WS 3.4 - 1 Schülerarbeit - LT - BIFIE

1. Die Spinde einer Schule werden mit Vorhängeschlössern gesichert, die im Eigentum der Schüler/innen stehen. Erfahrungsgemäß müssen 5 % aller Spindschlösser innerhalb eines Jahres aufgebrochen werden, weil die Schlüssel verloren wurden. Ein Schüler berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass innerhalb eines Jahres von 200 Schlössern mindestens zwölf aufgebrochen werden müssen. Die nachstehenden Aufzeichnungen zeigen seine Vorgehensweise. ____/1 WS 3.4

   $P(X \geq 12)$ ... Berechnung bzw. Berechnung der Gegen-WSK zu umständlich!

   $\mu = 200 \cdot 0{,}05 = 10$

   $\sigma = \sqrt{200 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}95} \approx 3{,}08 > 3$ ✓

   $$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{11{,}5 - 10}{\sigma} \approx 0{,}49$$

   $\Phi(0{,}49) = 0{,}6879$

   $\Rightarrow P(X \geq 12) \cong 1 - 0{,}6879 \cong 0{,}3121$

   $\Rightarrow \underline{\underline{z_n \approx 31\,\%}}$

   Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

   Bei der Anzahl der Schlösser, die aufgebrochen werden müssen, handelt es sich um eine ____①____ , und ____②____ .

①	
gleichverteilte Zufallsvariable	☐
binomialverteilte Zufallsvariable	☒
normalverteilte Zufallsvariable	☐

②	
der Schüler rechnet mit der Normalverteilung, obwohl es nicht zulässig ist	☐
der Schüler verwechselt den Mittelwert mit dem Erwartungswert, also ist die Aufgabe deshalb nicht richtig gelöst	☐
der Schüler rechnet zulässigerweise mit der Normalverteilung	☒

WS 3.4 - 2 Benutzung des Autos - OA - BIFIE

2. Einer Veröffentlichung der Statistik Austria kann man entnehmen, dass von den über 15-Jährigen Österreicherinnen und Österreichern ca. 38,6 % täglich das Auto benutzen (als Lenker/in oder als Mitfahrer/in). ____/1 WS 3.4

Quelle: Statistik Austria (Hrsg.) (2013). Umweltbedingungen, Umweltverhalten 2011. Ergebnisse des Mikrozensus. Wien: Statistik Austria. S. 95.

Es werden 500 über 15-jährige Österreicher/innen zufällig ausgewählt.

Gib für die Anzahl derjenigen Personen, die täglich das Auto (als Lenker/in oder als Mitfahrer/in) benutzen, näherungsweise ein um den Erwartungswert symmetrisches Intervall mit 95 %iger Wahrscheinlichkeit an.

Die binomialverteilte Zufallsvariable X gibt die Anzahl der über 15-Jährigen an, die täglich das Auto benutzen.

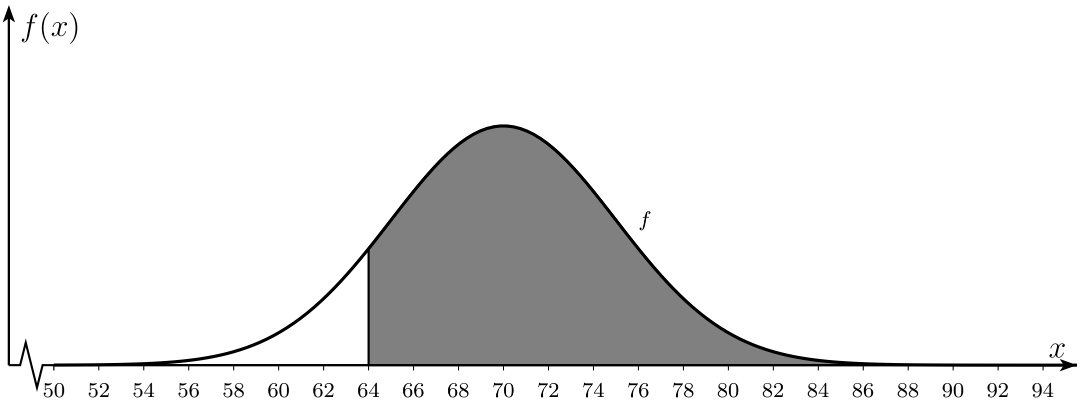
$n = 500$
$p = 0{,}386 \Rightarrow 1 - p = 0{,}614$

Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung:
$\mu = 193$
$\sigma = \sqrt{500 \cdot 0{,}386 \cdot 0{,}614} \approx 10{,}886$
$2 \cdot \Phi(z) - 1 = D(z) = 0{,}95 \Rightarrow z \approx 1{,}96$
$x_{1,2} = \mu \pm z \cdot \sigma \Rightarrow x_1 \approx 171;\ x_2 \approx 215 \Rightarrow [171;\ 215]$

Lösungsschlüssel: Ein Punkt für die Angabe eines symmetrischen Lösungsintervalls laut Lösungserwartung.
Toleranzintervall für die untere Grenze: [170; 173]
Toleranzintervall für die obere Grenze: [213; 216]

WS 3.4 - 3 Grafische Deutung - OA - Matura 2016/17 - Haupttermin

3. In nachstehender Abbildung ist die Dichtefunktion f der approximierenden Normalverteilung einer binomialverteilten Zufallsvariablen X dargestellt. ____/1 WS 3.4



Deute den Flächeninhalt der grau markierten Fläche im Hinblick auf die Berechnung einer Wahrscheinlichkeit!

$P(X \geq 64)$

oder:

Der Flächeninhalt der dargestellten Fläche beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsvariable X mindestens den Wert 64 annimmt.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Deutung, wobei auch die Deutungen $P(X > 64)$ bzw. $P(X \geq 65)$ oder $P(64 \leq X \leq b)$ mit $b \geq 85$ als richtig zu werten sind.

WS 3.4 - 4 - MAT - Rosenstöcke - OA - Matura 2016/17 2. NT

4. Ein bestimmter Prozentsatz der Stöcke einer Rosensorte bringt gelbe Blüten hervor. ____/0

In einem Beet wird eine gewisse Anzahl an Rosenstöcken dieser Sorte gepflanzt. Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt und gibt die Anzahl der gelbblühenden Rosenstöcke an. Dabei beträgt der Erwartungswert für die Anzahl X der gelbblühenden Rosenstöcke 32, und die Standardabweichung hat den Wert 4.

Es wird folgender Vergleich angestellt: „Die Wahrscheinlichkeit, dass sich in diesem Beet mindestens 28 und höchstens 36 gelbblühende Rosenstöcke befinden, ist größer als die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 32 gelbblühende Rosenstöcke vorhanden sind."

Gib an, ob dieser Vergleich zutrifft, und begründe deine Entscheidung!

Der Vergleich trifft zu.

Mögliche Begründung:

Erwartungswert: $\mu = 32$, Standardabweichung: $\sigma = 0{,}4$ unter Einbeziehung der Wahrscheinlichkeiten für σ-Umgebungen (bei Approximation durch die normalverteilte Zufallsvariable Y):

$P(28 \leq X \leq 36) \approx P(\mu - \sigma \leq Y \leq \mu + \sigma) \approx 0{,}683$

$P(X > 32) \approx P(Y > \mu) = 0{,}5 \Rightarrow P(28 \leq X \leq 36) > P(X > 32)$

Weitere Begründungsvarianten:

n ... Anzahl der Rosenstöcke p ... Wahrscheinlichkeit für einen gelbblühenden Rosenstock

$\mu = 32 = n \cdot p, \sigma^2 = 16 = n \cdot p \cdot (1 - p) \Rightarrow n = 64,\ p = 0{,}5$

- mittels Binomialverteilung:

  $P(28 \leq X \leq 36) \approx 0{,}7396$

  $P(X > 32) \approx 0{,}4503 \Rightarrow P(28 \leq X \leq 36) > P(X > 32)$

- mittels Approximation mit Stetigkeitskorrektur durch die normalverteilte Zufallsvariable Y:

  $P(28 \leq X \leq 36) \approx P(27{,}5 \leq Y \leq 36{,}5) \approx 0{,}7394$

  $P(X > 32) \approx P(Y > 32{,}5) \approx 0{,}4503 \Rightarrow P(28 \leq X \leq 36) > P(X > 32)$

- mittels Approximation ohne Stetigkeitskorrektur durch die normalverteilte Zufallsvariable Y:

  $P(28 \leq X \leq 36) \approx P(28 \leq Y \leq 36) \approx 0{,}6827$

  $P(X > 32) \approx P(Y > 32) \approx 0{,}5 \Rightarrow P(28 \leq X \leq 36) > P(X > 32)$