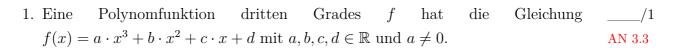
AN 3.3 - 1 Eigenschaften einer Polynomfunktion - LT - BIFIE



Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die Funktion f besitzt genau eine __________, weil es genau ein $x\in\mathbb{R}$ gibt, für das _________ gilt

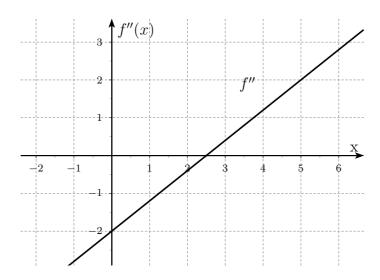
1)	
Nullstelle	
lokale Extremstelle	
Wendestelle	\boxtimes

2	
$f(x) = 0$ und $f'(x) \neq 0$	
f'(x) = 0 und f''(x) = 0	
$f''(x) = 0 \text{ und } f'''(x) \neq 0$	\boxtimes

AN 3.3 - 2 Zweite Ableitung einer Funktion - MC - BIFIE

2. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion f'' einer Polynomfunktion f dargestellt:

AN 3.3



Welche Aussage lässt sich aus dieser Information eindeutig schließen?

Kreuze die zutreffende Aussage an.

Die Funktion f hat im Intervall $[-1;1]$ eine Nullstelle.	
Die Funktion f hat im Intervall $[-1;1]$ eine lokale Extremstelle.	
Die Funktion f hat im Intervall $[-1;1]$ eine Wendestelle.	
Die Funktion f ist im Intervall $[-1;1]$ streng monoton steigend.	
Die Funktion f ändert im Intervall $[-1;1]$ ihr Monotonieverhalten.	
Der Graph der Funktion f ist im Intervall $[-1;1]$ rechts gekrümmt (negativ gekrümmt).	\boxtimes

AN 3.3 - 3 Lokale Extrema - MC - BIFIE

3. Von einer Polynomfunktion f dritten Grades sind die beiden lokalen Extrempunkte $E_1=(0/-4)$ und $E_2=(4/0)$ bekannt.

AN 3.3

Welche Bedingungen müssen in diesem Zusammenhang erfüllt sein? Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

f(0) = -4	
f'(0) = 0	
f(-4) = 0	
f'(4) = 0	
f''(0) = 0	

AN~3.3 - 4 Ermittlung einer Funktionsgleichung - OA - BIFIE

4. Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = x^2 + bx + c$ mit $b, c \in \mathbb{R}$. Der Graph der Funktion f verläuft durch den Ursprung. Die Steigung der Funktion AN 3.3 im Ursprung hat den Wert null.

Ermittle die Werte der Parameter b und c und gib die Gleichung der Funktion f an!

Die Funktion f verläuft durch den Koordinatenursprung, daher gilt: $f(0) = 0 \Rightarrow c = 0$. Die Steigung der Funktion im Koordinatenursprung hat den Wert null, daher gilt: $f'(0) = 0 \Rightarrow b = 0$.

Die gesuchte Funktionsgleichung lautet daher: $f(x) = x^2$.

AN 3.3 - 5 Steigung einer Funktion - OA - BIFIE

5. Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 4x + 5$.

——/1

Berechne den Wert der Steigung der Funktion f an der Stelle x = 2.

$$f'(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x + 4$$
$$f'(2) = \frac{3}{4} \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 4 = 13$$

Der Wert der Steigung der Funktion f an der Stelle x = 2 ist 13.

AN 3.3 - 6 Kostenkehre - OA - BIFIE

6. In einem Betrieb können die Kosten zur Herstellung eines Produkts in einem _____/1 bestimmten Intervall näherungsweise durch die Funktion K mit der Gleichung AN 3.3 $K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ und a > 0 beschrieben werden $(K(x) \text{ in } \mathbf{\in}, x \text{ in mg}).$

Begründe, warum es bei dieser Modellierung durch eine Polynomfunktion dritten Grades genau eine Stelle gibt, bei der die Funktion von einem degressiven Kostenverlauf in einen progressiven Kostenverlauf übergeht.

Der Übergang von einem degressiven in einen progressiven Kostenverlauf (die Kostenkehre) der Funktion K wird durch $K''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b = 0$ berechnet. $6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b = 0$ ist (für a > 0) eine lineare Gleichung mit genau einer Lösung bei $x = -\frac{b}{3 \cdot a}$, wobei $K'''\left(-\frac{b}{3 \cdot a}\right) = 6 \cdot a \neq 0$. Daraus folgt, dass es nur eine Kostenkehre gibt.

AN 3.3 - 7 Wendepunkt - OA - BIFIE

7. Gegeben sind die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 4x + 5$ sowie die Gleichung der dritten Ableitungsfunktion $f'''(x) = \frac{3}{2} \neq 0$.

AN 3.3

Berechne die Koordinaten des Wendepunktes der Funktion f.

$$f''(x) = \frac{3}{2}x + 3 = 0 \Rightarrow x = -2$$
$$f(-2) = \frac{1}{4} \cdot (-8) + \frac{3}{2} \cdot 4 + 4 \cdot (-2) + 5 = 1 \Rightarrow$$

Die Koordinaten des Wendepunktes lauten daher W = (-2|1).

Die Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn beide Koordinaten des Wendepunktes korrekt angegeben sind.

AN 3.3 - 8 Berührung zweier Funktionsgraphen - MC - BIFIE

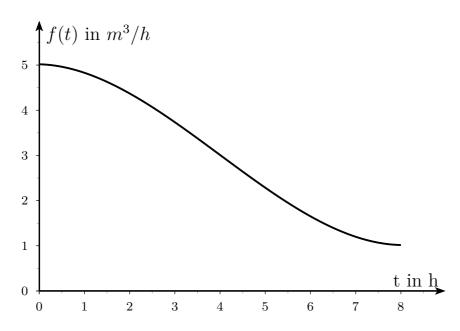
8. Die Graphen zweier Funktionen f und g berühren einander im Punkt $P = ___/1$ (x_1/y_1) . Für die Funktion f gilt: Die Tangente P schließt mit der x-Achse einen AN 3.3 Winkel von 45° ein und hat einen positiven Anstieg.

Welche der angeführten Aussagen folgen jedenfalls aus diesen Bedingungen? Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

$f(x_1) = g(x_1)$	\boxtimes
$f'(x_1) = g(x_1)$	
$f(x_1) = 1$	
$g'(x_1) = 1$	\boxtimes
$f'(x_1) = g'(x_1) = -1$	

AN 3.3 - 9 Wendestelle - MC - BIFIE

9. Ein Becken wird mit Wasser gefüllt. Die in das Becken zufließende Wassermenge, _____/1 angegeben in m^3 pro Stunde, kann im Intervall [0; 8) durch die Funktion f AN 3.3 beschrieben werden. Die Funktion f hat an der Stelle t=4 eine Wendestelle.



Kreuze die für die Funktion f zutreffende(n) Aussage(n) an!

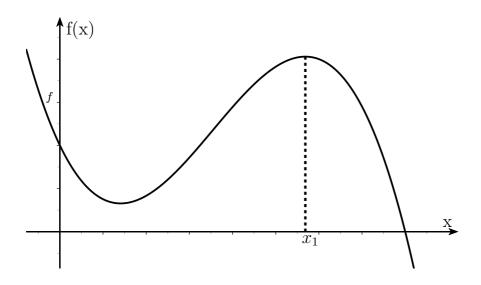
An der Stelle $t=4$ geht die Linkskrümmung $(f''(t)>0)$ in eine Rechtskrümmung $(f''(t)<0)$ über.	
An der Stelle $t=4$ geht die Rechtskrümmung $(f''(t)<0)$ in eine Linkskrümmung $(f''(t)>0)$ über.	
Der Wert der zweiten Ableitung der Funktion f an der Stelle 4 ist null.	\boxtimes
Es gilt $f''(t) > 0$ für $t > 4$.	\boxtimes
Für $t > 4$ sinkt die pro Stunde zufließende Wassermenge.	\boxtimes

AN 3.3 - 10 Lokales Maximum - LT - BIFIE

10. Gegeben ist die Polynomfunktion f.

____/1

AN 3.3



Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Wenn _______ ist und ________ ist, besitzt die gegebene Funktion f an der Stelle x_1 ein lokales Maximum.

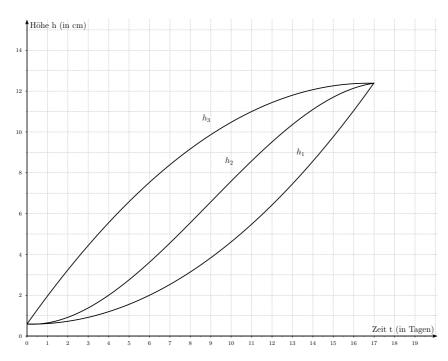
1	
$f'(x_1) < 0$	
$f'(x_1) = 0$	\boxtimes
$f'(x_1) > 0$	

$$\begin{array}{c|c}
\hline
f''(x_1) < 0 & \boxtimes \\
f''(x_1) = 0 & \square \\
\hline
f''(x_1) > 0 & \square
\end{array}$$

AN 3.3 - 11 Pflanzenwachstum - MC - BIFIE

11. Die Höhe h (in cm) von drei verschiedenen Pflanzen in Abhängigkeit von der Zeit t (in Tagen) wurde über einen läneren Zeitraum beobachtet und mittels geeigneter Funktionen h_1 (für die Pflanze 1), h_2 (für die Pflanze 2) und h_3 (für die Pflanze 3) modelliert. Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen der drei Funktionen h_1, h_2 und h_3 .

____/1
AN 3.3



Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Graph der Funktion h_1 ist im Intervall [1;5] links gekrümmt.	
Die Wachstumsgeschwindigkeit von Pflanze 1 nimmt im Intervall [11;13] ab.	
Während des Beobachtungszeitraums [0;17] nimmt die Wachstumsgeschwindigkeit von Pflanze 2 ständig zu.	
Für alle Werte $t \in [0; 17]$ gilt $h_3''(t) \leq 0$	
Für alle Werte $t \in [3; 8]$ gilt $h'_1(t) < 0$	

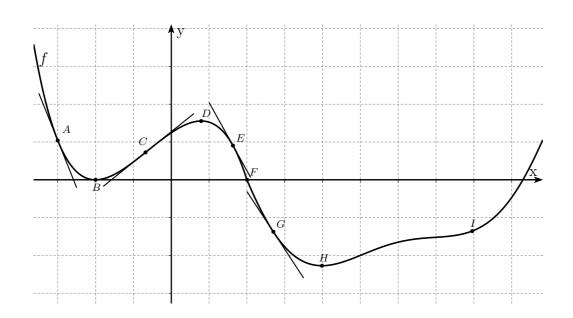
AN 3.3 - 12 Lokale Eigenschaften einer Funktion - ZO - BIFIE

12. Gegeben ist der Graph einer Funktion f.

____/1 AN 3.3

Die eingezeichneten Punkte A, B, C, D, E, F, G, H und I liegen auf dem Funktionsgraphen; weiters sind die Tangenten in A, C, E und G eingetragen; in B, D, H

und I ist die Tangente horizontal (waagrecht).



Ordne den angegebenen Eigenschaften jeweils einen der markierten Punkte zu.

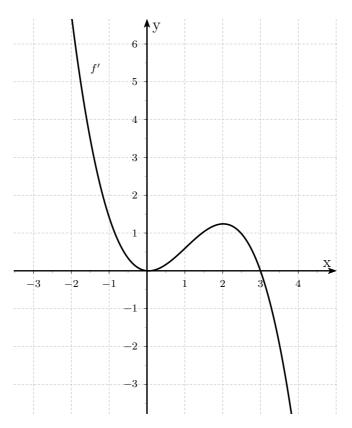
f(x) < 0, f'(x) = 0, f''(x) < 0	D
f(x) > 0, f'(x) > 0, f''(x) = 0	С
f(x) = 0, f'(x) = 0, f''(x) > 0	В
f(x) > 0, f'(x) < 0, f''(x) > 0	A

A	A
В	В
С	С
D	D
Е	Е
F	F

AN~3.3 - 13 Funktionseigenschaften - MC - BIFIE

13. Die Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' einer Polynomfunktion f.

AN 3.3



Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Funktion f hat an der Stelle $x=3$ einen lokalen Hochpunkt.	
Die Funktion f ist im Intervall [2;5] streng monoton fallend.	
Die Funktion f hat an der Stelle $x=0$ einen Wendepunkt.	
Die Funktion f hat an der Stelle $x=0$ eine lokale Extremstelle.	
Die Funktion f ist im Intervall [-2;0] links gekrümmt.	

AN 3.3 - 14 Funktionseigenschaften - MC - BIFIE

14. Gegeben ist eine Polynomfunktion f mit der Funktionsgleichung

____/1

AN 3.3

$$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

mit den Parametern $a \neq 0; a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

Die Funktion f hat einen Hochpunkt im Punkt H=(2/2) und einen Wendepunkt an der Stelle $x_2=-1$. An der Stelle $x_3=3$ hat die Steigung der Funktion den Wert -9.

Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

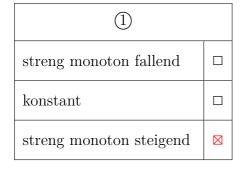
f'(3) = -9	×
f(2) = 0	
f''(-1) = 0	×
f'(2) = 0	×
f''(2) = 0	

AN 3.3 - 15 Monotonie - LT - BIFIE

15. Gegeben ist die reelle Funktion f mit $f(x) = x^2 - 2x + 3$.

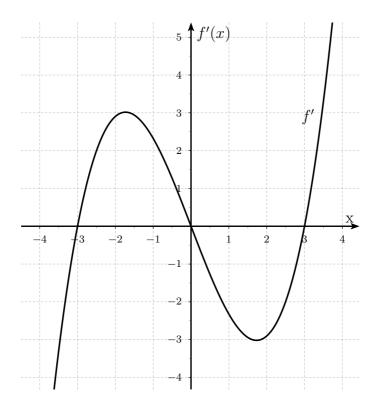
____/1
AN 3.3

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!



AN 3.3 - 16 Ableitungsfunktion - LT - BIFIE

16. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Ableitungsfunktion f' einer _____/1 Funktion f dargestellt. AN 3.3



Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

Die Funktion f hat im Intervall $[-4;4]$ drei lokale Extremstellen.	\boxtimes
Die Funktion f ist im Intervall $(2;3)$ streng monoton steigend.	
Die Funktion f hat im Intervall $[-3; 0]$ eine Wendestelle.	\boxtimes
Die Funktion f'' hat im Intervall $[-3; 3]$ zwei Nullstellen.	\boxtimes
Die Funktion f hat an der Stelle $x=0$ ein lokales Minimum.	

AN 3.3 - 17 Charakteristika einer Polynomfunktion - LT - BIFIE

17. Von einer Polynomfunktion
$$f$$
 ist Folgendes bekannt: $f(2) = 0$, $f'(2) = 0$ und $f''(2) = 1$.

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

c	1 , 1	Ct 11	1	. 1	\odot	
J	hat an der	Stelle	(1)	$_{}$ sicher	(2)	

1	
x = 0	
x = 1	
x=2	\boxtimes

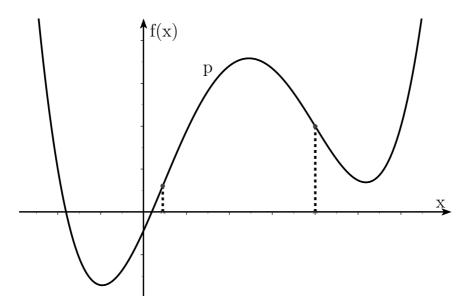
2	
ein lokales Minimum	
ein lokales Maximum	
eine Wendestelle	

AN 3.3 - 18 Kennzeichnung von x-Werten - OA - BIFIE

18. Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion p vierten Grades.

____/1

AN 3.3



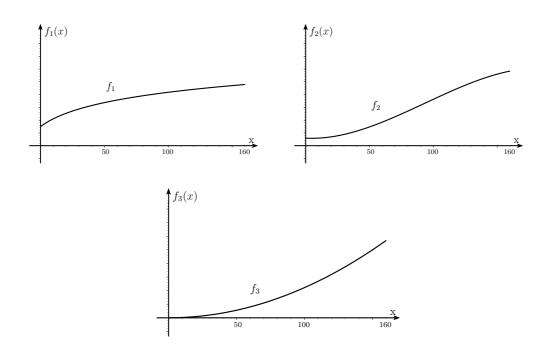
Kennzeichne alle Stellen <u>auf der x-Achse</u>, für die p''(x) = 0 gilt!

AN 3.3 - 19 Wachstumsgeschwindigkeit - LT - BIFIE

19.	9. Das Wachstum einer Bakterienkultur wird durch eine Funktion N beschrieben. Dabei gibt $N(t)$ die Anzahl der Bakterien zum Zeitpunkt t (t in Stunden) an.							/1 AN 3.3
Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!								
	_		lgt d	las Bakt	terienwachstum im	Inter	rvall	
		1			2			
		die Funktionswerte $N(t)$ für $t \in [a; b]$			immer schneller	×		
					immer langsamer			
	Dabei gibt $N(t)$ die Anzahl der Bakte Ergänze die Textlücken im folgenden Satzteile so, dass eine mathematisch Wenn			gleich schnell				
		die Funktionswerte $N''(t)$ für $t \in [a; b]$						

AN~3.3 - 20~Ableitungsfunktionen - MC - BIFIE

20. Die nachstehenden Abbildungen zeigen die Graphen von drei Funktionen $f_1, f_2,$ _____/1 f_3 im Intervall [0; 160]. AN 3.3



Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

Die Funktionswerte von f'_1 sind im Intervall [0; 160] negativ.	
Der Wert des Differenzialquotienten von f_3 wächst im Intervall $[0; 160]$ mit wachsendem x .	
Die Funktion f_2'' hat im Intervall (0; 160) genau eine Nullstelle.	\boxtimes
Die Funktionswerte von f_3'' sind im Intervall [0; 160] negativ.	
Die Funktion f'_1 ist im Intervall [0; 160] streng monoton fallend.	\boxtimes

AN 3.3 - 21 Nachweis eines lokalen Minimums - OA - Matura 2015/16 - Haupttermin

21. Gegeben ist eine Polynomfunktion p mit $p(x) = x^3 - 3 \cdot x + 2$. Die erste Ableitung p' mit $p'(x) = 3 \cdot x^2 - 3$ hat an der Stelle x = 1 den Wert null.

AN 3.3

Zeige rechnerisch, dass p an dieser Stelle ein lokales Minimum (d. h. ihr Graph dort einen Tiefpunkt) hat.

Möglicher rechnerischer Nachweis:

$$p''(x) = 6x$$

 $p''(1)=6>0\Rightarrow$ An der Stelle 1 liegt ein lokales Minimum vor.

AN 3.3 - 22 Funktionswerttabelle - OA - BIFIE - Kompetenzcheck 2016

22. In der nachstehenden Tabelle sind Funktionswerte einer Polynomfunktion f _____/1 dritten Grades sowie ihrer Ableitungsfunktionen f' und f'' angegeben. AN 3.3

x	0	1	2	3	4
f(x)	-2	2	0	-2	2
f'(x)	9	0	-3	0	9
f''(x)	-12	-6	0	6	12

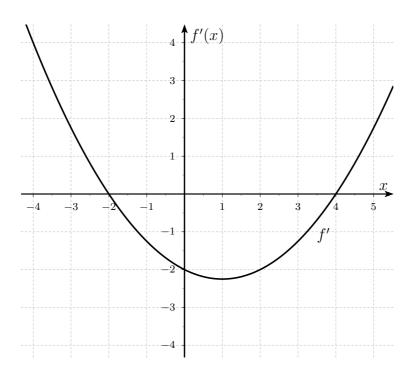
Gib an, an welchen Stellen des Intervalls (0;4) die Funktion f jedenfalls lokale Extremstellen besitzt.

Die Stellen $x_1=1$ und $x_2=3$ sind lokale Extremstellen der Funktion f.

AN 3.3 - 23 Graph einer Ableitungsfunktion - MC - Matura 2014/15 - Haupttermin

23. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' mit $f'(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2 - \frac{1}{2} \cdot x - 2$ einer Polynomfunktion f.

AN 3.3

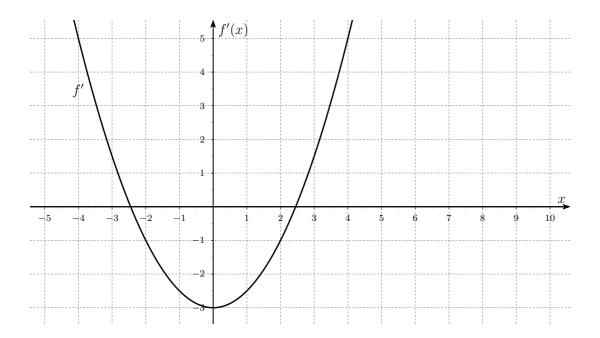


Welche der folgenden Aussagen über die Funktion f sind richtig? Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Die Funktion f hat im Intervall $[-4; 5]$ zwei lokale Extremstellen.	\boxtimes
Die Funktion f ist im Intervall $[1;2]$ monoton steigend.	
Die Funktion f ist im Intervall $[-4; -2]$ monoton fallend.	
Die Funktion f ist im Intervall $[-4; 0]$ linksgekrümmt (d.h. $f''(x) > 0$ für alle $x \in [-4; 0]$).	
Die Funktion f hat an der Stelle $x=1$ eine Wendestelle.	\boxtimes

AN 3.3 - 24 Graph einer Ableitungsfunktion - MC - Matura 2014/15 - Nebentermin 1

24. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' einer _____/1 Funktion f. Die Funktion f' ist eine Polynomfunktion zweiten Grades. AN 3.3



Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Die Funktion f ist eine Polynomfunktion dritten Grades.	\boxtimes
Die Funktion f ist im Intervall $[0;4]$ streng monoton steigend	
Die Funktion f ist im Intervall $[-4; -3]$ streng monoton fallend.	
Die Funktion f hat an der Stelle $x=0$ eine Wendestelle	×
Die Funktion f ist im Intervall $[-4;4]$ links gekrümmt.	

AN 3.3 - 25 Gewinn und Kosten - OA - Matura 2014/15 - Kompensationsprüfung

25. Gegeben ist die Gewinnfunktion G mit der Gleichung $G(x) = x^2 - 90 \cdot x - 1800$.

Dabei wird x in Stück und G(x) in Euro angegeben.

AN 3.3

Berechne den maximalen Gewinn.

$$G'(x) = -2 \cdot x + 90$$

$$G'(x) = 0$$

$$x = 45$$

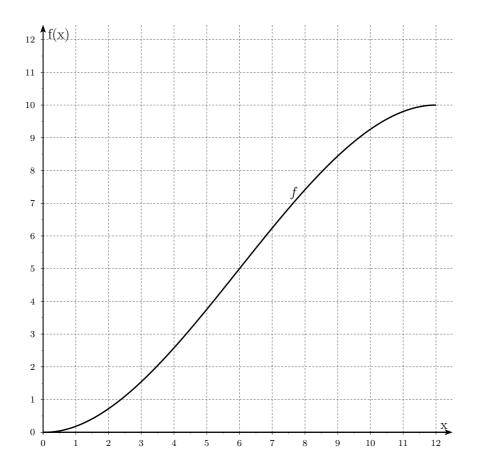
$$G(45) = 225$$

Der maximale Gewinn beträgt € 225

AN 3.3 - 26 Differenzierbare Funktion - MC - Matura 2015/16 - Nebentermin 1

26. Die nachstehende Abbildung zeigt den Ausschnitt eines Graphen einer Polynomfunktion f. Die Tangentensteigung an der Stelle x=6 ist maximal.

AN 3.3

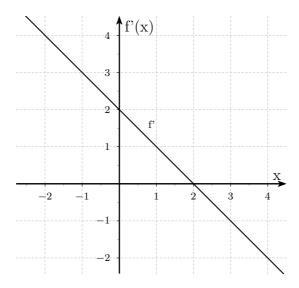


Kreuze die beiden für die gegebene Funktion f zutreffenden Aussagen an.

f''(6) = 0	
f''(11) < 0	\boxtimes
f''(2) < f''(10)	
f'(6) = 0	
f'(7) < f'(10)	

AN 3.3 - 27 Eigenschaften einer Funktion - MC - Matura 2013/14 Haupttermin

27. Von einer rellen Polynomfunktion f sind der Graph und die Funktionsgleichung der Ableitungsfunktion f' gegeben: f'(x) = -x + 2.



Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Stelle $x_1 = 0$ ist eine Wendestelle von f .	
Im Intervall $[0;1]$ ist f streng monoton fallend.	
Die Tangente an den Graphen der Funktion f im Punkt $(0 f(0))$ hat die Steigung 2.	×
Die Stelle $x_2 = 2$ ist eine lokale Maximumstelle von f .	\boxtimes
Der Graph der Funktion f weist im Intervall [2; 3] eine Linkskrümmung (positive Krümmung) auf.	

AN 3.3 - 28 Extremstelle - MC - Matura 2013/14 1. Nebentermin

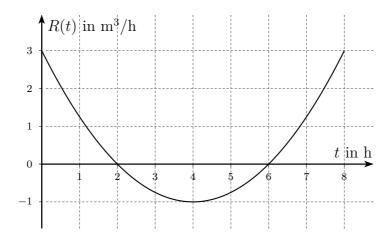
28. Die Ermittlung lokaler Extremstellen einer Polynomfunktion f erfolgt häufig _____/1 mithilfe der Differenzialrechnung. AN 3.3

Kreuze die beiden Aussagen an, die stets zutreffend sind!

Wenn x_0 eine lokale Extremstelle von f ist, dann wechselt die Funktion an der Stelle x_0 das Krümmungsverhalten.	
Wenn x_0 eine lokale Extremstelle von f ist, dann ist $f''(x_0) = 0$.	
Wenn die Funktion f bei x_0 das Monotonieverhalten ändert, dann liegt bei x_0 eine lokale Extremstelle von f .	
Wenn x_0 eine lokale Extremstelle von f ist, dann ist $f'(x_0) = 0$.	\boxtimes
Wenn x_0 eine lokale Extremstelle von f ist, dann ist $f'(x)$ für $x < x_0$ immer negativ und für $x > x_0$ immer positiv.	

AN 3.3 - 29 Wassermenge in einem Behälter - MC - Matura 2016/17 - Haupttermin

29. In der nachstehenden Abbildung ist die momentane Änderungsrate R der Wassermenge in einem Behälter (in m^3/h) in Abhängigkeit von der Zeit t dargestellt. AN 3.3



Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen über die Wassermenge im Behälter an.

Zum Zeitpunkt $t=6$ befindet sich weniger Wasser im Behälter als zum Zeitpunkt $t=2$.	
Im Zeitintervall (6; 8) nimmt die Wassermenge im Behälter zu.	×
Zum Zeitpunkt $t=2$ befindet sich kein Wasser im Behälter.	
Im Zeitintervall (0; 2) nimmt die Wassermenge im Behälter ab.	
Zum Zeitpunkt $t=4$ befindet sich am wenigsten Wasser im Behälter.	

AN 3.3 - 30 Zeit-Weg-Funktion - MC - Matura NT $1\ 16/17$

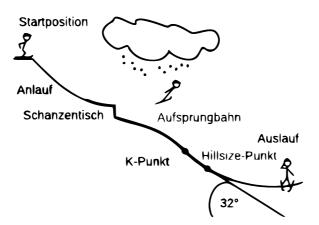
30. Die geradlinige Bewegung eines Autos wird mithilfe der Zeit-Weg-Funktion s _____/1 beschrieben. Innerhalb des Beobachtungszeitraums ist die Funktion s streng and s are incomparable to the property of the second secon

Kreuze die beiden für diesen Beobachtungszeitraum zutreffenden Aussagen an!

Die Geschwindigkeit des Autos wird immer größer.	
Die Funktionswerte von s' sind negativ.	
Die Funktionswerte von s'' sind negativ.	\boxtimes
Der Wert des Differenzenquotienten von s im Beobachtungszeitraum ist negativ.	
Der Wert des Differenzialquotienten von s wird immer kleiner.	\boxtimes

AN 3.3 - 31 Sprungschanze - MC - BIFIE

31. In der nachstehenden Abbildung ist der Längsschnitt einer Skisprungschanze ____/1 samt Aufsprungbahn und Auslauf dargestellt. AN 3.3



In einem Koordinatensystem mit horizontaler x-Achse sei der Längsschnitt der Aufsprungbahn der Graph der Funktion a. Die steilste Stelle der Aufsprungbahn befindet sich am K-Punkt. Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Am K-Punkt gilt: $a''(x) < 0$.	
Der K-Punkt ist Wendepunkt der Funktion a .	\boxtimes
Der K-Punkt ist ein Extrempunkt mit $a'(x) = 0$.	
Der K-Punkt ist ein Sattelpunkt.	
Am K-Punkt ändert sich die Krümmung des Graphen der Funktion a .	\boxtimes