

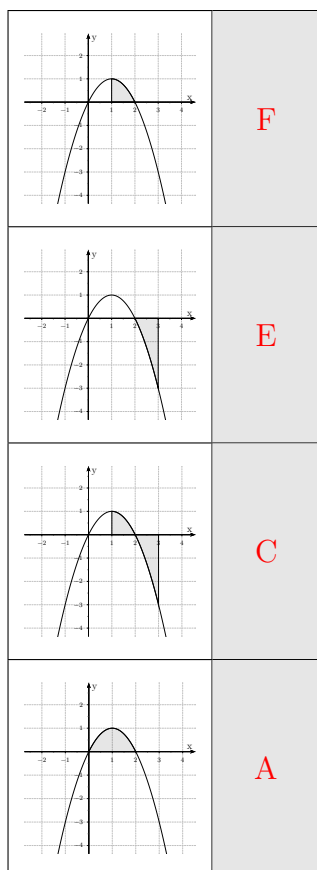
AN 4.3 - 1 Bestimmte Integrale - ZO - BIFIE

1. Gegeben ist die Funktion $f(x) = -x^2 + 2x$.

____/1

Die nachstehende Tabelle zeigt Graphen der Funktion mit unterschiedlich schraffierten Flächenstücken. Beurteile, ob die nachstehend angeführten Integrale den Flächeninhalt einer der markierten Flächen ergeben und ordne entsprechend zu!

AN 4.3



A	$2 \cdot \int_1^2 (-x^2 + 2x) dx$
B	$\int_1^3 (-x^2 + 2x) dx$
C	$\int_1^2 (-x^2 + 2x) dx + \left \int_2^3 (-x^2 + 2x) dx \right $
D	$\int_0^1 (-x^2 + 2x) dx - \int_1^2 (-x^2 + 2x) dx$
E	$\left \int_2^3 (-x^2 + 2x) dx \right $
F	$\int_1^2 (-x^2 + 2x) dx$

AN 4.3 - 2 Begrenzung einer Fläche - OA - BIFIE

2. Der Inhalt derjenigen Fläche, die vom Graphen der Funktion $f : x \rightarrow x^2$, der positiven x-Achse und der Geraden mit der Gleichung $x = a$ ($a \in \mathbb{R}$) eingeschlossen wird, beträgt 72 Flächeneinheiten. _____/1
AN 4.3

Berechne den Wert a!

$$72 = \int_0^a x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^a = \frac{a^3}{3} \rightarrow a^3 = 216 \rightarrow a = 6$$

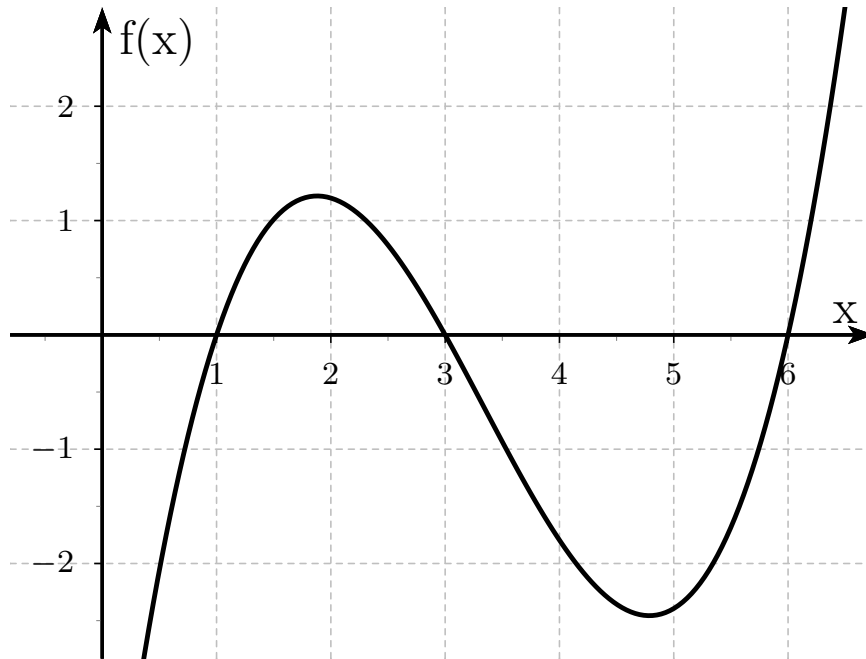
Ein Rechenweg muss erkennbar sein. Die Aufgabe ist als richtig zu werten, wenn der Ansatz

$$72 = \int_0^a x^2 dx$$

korrekt ist und richtig integriert wurde.

AN 4.3 - 3 Aussagen über bestimmte Integrale - MC - BIE

3. Die stetige reelle Funktion f mit dem abgebildeten Graphen hat Nullstellen bei $x_1 = 1, x_2 = 3$ und $x_3 = 6$. ____/1
AN 4.3



Welche der folgenden Aussagen ist/sind zutreffend? Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

$\int_1^3 f(x)dx < 2$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\int_1^6 f(x)dx < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\left \int_3^6 f(x)dx \right < 6$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\int_1^3 f(x)dx + \int_3^6 f(x)dx > 0$	<input type="checkbox"/>
$\int_1^3 f(x)dx > 0$ und $\int_3^6 f(x)dx < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

AN 4.3 - 4 Stahlfeder - OA - BIFIE

4. Um eine Stahlfeder aus der Ruhelage $x_0 = 0$ um x cm zu drehen, ist die Kraft $F(x)$ erforderlich. _____/1
AN 4.3

Gib an, was in diesem Kontext mit dem Ausdruck

$$\int_0^8 F(x) dx$$

berechnet wird.

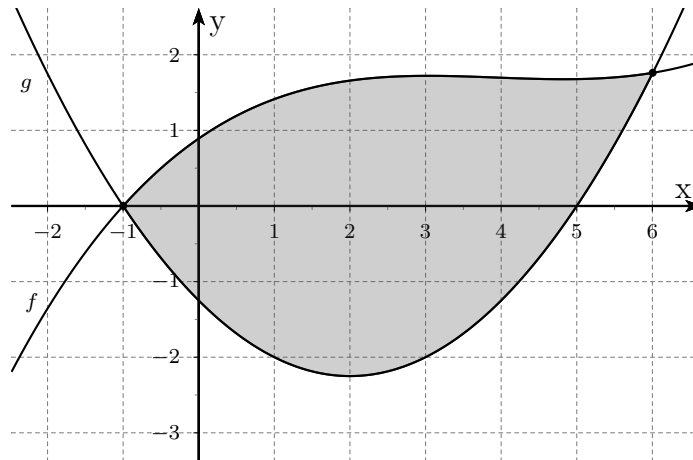
die Arbeit, die verrichtet wird, wenn die Feder aus der Ruhelage um 8 cm gedehnt wird

Ein Punkt für eine sinngemäße richtige Deutung, wobei der Begriff Arbeit und die Ausdehnung um 8 cm angeführt sein müssen.

AN 4.3 - 5 Fläche zwischen zwei Kurven - MC - BIFIE

5. Die Funktionsgraphen von f und g schließen ein gemeinsames Flächenstück ein. ____/1

AN 4.3



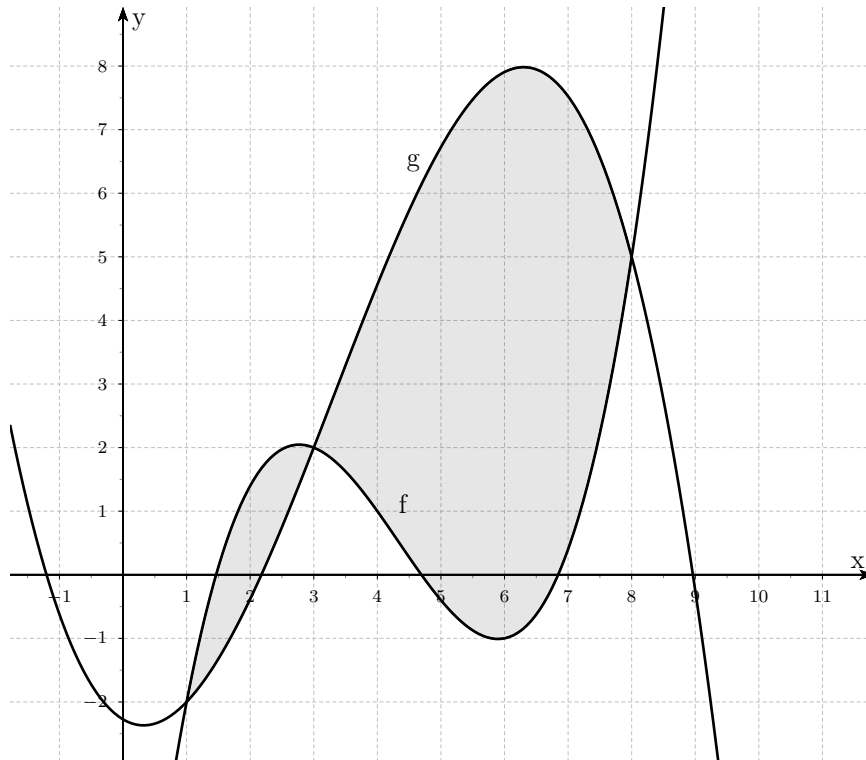
Mit welchen der nachstehenden Berechnungsvorschriften kann man den Flächeninhalt des gekennzeichneten Flächenstücks ermitteln?

Kreuze die beiden zutreffenden Berechnungsvorschriften an.

$\int_{-1}^6 [g(x) - f(x)] dx$	<input type="checkbox"/>
$\int_{-1}^6 [f(x) - g(x)] dx$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\int_{-1}^6 f(x) dx + \int_5^6 g(x) dx - \int_{-1}^5 g(x) dx$	<input type="checkbox"/>
$\int_{-1}^6 f(x) dx + \int_{-1}^6 g(x) dx$	<input type="checkbox"/>
$\int_{-1}^6 f(x) dx - \int_5^6 g(x) dx + \left \int_{-1}^5 g(x) dx \right $	<input checked="" type="checkbox"/>

AN 4.3 - 6 Flächenberechnung - MC - BIFIE

6. Die Summe A der Inhalte der beiden von den Graphen der Funktionen f und g eingeschlossenen Flächen soll berechnet werden. _____/1
AN 4.3



Kreuze die zutreffende(n) Formel(n) an!

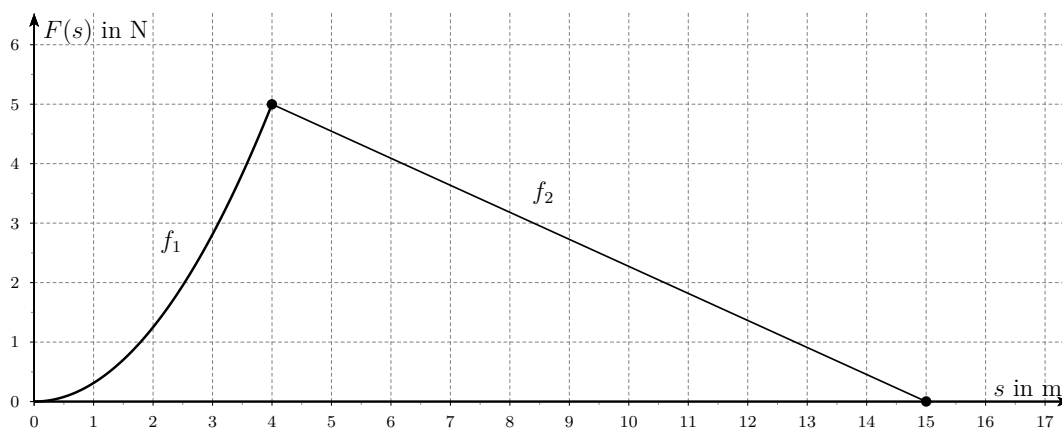
$A = \int_1^8 (f(x) - g(x))dx$	<input type="checkbox"/>
$A = \int_1^3 (f(x) - g(x))dx + \int_3^8 (g(x) - f(x))dx$	<input checked="" type="checkbox"/>
$A = \left \int_1^8 (f(x) - g(x))dx \right $	<input type="checkbox"/>
$A = \int_1^3 (f(x) - g(x))dx - \int_3^8 (f(x) - g(x))dx$	<input checked="" type="checkbox"/>
$A = \left \int_1^3 (f(x) - g(x))dx \right + \left \int_3^8 (f(x) - g(x))dx \right $	<input checked="" type="checkbox"/>

AN 4.3 - 7 Arbeit beim Verschieben eines Massestücks - OA - Matura 2015/16 - Haupttermin

7. Ein Massestück wird durch die Einwirkung einer Kraft geradlinig bewegt. Die dazu erforderliche Kraftkomponente in Wegrichtung ist als Funktion des zurückgelegten Weges in der nachstehenden Abbildung dargestellt. Der Weg s wird in Metern (m), die Kraft $F(s)$ in Newton (N) gemessen. ____/1
AN 4.3

Im ersten Wegabschnitt wird $F(s)$ durch f_1 mit $f_1(s) = \frac{5}{16} \cdot s^2$ beschrieben. Im zweiten Abschnitt (f_2) nimmt sie linear auf den Wert null ab.

Koordinaten der hervorgehobenen Punkte des Graphen der Funktion sind ganzzahlig.



Ermittle die Arbeit W in Joule (J), die diese Kraft an dem Massestück verrichtet, wenn es von $s = 0$ m bis zu $s = 15$ m bewegt wird.

$$W = \text{_____ J}$$
$$W = \int_0^4 \frac{5}{16} \cdot s^2 \, ds + \frac{5 \cdot 11}{2}$$

$$W \approx 34,17 \text{ J}$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen des Ergebnisses sind ebenfalls als richtig zu werten.

Toleranzintervall: $[34 \text{ J}; 35 \text{ J}]$

AN 4.3 - 8 Integral - OA - Matura 2015/16 - Haupttermin

8. Gegeben ist die Potenzfunktion f mit $f(x) = x^3$.

____/1

AN 4.3

Gib eine Bedingung für die Integrationsgrenzen b und c ($b \neq c$) so an, dass

$$\int_b^c f(x) \, dx = 0 \quad \text{gilt.}$$

$$b = -c$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe einer korrekten Relation zwischen b und c . Äquivalente Relationen sind als richtig zu werten, ebenso konkrete Beispiele wie $b = -5$ und $c = 5$.

AN 4.3 - 9 Durchflussrate - OA - Matura 2014/15 - Nebentermin 1

9. In einem Wasserrohr wird durch einen Sensor die Durchflussrate (= Durchflussmenge pro Zeiteinheit) gemessen. Die Funktion D ordnet jedem Zeitpunkt t die Durchflussrate $D(t)$ zu. Dabei wird t in Minuten und $D(t)$ in Litern pro Minute angegeben.

____/1

AN 4.3

Gib die Bedeutung der Zahl $\int_{60}^{120} D(t) \, dt$ im vorliegenden Kontext an.

Der Ausdruck beschreibt die durch das Rohr geflossene Wassermenge (in Litern) vom Zeitpunkt $t = 60$ bis zum Zeitpunkt $t = 120$.

AN 4.3 - 10 Bremsweg - OA - Matura 2014/15 - Kompensationsprüfung

10. Ein PKW beginnt zum Zeitpunkt $t = 0$ gleichmäßig zu bremsen. _____/1

Die Funktion v beschreibt die Geschwindigkeit $v(t)$ des PKW zum Zeitpunkt t (AN 4.3
($v(t)$ in Metern pro Sekunde, t in Sekunden). Es gilt: $v(t) = 20 - 8t$.

Berechne die Länge desjenigen Weges, den der PKW während des gleichmäßigen Bremsvorgangs bis zum Stillstand zurücklegt.

Mögliche Berechnung:

$$v(t) = 0 \Rightarrow t = 2,5$$

$$\int_0^{2,5} (20 - 8t) dt = (20t - 4t^2) \Big|_0^{2,5} = 25$$

Die Länge des Bremsweges beträgt 25m.

AN 4.3 - 11 Halbierung einer Fläche - OA - Matura 2015/16

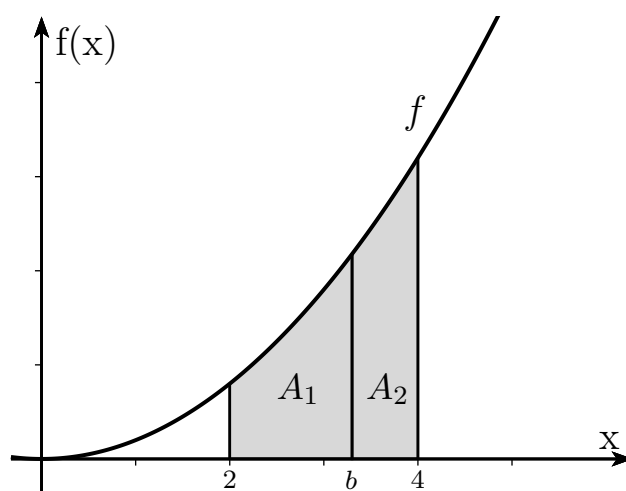
- Nebentermin 1

11. Gegeben ist die reelle Funktion f mit $f(x) = x^2$.

____/1

AN 4.3

Berechne die Stelle b so, dass die Fläche zwischen der x -Achse und dem Graphen der Funktion f im Intervall $[2; 4]$ in zwei gleich große Flächen A_1 und A_2 geteilt wird (siehe Abbildung).



Mögliche Berechnung:

$$\int_2^b x^2 dx = \int_b^4 x^2 dx \Rightarrow \frac{b^3}{3} - \frac{2^3}{3} = \frac{4^3}{3} - \frac{b^3}{3}$$
$$b = \sqrt[3]{36}$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen des Ergebnisses sind ebenfalls als richtig zu werten.

Toleranzintervall: $[3,29; 3,31]$

Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

AN 4.3 - 12 Tachograph - OA - Matura NT 2 15/16

12. Mithilfe eines Tachographen kann die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs in Ab- _____/1
hängigkeit von der Zeit aufgezeichnet werden. Es sei $v(t)$ die Geschwindigkeit AN 4.3
zum Zeitpunkt t . Die Zeit wird in Stunden (h) angegeben, die Geschwindigkeit
in Kilometern pro Stunde (km/h).

Ein Fahrzeug startet zum Zeitpunkt $t = 0$.

Gib die Bedeutung der Gleichung

$$\int_0^{0,5} v(t) dt = 40$$

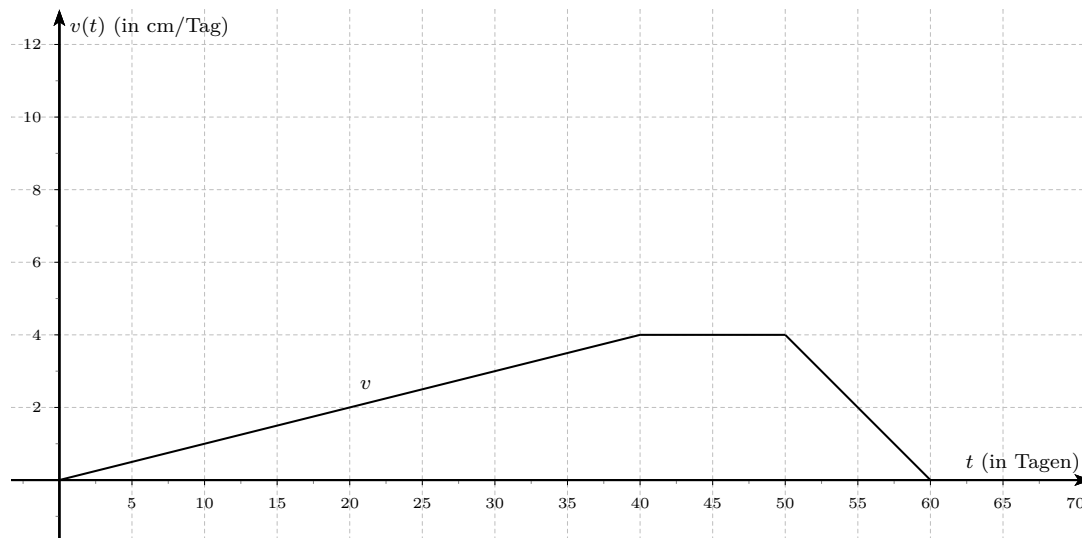
unter Verwendung der korrekten Einheiten im gegebenen Kontext an!

Diese Gleichung sagt aus, dass das Fahrzeug in der ersten halben Stunde (bzw.
im Zeitintervall $[0 \text{ h}; 0,5 \text{ h}]$) 40 km zurückgelegt hat.

AN 4.3 - 13 Pflanzenwachstum - OA - Matura 2013/14

Haupttermin

13. Die unten stehende Abbildung beschreibt näherungsweise das Wachstum einer Schnellwüchsigen Pflanze. Sie zeigt die Wachstumsgeschwindigkeit v in Abhängigkeit von der Zeit t während eines Zeitraums von 60 Tagen. _____/1
AN 4.3



Gib an, um wie viel cm die Pflanze in diesem Zeitraum insgesamt gewachsen ist!

$$\frac{40 \cdot 4}{2} + 10 \cdot 4 + \frac{10 \cdot 4}{2} = 140$$

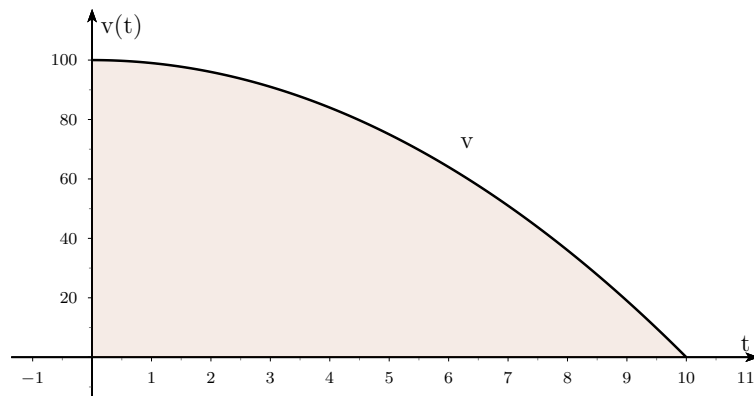
Die Pflanze wächst in diesen 60 Tagen 140 cm.

Ein weiterer (sehr aufwendiger) Lösungsweg wäre die Berechnung der Funktionsgleichung in den einzelnen Wachstumsabschnitten sowie die Berechnung der entsprechenden bestimmten Integrale.

AN 4.3 - 14 Geschwindigkeitsfunktion - OA - Matura 2013/14

1. Nebentermin

14. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion v , die die Geschwindigkeit $v(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t (t in Sekunden) modelliert. _____/1
AN 4.3



Gib an, was die Aussage

$$\int_0^5 v(t)dt > \int_5^{10} v(t)dt$$

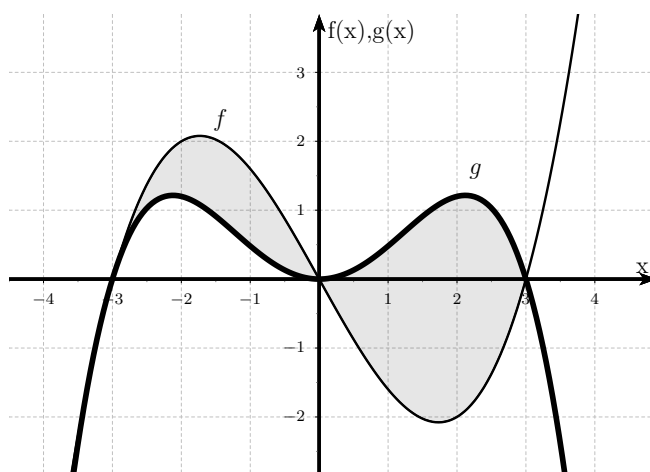
im vorliegenden Kontext bedeutet!

Die zurückgelegte Wegstrecke ist in den ersten 5 Sekunden größer als in den zweiten 5 Sekunden.

AN 4.3 - 15 Flächeninhaltsberechnung - MC - Matura NT

1 16/17

15. In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der Polynomfunktionen f und g dargestellt. Diese schneiden einander an den Stellen $-3,0$ und 3 und begrenzen die beiden grau markierten Flächenstücke. ____/1
AN 4.3



Welche der nachstehenden Gleichungen geben den Inhalt A der (gesamten) grau markierten Fläche an? Kreuze die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$A = \left \int_{-3}^3 (f(x) - g(x)) dx \right $	<input type="checkbox"/>
$A = 2 \cdot \int_0^3 (g(x) - f(x)) dx$	<input type="checkbox"/>
$A = \int_{-3}^0 (f(x) - g(x)) dx + \int_0^3 (g(x) - f(x)) dx$	<input checked="" type="checkbox"/>
$A = \left \int_{-3}^0 (f(x) - g(x)) dx \right + \int_0^3 (f(x) - g(x)) dx$	<input type="checkbox"/>
$A = \int_{-3}^0 (f(x) - g(x)) dx + \left \int_0^3 (f(x) - g(x)) dx \right $	<input checked="" type="checkbox"/>