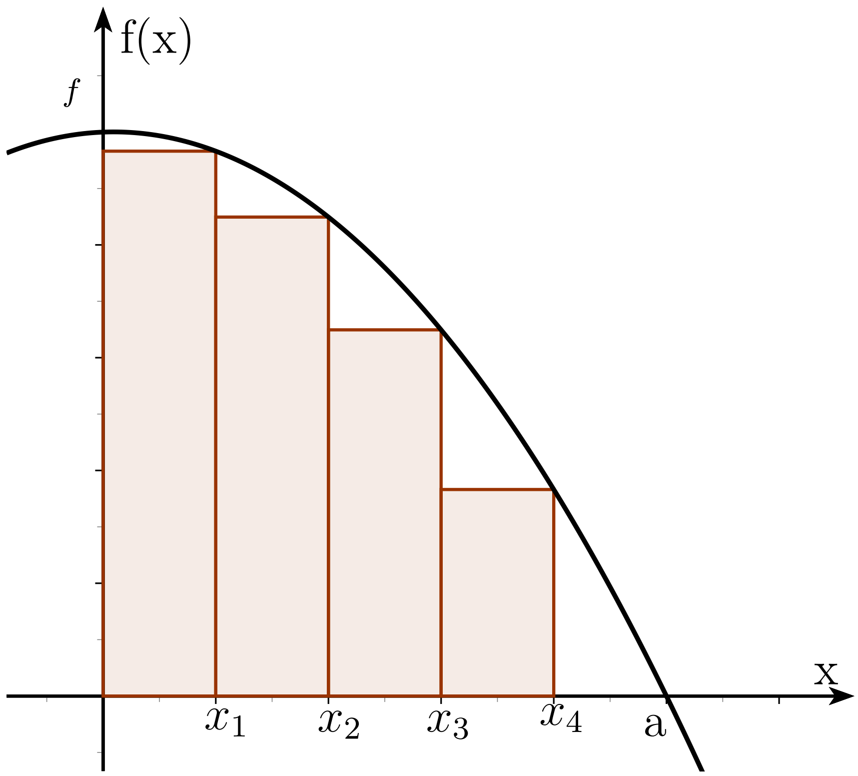
Ein bestimmtes Integral kann als ____①____ einer/eines ____②____ gedeutet werden.

①	
Summe	☐
Produkt	☐
Grenzwert	☒

②	
Grenzwertes von Summen	☐
Summe von Produkten	☒
Produktes von Grenzwerten	☐

AN 4.1 - 2 Untersumme - OA - BIFIE

100. Der Graph der in der nachstehenden Abbildung dargestellten Funktion f schließt mit der x-Achse im 1. Quadranten ein Flächenstück. ____/1 AN 4.1



Der Inhalt a dieses Flächenstücks kann mit dem Ausdruck $f(x_1) \cdot \Delta x + f(x_2) \cdot \Delta x + f(x_3) \cdot \Delta x + f(x_4) \cdot \Delta x$

näherungsweise berechnet werden.

Gib die geometrische Bedeutung der Variablen Δx an und beschreibe den Einfluss der Anzahl der Teilintervalle $[x_i; x_{i+1}]$ von $[0; a]$ auf die Genauigkeit des Näherungswertes für den Flächeninhalt A!

Δx ist die Breite (bzw. Länge) der dargestellten Rechtecke. je größer die Anzahl der Teilintervalle von $[0; a]$ ist, desto genauer ist der Näherungswert.

AN 4.2 - 1 Unbestimmtes Integral - MC - BIFIE

101. Gegeben sind Aussagen über die Lösung eines unbestimmten Integrals. Nur eine Rechnung ist richtig. Die Integrationskonstante wird in allen Fällen mit $c = 0$ angenommen. ____/1 AN 4.2

Kreuze die korrekte Rechnung an!

$\int 3 \cdot (2x+5)dx = (6x+5)^2$	
$\int 3 \cdot (2x+5)dx = 3x^2 + 5x$	
$\int 3 \cdot (2x+5)dx = (6x+15)^2$	
$\int 3 \cdot (2x+5)dx = 3 \cdot (x^2 + 5x)$	☒
$\int 3 \cdot (2x+5)dx = 3x^2 + 15$	
$\int 3 \cdot (2x+5)dx = 6x^2 + 15x$	

AN 4.2 - 2 Integral Berechnen - OA - BIFIE

102. Berechne: ____/1 AN 4.2

$$\int (ah^3 + a^2)dh$$

$\frac{ah^4}{4} + a^2h + C$ (mit $C \in \mathbb{R}$)

AN 4.2 - 3 Integrationsregeln - MC - BIFIE

103. Es sei f eine reelle Funktion und a eine reelle Zahl. ____/1

AN 4.2

Kreuze die beiden zutreffenden Gleichungen an.

$\int a \cdot f(x)dx = a \cdot \int f(x)dx$	⊠
$\int f(a \cdot x)dx = \int f(a)dx \cdot \int f(x)dx$	
$\int (a + f(x))dx = \int a \cdot dx + \int f(x)dx$	⊠
$\int f(a + x)dx = \int f(a)dx + \int f(x)dx$	
$\int f(x)^2 dx = \frac{f(x)^3}{3} + c$	

AN 4.2 - 4 Stammfunktion der Exponentialfunktion - MC - BIFIE - Kompetenzcheck 2016

104. Gegeben ist eine Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(x) = e^{2\cdot x}$. ____/1

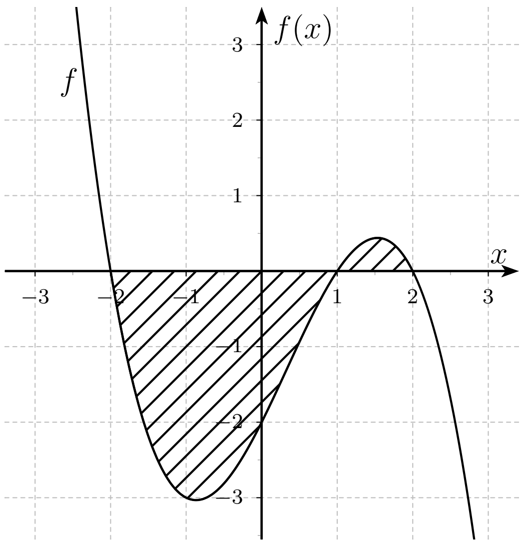
AN 4.2

Welche von den unten durch ihre Funktionsgleichungen angegebenen Funktionen F ist Stammfunktionen von f und verläuft durch den Punkt $P = (0/1)$? Kreuze die zutreffende Antwort an.

$F(x) = e^{2\cdot x} + \frac{1}{2}$	
$F(x) = 2 \cdot e^{2\cdot x} - 1$	
$F(x) = 2 \cdot e^{2\cdot x}$	
$F(x) = \dfrac{e^{2\cdot x}}{2} + \dfrac{1}{2}$	⊠
$F(x) = e^{2\cdot x}$	
$F(x) = \dfrac{e^{2\cdot x}}{2}$	

AN 4.2 - 5 Integral einer Funktion f - OA - Matura 2014/15 - Haupttermin

105. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Polynomfunktion f. Alle Nullstellen sind ganzzahlig. Die Fläche, die vom Graphen der Funktion f und der x-Achse begrenzt wird, ist schraffiert dargestellt. A bezeichnet die Summe der beiden schraffierten Flächeninhalte. ____/1 AN 4.2



Gib einen korrekten Ausdruck für A mithilfe der Integralschreibweise an.

$A =$ ____________________

$$A = \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$$

oder:

$$A = \int_{-2}^{2} |f(x)|\,\mathrm{d}x$$

AN 4.2 - 6 Integrationsregeln - MC - Matura 2014/15 - Nebentermin 1

106. Zwei nachstehend angeführt Gleichungen sind für alle Polynomfunktionen f und bei beliebiger Wahl der Integrationsgrenzen a und b (mit $a < b$) richtig. ____/1 AN 4.2

Kreuze die beiden zutreffenden Gleichungen an.

$\int_a^b (f(x) + x)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b x\,dx$	☒
$\int_a^b f(2 \cdot x)\,dx = \frac{1}{2} \cdot \int_a^b f(x)\,dx$	
$\int_a^b (1 - f(x))\,dx = x - \int_a^b f(x)\,dx$	
$\int_a^b (f(x) + 2)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + 2$	
$\int_a^b (3 \cdot f(x))\,dx = 3 \cdot \int_a^b f(x)\,dx$	☒

AN 4.2 - 7 Integral - MC - Matura 2015/16 - Nebentermin 1

107. Gegeben ist das bestimmte Integral ____/1

AN 4.2

$$I = \int_0^a (25 \cdot x^2 + 3)\, dx \text{ mit } a \in \mathbb{R}^+.$$

Kreuze die beiden Ausdrücke an, die für alle $a > 0$ denselben Wert wie I haben.

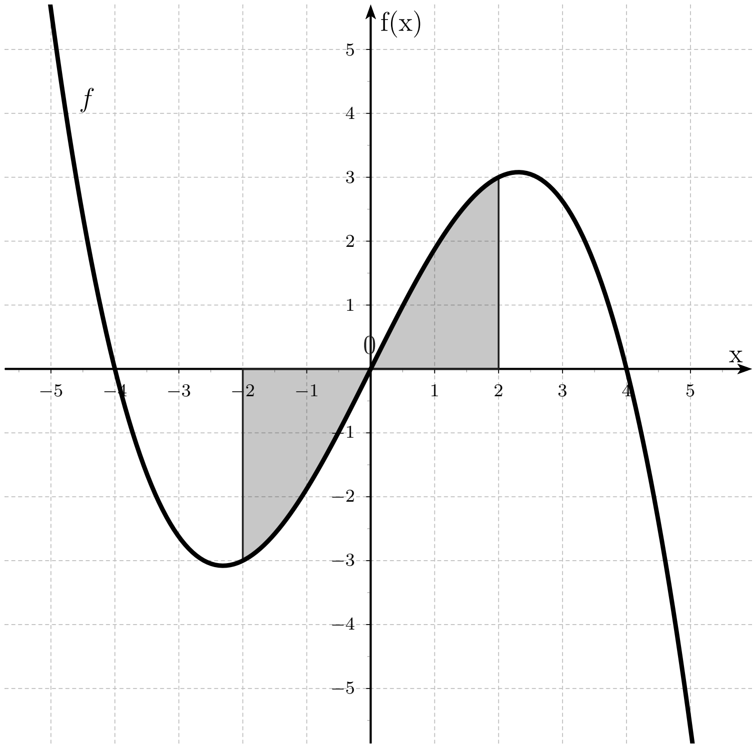
$25 \cdot \int_0^a x^2\, dx + \int_0^a 3\, dx$	☒
$\int_0^a 25\, dx \cdot \int_0^a x^2\, dx + \int_0^a 3\, dx$	
$\int_0^a 25 \cdot x^2\, dx + 3$	
$\frac{25 \cdot a^3}{3} + 3 \cdot a$	☒
$50 \cdot a$	

AN 4.2 - 8 Flächeninhalt - OA - Matura NT 2 15/16

108. Abgebildet ist ein Ausschnitt des Graphen der Polynomfunktion f mit $f(x) = -\frac{x^3}{8} + 2 \cdot x$. ____/1

AN 4.2

Die Fläche zwischen dem Graphen der Funktion f und der x-Achse im Intervall $[-2; 2]$ ist grau markiert.



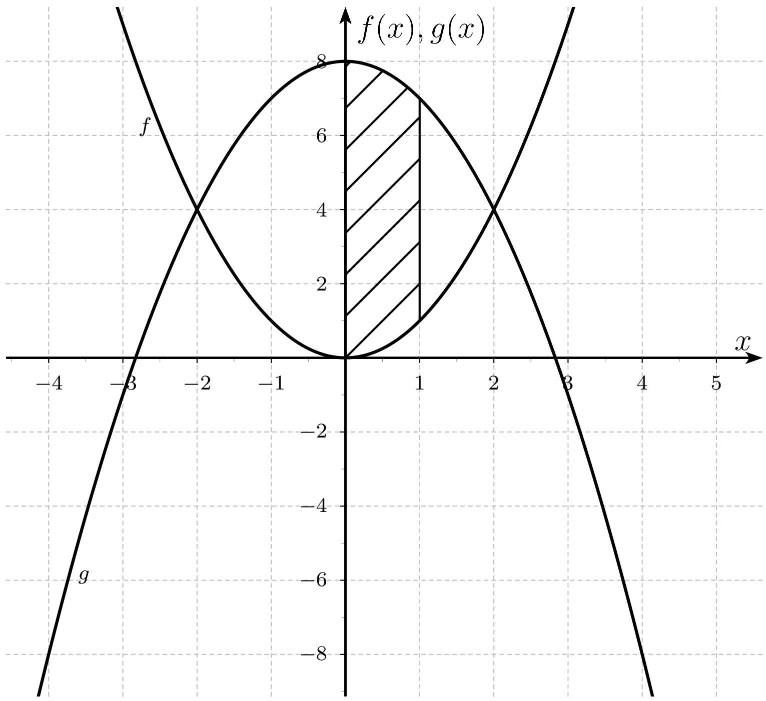
Brechne den Inhalt der grau markierten Fläche!

$$2 \cdot \int_0^2 f(x)dx = 7$$

AN 4.2 - 9 Schnitt zweier Funktionen - OA - Matura 2013/14 Haupttermin

109. Gegeben sind die beiden rellen Funktionen f und g mit den Gleichungen $f(x) = x^2$ und $g(x) = -x^2 + 8$. ____/1 AN 4.2

Im nachstehenden Koordinatensystem sind die Graphen der beiden Funktionen f und g dargestellt. Schraffiere jene Fläche, deren Größe A mit $A = \int_0^1 g(x)\mathrm{d}x$-$\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ berechnet werden kann!

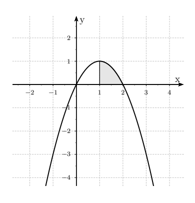
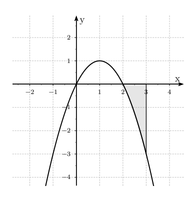
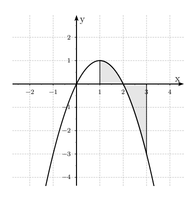
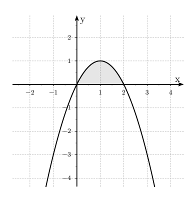


AN 4.3 - 1 Bestimmte Integrale - ZO - BIFIE

110. Gegeben ist die Funktion $f(x) = -x^2 + 2x$. ____/1

AN 4.3

Die nachstehende Tabelle zeigt Graphen der Funktion mit unterschiedlich schraffierten Flächenstücken. Beurteile, ob die nachstehend angeführten Integrale den Flächeninhalt einer der markierten Flächen ergeben und ordne entsprechend zu!

	F
	E
	C
	A

A	$2 \cdot \int_1^2 (-x^2 + 2x)dx$
B	$\int_1^3 (-x^2 + 2x)dx$
C	$\int_1^2 (-x^2 + 2x)dx + \left\lvert \int_2^3 (-x^2 + 2x)dx \right\rvert$
D	$\int_0^1 (-x^2 + 2x)dx - \int_1^2 (-x^2 + 2x)dx$
E	$\left\lvert \int_2^3 (-x^2 + 2x)dx \right\rvert$
F	$\int_1^2 (-x^2 + 2x)dx$

AN 4.3 - 2 Begrenzung einer Fläche - OA - BIFIE

111. Der Inhalt derjenigen Fläche, die vom Graphen der Funkiton $f : x \to x^2$, der positiven x-Achse und der Geraden mit der Gleichung $x = a\,(a \in \mathbb{R})$ eingeschlossen wird, beträgt 72 Flächeneinheiten. ____/1 AN 4.3

Berechne den Wert a!

$$72 = \int_0^a x^2 dx = \frac{x^3}{a}\Big|_0^a = \frac{a^3}{3} \to a^3 = 216 \to a = 6$$

Ein Rechenweg muss erkennbar sein. Die Aufgabe ist als richtig zu werten, wenn der Ansatz

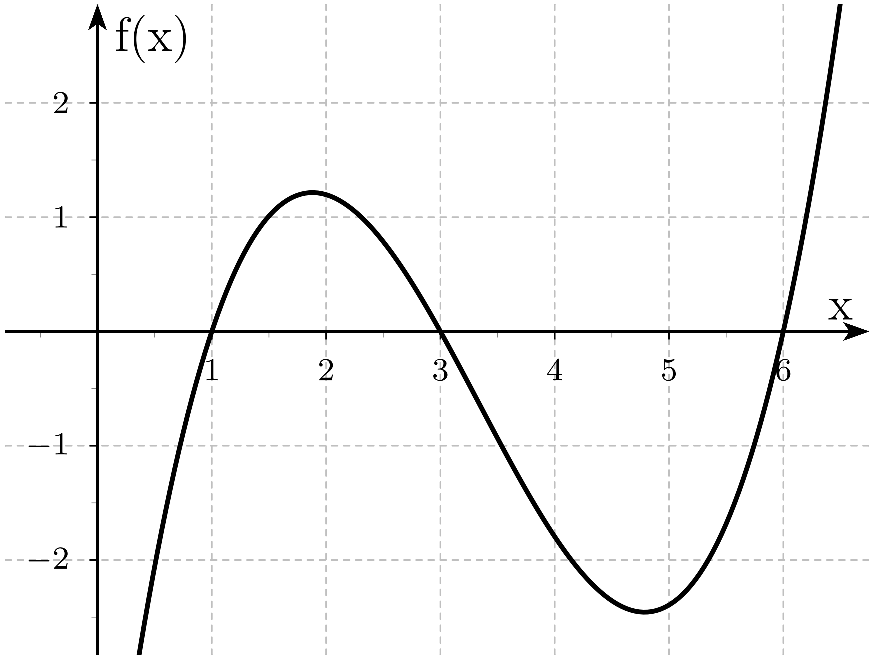
$$72 = \int_0^a x^2 dx$$

korrekt ist und richtig integriert wurde.

AN 4.3 - 3 Aussagen über bestimmte Integrale - MC - BIFIE

112. Die stetige reelle Funktion f mit dem abgebildeten Graphen hat Nullstellen bei $x_1 = 1, x_2 = 3$ und $x_3 = 6$. ____/1

AN 4.3



Welche der folgenden Aussagen ist/sind zutreffend? Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

$\int_1^3 f(x)dx < 2$	☒
$\int_1^6 f(x)dx < 0$	☒
$\left\|\int_3^6 f(x)dx\right\| < 6$	☒
$\int_1^3 f(x)dx + \int_3^6 f(x)dx > 0$	
$\int_1^3 f(x)dx > 0$ und $\int_3^6 f(x)dx < 0$	☒

AN 4.3 - 4 Stahlfeder - OA - BIFIE

113. Um eine Stahlfeder aus der Ruhelage $x_0 = 0$ um x cm zu drehnen, ist die Kraft $F(x)$ erforderlich. ____/1

AN 4.3

Gib an, was in diesem Kontext mit dem Ausdruck

$$\int_0^8 F(x)dx$$

berechnet wird.

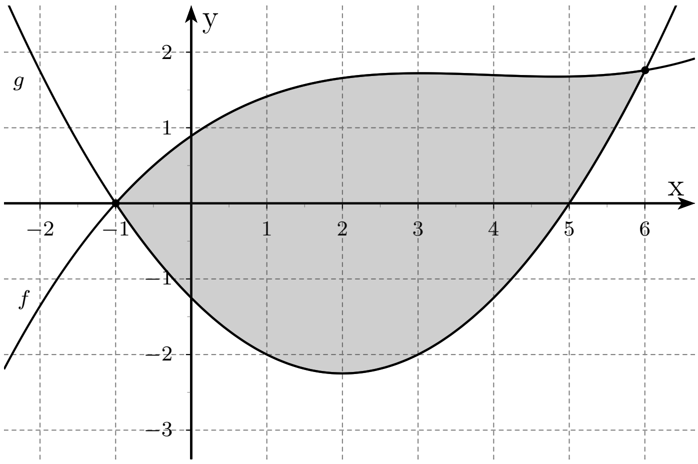
die Arbeit, die verrichtet wird, wenn die Feder aus der Ruhelage um 8 cm gedehnt wird

Ein Punkt für eine sinngemäße richtige Deutung, wobei der Begriff Arbeit und die Ausdehnung um 8 cm angeführt sein müssen.

AN 4.3 - 5 Fläche zwischen zwei Kurven - MC - BIFIE

114. Die Funktionsgraphen von f und g schließen ein gemeinsames Flächenstück ein. ____/1

AN 4.3



Mit welchen der nachstehenden Berechnungsvorschriften kann man den Flächeninhalt des gekennzeichneten Flächenstücks ermitteln?

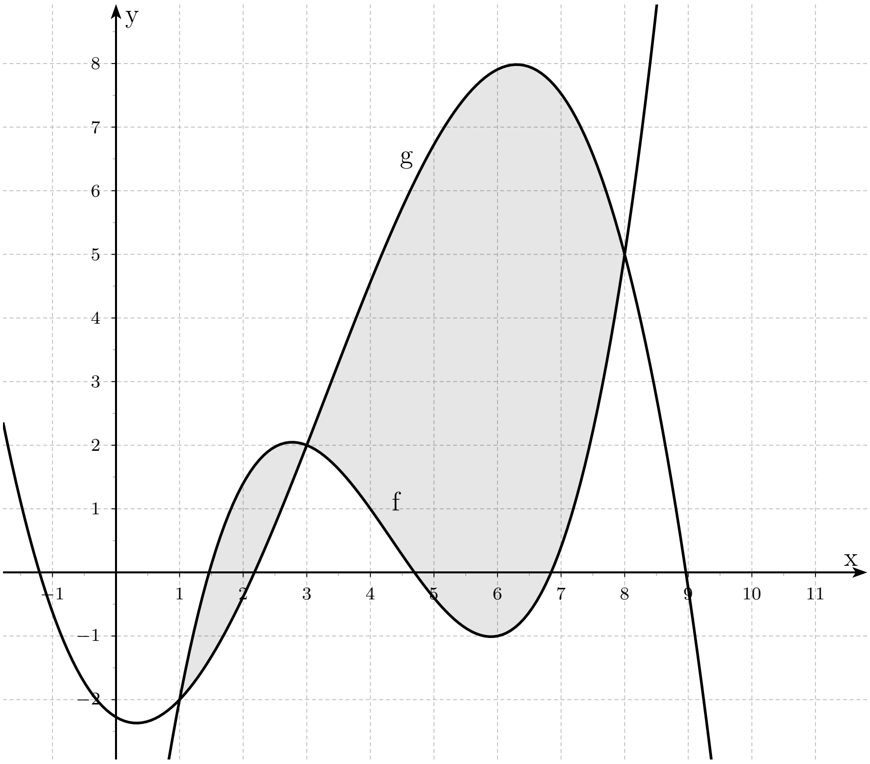
Kreuze die beiden zutreffenden Berechnungsvorschriften an.

$\int_{-1}^{6} [g(x) - f(x)]dx$	
$\int_{-1}^{6} [f(x) - g(x)]dx$	☒
$\int_{-1}^{6} f(x)dx + \int_{5}^{6} g(x)dx - \int_{-1}^{5} g(x)dx$	
$\int_{-1}^{6} f(x)dx + \int_{-1}^{6} g(x)dx$	
$\int_{-1}^{6} f(x)dx - \int_{5}^{6} g(x)dx + \left\lvert\int_{-1}^{5} g(x)dx\right\rvert$	☒

AN 4.3 - 6 Flächenberechnung - MC - BIFIE

115. Die Summe A der Inhalte der beiden von den Graphen der Funktionen f und g eingeschlossenen Flächen soll berechnet werden. ____/1

AN 4.3



Kreuze die zutreffende(n) Formel(n) an!

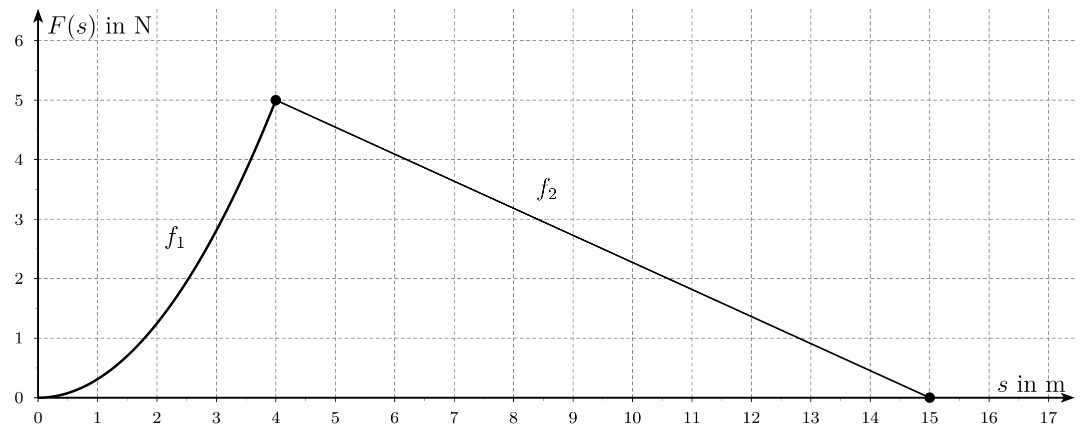
$A = \int_1^8 (f(x) - g(x))dx$	
$A = \int_1^3 (f(x) - g(x))dx + \int_3^8 (g(x) - f(x))dx$	☒
$A = \left\|\int_1^8 (f(x) - g(x))dx\right\|$	
$A = \int_1^3 (f(x) - g(x))dx - \int_3^8 (f(x) - g(x))dx$	☒
$A = \left\|\int_1^3 (f(x) - g(x))dx\right\| + \left\|\int_3^8 (f(x) - g(x))dx\right\|$	☒

AN 4.3 - 7 Arbeit beim Verschieben eines Massestücks - OA - Matura 2015/16 - Haupttermin

116. Ein Massestück wird durch die Einwirkung einer Kraft geradlinig bewegt. Die dazu erforderliche Kraftkomponente in Wegrichtung ist als Funktion des zurückgelegten Weges in der nachstehenden Abbildung dargestellt. Der Weg s wird in Metern (m), die Kraft $F(s)$ in Newton (N) gemessen. ____/1 AN 4.3

Im ersten Wegabschnitt wird $F(s)$ durch f_1 mit $f_1(s) = \frac{5}{16} \cdot s^2$ beschrieben. Im zweiten Abschnitt (f_2) nimmt sie linear auf den Wert null ab.

Koordinaten der hervorgehobenen Punkte des Graphen der Funktion sind ganzzahlig.



Ermittle die Arbeit W in Joule (J), die diese Kraft an dem Massestück verrichtet, wenn es von $s = 0\,\text{m}$ bis zu $s = 15\,\text{m}$ bewegt wird.

$W =$ ________________ J

$W = \int_0^4 \frac{5}{16} \cdot s^2 \, \mathrm{d}s + \frac{5 \cdot 11}{2}$

$W \approx 34{,}17\,\text{J}$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen des Ergebnisses sind ebenfalls als richtig zu werten.

Toleranzintervall: $[34\,J;\ 35\,J]$

AN 4.3 - 8 Integral - OA - Matura 2015/16 - Haupttermin

117. Gegeben ist die Potenzfunktion f mit $f(x) = x^3$. ____/1

AN 4.3

Gin eine Bedingung für die Integrationsgrenzen b und c ($b \neq c$) so an, dass

$$\int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x = 0 \quad \text{gilt.}$$

$b = -c$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe einer korrekten Relation zwischen b und c. Äquivalente Relationen sind als richtig zu werten, ebenso konkrete Beispiele wie $b = -5$ und $c = 5$.

AN 4.3 - 9 Durchflussrate - OA - Matura 2014/15 - Nebentermin 1

118. In einem Wasserrohr wird durch einen Sensor die Durchflussrate (= Durchflussmenge pro Zeiteinheit) gemessen. Die Funktion D ordnet jedem Zeitpunkt t die Durchflussrate $D(t)$ zu. Dabei wird t in Minuten und $D(t)$ in Litern pro Minute angegeben. ____/1

AN 4.3

Gib die Bedeutung der Zahl $\int_{60}^{120} D(t)\,dt$ im vorliegenden Kontext an.

Der Ausdruck beschreibt die durch das Rohr geflossene Wassermenge (in Litern) vom Zeitpunkt $t = 60$ bis zum Zeitpunkt $t = 120$.

AN 4.3 - 10 Bremsweg - OA - Matura 2014/15 - Kompensationsprüfung

119. Ein PKW beginnt zum Zeitpunkt $t = 0$ gleichmäßig zu bremsen. ____/1
Die Funktion v beschreibt die Geschwindigkeit $v(t)$ des PKW zum Zeitpunkt t ($v(t)$ in Metern pro Sekunde, t in Sekunden). Es gilt: $v(t) = 20 - 8t$. AN 4.3

Berechne die Länge desjenigen Weges, den der PKW während des gleichmäßigen Bremsvorgangs bis zum Stillstand zurücklegt.

Mögliche Berechnung:
$v(t) = 0 \Rightarrow t = 2{,}5$

$$\int_0^{2{,}5} (20 - 8t)\,dt = (20t - 4t^2)\Big|_0^{2{,}5} = 25$$

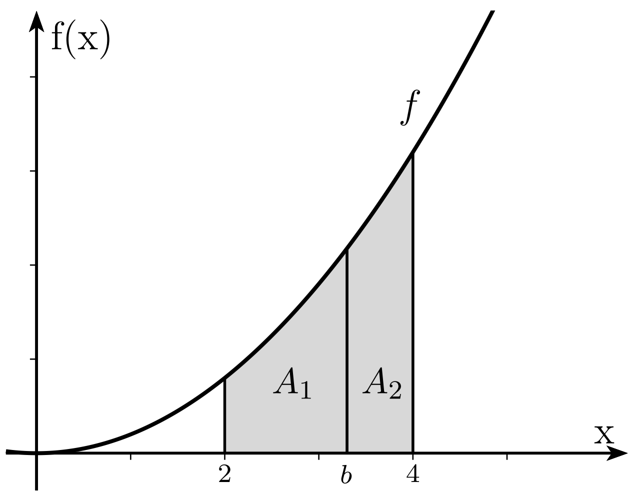
Die Länge des Bremsweges beträgt 25m.

AN 4.3 - 11 Halbierung einer Fläche - OA - Matura 2015/16 - Nebentermin 1

120. Gegeben ist die reelle Funktion f mit $f(x) = x^2$. ____/1

AN 4.3

Berechne die Stelle b so, dass die Fläche zwischen der x-Achse und dem Graphen der Funktion f im Intervall $[2;\ 4]$ in zwei gleich große Flächen A_1 und A_2 geteilt wird (siehe Abbildung).



Mögliche Berechnung:

$\int_2^b x^2\,dx = \int_b^4 x^2\,dx \Rightarrow \frac{b^3}{3} - \frac{2^3}{3} = \frac{4^3}{3} - \frac{b^3}{3}$
$b = \sqrt[3]{36}$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen des Ergebnisses sind ebenfalls als richtig zu werten.

Toleranzintervall: $[3{,}29;\ 3{,}31]$

Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

AN 4.3 - 12 Tachograph - OA - Matura NT 2 15/16

121. Mithilfe eines Tachographen kann die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs in Abhängigkeit von der Zeit aufgezeichnet werden. Es sei $v(t)$ die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t. Die Zeit wird in Stunden (h) angegeben, die Geschwindigkeit in Kilometern pro Stunde (km/h). ____/1 AN 4.3

Ein Fahrzeug startet zum Zeitpunkt $t = 0$.

Gib die Bedeutung der Gleichung

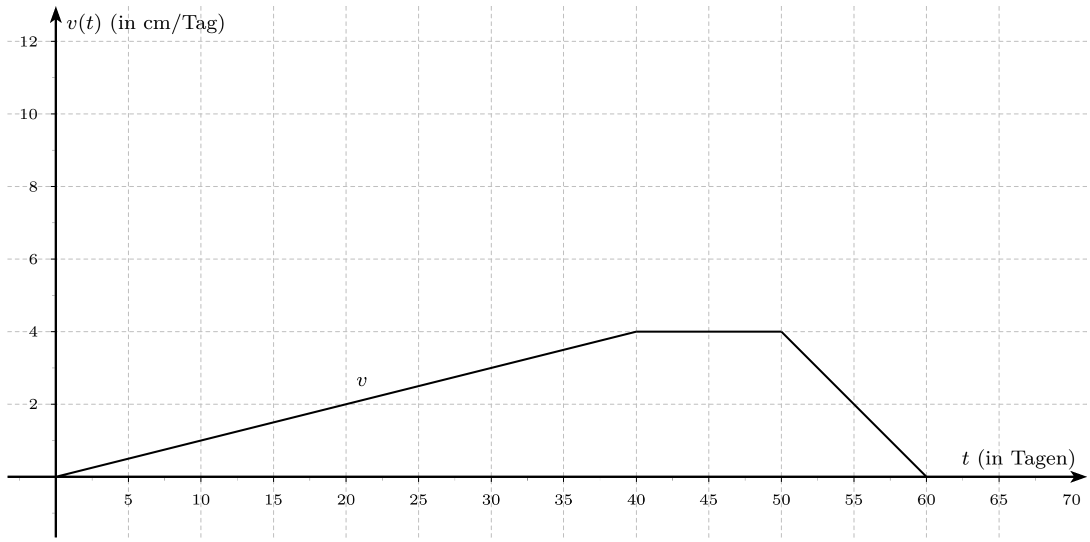
$$\int_0^{0,5} v(t)dt = 40$$

unter Verwendung der korrekten Einheiten im gegebenen Kontext an!

Diese Gleichung sagt aus, dass das Fahrzeug in der ersten halben Stunde (bzw. im Zeitintervall $[0\,h; 0{,}5\,h]$) 40 km zurückgelegt hat.

AN 4.3 - 13 Pflanzenwachstum - OA - Matura 2013/14 Haupttermin

122. Die unten stehende Abbildung beschreibt näherungsweise das Wachstum einer Schnellwüchsigen Pflanze. Sie zeigt die Wachstumsgeschwindigkeit v in Abhängigkeit von der Zeit t während eines Zeitraums von 60 Tagen. ____/1 AN 4.3



Gib an, um wie viel cm die Pflanze in diesem Zeitraum insgesamt gewachsen ist!

$\frac{40\cdot 4}{2} + 10 \cdot 4 + \frac{10\cdot 4}{2} = 140$

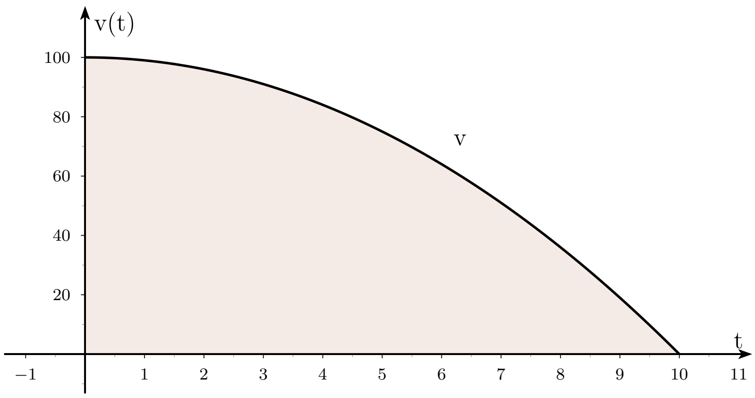
Die Pflanze wächst in diesen 60 Tagen 140 cm.

Ein weiterer (sehr aufwendiger) Lösungsweg wäre die Berechnung der Funktionsgleichung in den einzelnen Wachstumsabschnitten sowie die Berechnung der entsprechenden bestimmten Integrale.

AN 4.3 - 14 Geschwindigkeitsfunktion - OA - Matura 2013/14 1. Nebentermin

123. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion v, die die Geschwindigkeit $v(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t (t in Sekunden) modelliert. ____/1

AN 4.3



Gib an, was die Aussage

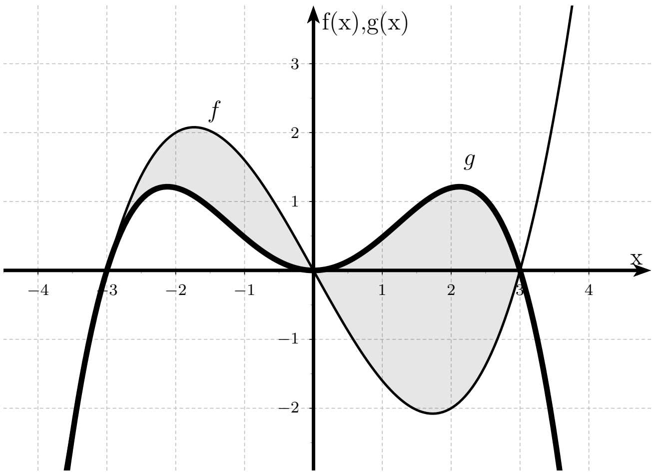
$$\int_0^5 v(t)\mathrm{d}t > \int_5^{10} v(t)\mathrm{d}t$$

im vorliegenden Kontext bedeutet!

Die zurückgelegte Wegstrecke ist in den ersten 5 Sekunden größer als in den zweiten 5 Sekunden.

AN 4.3 - 15 Flächeninhaltsberechnung - MC - Matura NT 1 16/17

124. In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der Polynomfunktionen f und g dargestellt. Diese schneiden einander an den Stellen -3,0 und 3 und begrenzen die beiden grau markierten Flächenstücke. ____/1 AN 4.3



Welche der nachstehenden Gleichungen geben den Inhalt A der (gesamten) grau markierten Fläche an? Kreuze die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$A = \left\| \int_{-3}^{3} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x \right\|$	
$A = 2 \cdot \int_{0}^{3} (g(x) - f(x))\,\mathrm{d}x$	
$A = \int_{-3}^{0} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x + \int_{0}^{3} (g(x) - f(x))\mathrm{d}x$	☒
$A = \left\| \int_{-3}^{0} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x \right\| + \int_{0}^{3} (f(x) - g(x))\mathrm{d}x$	
$A = \int_{-3}^{0} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x + \left\| \int_{0}^{3} (f(x) - g(x))\mathrm{d}x \right\|$	☒