WS 3.2 - 1 Binomialverteilung - MC - BIFIE

1. Die Zufallsvariable X sei binomialverteilt mit $n = 25$ und $p = 0{,}15$. Es soll die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden, sodass die Zufallsvariable X höchstens den Wert 2 annimmt. ____/1 WS 3.2

   Kreuze den zutreffenden Term an.

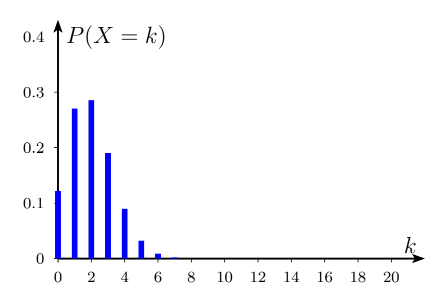
$\binom{25}{2} \cdot 0{,}15^2 \cdot 0{,}85^{23}$	
$0{,}85^{25} + \binom{25}{1} \cdot 0{,}15^1 \cdot 0{,}85^{24} + \binom{25}{2} \cdot 0{,}15^2 \cdot 0{,}85^{23}$	☒
$\binom{25}{1} \cdot 0{,}15^1 \cdot 0{,}85^{24} + \binom{25}{2} \cdot 0{,}15^2 \cdot 0{,}85^{23}$	
$1 - \binom{25}{2} \cdot 0{,}15^2 \cdot 0{,}85^{23}$	
$1 - \left[0{,}85^{25} + \binom{25}{1} \cdot 0{,}15^1 \cdot 0{,}85^{24} + \binom{25}{2} \cdot 0{,}15^2 \cdot 0{,}85^{23}\right]$	
$\binom{25}{2} \cdot 0{,}85^2 \cdot 0{,}15^{23}$	

WS 3.2 - 2 Graphen einer Binomialverteilung - MC - BIFIE

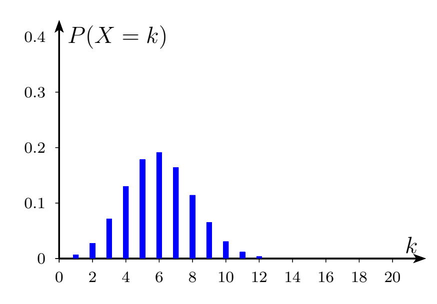
2. In den untenstehenden Grafiken sind Binomialverteilungen dargestellt. ____/1

WS 3.2

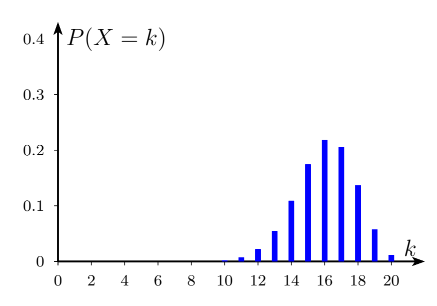
Kreuze diejenige Grafik an, die einer Binomialverteilung mit $n = 20$ und $p = 0{,}9$ zuzuordnen ist.



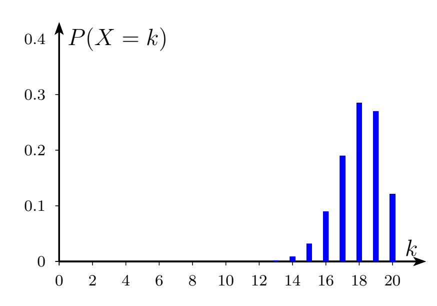
☐



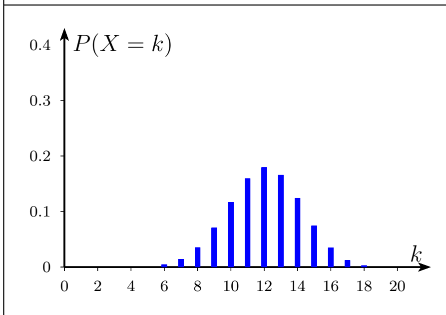
☐



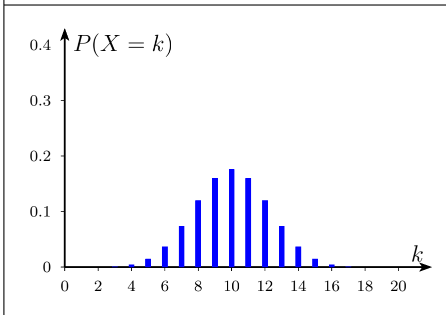
☐



☒



☐



☐

WS 3.2 - 3 Kennzahlen der Binomialverteilung - OA - BIFIE

3. Auf einer Sortieranlage werden Flaschen von einem Scanner untersucht und es wird die Art des Kunststoffes ermittelt. 95 % der Flaschen werden richtig erkannt und in die bereitgestellten Behälter einsortiert. Die Werte der Zufallsvariablen X beschreiben die Anzahl der falschen Entscheidungen bei einem Stichprobenumfang von 500 Stück. Verwenden Sie die Binomialverteilung als Modell. ____/1 WS 3.2

   Berechne den Erwartungswert und die Standardabweichung für die Zufallsvariable X.

   $\mu = n \cdot p = 500 \cdot 0{,}05 = 25$

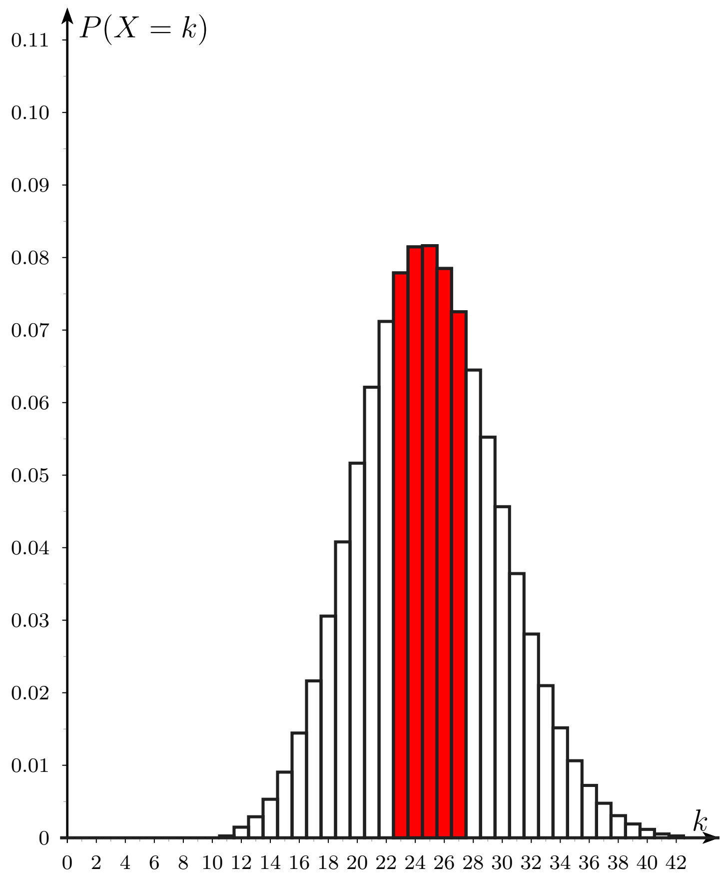
   $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{500 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}95} = 4{,}8734$

   Lösungsschlüssel: Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn beide Werte richtig berechnet sind und σ im Lösungsintervall $[4{,}8\,;4{,}9]$ liegt.

WS 3.2 - 4 Flaschensortieranlage - OA - BIFIE

4. Auf einer Sortieranlage werden 500 Flaschen von einem Scanner untersucht – es wird die Art des Kunststoffes ermittelt. $p\,\%$ der Flaschen werden richtig erkannt und in die bereitgestellten Behälter einsortiert. Die Werte der binomialverteilten Zufallsvariablen X beschreiben die Anzahl k der falschen Entscheidungen beim vorgegebenen Stichprobenumfang. ____/1 WS 3.2

Berechne mithilfe der gegebenen Tabelle die Wahrscheinlichkeit $P(22 < X \leq 27)$ und markiere diese in der Grafik.



k	$P(X = k)$
10	0,0003
11	0,0007
12	0,0015
13	0,0029
14	0,0053
15	0,009
16	0,0144
17	0,0216
18	0,0305
19	0,0408
20	0,0516
21	0,0621
22	0,0712
23	0,0778
24	0,0814
25	0,0816
26	0,0785
27	0,0725
28	0,0644
29	0,0552
30	0,0456

$P(22 < X \leq 27) = 0{,}0778 + 0{,}0814 + 0{,}0816 + 0{,}0785 + 0{,}0725 = 0{,}3918 \approx 39{,}2\,\%$

Lösungsschlüssel: Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn die Wahrscheinlichkeit richtig berechnet und in der Grafik gekennzeichnet ist.

WS 3.2 - 5 Binomialverteilte Zufallsvariable - OA - BIFIE

5. Die Zufallsvariable X sei binomialverteilt mit $n = 8$ und $p = 0{,}25$. ____/1

WS 3.2

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(X)$	0,1001	0,2670	0,3115	0,2076	0,0865	0,0231	0,0038	0,0004	0,00002

μ ist der Erwartungswert, σ die Standardabweichung der Verteilung.

Berechne die folgende Wahrscheinlichkeit.

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) =$

$\mu = n \cdot p = 8 \cdot 0{,}25 = 2$
$\sigma = \sqrt{\mu \cdot (1-p)} \approx 1{,}22$

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P(1 < X < 3) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) =$
$= 0{,}2670 + 0{,}3115 + 0{,}2076 = 0{,}7861 = 78{,}61\,\%$

WS 3.2 - 6 Wahrscheinlichkeitsverteilung - OA - Matura 2015/16 - Haupttermin

6. Der Wertebereich einer Zufallsvariablen X besteht aus den Werten x_1, x_2, x_3. Man kennt die Wahrscheinlichkeit $P(X = x_1) = 0{,}4$. Außerdem weiß man, dass x_3 doppelt so wahrscheinlich wie x_2 ist. ____/1 WS 3.2

   Berechne $P(X = x_2)$ und $P(X = x_3)$.

   $P(X = x_2) =$ ______________________

   $P(X = x_3) =$ ______________________

   $P(X = x_2) = 0{,}2$

   $P(X = x_3) = 0{,}4$

WS 3.2 - 7 Erwartungswert des Gewinns - OA - Matura 2014/15 - Haupttermin

7. Bei einem Gewinnspiel gibt es 100 Lose. Der Lospreis beträgt € 5. Für den Haupttreffer werden € 100 ausgezahlt, für zwei weitere Treffer werden je € 50 ausgezahlt und für fünf weitere Treffer werden je € 20 ausgezahlt. Für alle weiteren Lose wird nichts ausgezahlt. Unter *Gewinn* versteht man *Auszahlung minus Lospreis*. ____/1 WS 3.2

Berechne den Erwartungswert des Gewinns aus der Sicht einer Person, die ein Los kauft.

$E = \frac{1}{100} \cdot 100 + \frac{2}{100} \cdot 50 + \frac{5}{100} \cdot 20 - 5 = -2$

$E = \frac{92}{100} \cdot (-5) + \frac{5}{100} \cdot 15 + \frac{2}{100} \cdot 45 + \frac{1}{100} \cdot 95 = -2$

Der Erwartungswert des Gewinns beträgt € -2

Lösungsschlüssel:
Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit Euro nicht angeführt werden muss. Der Wert $E = 2$ ist nur dann als richtig zu werten, wenn aus der Antwort klar hervorgeht, dass es sich dabei um einen Verlust von € 2 aus Sicht der Person, die ein Los kauft, handelt. Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

WS 3.2 - 8 Tennisspiel - OA - Matura 2014/15 - Haupttermin

8. Stefan und Helmut spielen im Training 5 Sätze Tennis. Stefan hat eine konstante Gewinnwahrscheinlichkeit von 60 % für jeden gespielten Satz. ____/1 WS 3.2

   Es wird folgender Wert berechnet:

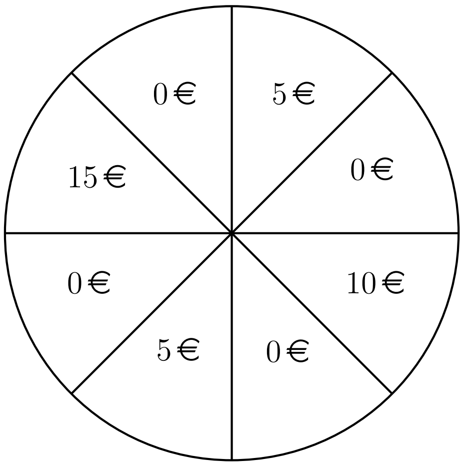
   $$\binom{5}{3} \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^2 = 0{,}2304$$

   Gib an, was dieser Wert im Zusammenhang mit der Angabe aussagt.

   Dieser Wert gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der Helmut 3 von 5 Sätzen im Training gewinnt.

WS 3.2 - 9 Gewinn beim Glücksrad - OA - Matura 2014/15 - Nebentermin 1

9. Das unten abgebildete Glücksrad ist in acht gleich große Sektoren unterteilt, die mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten. Für einmaliges Drehen des Glücksrades muss ein Einsatz von 5 € gezahlt werden. Die Gewinne, die ausbezahlt werden, wenn das Glücksrad im entsprechenden Sektor stehen bleibt, sind auf dem Glücksrad abgebildet. ____/1 WS 3.2



Das Glücksrad wird einmal gedreht. Berechne den entsprechenden Erwartungswert des Reingewinns G (in Euro) aus der Sicht des Betreibers des Glücksrades. Der Reingewinn ist die Differenz aus Einsatz und Auszahlungsbetrag.

$G = 5 - \left(\frac{1}{4} \cdot 5 + \frac{1}{8} \cdot 10 + \frac{1}{8} \cdot 15\right) = \frac{5}{8} \Rightarrow G \approx € \quad 0{,}63$

Lösungsschlüssel:
Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit nicht angeführt sein muss.
Toleranzintervall: $[0{,}62; 0{,}63]$

WS 3.2 - 10 Parameter einer Binomialverteilung - OA - Matura 2015/16 - Nebentermin 1

10. Ein Zufallsexperiment wird durch eine binomialverteilte Zufallsvariable X beschrieben. Diese hat die Erfolgswahrscheinlichkeit $p = 0{,}36$ und die Standardabweichung $\sigma = 7{,}2$. ____/1 WS 3.2

    Berechneden zugehörigen Parameter n (Anzahl der Versuche).

    n=________________________________

    $n \cdot 0{,}36 \cdot (1 - 0{,}36) = 7{,}2^2$

    $n = 225$

WS 3.2 - 11 Zufallsexperiment - MC - Matura NT 2 15/16

11. Bei einem Zufallsexperiment, das 25-mal wiederholt wird, gibt es die Ausgänge „günstig“ und „ungünstig“. Die Zufallsvariable X beschreibt, wie oft dabei das Ergebnis „günstig“ eingetreten ist. X ist binomialverteilt mit dem Erwartungswert 10. ____/0

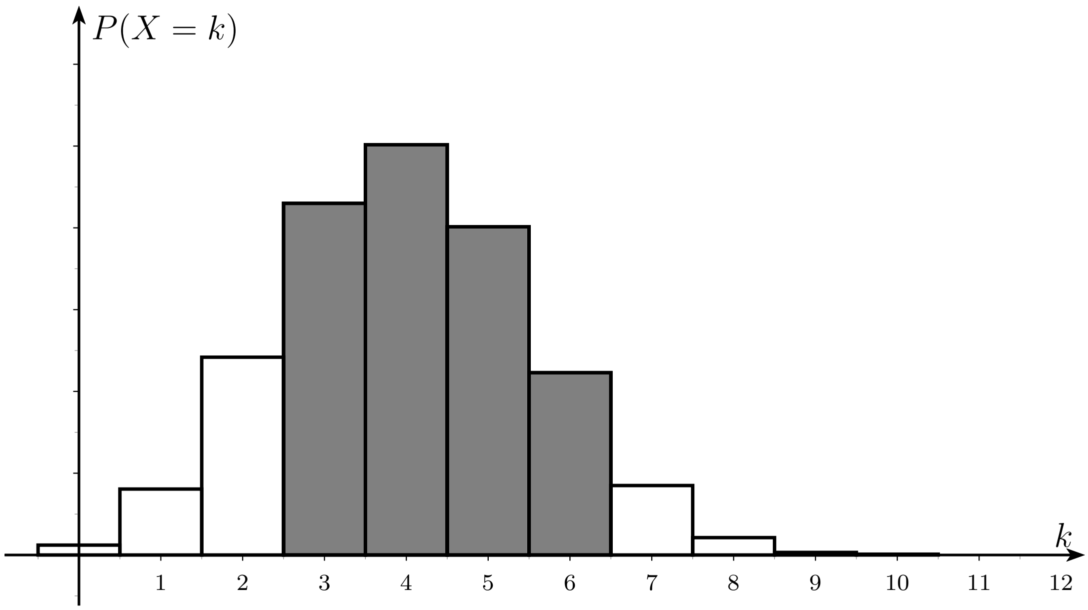
    Zwei der nachstehenden Aussagen lassen sich aus diesen Informationen ableiten.

    Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

$P(X = 25) = 10$	
Wenn man das Zufallsexperiment 25-mal durchführt, werden mit Sicherheit genau 10 Ergebnisse „günstig“ sein.	
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelnes Zufallsexperiment „günstig“ ausgeht, ist 40 %.	☒
Wenn man das Zufallsexperiment 50-mal durchführt, dann ist der Erwartungswert für die Anzahl der „günstigen“ Ergebnisse 20.	☒
$P(X > 10) > P(X > 8)$	

WS 3.2 - 12 Diskrete Zufallsvariable - MC- Matura 2013/14 Haupttermin

12. Die unten stehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen X. ____/1 WS 3.2



Welcher der folgenden Ausdrücke beschreibt die Wahrscheinlichkeit, die dem Inhalt der schraffierten Fläche entspricht?
Kreuze den zutreffenden Ausdruck an!

$1 - P(X \leq 2)$	
$P(X \leq 6) - P(X \leq 3)$	
$P(X \geq 3) + P(X \leq 6)$	
$(3 \leq X \leq 6)$	⊠
$P(X \leq 6) - P(X < 2)$	
$P(3 < X < 6)$	

WS 3.2 - 13 Multiple-Choice-Antwort - OA - Matura 2013/14 Haupttermin

13. Bei einer schriftlichen Prüfung werden der Kandidatin/dem Kandidaten fünf Fragen mit je vier Antwortmöglichkeiten vorgelegt. Genau eine der Antworten ist jeweils richtig. ____/1 WS 3.2

    Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Kandidatin/der Kandidat bei zufälligem Ankreuzen mindestens viermal die richtige Antwort kennzeichnet!

    X ... Anzahl der richtigen Antworten

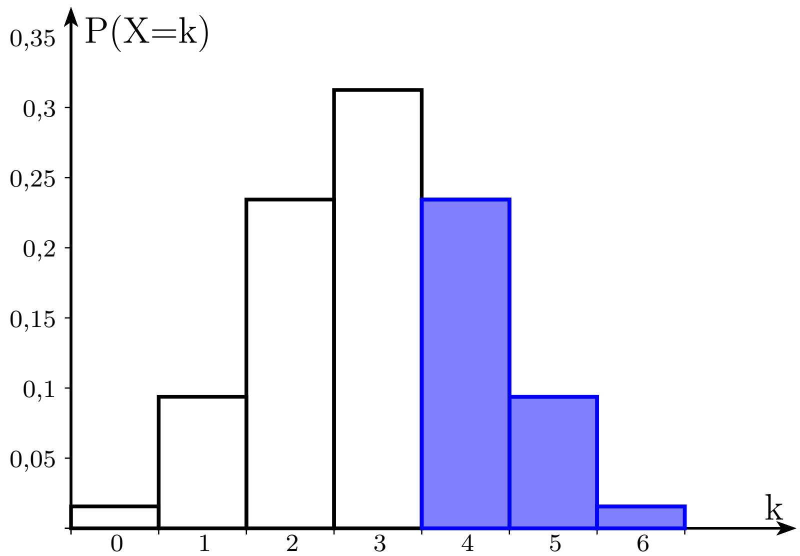
    $W(X \geq 4) = 5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{1}{64} \approx 0{,}02 = 2\,\%$

    Toleranzintervall: $[0{,}015; 0{,}02]$ bzw. $[1{,}5\,\%; 2\,\%]$.

WS 3.2 - 14 Binomialverteilung - OA - Matura 2013/14 1. Nebentermin

14. In der untenstehenden Abbildung ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer binomialverteilten Zufallsvariablen X mit den Parametern $n = 6$ und $p = 0{,}5$ durch ein Säulendiagramm (Säulenbreite = 1) dargestellt. μ bezeichnet den Erwartungswert von X. ____/1 WS 3.2

    Schraffieren Sie diejenigen Rechtecksflächen, die $P(X > \mu)$ veranschaulichen!



WS 3.2 - 15 Aussagen zu einer Zufallsvariablen - MC - Matura 2016/17 - Haupttermin

15. Die Zufallsvariable X kann nur die Werte 10, 20 und 30 annehmen. Die nachstehende Tabelle gibt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X an, wobei a und b positive reelle Zahlen sind.

____/1

WS 3.2

k	10	20	30
$P(X = k)$	a	b	a

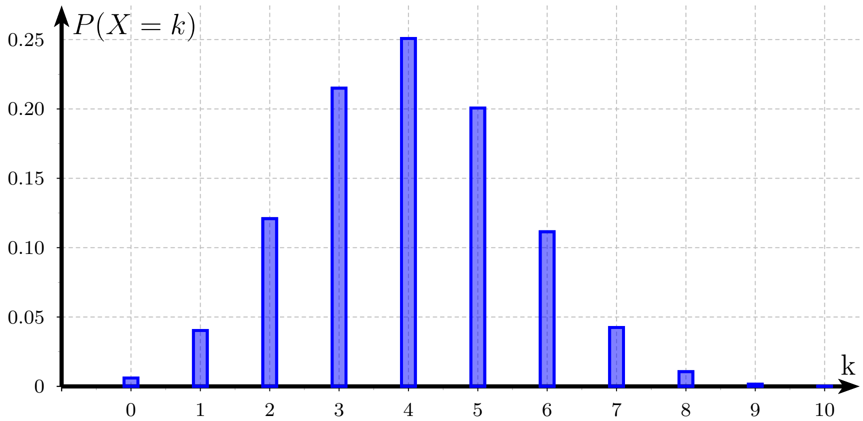
Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Der Erwartungswert von X ist 20.	⊠
Die Standardabweichung von X ist 20.	
$a + b = 1$	
$P(10 \leq X \leq 30) = 1$	⊠
$P(X \leq 10) = P(X \geq 10)$	

WS 3.2 - 16 Wahrscheinlichkeit bestimmen - OA - Matura NT 1 16/17

16. Die nachstehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen X. ____/1

WS 3.2



Gib mithilfe dieser Abbildung näherungsweise die Wahrscheinlichkeit $P(4 \leq X \leq 7)$ an!

$P(4 \leq X < 7) \approx 0{,}55$

$[0{,}54; 0{,}56]$ bzw. $[54\,\%; 56\,\%]$
