# Grundkompetenzkatalog

# Algebra und Geometrie (AG)

#### Grundbegriffe der Algebra (Reifeprüfung)

- AG 1.1 Wissen über die Zahlenmengen  $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$  verständig einsetzen können
- AG 1.2 Wissen über algebraische Begriffe angemessen einsetzen können: Variable, Terme, Formeln, (Un-)Gleichungen, Gleichungssysteme; Äquivalenz, Umformungen, Lösbarkeit

#### Grundbegriffe der Algebra (Lehrplan)

- AG 1.3-L Mit Aussagen und Mengen umgehen können
- AG 1.4-L Zahlen in einem nichtdekadischen Zahlensystem darstellen können
- AG 1.5-L Komplexe Zahlen in der Gaußschen Zahlenebene darstellen und mit komplexen Zahlen rechnen können

## (Un-)Gleichungen und Gleichungssysteme (Reifeprüfung)

- AG 2.1 Einfache Terme und Formeln aufstellen, umformen und im Kontext deuten können
- AG 2.2 Lineare Gleichungen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen und die Lösung im Kontext deuten können
- AG 2.3 Quadratische Gleichungen in einer Variablen umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können
- AG 2.4 Lineare Ungleichungen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, Lösungen (auch geometrisch) deuten können
- AG 2.5 Lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können

#### (Un-)Gleichungen und Gleichungssysteme (Lehrplan)

- AG 2.6-L Den Satz von Vieta kennen und anwenden können
- AG 2.7-L Lineare Gleichungssysteme in drei Variablen lösen können
- $AG\ 2.8\text{-}L$  Den Fundamentalsatz der Algebra kennen und seine Bedeutung bei der Zahlenbereichserweiterung von  $\mathbb R$  auf  $\mathbb C$  erläutern können

#### Vektoren und analytische Geometrie (Reifeprüfung)

- AG 3.1 Vektoren als Zahlentupel verständig einsetzen und im Kontext deuten können
- AG 3.2 Vektoren geometrisch (als Punkte bzw. Pfeile) deuten und verständig einsetzen können
- AG 3.3 Definition der Rechenoperationen mit Vektoren (Addition, Multiplikation mit einem Skalar, Skalarmultiplikation) kennen, Rechenoperationen verständig einsetzen und (auch geometrisch) deuten können
- AG 3.4 Geraden durch (Parameter-)Gleichungen in  $\mathbb{R}^2$  und  $\mathbb{R}^3$  angeben können; Geradengleichungen interpretieren können; Lagebeziehungen (zwischen Geraden und zwischen Punkt und Gerade) analysieren, Schnittpunkte ermitteln können
- AG 3.5 Normalvektoren in  $\mathbb{R}^2$  aufstellen, verständig einsetzen und interpretieren können

#### Vektoren und analytische Geometrie (Lehrplan)

- AG 3.6-L Die geometrische Bedeutung des Skalarprodukts kennen und den Winkel zwischen zwei Vektoren ermitteln können
- AG 3.7-L Einheitsvektoren ermitteln, verständig einsetzen und interpretieren können
- AG 3.8-L Definition des vektoriellen Produkts und seine geometrische Bedeutung kennen
- AG 3.9-L Wissen, wodurch Ebenen festgelegt sind; Ebenen in Parameter- und Normalvektordarstellung aufstellen können

#### Trigonometrie (Reifeprüfung)

- AG 4.1 Definitionen von Sinus, Cosinus, Tangens im rechtwinkligen Dreieck kennen und zur Auflösung rechtwinkliger Dreiecke einsetzen können
- AG 4.2 Definitionen von Sinus, Cosinus für Winkel größer als  $90^\circ$  kennen und einsetzen können

#### Trigonometrie (Lehrplan)

- AG 4.3-L Einfache Berechnungen an allgemeinen Dreiecken, an Figuren und Körpern (auch mittels Sinus- und Cosinussatz) durchführen können
- AG 4.4-L Polarkoordinaten kennen und einsetzen können

#### Nichtlineare analytische Geometrie (Lehrplan)

- AG 5.1-L Kegelschnitte in der Ebene durch Gleichungen beschreiben können; aus einer Kreisgleichung Mittelpunkt und Radius bestimmen können
- AG 5.2-L Die gegenseitige Lage von Kegelschnitt und Gerade ermitteln können
- AG 5.3-L Kugeln durch Gleichungen beschreiben können

# Funktionale Abhängigkeiten (FA)

# Funktionsbegriff, reelle Funktionen, Darstellungsformen und Eigenschaften (Reifeprüfung)

- FA 1.1 Für gegebene Zusammenhänge entscheiden können, ob man sie als Funktionen betrachten kann
- FA 1.2 Formeln als Darstellung von Funktionen interpretieren und den Funktionstyp zuordnen können
- FA 1.3 Zwischen tabellarischen und grafischen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge wechseln können
- FA 1.4 Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Funktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können
- FA 1.5 Eigenschaften von Funktionen erkennen, benennen, im Kontext deuten und zum Erstellen von Funktionsgraphen einsetzen können:Monotonie, Monotoniewechsel (lokale Extrema), Wendepunkte,Periodizität, Achsensymmetrie, asymptotisches Verhalten, Schnittpunkte mit den Achsen
- FA 1.6 Schnittpunkte zweier Funktionsgraphen grafisch und rechnerisch ermitteln und im Kontext interpretieren können
- FA 1.7 Funktionen als mathematische Modelle verstehen und damit verständig arbeiten können
- FA 1.8 Durch Gleichungen (Formeln) gegebene Funktionen mit mehreren Veränderlichen im Kontext deuten können, Funktionswerte ermitteln können
- FA 1.9 Einen Überblick über die wichtigsten (unten angeführten) Typen mathematischer Funktionen geben, ihre Eigenschaften vergleichen können

## Lineare Funktion $f(x) = k \cdot x + d$ (Reifeprüfung)

- FA 2.1 Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene lineare Zusammenhänge als lineare Funktionen erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können
- FA 2.2 Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen linearer Funktionen Werte(paare) sowie die Parameter k und d ermitteln und im Kontext deuten können
- FA 2.3 Die Wirkung der Parameter k und d kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten können
- FA 2.4 Charakteristische Eigenschaften von lineare Funktionen kennen und im Kontext deuten können:  $f(x+1) = f(x) + k; \frac{f(x_2 f(x_1)}{x_2 x_1} = k = f'(x)$
- FA 2.5 Die Angemessenheit einer Beschreibung mittels linearer Funktion bewerten können
- FA 2.6 Direkte Proportionalität als lineare Funktion vom Typ  $f(x) = k \cdot x$  beschreiben können

# Potenzfunktionen $f(x) = a \cdot x^z + b, z \in \mathbb{Z}$ oder $f(x) = a \cdot x^{\frac{1}{2}} + b$ (Reifeprüfung)

- FA 3.1 Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene Zusammenhänge dieser Art als entsprechende Potenzfunktionen erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können
- FA 3.2 Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Potenzfunktionen Werte(paare) sowie die Parameter a und b ermitteln und im Kontext deuten können
- FA 3.3 Die Wirkung der Parameter a und b bei Potenzfunktionen kennen und die Parameter im Kontext deuten können
- FA 3.4 Indirekte Proportionalität als Potenzfunktion vom Typ  $f(x) = \frac{a}{x}$  beschreiben können

# Polynomfunktionen $f(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i \cdot x^i$ mit $n \in \mathbb{N}$ (Reifeprüfung)

- FA 4.1 Typische Verläufe von Graphen in Abhängigkeit vom Grad der Polynomfunktion (er)kennen
- FA 4.2 Zwischen tabellarischen und grafischen Darstellungen von Zusammenhängen dieser Art wechseln können
- FA 4.3 Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Polynomfunktionen Funktionswerte, aus Tabellen und Graphen sowie aus einer quadratischen Funktionsgleichung Argumentwerte ermitteln können
- FA 4.4 Den Zusammenhang zwischen dem Grad der Polynomfunktion und der Anzahl der Null-, Extrem- und Wendestellen wissen

# Exponential function $f(x) = a \cdot b^x$ bzw. $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x}$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+, \lambda \in \mathbb{R}$ (Reifeprüfung)

- FA 5.1 Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene exponentielle Zusammenhänge als Exponentialfunktion erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können
- FA 5.2 Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Exponentialfunktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können
- FA 5.3 Die Wirkung der Parameter a und b (bzw.  $e^{\lambda}$ ) kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten können
- FA 5.4 Charakteristische Eigenschaften  $(f(x+1) = b \cdot f(x); (e^x)' = e^x)$  von Exponentialfunktionen kennen und im Kontext deuten können
- FA 5.5 Die Begriffe "Halbwertszeit" und "Verdoppelungszeit" kennen, die entsprechenden Werte berechnen und im Kontext deuten können
- FA 5.6 Die Angemessenheit einer Beschreibung mittels Exponentialfunktion bewerten können

#### Sinusfunktion, Cosinusfunktion (Reifeprüfung)

- FA 6.1 Grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene Zusammenhänge der Art  $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$  als Allgemeine Sinusfunktion erkennen bzw.betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können
- FA 6.2 Aus Graphen und Gleichungen von allgemeinen Sinusfunktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können
- FA 6.3 Die Wirkung der Parameter a und b bei Winkelfunktionen kennen und die Parameter im Kontext deuten können
- FA 6.4 Periodizität als charakteristische Eigenschaft kennen und im Kontext deuten können
- FA 6.5 Wissen, dass  $\cos(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$
- FA 6.6 Wissen, dass gilt:  $\sin(x)' = \cos(x)$  und  $\cos(x)' = -\sin(x)$

#### Folgen (Lehrplan)

- FA 7.1-L Zahlenfolgen (insbesondere arithmetische und geometrische Folgen) durch explizite und rekursive Bildungsgesetze beschreiben und graphisch darstellen können
- FA 7.2-L Zahlenfolgen als Funktionen über N bzw. N\* auffassen können, insbesondere arithmetische Folgen als lineare Funktionen und geometrische Folgen als Exponentialfunktionen
- FA 7.3-L Definitionen monotoner und beschränkter Folgen kennen und anwenden können
- FA 7.4-L Grenzwerte von einfachen Folgen ermitteln können

#### Reihen (Lehrplan)

- FA 8.1-L Endliche arithmetische und geometrische Reihen kennen und ihre Summen berechnen können
- FA 8.2-L Den Begriff der Summe einer unendlichen Reihe definieren können
- FA 8.3-L Summen konvergenter geometrischer Reihen berechnen können
- FA 8.4-L Folgen und Reihen zur Beschreibung diskreter Prozesse in anwendungsorientierten Bereichen einsetzen können

# Analysis (AN)

## Änderungsmaße (Reifeprüfung)

- AN 1.1 Absolute und relative (prozentuelle) Änderungsmaße unterscheiden und angemessen verwenden können
- AN 1.2 Den Zusammenhang Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate Differentialquotient ("momentane" Änderungsrate) auf der Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffes kennen und damit (verbal und auch in formaler Schreibweise) auch kontextbezogen anwenden können
- AN 1.3 Den Differenzen- und Differentialquotienten in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch den Differenzen- bzw. Differentialquotienten beschreiben können
- AN 1.4 Das systemdynamische Verhalten von Größen durch Differenzengleichungen beschreiben bzw. diese im Kontext deuten können

## Änderungsmaße (Lehrplan)

AN 1.5-L Einfache Differentialgleichungen, insbesondere  $f'(x) = k \cdot f(x)$ , lösen können

#### Regeln für das Differenzieren (Reifeprüfung)

AN 2.1 Einfache Regeln des Differenzierens kennen und anwenden können: Potenzregel, Summenregel, Regeln für  $k \cdot f(x)'$  und  $f(k \cdot x)'$ 

#### Regeln für das Differenzieren (Lehrplan)

AN 2.2-L Kettenregel kennen und anwenden können

#### Ableitungsfunktion/Stammfunktion (Reifeprüfung)

- AN 3.1 Den Begriff Ableitungsfunktion/Stammfunktion kennen und zur Beschreibung von Funktionen einsetzen können
- AN 3.2 Den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion (bzw. Funktion und Stammfunktion) in deren grafischer Darstellung erkennen und beschreiben können
- AN 3.3 Eigenschaften von Funktionen mithilfe der Ableitung(sfunktion) beschreiben können: Monotonie, lokale Extrema, Links- und Rechtskrümmung, Wendestellen

#### Ableitungsfunktion/Stammfunktion (Lehrplan)

AN 3.4-L Zielfunktionen in einer Variablen für Optimierungsaufgaben (Extremwertaufgaben) aufstellen und globale Extremstellen ermitteln können

## Summation und Integral (Reifeprüfung)

- AN 4.1 Den Begriff des bestimmten Integrals als Grenzwert einer Summe von Produkten deuten und beschreiben können
- AN 4.2 Einfache Regeln des Integrierens kennen und anwenden können: Potenzregel, Summenregel, Regeln für  $\int k \cdot f(x) \, \mathrm{d}x$ ,  $\int f(k \cdot x) \, \mathrm{d}x$ ; bestimmte Integrale von Polynomfunktionen ermitteln können
- AN 4.3 Das bestimmte Integral in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch Integrale beschreiben können

# Wahrscheinlichkeit und Statistik (WS)

#### Beschreibende Statistik (Reifeprüfung)

- WS 1.1 Werte aus tabellarischen und elementaren grafischen Darstellungen ablesen (bzw. zusammengesetzte Werte ermitteln) und im jeweiligen Kontext angemessen interpretieren können
- WS 1.2 Tabellen und einfache statistische Grafiken erstellen, zwischen Darstellungsformen wechseln können
- WS 1.3 Statistische Kennzahlen (absolute und relative Häufigkeiten; arithmetisches Mittel, Median, Modus; Quartile; Spannweite, empirische Varianz/Standardabweichung) im jeweiligen Kontext interpretieren können; die angeführten Kennzahlen für einfache Datensätze ermitteln können
- WS 1.4 Definition und wichtige Eigenschaften des arithmetischen Mittels und des Medians angeben und nutzen, Quartile ermitteln und interpretieren können, die Entscheidung für die Verwendung einer bestimmten Kennzahl begründen können

#### Wahrscheinlichkeitsrechnung – Grundbegriffe (Reifeprüfung)

- WS 2.1 Grundraum und Ereignisse in angemessenen Situationen verbal bzw. formal angeben können
- WS 2.2 Relative Häufigkeit als Schätzwert von Wahrscheinlichkeit verwenden und anwenden können
- WS 2.3 Wahrscheinlichkeit unter der Verwendung der Laplace-Annahme (Laplace Wahrscheinlichkeit) berechnen und interpretieren können, Additionsregel und Multiplikationsregel anwenden und interpretieren können
- WS 2.4 Binomialkoeffizient berechnen und interpretieren können

#### Wahrscheinlichkeitsrechnung – Grundbegriffe (Lehrplan)

- WS 2.5-L Bedingte Wahrscheinlichkeiten kennen, berechnen und interpretieren können
- WS 2.6-L Entscheiden können, ob ein Ereignis von einem anderen Ereignis abhängt oder von diesem unabhängig ist

#### Wahrscheinlichkeitsverteilung(en) (Reifeprüfung)

- WS 3.1 Die Begriffe Zufallsvariable, (Wahrscheinlichkeits-)Verteilung, Erwartungswert und Standardabweichung verständig deuten und einsetzen können
- WS 3.2 Binomialverteilung als Modell einer diskreten Verteilung kennen Erwartungswert sowie Varianz/Standardabweichung binomialverteilter Zufallsgrößen ermitteln können, Wahrscheinlichkeitsverteilung binomialverteilter Zufallsgrößen angeben können, Arbeiten mit der Binomialverteilung in anwendungsorientierten Bereichen
- WS 3.3 Situationen erkennen und beschreiben können, in denen mit Binomialverteilung modelliert werden kann
- WS 3.4 Normalapproximation der Binomialverteilung interpretieren und anwenden können

#### Wahrscheinlichkeitsverteilung(en) (Lehrplan)

WS 3.5-L Mit der Normalverteilung, auch in anwendungsorientierten Bereichen, arbeiten können

#### Schließende/Beurteilende Statistik (Reifeprüfung)

WS 4.1 Konfidenzintervalle als Schätzung für eine Wahrscheinlichkeit oder einen unbekannten Anteil p interpretieren (frequentistische Deutung) und verwenden können, Berechnungen auf Basis der Binomialverteilung oder einer durch die Normalverteilung approximierten Binomialverteilung durchführen können

#### Schließende/Beurteilende Statistik (Lehrplan)

WS 4.2-L Einfache Anteilstests durchführen können und ihr Ergebnis erläutern können