# AG 3.4 - 1 Streckenmittelpunkt - OA - BIFIE

1. Man kann mithilfe der Geradengleichung $X = A + t \cdot \overrightarrow{AB}$ mit $t \in \mathbb{R}$ den Mittelpunkt $M$ der Strecke $AB$ bestimmen. ____/1 AG 3.4

   Gebe an, welchen Wert der Parameter t bei dieser Rechnung annehmen muss!

   $t =$ 0,5 bzw. $\frac{1}{2}$

---

# AG 3.4 - 2 Idente Geraden - OA - BIFIE

2. Gegeben sind die beiden Geraden ____/1 AG 3.4

$$g: X = P + t \cdot \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix}$$

und

$$h: X = Q + s \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$$

mit $t, s \in \mathbb{R}$. Gib an, welche Schritte notwendig sind, um die Identität der Geraden nachzuweisen.

Wenn der Richtungsvektor der Geraden g ein Vielfaches des Richtungsvektors der Geraden ha ist (bzw. umgekehrt h ein Vielfaches von g ist), so sind die beiden Geraden parallel oder ident. Liegt außerdem noch der Punkt P auf der Geraden h (seine Koordinaten müssen die Gleichung

$$P = Q + s \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$$

erfüllen) bzw. liegt der Punkt Q auf der Geraden g (seine Koordinaten müssen die Gleichung

$$Q = P + t \cdot \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix}$$

erfüllen), so sind die Geraden ident.

## AG 3.4 - 3 Lagebeziehung von Geraden - MC - BIFIE

3. Gegeben ist der Vektor $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$. ____/1

AG 3.4

Welche der nachstehend angegebenen Vektoren sind zu $\overrightarrow{a}$ normal? Kreuze die beiden zutreffenden Vektoren an!

| | |
|---|---|
| $\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$ | |
| $\begin{pmatrix} 2 \\ -8 \end{pmatrix}$ | |
| $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ | |
| $\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$ | ☒ |
| $\begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$ | ☒ |

## AG 3.4 - 4 Gerade in Parameterform - OA - BIFIE

4. Gegeben ist die Gerade $g$ mit der Gleichung $3x - 4y = 12$. ____/1

AG 3.4

Gib eine Gleichung von $g$ in Parameterform an!

$g: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

# AG 3.4 - 5 Geraden im R3 - MC - BIFIE

5. Gegeben ist die Gerade $g$ mit der Gleichung $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$. ____/1

AG 3.4

Zwei der folgenden Gleichungen sind ebenfalls Parameterdarstellungen der Geraden $g$. Kreuze die beiden Gleichungen an!

| | |
|---|---|
| $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$ | |
| $X = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$ | |
| $X = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$ | ☒ |
| $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$ | ☒ |
| $X = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$ | |

# AG 3.4 - 6 Lagebeziehung zweier Geraden - LT - BIFIE

6. Gegeben sind die Geraden $g: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $h: x - 2 \cdot y = -1$. ____/1

   AG 3.4

   Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

   Die Geraden $g$ und $h$ ____①____ , weil ____②____ .

| ① | |
|---|---|
| sind parallel | ☐ |
| sind ident | ☐ |
| stehen normal aufeinander | ☒ |

| ② | |
|---|---|
| der Richtungsvektor von $g$ zum Normalvektor von $h$ parallel ist | ☒ |
| die Richtungsvektoren der beiden Geraden $g$ und $h$ parallel sind | ☐ |
| der Punkt $P = (1/1)$ auf beiden Geraden $g$ und $h$ liegt | ☐ |

---

# AG 3.4 - 7 Anstieg einer parallelen Geraden - OA - BIFIE

7. Gegeben sind die zwei Geraden $g$ und $h$: ____/1

   AG 3.4

   $$g: X = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

   $h: y = k \cdot x + 7$

   Bestimme den Wert von k so, dass $g$ und $h$ zueinander parallel sind!

   $k = 4$

---

# AG 3.4 - 8 Parallele Geraden - OA - BIFIE

8. Gegeben sind die Geraden ____/1 AG 3.4

   $g: X = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und

   $h: X = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} a \\ -2 \end{pmatrix}$.

   Ermittle den Wert für a so, dass die beiden Gerade parallel zueinander sind!

   $a = 4$

---

# AG 3.4 - 9 Punkt und Gerade - OA - BIFIE

9. Gegeben sind der Punkt $P = (-1|5|6)$ und die Gerade $g$, die durch die Punkte $A = (2|-3|2)$ und $B = (5|1|0)$ verläuft. ____/1 AG 3.4

   Geben Sie an, ob der gegebene Punkt $P$ auf der Geraden $g$ liegt, und überprüfen Sie diese Aussage anhand einer Rechnung!

   Der Punkt $P$ liegt nicht auf der Geraden $g$, denn:

   $$g: X = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

   Die Überprüfung, ob $\overrightarrow{AP} \parallel \overrightarrow{AB}$ gilt,ergibt, dass $\overrightarrow{AP}$ kein Vielfaches von $\overrightarrow{AB} \Rightarrow P \notin g$ ist. Alternativ kann man auch rechnerisch zeigen, dass es keinen Wert für $s$ gibt, sodass die Gleichung $\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ erfüllt ist.

---

# AG 3.4 - 10 Normalvektoren - OA - BIFIE - Kompetenzcheck 2016

10. Gegeben ist der Vektor $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. ____/1

AG 3.4

Bestimme die Koordinate $z_b$ des Vektors $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ z_b \end{pmatrix}$ so, dass $\overrightarrow{a}$ und $\overrightarrow{b}$ aufeinander normal stehen.

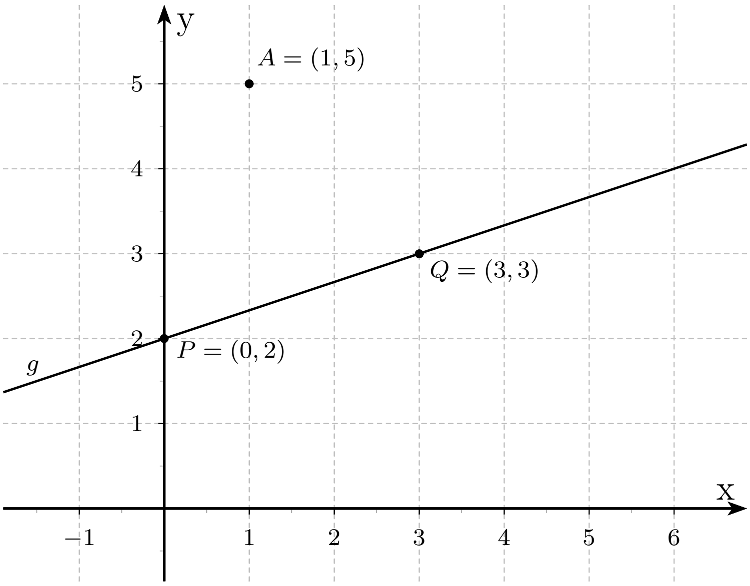
$z_b = -9$

---

# AG 3.4 - 11 Gerade aufstellen - OA - BIFIE - Kompetenzcheck 2016

11. In der nachstehenden Abbildung sind eine Gerade $g$ durch die Punkte $P$ und $Q$ sowie der Punkt $A$ dargestellt. ____/1

AG 3.4




Ermittle eine Gleichung der Geraden $h$, die durch $A$ verläuft und normal zu $g$ ist.

$h: 3x + y = 8$

oder: $h: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$

Ein Punkt für eine korrekte Gleichung bzw. eine korrekte Parameterdarstellung der Geraden $h$, wobei $t \in \mathbb{R}$ nicht angegeben sein muss.

# AG 3.4 - 12 Parameterdarstellung - OA - Matura 2014/15 - Haupttermin

12. Die zwei Punkte $A = (-1|-6|2)$ und $B = (5|-3|-3)$ liegen auf einer Geraden $g$ in $\mathbb{R}^3$. ____/1

AG 3.4

Gib eine Parameterdarstellung dieser Geraden $g$ unter Verwendung der konkreten Koordinaten der Punkte $A$ und $B$ an.

$$g:\ X = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

---

# AG 3.4 - 13 Schnittpunkt einer Geraden mit der $x$-Achse - OA - Matura 2014/15 - Nebentermin 1

13. Gegeben ist folgende Parameterdarstellung einer Geraden $g$: ____/1

AG 3.4

$$g:\ X = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

Gib die Koordinaten des Schnittpunktes $S$ der Geraden $g$ mit der $x$-Achse an.

$S =$ ____________________

$$\begin{cases} 1 + t = x \\ -5 + 7t = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow\ t = \frac{5}{7},\ x = \frac{12}{7}$

$\Rightarrow\ S = \left(\frac{12}{7}|0\right)$

Lösungsschlüssel:
Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei beide Koordinaten des gesuchten Punktes korrekt angegeben sein müssen. Andere Schreibweisen des Ergebnisses sind ebenfalls als richtig zu werten. Toleranzintervall für die erste Koordinate: [1,70; 1,72]

# AG 3.4 - 14 Archäologie - OA - Matura 2014/15 - Kompensationsprüfung

14. Gegeben sind zwei Geraden $g$ und $h$ in $\mathbb{R}^3$. Die Gerade $g$ ist durch eine Parameterdarstellung $X = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$ festgelegt. Die Gerade $h$ verläuft durch die Punkte $A = (0|8|0)$ und $B = (-2|28|6)$. ____/1

AG 3.4

Ermittle die Koordinaten des Schnittpunktes dieser beiden Geraden.

Mögliche Berechnung:

$$h : X = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 20 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$I : 3 + t = -2s$
$II : -4 - t = 8 + 20s$
$III : -7 - 2t = 6s$

$\Rightarrow t = -2$ bzw. $s = -0{,}5 \Rightarrow S = (1| - 2| - 3)$

## AG 3.4 - 15 Geradengleichung - OA - Matura 2015/16 - Nebentermin 1

15. Die Gerade $g$ ist durch eine Parameterdarstellung $g: \quad X = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$ gegeben. ____/1 AG 3.4

Gib mögliche werte der Parameter $a$ und $b$ so an, dass die durch die Gleichung $a \cdot x + b \cdot y = 1$ gegebene Gerade $h$ normal zur Geraden $g$ ist.

$a = 3$

$b = -5$

---

## AG 3.4 - 16 Parallele Gerade - OA - Matura NT 2 15/16

16. Gegeben ist die Gerade $g : X = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. ____/1 AG 3.4

Die Gerade $h$ verläuft parallel zu $g$ durch den Koordinatenursprung.

Gib die Gleichung der Geraden $h$ in der Form $a \cdot x + b \cdot y = c$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ an.

$h : 3 \cdot x - 2 \cdot y = 0$

---

# AG 3.4 - 17 Parallele Geraden - OA - Matura 2013/14 Haupttermin

17. Gegeben sind Gleichungen der Geraden $g$ und $h$. Die beiden Geraden sind nicht ident. ____/1

AG 3.4

$g$: $y = -\frac{x}{4} + 8$

$h$: $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ mit $s \in \mathbb{R}$

Begründe, warum diese beiden Gerade parallel zueinander liegen!

Parallele Geraden haben die gleiche Steigung bzw. parallele Richtungvektoren.

$k_g = -\frac{1}{4}$

$\vec{a}_h = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} || \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$ und aus $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ k \end{pmatrix}$ folgt $k_h = k_g$

oder:

$g: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ Somit ist $\vec{a}_g = \vec{a}_h$.

Oder:

Auch eine Begründung mit Normalvektoren ist möglich.

$g$: $x + 4y = 32$
$h$: $x + 4y = 16$

Somit ist $\vec{n}_g || \vec{n}_h$.

oder:

$\vec{n}_g \cdot \vec{a}_h = 0$

# AG 3.4 - 18 Parameterdarstellung von Geraden - MC - Matura 2013/14 1. Nebentermin

18. Gegeben ist eine Gerade $g$: ____/1

AG 3.4

$$g\colon X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ mit } s \in \mathbb{R}$$

Welche der folgenden Geraden $h_i\,(i = 1,2,...,5)$ mit $t_i \in \mathbb{R}\,(i = 1,2,...,5)$ sind parallel zu $g$?

Kreuze die beiden zutreffenden Antworten an!

| | |
|---|---|
| $h_1\colon X = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t_1 \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ | |
| $h_2\colon X = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -7 \end{pmatrix} + t_2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}$ | ☒ |
| $h_3\colon X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t_3 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ | |
| $h_4\colon X = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} + t_4 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ | ☒ |
| $h_5\colon X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t_5 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ | |

## AG 3.4 - 19 Parallelität von Geraden - OA - Matura 2016/17 - Haupttermin

19. Gegeben sind folgende Parameterdarstellungen der Geraden $g$ und $h$: ____/1

AG 3.4

$$g:\ X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \text{mit } t \in \mathbb{R}$$

$$h:\ X = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix} \qquad \text{mit } s \in \mathbb{R}$$

Bestimme die Koordinaten $h_y$ und $h_z$ des Richtungsvektors der Geraden $h$ so, dass die Gerade $h$ zur Geraden $g$ parallel ist!

$h_y = -2$

$h_z = -4$