AN 1.4 - 1 Wachstum - MC - BIFIE

1. Wachstum tritt in der Natur fast nie unbegrenzt auf, es erreicht einmal eine gewisse Grenze (Sättigung). Diese Sättigungsgrenze sei K. Der vorhandene Bestand zum Zeitpunkt n sei xn. ____/1 AN 1.4

   Zur Beschreibung vieler Vorgänge (Wachstum von Populationen, Ausbreitung von Krankheiten oder Informationen, Erwärmung etc.) verwendet man folgendes mathematisches Modell:

   $x_{n+1} - x_n = r \cdot (K - x_n)$ mit $r \in \mathbb{R}^+$, $0 < r < 1$ (r ist ein Proportionalitätsfaktor)

   Kreuze die auf dieses Modell zutreffende(n) Aussage(n) an.

Diese Gleichung kann als eine lineare Differenzengleichung der Form $x_{n+1} = a \cdot x_n + b$ gedeutet werden.	⊠
Der Zuwachs pro Zeiteinheit ist proportional zum momentanen Bestand.	
Es liegt ein kontinuierliches Wachstumsmodell vor, d.h., man kann zu jedem beliebigen Zeitpunkt die Größe des Bestands errechnen.	
Der Zuwachs bei diesem Wachstum ist proportional zur noch verfügbaren Restkapazität (= Freiraum).	⊠
Mit zunehmender Zeit wird der Zuwachs immer geringer.	⊠

AN 1.4 - 2 Wirkstoffe im Körper - LT - BIFIE

2. Ein Patient, der an Bluthochdruck leidet, muss auf ärztliche Empfehlung ab sofort täglich am Morgen eine Tablette mit Wirkstoffgehalt 100 mg zur Therapie einnehmen. Der Körper scheidet im Laufe eines Tages 80 % des Wirkstoffs wieder aus. Die Wirkstoffmenge W_n im Körper des Patienten nach n Tagen kann daher (rekursiv) aus der Menge des Vortags W_{n-1} nach folgender Beziehung bestimmt werden: ____/1 AN 1.4

$$W_n = 0{,}2 \cdot W_{n-1} + 100,\ W_0 = 100\ (W_i \text{ in mg})$$

In welcher Weise wird sich die Wirkstoffmenge im Körper des Patienten langfristig entwickeln?

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die Wirkstoffmenge im Körper des Patienten wird langfristig ____①____ , weil ____②____ .

①	
unbeschränkt wachsen	☐
beschränkt wachsen	☒
wieder sinken	☐

②	
der Körper des Patienten mit steigendem Wirkstoffgehalt im Körper absolut immer mehr abbaut und damit der Abbau letztlich die Zufuhr übersteigt	☐
dem Körper täglich zusätzlicher Wirkstoff zugeführt wird, dernur zu 80 % abgebaut werden kann, und somit die Zufuhr im Vergleich zum Abbau überwiegt	☐
der Körper des Patienten mit steigendem Wirkstoffgehalt im Körper absolut immer mehr davon abbaut, auch wenn der Prozentsatz gleich bleibt	☒

AN 1.4 - 3 Höhe einer Pflanze - OA - BIFIE

3. Die Höhe x einer Pflanze wächst in einem gewissen Zeitraum um 4 % pro Woche. ____/1

AN 1.4

Stelle eine Differenzengleichung auf, die die Entwicklung der Höhe dieser Pflanze beschreibt. Dabei wird n in Wochen angegeben.

$x_0 = 20$

$x_{n+1} - x_n =$ ____________________

$x_{n+1} - x_n = 0{,}04x_n$

AN 1.4 - 4 Wirkstoff - MC - BIFIE

4. Eine Person beginnt mit der Einnahme eines Medikaments und wiederholt die Einnahme alle 24 Stunden. Sie führt dem Körper dabei jeweils 125 μg eines Wirkstoffs zu. Innerhalb eines Tages werden jeweils 70 % der im Körper vorhandenen Menge des Wirkstoffs abgebaut. ____/1

AN 1.4

Die Wirkstoffmenge x_n (in μg) gibt die vorhandene Menge des Wirkstoffs im Körper dieser Person nach n Tagen unmittelbar nach Einnahme des Wirkstoffs an und kann modellhaft durch eine Differenzengleichung beschrieben werden. Kreuze die entsprechende Gleichung an.

$x_{n+1} = x_n + 125) \cdot 0{,}3$	
$x_{n+1} = 0{,}3 \cdot x_n + 125$	☒
$x_{n+1} = 1{,}3 \cdot x_n - 125$	
$x_{n+1} = x_n + 125 \cdot 0{,}7$	
$x_{n+1} = (x_n - 125) \cdot 0{,}7$	
$x_{n+1} = (x_n - 0{,}3) \cdot 125$	

AN 1.4 - 5 Holzbestand - OA - Matura 2014/15 - Kompensationsprüfung

5. Der Holzbestand eines Waldes wird in Kubikmetern (m^3) angegeben. Zu Beginn eines bestimmten Jahres beträgt der Holzbestand $10\,000\,m^3$. Jedes Jahr wächst der Holzbestand um 3 %. Am Jahresende werden jeweils $500\,m^3$ Holz geschlägert. Dabei gibt a_n die Holzmenge am Ende des n-ten Jahres an. ____/1 AN 1.4

   Stelle die Entwicklung des Holzbestandes durch eine Differeneznleichung dar.

   $a_0 = 10\,000$
   $a_{n+1} = 1{,}03 \cdot a_n - 500$

   a_0 ... Holzbestand zu Beginn
   n ... Jahre nach Beginn
   a_{n+1} ... Holzbestand am Ende des $(n+1)$-ten Jahres

AN 1.4 - 6 Nikotin - OA - Matura 2013/14 Haupttermin

6. Die Nikotinmenge x (in mg) im Blut eine bestimmten Rauchers kann modellhaft durch die Differenzengleichung $x_{n+1} = 0{,}98 \cdot x_n + 0{,}03$ (n in Tagen) beschrieben werden. ____/1 AN 1.4

   Gib an, wie viel Milligramm Nikotin täglich zugeführt werden und wie viel Prozent der im Körper vorhandenen Nikotinmenge täglich abgebaut werden!

   0,03 mg

   2 %

AN 1.4 - 7 Differenzengleichung - OA - Matura 2016/17 - Haupttermin

7. Die nachstehende Tabelle enthält Werte einer Größe zum Zeitpunkt n ($n \in \mathbb{N}$) ____/1

AN 1.4

n	x_n
0	10
1	21
2	43
3	87

Die zeitliche Entwicklung dieser Größe kann durch eine Differenzengleichung der Form $x_{n+1} = a \cdot x_n + b$ beschrieben werden.

Gib die Werte der (reellen) Parameter a und b so an, dass damit das in der Tabelle angegebene zeitliche Verhalten beschrieben wird!

$a = 2$

$b = 1$