1. Gegeben ist die quadratische Gleichung $x^2 + 3x - 28 = 0$. ____/1

   AG 2.3

   Löse die gegebene Gleichung mit Hilfe der kleinen Lösungsformel und gib alle notwendigen Rechenschritte an.

   $x_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - (-28)}$

   $L = \{-7; 4\}$

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 3

AG 2.3 - 19 - KLF allgemeine Gleichung

2. Gegeben ist die quadratische Gleichung $4x^2 + 12x - 352 = 0$. ____/1

   AG 2.3

   Löse die gegebene Gleichung mit Hilfe der kleinen Lösungsformel und gib alle notwendigen Rechenschritte an.

   $x_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - (-88)}$

   $L = \{-11; 8\}$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 3

AG 2.3 - 20 - GLF allgemeine Gleichung

3. Gegeben ist die quadratische Gleichung $7x^2 + 42x - 189 = 0$. ____/1

   AG 2.3

   Löse die gegebene Gleichung mit Hilfe der großen Lösungsformel und gib alle notwendigen Rechenschritte an.

   $x_{1,2} = \dfrac{-42 \pm \sqrt{42^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-189)}}{2 \cdot 7}$

   $L = \{-9; 3\}$

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 2

AG 2.3 - 21 - GLF normierte Gleichung

4. Gegeben ist die quadratische Gleichung $x^2 + 9x - 360 = 0$. ____/1

   AG 2.3

   Löse die gegebene Gleichung mit Hilfe der großen Lösungsformel und gib alle notwendigen Rechenschritte an.

   $x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-360)}}{2 \cdot 1}$

   $L = \{-24; 15\}$

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 7

AG 2.3 - 22 - Löse die quadratische Gleichung

5. Gegeben ist die quadratische Gleichung $x^2 + 22x + 112 = 0$. ____/1

   AG 2.3

   Löse die gegebene Gleichung und gib alle notwendigen Rechenschritte an.

   $L = \{-14; -8\}$

Lösungen

AG 2.3 - 23 - Quadratische Gleichung mit Lösung

6. Gegeben ist eine quadratische Gleichung der Form $x^2 + px + q = 0$ mit $p,\ q \in \mathbb{R}$. Die Grundmenge der Gleichung ist $G = \mathbb{R}$. ____/1

AG 2.3

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Wenn $x = -4$ die einzige Lösung der Gleichung in der Grundmenge $G = \mathbb{R}$ ist, dann muss ____①____ gelten und q muss den Wert ____②____ annehmen.

①	
$(\frac{p}{2})^2 - q = 2$	☐
$p = -4 \cdot q$	☐
$p = 8$	☒

②	
$q = -16$	☐
$q = 0$	☐
$q = 16$	☒

Lösungen

AG 2.3 - 24 - Spezialfälle

7. Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht! ____/1

AG 2.3

Eine quadratische Gleichung der Form ____①____ hat in $\mathbb{R}$ ____②____ .

①	
$ax^2 + bx = 0$ mit $a, b \neq 0$	☒
$ax^2 + c = 0$ mit $a, c \neq 0$	☐
$ax^2 + bx + c = 0$ mit $a, b, c \neq 0$	☐

②	
immer zwei Lösungen	☒
keine Lösung	☐
immer genau eine Lösung	☐

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 2.3 - 25 - Lösungsfälle Spezialfall

8. Gegeben ist die quadratische Gleichung $(x-r)^2 = s$, für $r, s \in \mathbb{R}$. Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht! ____/1 AG 2.3

Die quadratische Gleichung hat in $\mathbb{R}$ auf jeden Fall ____①____ Lösung(en), wenn gilt ____②____ .

①	
eine	☐
zwei	☐
keine	☒

②	
$r = 0$	☐
$r > 0$	☐
$s < 0$	☒

Lösungen

AG 2.3 - 26 - Quadratische Funktion gegebener Funktionswert

9. Gegeben ist die quadratische Funktion f mit $f(x) = x^2 - 2x + 4$. ____/1

   AG 2.3

   Bestimme jene Stelle $x \neq 0$, an der die Funktion den Wert 4 annimmt.

   $x = 2$

Lösungen

AG 2.3 - 27 - Große Lösungsformel

10. Gegeben ist die quadratische Gleichung $bx^2 + ax + c = 0$. ____/1

AG 2.3

Kreuze die richtige Lösungsmenge an.

$L = \left\{ \frac{-a \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\}$	
$L = \left\{ \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4bc}}{2b} \right\}$	☒
$L = \left\{ \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\}$	
$L = \left\{ \frac{-b \pm \sqrt{c^2 - 4ba}}{2b} \right\}$	
$L = \left\{ \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4cb}}{4b} \right\}$	
$L = \left\{ -a \pm \frac{\sqrt{a^2 - 4cb}}{2b} \right\}$	

Lösungen

AG 2.3 - 28 - Komplexe Lösungsfälle

11. Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht! ____/1

AG 2.3

Eine quadratische Gleichung mit reellen Koeffizienten hat ____①____ nicht-reelle komplexe Lösung(en), wenn ihre Diskriminante ____②____ ist.

①	
eine	☐
zwei	☒
unendlich viele	☐

②	
negativ	☒
null	☐
positiv	☐

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 2

AG 2.3 - 29 - Komplexe Lösungen normiert

12. Löse die Gleichung $x^2 - 10x + 26 = 0$ über der Grundmenge $\mathbb{C}$. Gib dafür alle notwendigen Rechenschritte an. ____/1

AG 2.3

$x_1 = 5 + i; \quad x_2 = 5 - i$

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 2

AG 2.3 - 30 - Komplexe Gleichung allgemein

13. Löse die Gleichung $4x^2 + 80x + 800 = 0$ über der Grundmenge $\mathbb{C}$. Gib dafür alle notwendigen Rechenschritte an. ____/1

AG 2.3

$x_1 = -10 + 10i; \quad x_2 = -10 - 10i$

Lösungen

AG 2.3 - 31 - Quadratische Gleichung (Matura Wintertermin 19/20)

14. Für $a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ ist die quadratische Gleichung $(a \cdot x + 7)^2 = 25$ in $x \in \mathbb{R}$ gegeben. ____/1

    AG 2.3

    Gib alle $a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ an, für die $x = -4$ eine Lösung der gegebenen quadratischen Gleichung ist.

    mögliche Vorgehensweise:

    $(-4 \cdot a + 7)^2 = 25 \Rightarrow -4 \cdot a + 7 = \pm 5 \Rightarrow a_{1,2} = \frac{\pm 5 - 7}{-4}$

    $a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = 3$

Lösungen

AG 2.3 - 32 - Allgemeine Gleichung Lösungsfälle

15. Gegeben ist die allgemeine quadratische Gleichung $ax^2+bx+c=0$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$. ____/1

AG 2.3

Welche Aussagen können über die verschiedenen Lösungsfälle gemacht werden? Ordne zu!

Die Gleichung hat genau eine reelle Lösung.	F
Die Gleichung hat zwei verschiedene reelle Lösungen.	C
Die Gleichung hat keine reelle Lösung.	E
0 ist eine Lösung der Gleichung.	D

A	$a > 0$, $b > 0$ und $c > 0$
B	$a < 0$, $b < 0$ und $c < 0$
C	$a > 0$ und $c < 0$
D	$a > 0$, $b < 0$ und $c = 0$
E	$a > 0$, $b = 0$ und $c > 0$
F	$b^2 = 4ac$

Lösungen

AG 2.3 - 33 - Anzahl Lösungsfälle

16. Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an! ____/1

AG 2.3

Eine quadratische Gleichung hat mindestens eine reelle Lösungen.	
Eine quadratische Gleichung hat höchstens zwei reelle Lösungen.	☒
Eine quadratische Gleichung kann unendlich viele reelle Lösungen haben.	
Eine quadratische Gleichung hat mindestens eine reelle Lösung.	
Eine quadratische Gleichung kann negative reelle Lösungen haben.	☒

Lösungen

AG 2.3 - 34 - Löse Sonderfall

17. Löse die Gleichung $x^2 + 14x = 0$ über der Grundmenge $\mathbb{R}$. ____/1
Gib dafür alle notwendigen Rechenschritte an. AG 2.3

$x \cdot (x + 14) = 0$

$x_1 = 0$ und $x_2 = -14$

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 2.3 - 35 - Quadratische Funktion Höhe

18. Ein kleiner Ball wird mit der Geschwindigkeit v_0 m/s lotrecht nach oben geschossen. Seine Höhe relativ zum Abschuss nach t Sekunden ist näherungsweise gegeben durch $h(t) = v_0 \cdot t - 5 \cdot t^2$. ____/1 AG 2.3

    Gib an, zu welchen Zeitpunkten sich die Kugel in 30 m Höhe über dem Abschussort befindet, wenn er mit 35 m/s abgeschossen wird!

    $h(t) = 35 \cdot t - 5 \cdot t^2 = 30 \Rightarrow t = 1 \vee t = 6$

    Der Ball ist nach 1 s und nach 6 s auf einer Höhe von 30 m.

Lösungen

AG 2.3 - 36 - Löse Sonderfall mit Parameter

19. Gegeben ist die quadratische Gleichung $a \cdot x^2 = -5 \cdot x$ (mit $a \neq 0$). ____/1

    AG 2.3

    Löse die gegebene Gleichung in Abhängigkeit von a und gib alle notwendigen Rechenschritte an.!

    $ax^2 = -5x \Rightarrow ax^2 + 5x = 0 \Rightarrow x \cdot (ax + 5) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = -\frac{5}{a}$

Lösungen

AG 2.3 - 37 - Allgemeine Gleichung Parameter Lösngsfälle

20. Gegeben ist die Gleichung $5x^2 + 10x + k = 0$ mit $k \in \mathbb{R}$. ____/1

AG 2.3

Kreuze an, welche beiden Aussagen korrekt sind!

Die Gleichung hat genau zwei reelle Lösungen, wenn $k < 5$.	☒
Die Gleichung hat genau eine reelle Lösung, wenn $k > 5$.	
Die Gleichung hat keine reelle Lösung, wenn $k = 0$.	
Die Gleichung hat die Lösungen $x = 0$ und $x = -2$, wenn $k = 0$.	☒
Die Gleichung hat die Lösung $x = 1$, wenn $k = 40$.	

Lösungen

AG 2.3 - 38 - Normierte Gleichung Sonderfall Parameter Lösungsfälle

21. Gegeben ist die quadratische Gleichung $x^2 + bx = 0$ mit $b \in \mathbb{R}$. ____/1

AG 2.3

Kreuze die beiden richtigen Aussagen an!

Die Gleichung besitzt für jedes $b \in \mathbb{R}$ genau zwei Lösungen.	
Die Gleichung besitzt für jedes $b \in \mathbb{R}$ mindestens eine negative Lösung.	
Es gibt ein $b \in \mathbb{R}$, für welches die Gleichung genau eine Lösung hat.	☒
Es gibt ein $b \in \mathbb{R}$, für welches die Gleichung keine Lösung hat.	
Für jedes $b \in \mathbb{R}$ gilt: $x = 0$ ist eine Lösung der Gleichung.	☒

Lösungen

AG 2.3 - 39 - Allgemeine Gleichung Lösungsfälle

22. Gegeben ist die quadratische Gleichung $v \cdot x^2 + s \cdot x + k = 0$ mit $v \neq 0$ und $v, s, k \in \mathbb{R}$. ____/1

AG 2.3

Kreuze die beiden richtigen Aussagen an.

Die Gleichung hat genau eine reelle Lösung, wenn $s > 0$.	
Die Gleichung hat zwei reelle Lösung, wenn $s^2 - 4vk > 0$.	☒
Die Gleichung hat keine reelle Lösung, wenn $s^2 - 4vk = 0$.	
Die Gleichung hat mindestens eine reelle Lösung, wenn $s^2 - 4vk = 10$.	☒
Die Gleichung hat genau eine reelle Lösung, wenn $s^2 - 4vk < 0$.	

Lösungen

AG 2.3 - 40 - Allgemeine Gleichung Sonderfall Parameter Lösungsfälle

23. Gegeben ist eine quadratische Gleichung der Form $ax^2 = b$ mit $a \neq 0$ und $a, b \in \mathbb{R}$. ____/1

AG 2.3

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Die Gleichung besitzt keine Lösung wenn gilt: $a < 0$ und $b = 0$.	
Die Gleichung besitzt keine Lösung wenn gilt: $a < 0$ und $b < 0$.	
Die Gleichung besitzt genau eine Lösung wenn gilt: $a < 0$ und $b = 0$.	☒
Die Gleichung besitzt zwei Lösungen wenn gilt: $a > 0$ und $b > 0$.	☒
Die Gleichung besitzt genau eine Lösung wenn gilt: $a < 0$ und $b < 0$.	

Lösungen

AG 2.3 - 41 - Falscher Lösungsweg begründe

24. Die quadratische Gleichung $x^2 + 2x = 0$ wird wie folgt gelöst: ____/1

AG 2.3

$$x^2 + 2x = 0 \quad | : x$$

$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

Begründe, warum diese Vorgangsweise nicht korrekt ist! Gib alle Lösungen dieser Gleichung an!

Da eine Division durch 0 nicht möglich ist wird bei der Division durch x der Fall $x = 0$ nicht berücksichtigt. Man „verliert“ dabei also eine potentielle Lösung.

Die Lösungen lauten: $x_1 = 0$, $x_2 = -2$

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 3

AG 2.3 - 42 - Gleichung mit spezieller Grundmenge

25. Gegeben ist die quadratische Gleichung $2x^2 - 4x - 70 = 0$. ____/1

    AG 2.3

    Löse die Gleichung in der Grundmenge der natürlichen Zahlen.

    $x_1 = 7; x_2 = -5$ also $L = \{7\}$

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 2.3 - 43 - Normiert Parameter p mit Lösung

26. Gegeben ist die quadratische Gleichung $x^2 + a \cdot x - 10 = 0$ mit $a \in \mathbb{R}$. ____/1
Die Gleichung hat die Lösung $x_1 = -5$. AG 2.3

Gib die zweite Lösung der Gleichung bezüglich der Grundmenge aller reellen Zahlen an.

$25 - 5a - 10 = 0 \Rightarrow a = 3$

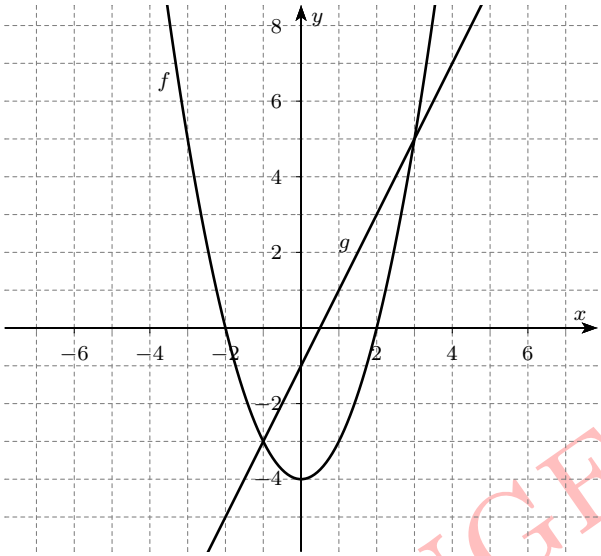
Die zweite Lösung lautet $x_2 = 2$

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 2.3 - 44 - Grafisches lösen mit Parametern und Grafik

27. Die Grafik veranschaulicht die Lösung der Gleichung $x^2 + a = 2x + b$ $(a, b \in \mathbb{Z})$ bezüglich der Grundmenge $G = \mathbb{R}$. Die aus der Abbildung entnommenen Werte, die zur Bearbeitung der nachfolgenden Aufgabe benötigt werden, können als ganzzahlig betrachtet werden. ____/1 AG 2.3



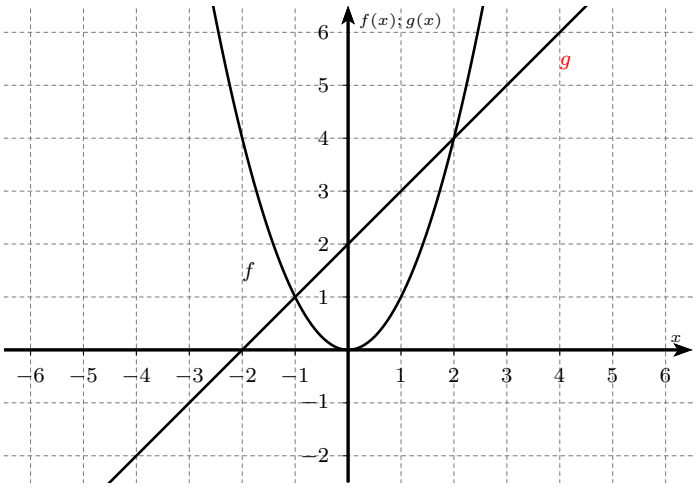
Gib die Lösungsmenge der Gleichung sowie die Werte der beiden Parameter a und b an.

$a = -4$; $b = -1$ und $L = \{-1; 3\}$

Lösungen

AG 2.3 - 45 - Grafisch lösen Gerade einzeichnen

28. Gegeben ist eine quadratische Gleichung der Form $x^2 = ax + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$. Die Grundmenge der Gleichung ist $G = \mathbb{R}$. Die Abbildung veranschaulicht den Graphen der Funktion f mit $f(x) = x^2$. ____/1 AG 2.3



Ergänze die Grafik um den passenden Graphen der Funktion g mit $g(x) = ax+b$, sodass die Lösungsmenge der Gleichung $L = \{-1;\ 2\}$ lautet.

Zeichnet man die Verbindungsgerade der Schnittpunkte $(-2 \mid 4)$ und $(1 \mid 1)$ ein, so kann der lineare Funktionsterm $g(x) = -x+2$ abgelesen werden. (Rechnerisch mit Gleichungssystem)

LÖSUNGEN

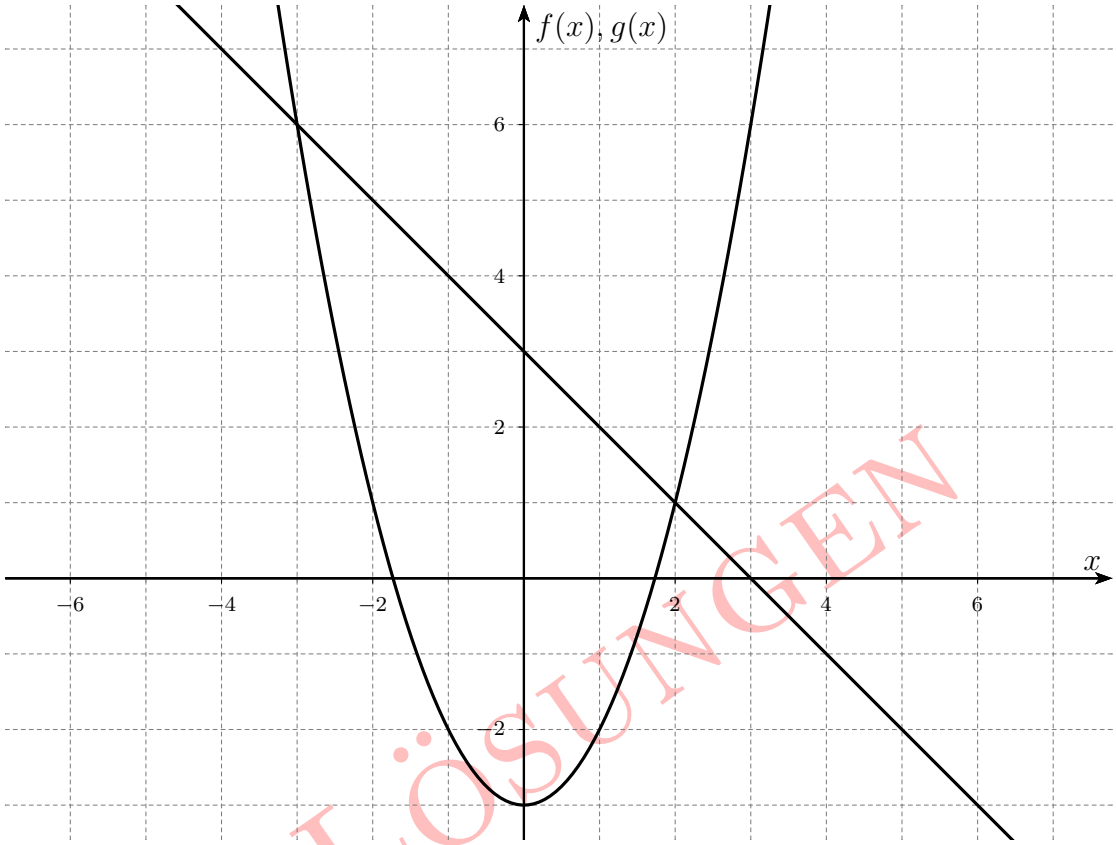
Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösun

AG 2.3 - 46 - Graifsch lösen mit gegebenen Koordinatensystem

29. Gegeben ist die quadratische Gleichung $x^2 - 3 = -x + 3$. ____/1

AG 2.3

Löse die Gleichung grafisch unter Zuhilfenahme des abgebildeten Koordinatensystems.



Lösungen

$L = \{-3; 2\}$

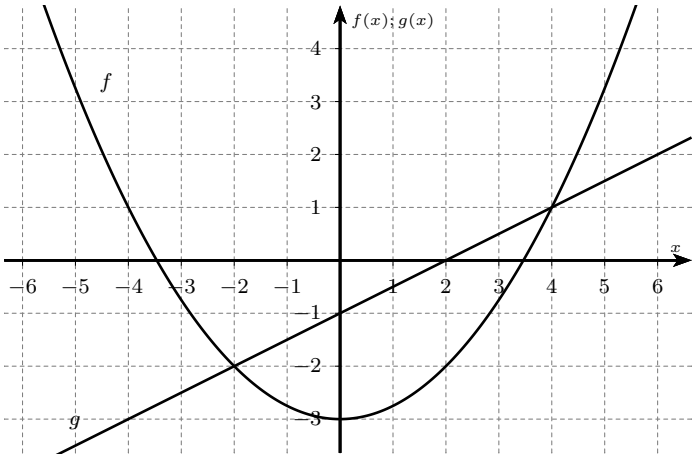
gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen L

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 2.3 - 47 - Geometrisch lösen ablesen

30. Nachfolgend sind die Graphen der beiden Funktionen f mit $f(x) = 0{,}25x^2 - 3$ und g mit $g(x) = 0{,}5x - 1$ dargestellt. ____/1

AG 2.3



Löse die Gleichung $0{,}25x^2 - 1 = -0{,}5x + 1$ geometrisch in der Grundmenge der reellen Zahlen, indem du die zugehörigen Funktionsgraphen analysierst. Die Lösungen können als ganzzahlig angenommen werden.

$x_1 = -2, x_2 = 4$

Lösungen

AG 2.3 - 48 - Verschiedene Lösungsmethoden

31. Die folgenden Aussagen beziehen sich auf verschiedene Methoden zur Bestimmung der Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung in der Grundmenge $G = \mathbb{R}$. ____/1 AG 2.3

Kreuze die beiden korrekten Lösungswege an.

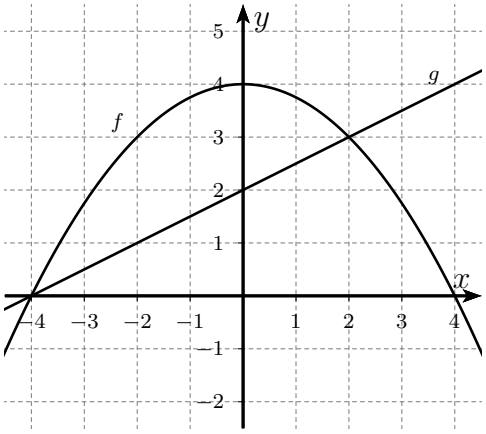
$x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow L = \{4; -4\}$	☒
$x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x + 5 = 0 \Rightarrow L = \{-5\}$	
$x^2 - 8x + 16 = 0 \Rightarrow (x-4)^2 = 0 \Rightarrow L = \{4\}$	☒
$2x^2 - 4x - 21 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 + 21} \Rightarrow L = \{-3; 7\}$	
$x^2 + 3x - 40 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -1{,}5 \pm \sqrt{1{,}5^2 - 40} \Rightarrow L = \{\}$	

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 2.3 - 49 - Grafische Lösung

32. Gegeben ist die quadratische Gleichung $-0{,}25 \cdot x^2 + u = v \cdot x + 2$. ____/1
Die Abbildung veranschaulicht die geometrische Lösung der Gleichung bei entsprechender Wahl von u und v (u, $v \in \mathbb{R}$). AG 2.3



Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Für die Parameter gilt ____①____ und die Lösung lautet ____②____ .

①	
$u = -4$ und $v = 0{,}5$	☐
$u = 4$ und $v = -0{,}5$	☐
$u = 4$ und $v = 0{,}5$	☒

②	
$x_1 = -4$; $x_2 = 4$	☐
$x_1 = 0$; $x_2 = 4$	☐
$x_1 = -4$; $x_2 = 2$	☒

Lösungen

AG 2.3 - 50 - Argumentiere grafisch

33. Gegeben ist eine quadratische Gleichung der Form $ax^2 + b = 0$ mit a, $b \in \mathbb{R}$ und $a < 0$, $b > 0$. ____/1

AG 2.3

Begründe mit Hilfe des Graphen der Funktion f warum die gegebene Gleichung genau zwei reelle Lösungen besitzen muss.

Aus $a < 0$ folgt, dass die Parabel nach unten geöffnet sein muss. Da $b > 0$ befindet sich der Scheitel also über der x-Achse. Demnach muss die Funktion die x-Achse an genau zwei Stellen schneiden.

Lösungen

AG 2.3 - 51 - Lösungsmenge als Schnittpunkte

34. Gegeben sind zwei reelle Funktionen f und g mit $f(x) = x^2 + d_1$ und $g(x) = x + d_2$ mit d_1, $d_2 \in \mathbb{R}$. Die nachfolgende Aufgabenstellung bezieht sich auf die quadratische Gleichung $x^2 + d_1 = x + d_2$ in der Grundmenge $G = \mathbb{R}$. ____/1

AG 2.3

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Für ____①____ muss die entsprechende Gleichung auf jeden Fall ____②____ .

①	
$d_1 > 0$ und $d_2 > 0$	☐
$d_1 > 0$ und $d_2 < 0$	☐
$d_1 < 0$ und $d_2 > 0$	☒

②	
eine leere Lösungsmenge aufweisen	☐
genau eine Lösung besitzen	☐
zwei Lösungen besitzen	☒

Lösungen

AG 2.3 - 52 - Allgemeine Gleichung mit Lösung

35. Gegeben ist eine quadratische Gleichung der Form $3x^2 + bx - 96 = 0$ mit $b \in \mathbb{R}$ und $x_1 = -4$ als eine der beiden Lösungen. ____/1

AG 2.3

Ermittle den Wert des Parameters b sowie die zweite Lösung der Gleichung.

$3 \cdot (-4)^2 + b \cdot (-4) - 96 = 0 \Leftrightarrow b = -12$

$x_1 = -4$ und $x_2 = 8$

Lösungen

AG 2.3 - 53 - Graph berührt die x-Achse

36. Der Graph einer quadratischen Funktion f mit $f(x) = ax^2+bx+c$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ berührt die x-Achse. ____/1

AG 2.3

Kreuze den daraus folgenden Zusammenhang an!

$a = 0$	
$b = c$	
$b^2 - 4ac > 0$	
$b^2 = 0$	
$a > b + c$	
$b^2 = 4ac$	☒

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 2.3 - 54 - Quadratische Gleichungen (Matura Herbsttermin 24/25)

37. Unten stehend sind fünf quadratische Gleichungen in der Variablen x mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ gegeben. ____/1 AG 2.3

Kreuze die beiden Gleichungen an, die keine reelle Lösung haben.

$(x+a)^2 = b$	
$a \cdot x^2 = b$	
$a \cdot x^2 + b = 0$	☒
$x^2 + a \cdot x = b$	
$x^2 + a = -b$	☒

Lösungen

AG 2.4 - 1 - Lineare Ungleichung

38. Gegeben ist die lineare Ungleichung $y < 3x - 4$. ____/1

AG 2.4

Welche der angegebenen Zahlenpaare sind Lösung der vorgegebenen Ungleichung? Kreuze die beiden zutreffenden Zahlenpaare an.

$(2\|-1)$	☒
$(2\|2)$	
$(2\|5)$	
$(0\|4)$	
$(0\|-5)$	☒

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 2.4 - 2 - Handytarife

39. Vom Handy-Netzbetreiber TELMAXFON werden zwei Tarifmodelle angeboten: ____/1

AG 2.4

Tarif A: keine monatliche Grundgebühr, Verbindungsentgelt 6,8 Cent pro Minute in alle Netze

Tarif B: monatliche Grundgebühr € 15, Verbindungsentgelt 2,9 Cent pro Minute in alle Netze

Interpretiere in diesem Zusammenhang den Ansatz und das Ergebnis der folgenden Rechnung:

$$\begin{aligned} 15 + 0\,029 \cdot t &< 0{,}068 \cdot t \\ 15 &< 0{,}039 \cdot t \\ t &> 384{,}6 \end{aligned}$$

Mit dem Ansatz $(15 + 0{,}029 \cdot t < 0{,}068 \cdot t)$ kann man überprüfen, ob Tarif B bei t telefonierten Minuten günstiger ist als Tarif A.
Durch Umformen der Ungleichung sieht man, dass Tarif B günstiger ist als Tarif A, wenn man mehr als 384 Minuten telefoniert.

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 2.4 - 3 - Biobauer

40. Bei einem Biobauern kauft man 1 kg Kartoffeln um € 0,38. Für die Fahrtkosten hin und zurück müssen allerdings noch € 7,40 veranschlagt werden. Kauft man 1 kg derselben Kartoffelsorte im Geschäft, so bezahlt man pro Kilogramm € 0,46. ____/1 AG 2.4

    Bei welcher Menge Kartoffeln ist der Preisunterschied zwischen Geschäft und Biobauern größer als € 25? Gib eine Ungleichung an, mit der du diese Fragestellung bearbeiten kannst, und formuliere eine Antwort für den gegebenen Kontext!

    $0{,}46x - 0{,}38x - 7{,}4 > 25 \rightarrow x > 405$

    Der Preisunterschied ist größer als € 25, wenn man mehr als 405 kg Kartoffeln kauft.

Lösungen

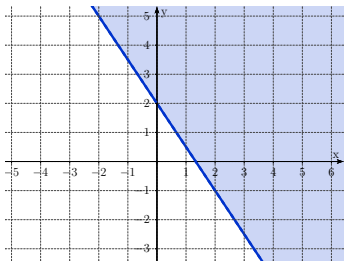
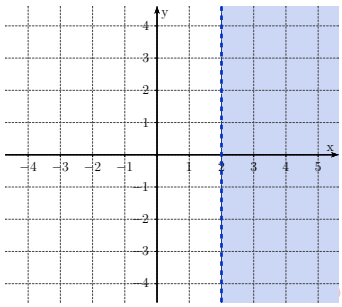
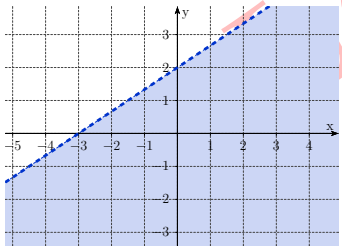
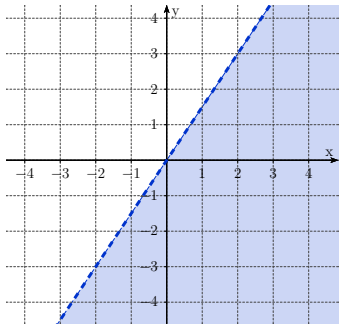
gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 2.4 - 4 - Halbebenen

41. Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen besitzen unendlich viele Lösungspaare, die geometrisch interpretiert Punkte einer offenen oder geschlossenen Halbebene sind. ____/1 AG 2.4

In den nachstehenden Grafiken ist jeweils ein Bereich (eine Halbebene) farblich markiert.

Ordne den einzelnen Bereichen die jeweilige Lineare Ungleichung zu, die die Halbebene im Koordinatensystem richtig beschreibt!

	C
	E
	F
	B

A	$y > 2$
B	$2y - 3x < 0$
C	$3x + 2y \geq 4$
D	$y \leq \frac{2}{3}x + 2$
E	$x > 2$
F	$3y - 2x < 6$

LÖSUNGEN

AG 2.4 - 5 - Loesungen von Ungleichungen

42. Gegeben ist die lineare Ungleichung $2x - 6y \leq -3$. ____/1

AG 2.4

Berechne, für welche reellen Zahlen $a \in \mathbb{R}$ das Zahlenpaar $(18; a)$ Lösung der Ungleichung ist!

$$\begin{aligned} 2 \cdot 18 - 6a &\leq -3 \\ -6a &\leq -39 \\ a &\geq 6{,}5 \qquad a \in [6{,}5; \infty) \end{aligned}$$

$(18; a)$ ist eine Lösung, wenn a größer oder gleich 6,5 ist.

Lösungen

AG 2.4 - 6 - Christbaumverkauf

43. Die Ungleichung $y > \frac{1}{2}x$ stellt eine Beziehung zwischen der Anzahl der Besucher*innen x eines Christbaumverkaufes und der Anzahl an verkauften Christbäumen y an einem bestimmten Tag dar, wobei jede*r Besucher*in maximal einen Christbaum kauft. ____/1 AG 2.4

Kreuze die korrekte Interpretation der Ungleichung bezüglich des Christbaumverkaufs an diesem Tag an!

Weniger als die Hälfte aller Besucher*innen kauft einen Christbaum.	
Mehr als die Hälfte aller Besucher*innen kauft einen Christbaum.	☒
Genau die Hälfte aller Besucher*innen kauft einen Christbaum.	
Es gibt mehr als doppelt so viele Christbäume wie Besucher*innen.	
Es gibt weniger als halb so viele Christbäume wie Besucher*innen.	
Es gibt genau so viele Christbäume wie Besucher*innen.	

Lösungen

AG 2.4 - 7 - Ungleichungen lösen (Matura Haupttermin 18/19)

44. Gegeben sind zwei lineare Ungleichungen. ____/1

AG 2.4

$I: 7 \cdot x + 67 > -17$

$II: -25 - 4 \cdot x > 7$

Gesucht sind alle reellen Zahlen x, die beide Ungleichungen erfüllen. Gib die Menge dieser Zahlen als Intervall an!

Lösungserwartung:

mögliche Vorgehensweise:

$$I: 7 \cdot x + 67 > -17 \Rightarrow x > -12$$
$$II: -25 - 4 \cdot x > 7 \Rightarrow x < -8$$

Menge aller reellen Zahlen x, die beide Ungleichungen erfüllen: $(-12; -8)$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für das richtige Intervall. Andere Schreibweisen der Lösungsmenge sind ebenfalls als richtig zu werten. Bei Angabe eines halboffenen oder geschlossenen Intervalls ist der Punkt nicht zu geben.

Lösungen

AG 2.4 - 8 - Delegation (Matura Haupttermin 19/20)

45. Aus einer großen Gruppe von Jugendlichen und Erwachsenen soll eine Delegation gebildet werden. ____/1

AG 2.4

Dabei gelten die folgenden drei Vorschriften:

- Die Delegation soll mindestens 8 Mitglieder umfassen.
- Die Delegation soll höchstens 12 Mitglieder umfassen.
- In der Delegation sollen mindestens doppelt so viele Jugendliche wie Erwachsene sein.

Zwei der drei Vorschriften sind unten stehend jeweils durch eine Ungleichung beschrieben. Dabei wird die Anzahl der Jugendlichen in dieser Delegation mit J und die Anzahl der Erwachsenen in dieser Delegation mit E bezeichnet.

Kreuze die beiden zutreffenden Ungleichungen an.

$J + E \leq 12$	☒
$J \geq 2 \cdot E$	☒
$J + E \leq 8$	
$J - 2 \cdot E < 0$	
$E \geq 2 \cdot J$	

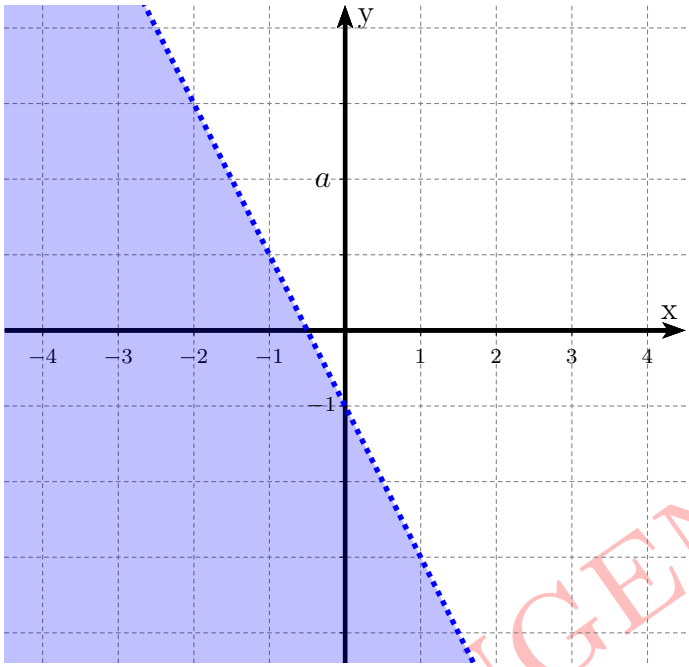
LÖSUNGEN

AG 2.4 - 9 - Ungleichung

46. Gegeben ist die Ungleichung: $y - 3x > x + 3y + a$ über der Grundmenge $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$. ____/1

AG 2.4

Zeichne die Lösungsmenge der Ungleichung in das Koordinatensystem ein!



Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 2.4 - 10 - Sprachreise (Matura Herbsttermin 23/24)

47. An einer Sprachreise nehmen U Schüler/innen der Unterstufe, O Schüler/innen der Oberstufe und B Begleitpersonen teil. Die Gesamtanzahl der Schüler/innen (Unterstufe und Oberstufe) ist mindestens so groß wie das 5-Fache der Anzahl der Begleitpersonen. ____/1 AG 2.4

Stellen Sie eine Ungleichung auf, die den oben angegebenen Zusammenhang zwischen U, O und B beschreibt.

$U + O \geq 5 \cdot B$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

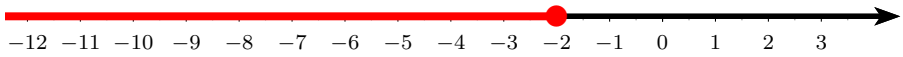
AG 2.4 - 11 - Lösungsmenge einer Ungleichung

48. Gegeben ist die Ungleichung $10x + 4 \leq 3x - 10$. ____/1

AG 2.4

Gib die Lösungsmenge der Ungleichung an und stelle sie auf der Zahlengeraden dar!

$L = \{x \in \mathbb{R} | x \leq -2\}$



Lösungen

AG 2.4 - 12 - Mengen- und Intervallschreibweise

49. Ordne jeder Ungleichung die entsprechende Lösungsmenge (aus A bis F) zu! ____/1

AG 2.4

$-3x < 6$	D
$4 - x \leq 0$	C
$\frac{5x}{2} > 10$	A
$2x + 1 \geq 5$	F

A	$L = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\}$
B	$L = (-\infty; -2]$
C	$L = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 4\}$
D	$L = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$
E	$L = (-\infty; 2)$
F	$L = [2; \infty)$

Lösungen

AG 2.4 - 13 - Fruchtsäfte (Matura Haupttermin 25/26)

50. Es sollen 50 Liter Fruchtsaft C mit einem Fruchtanteil von mindestens $c\,\%$ hergestellt werden. Dafür werden ausschließlich die Fruchtsäfte A und B verwendet. Fruchtsaft A hat einen Fruchtanteil von $a\,\%$. Fruchtsaft B hat einen Fruchtanteil von $b\,\%$. ____/1 AG 2.4

Für die Herstellung von Fruchtsaft C werden x Liter von Fruchtsaft B verwendet.

Kreuze diejenige Ungleichung an, mit der in jedem Fall alle möglichen Werte von x berechnet werden können.

$\frac{a}{100} \cdot x + \frac{b}{100} \cdot (50 - x) \geq \frac{c}{100} \cdot 50$	
$\frac{a}{100} \cdot x + \frac{b}{100} \cdot (50 - x) \leq \frac{c}{100} \cdot 50$	
$\frac{a}{100} \cdot (50 - x) + \frac{b}{100} \cdot x \geq \frac{c}{100} \cdot 50$	☒
$\frac{a}{100} \cdot (50 - x) + \frac{b}{100} \cdot x \leq \frac{c}{100} \cdot 50$	
$50 \cdot \left(\frac{a}{100} \cdot (50 - x) + \frac{b}{100} \cdot x\right) \geq \frac{c}{100}$	
$50 \cdot \left(\frac{a}{100} \cdot x + \frac{b}{100} \cdot (50 - x)\right) \leq \frac{c}{100}$	

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 2

AG 2.5 - 1 - Gleichungssystem ohne Lösung

51. Gegeben ist ein Gleichungssystem mit den Unbekannten a und b: ____/1

AG 2.5

$$\text{I: } 5 \cdot a - 4 \cdot b = 9$$

$$\text{II: } c \cdot a + 8 \cdot b = d$$

Bestimme alle Werte der Parameter c und d so, dass das Gleichungssystem keine Lösung besitzt!

$c = -10;\ d \in \mathbb{R} \backslash \{-18\}$

Lösungen

AG 2.5 - 2 - Gleichungssysteme

52. Gegeben sind Aussagen über die Lösbarkeit von verschiedenen linearen Gleichungssystemen mit zwei Unbekannten x und y. ____/1

AG 2.5

Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Das Gleichungssystem I: $x + y = 2$, II: $x - 4y = 2$ hat genau eine Lösung.	☒
Das Gleichungssystem I: $-x + 4y = -2$, II: $x - 4y = 2$ hat unendlich viele Lösungen.	☒
Das Gleichungssystem I: $x + y = 62$, II: $x - 4y = -43$ hat genau zwei Lösungen.	
Das Gleichungssystem I: $x - y = 1$, II: $-x + y = 2$ hat genau eine Lösung.	
Das Gleichungssystem I: $x + y = 62$, II: $x + y = -43$ hat keine Lösung.	☒

LÖSUNGEN

AG 2.5 - 3 - Loesung eines Gleichungssystems

53. Gegeben ist ein Gleichungssystem mit den Unbekannten a und b: ____/1

AG 2.5

$$I: 8a - 3b = 10$$

$$II: b = 2a - 1$$

Löse das angegebene Gleichungssystem!

$a =$ 3,5

$b =$ 6

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 3

AG 2.5 - 4 - Unendliche Lösungen

54. Gegeben ist ein Gleichungssystem aus zwei linearen Gleichungen in den Variablen $x, y \in \mathbb{R}$. ____/1 AG 2.5

$$2x + 3y = 7 \tag{1}$$
$$3x + by = c \text{ mit } b, c \in \mathbb{R} \tag{2}$$

Ermittle diejenigen Werte für b und c, für die das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat.

$b = \frac{9}{2}$

$c = \frac{21}{2}$

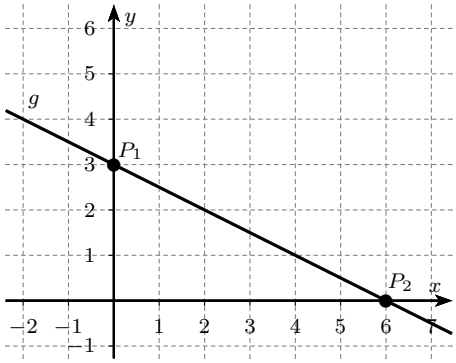
Lösungen

Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösun

AG 2.5 - 5 - Gleichungssystem (Matura Herbsttermin 14/15)

55. Eine Teilmenge der Lösungsmenge einer linearen Gleichung wird durch die nachstehende Abbildung dargestellt. Die durch die Gleichung beschriebene Gerade g verläuft durch die Punkte P_1 und P_2, deren Koordinaten jeweils ganzzahlig sind. ____/1

AG 2.5



Die lineare Gleichung und eine zweite Gleichung bilden ein lineares Gleichungssystem.

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Hat die zweite lineare Gleichung die Form ____①____ , so ____②____ .

Lösungen

①	
$2x + y = 1$	☐
$x + 2y = 8$	☒
$y = 5$	☐

②	
hat das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen	☐
ist die Lösungsmenge des Gleichungssystem $L = \{(-2\|4)\}$	☐
hat das Gleichungssystem keine Lösung	☒

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen L

AG 2.5 - 6 - Gleichungssystem (Matura Wintertermin 20/21)

56. Von einem linearen Gleichungssystem mit zwei Gleichungen in den zwei Variablen x und y ist die Gleichung I gegeben. ____/1

AG 2.5

I: $2 \cdot x + y = 1$

Die Lösungsmenge des Gleichungssystems soll leer sein. Gib eine passende Gleichung II in x und y an.

II: $2 \cdot x + y = c$ mit $c \in \mathbb{R} \backslash \{1\}$

z.B.: $2 \cdot x + y = 5$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 2.5 - 7 - Lineares Gleichungssystem (Matura Wintertermin 13/14)

57. Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem über der Grundmenge $G = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$: ____/1

AG 2.5

I: $2x + y = 6$

II: $3x - y = -3$

Gib die Lösungsmenge des Gleichungssystems über der Grundmenge G an!

$x = \frac{3}{5} \notin \mathbb{N}$ und $y = \frac{24}{5} \notin \mathbb{N}$

$\Rightarrow L = \{\}$

Über der gegebenen Grundmenge $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ist die Lösungsmenge für das angegebene Gleichungssystem leer.

Lösungen

AG 2.5 - 8 - Zusammensetzung einer Schulklasse

58. In einer Schulklasse sind m Mädchen und b Burschen. Es gilt folgendes Gleichungssystem mit $c \in \mathbb{N}$: ____/1

AG 2.5

$$2b = m$$
$$m - c = b$$

Kreuze die **beiden** zutreffenden Aussagen an!

In der Klasse sind insgesamt c Kinder.	
In der Klasse sind um c Mädchen weniger als Burschen.	
In der Klasse sind mehr Mädchen als Burschen.	☒
Die Anzahl der Mädchen ist sicher ungerade.	
Die Anzahl der Mädchen ist sicher gerade.	☒

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 2.5 - 9 - Projektwoche (Matura Herbsttermin 16/17)

59. An einer Projektwoche nehmen insgesamt 25 Schüler/innen teil. Die Anzahl der Mädchen wird mit x bezeichnet, die Anzahl der Burschen mit y. Die Mädchen werden in 3-Bett-Zimmern untergebracht, die Burschen in 4-Bett-Zimmern, insgesamt stehen 7 Zimmer zur Verfügung. Die Betten alle 7 Zimmer werden belegt, es bleiben keine leeren Betten übrig. ____/1 AG 2.5

Mithilfe eines Gleichungssystems aus zwei der nachstehenden Gleichungen kann die Anzahl der Mädchen und die Anzahl der Burschen berechnet werden. Kreuze die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$x + y = 7$	
$x + y = 25$	☒
$3 \cdot x + 4 \cdot y = 7$	
$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 7$	☒
$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 25$	

Lösungen

AG 2.5 - 10 - Gleichungssysteme aufstellen und lösen

60. Als Leonie vom Spazierengehen zurückkommt, stellt sie ihrer Schwester ein Rätsel: „Ich habe ein Gehege mit Hühnern und Ziegen entdeckt. Insgesamt habe ich 46 Beine gezählt. Außerdem waren um 5 mehr Hühner als Ziegen im Gehege.“ ____/1 AG 2.5

Es sei h die Anzahl der Hühner und z die Anzahl der Ziegen.

Stelle ein lineares Gleichungssystem auf und berechne die Anzahl der Hühner und die Anzahl der Ziegen.

$I: 2h + 4z = 46$

$II: h = z + 5$

$z = 6$

$h = 11$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 2.5 - 11 - Futtermittel (Matura Haupttermin 16/17)

61. Ein Bauer hat zwei Sorten von Fertigfutter für die Rindermast gekauft. Fertigfutter A hat einen Proteinanteil von 14 %, während Fertigfutter B einen Proteinanteil von 35 % hat. Der Bauer möchte für seine Jungstiere 100 kg einer Mischung dieser beiden Fertigfutter-Sorten mit einem Proteinanteil von 18 % herstellen. Es sollen a kg der Sorte A mit b kg der Sorte B gemischt werden. ____/1 AG 2.5

Gib zwei Gleichungen in den Variablen a und b an, mithilfe derer die für diese Mischung benötigten Mengen berechnet werden können!

1. Gleichung: $a + b = 100$

2. Gleichung: $0{,}14 \cdot a + 0{,}35 \cdot b = 0{,}18 \cdot (a + b)$

Lösungen

AG 2.5 - 12 - Lineares Gleichungssystem (Matura Herbsttermin 18/19)

62. Gegeben ist ein lineares Gleichungssystem in den Variablen x_1 und x_2. Es gilt: $a, b \in \mathbb{R}$. ____/1 AG 2.5

$$\begin{array}{lrcl} \text{I:} & 3 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 & = & a \\ \text{II:} & b \cdot x_1 + \quad x_2 & = & a \\ \hline \end{array}$$

Bestimme die Werte der Parameter a und b so, dass für die Lösungsmenge des Gleichungssystems $L = \{(2; -2)\}$ ist.

$a = 14$

$b = 8$

Lösungen

AG 2.5 - 13 - Drei Gleichungssysteme

63. Gegeben sind folgende drei Gleichungen: ____/1

AG 2.5

$$\begin{aligned} \text{I}: &\quad 3x + 5y = 10 \\ \text{II}: &\quad 3x + 5y = 4 \\ \text{III}: &\quad 3x - 5y = -16 \end{aligned}$$

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Das Gleichungssystem ____①____ hat ____②____ .

①	
I: $3x + 5y = 10$ II: $3x + 5y = 4$	☐
I: $3x + 5y = 10$ III: $3x - 5y = -16$	☐
II: $3x + 5y = 4$ III: $3x - 5y = -16$	☒

②	
unendlich viele Lösungen	☐
die Lösung $(-2 \mid 2)$.	☒
die Lösung $(0 \mid 2)$.	☐

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 2.5 - 14 - Schulsportwoche (Matura Haupttermin 20/21)

64. Für eine Schulsportwoche bucht eine Schule in einem Jugendgästehaus x Vierbettzimmer und y Sechsbettzimmer. Alle gebuchten Zimmer werden vollständig belegt. ____/1

AG 2.5

Die Buchung kann durch das nachstehende Gleichungssystem beschrieben werden.

I: $4 \cdot x + 6 \cdot y = 56$

II: $x + y = 12$

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Es werden genau 4 Vierbettzimmer und genau 6 Sechsbettzimmer gebucht.	
Es werden weniger Vierbettzimmer als Sechsbettzimmer gebucht.	
Es werden genau 12 Zimmer gebucht.	☒
Es werden Betten für genau 56 Personen gebucht.	☒
Es werden genau 10 Zimmer gebucht.	

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 2.5 - 15 - Smoothie (Matura Haupttermin 22/23)

65. Der Vitamin-C-Gehalt von Schwarzen Johannisbeeren beträgt durchschnittlich 177 mg pro 100 g, der Vitamin-C-Gehalt von Kiwis beträgt durchschnittlich 46 mg pro 100 g. ____/1 AG 2.5

Für einen Smoothie sollen die beiden Fruchtsorten so gemischt werden, dass man eine Mischung mit insgesamt 75 g erhält, die 100 mg Vitamin C enthält.

Ermittle die Menge an Schwarzen Johannisbeeren (in g) und die Menge an Kiwis (in g), die für diesen Smoothie gemischt werden müssen.

$x \ldots$ Menge an Schwarzen Johannisbeeren in g

$y \ldots$ Menge an Kiwis in g

I: $x + y = 75$

II: $1{,}77 \cdot x + 0{,}46 \cdot y = 100$

$x = 50, y = 25$

Für diesen Smoothie müssen 50 g Schwarze Johannisbeeren und 25 g Kiwis gemischt werden.

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 2.5 - 16 - Apfelsaft und Orangensaft (Matura Herbsttermin 22/23)

66. Bei einer Veranstaltung werden als Getränke ausschließlich Apfelsaft und Orangensaft in Bechern zum Verkauf angeboten. ____/1
AG 2.5

Insgesamt werden bei dieser Veranstaltung 375 Becher verkauft, davon a Becher Apfelsaft zu je 0,80 € und b Becher Orangensaft zu je 1,00 €.

Der dabei erzielte Verkaufserlös beträgt 339,00 €.

Erstelle ein Gleichungssystem zur Berechnung von a und b.

$I: a + b = 375$

$II: 0{,}8a + b = 339$

Lösungen

AG 2.5 - 17 - Kraft und Beschleunigung (Matura Wintertermin 22/23)

67. Wirkt eine Kraft auf einen ruhenden Körper, so wird dieser Körper in Richtung der Kraft beschleunigt. Für den Betrag der Kraft gilt $F = m \cdot a$, wobei mit m die Masse und mit a die Beschleunigung des Körpers bezeichnet wird (F in Newton (N), m in kg, a in m/s^2). ____/1 AG 2.5

Auf eine bestimmte ruhende Kugel wirkt eine Kraft von $F_1 = 5\,\text{N}$. Dadurch wird diese Kugel mit $a_1 = 0{,}625$ m/s^2 beschleunigt. Auf eine zweite ruhende Kugel gleicher Masse soll eine Kraft F_2 so wirken, dass diese Kugel mit $a_2 = 0{,}5$ m/s^2 beschleunigt wird.

Berechne F_2 in N.

$F_1 = m \cdot a_1$ und $F_2 = m \cdot a_2$

$F_2 = \frac{a_2}{a_1} \cdot F_1$ und $F_2 = 4\,\text{N}$

LÖSUNGEN

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 2

AG 3.1 - 1 - Energiesparlampen

68. Ein Händler handelt mit 7 verschiedenen Typen von Energiesparlampen. In der Buchhaltung verwendet er folgende 7-dimensionale Vektoren (die Werte in den Vektoren beziehen sich auf einen bestimmten Tag): ____/1 AG 3.1

- Lagerhaltungsvektor L_1 für Lager 1 zu Beginn des Tages
- Lagerhaltungsvektor L_2 für Lager 2 zu Beginn des Tages
- Vektor P der Verkaufspreise
- Vektor B, der die Anzahl der an diesem Tag ausgelieferten Lampen angibt

Gib die Bedeutung des Ausdrucks $(L_1 + L_2 - B) \cdot P$ in diesem Zusammenhang an!

Die Zahl $(L_1 + L_2 - B) \cdot P$ gibt den Lagerwert der am Ende des Tages in den beiden Lagern noch vorhandenen Lampen an.

Lösungen

AG 3.1 - 2 - Lieferservice

69. Zwölf MitarbeiterInnen einer Firma bestellen bei einem Lieferservice ihr Mittagessen. Davon wollen drei eine vegetarische Pizza um je 7,50 €, fünf eine Salamipizza um je 8,90 € und vier Pasta um je 7,90 €. ____/1

AG 3.1

Zum Trinken werden acht Pfandflaschen Cola um je 2,10 € und drei Pfandflaschen Eistee um je 2,30 € bestellt.

Berechne die Gesamtausgaben der MitarbeiterInnen mit Hilfe der Preisvektoren $P_1 = \begin{pmatrix} 7{,}5 \\ 8{,}9 \\ 7{,}9 \end{pmatrix}$ und $P_2 = \begin{pmatrix} 2{,}1 \\ 2{,}3 \end{pmatrix}$.

Lösungserwartung:

$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7{,}5 \\ 8{,}9 \\ 7{,}9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2{,}1 \\ 2{,}3 \end{pmatrix} = 122{,}3$ € Die Gesamtausgaben betragen 122,3 €.

Toleranzintervall: $[121; 123]$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.1 - 3 - Torten

70. Eine Konditorei stellt 3 verschiedene Torten her: Malakofftorte M, Sachertorte S und Obsttorte O. Die Konditorei beliefert damit 5 Wiederverkäufer. ____/1 AG 3.1

Die Liefermengen pro Tortenstück an die Wiederverkäufer W werden durch die Vektoren L_M für die Malakofftorte, L_S für die Sachertorte und L_O für die Obsttorte ausgedrückt.

$$W = \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ W_5 \end{pmatrix}, L_M = \begin{pmatrix} 20 \\ 45 \\ 60 \\ 30 \\ 10 \end{pmatrix}, L_S = \begin{pmatrix} 15 \\ 20 \\ 30 \\ 0 \\ 20 \end{pmatrix}, L_O = \begin{pmatrix} 10 \\ 35 \\ 40 \\ 10 \\ 25 \end{pmatrix}$$

Ein Stück Malakofftorte kostet beim Konditor € 1,80, ein Stück Sachertorte € 2,10 und ein Stück Obsttorte € 1,50.

Gib an, wie viele Tortenstücke der Konditor insgesamt an den Wiederverkäufer W_3 liefert! Berechne, wie viele Stück Sachertorte der Konditor insgesamt ausgeliefert hat!

An den dritten Wiederverkäufer hat der Konditor $60 + 30 + 40 = 130$ Tortenstücke geliefert. Der Konditor hat insgesamt $15 + 20 + 30 + 0 + 20 = 85$ Stück Sachertorte ausgeliefert.

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.1 - 5 - Betriebsgewinn

71. Ein Betrieb produziert und verkauft die Produkte $P_1, ..., P_5$. In der vorangegangenen Woche wurden x_i Stück des Produktes P_i produziert und auch verkauft. Das Produkt P_i wird zu einem Stückpreis v_i verkauft, k_i sind die Herstellungskosten pro Stück P_i. ____/1 AG 3.1

Die Vektoren X, V und K sind folgendermaßen festgelegt:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}, V = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{pmatrix}, K = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \\ k_5 \end{pmatrix}$$

Gib mithilfe der gegebenen Vektoren einen Term an, der für diesen Betrieb den Gewinn G der letzten Woche beschreibt!

$G = X \cdot V - X \cdot K$

Lösungen

AG 3.1 - 6 - Plattenverkauf

72. Eine Plattenfirma hat sechs neue Alben veröffentlicht. p_i ist die Anzahl der produzierten Platten des i-ten Albums und k_i sind die Produktionskosten pro Platte des i-ten Albums. v_i ist die Anzahl der verkauften Platten des i-ten Albums und e_i ist der Verkaufspreis einer Platte des i-ten Albums. ____/1 AG 3.1

Die Vektoren sind folgendermaßen festgelegt:

$$P = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{pmatrix}, K = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \\ k_5 \\ k_6 \end{pmatrix}, V = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \\ e_6 \end{pmatrix}$$

Kreuze die richtige Aussage an!

$P \cdot V$ beschreibt den Gewinn oder Verlust, den die Firma durch den Verkauf der sechs neuen Alben gemacht hat.	
$V \cdot E - P \cdot K$ beschreibt die gesamten Produktionskosten der sechs neuen Alben.	
$V \cdot E - P \cdot K$ beschreibt den Gewinn oder Verlust, den die Firma durch den Verkauf der sechs neuen Alben gemacht hat.	☒
$V \cdot E$ beschreibt die gesamten Produktionskosten der sechs neuen Alben.	
$V \cdot K$ beschreibt die gesamten Produktionskosten der sechs neuen Alben.	
$V \cdot K - P \cdot E$ beschreibt den Gewinn oder Verlust, den die Firma durch den Verkauf der sechs neuen Alben gemacht hat.	

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.1 - 7 - Vermietung (Matura Wintertermin 21/22)

73. Alexander vermietet vier Wohnungen. ____/1
In der nachstehenden Tabelle sind die Bruttomieten und die Betriebskosten für ein bestimmtes Jahr angegeben. AG 3.1

	Bruttomiete (in €)	Betriebskosten (in €)
Wohnung 1	4 800	1 200
Wohnung 2	5 500	1 400
Wohnung 3	6 000	1 800
Wohnung 4	7 000	1 900

Die Spalten der Tabelle können als Vektoren angeschrieben werden. Dabei gibt der Vektor B die jeweiligen Bruttomieten und der Vektor K die jeweiligen Betriebskosten an.

Die Bruttomieten sind die Summe aus Nettomieten und Betriebskosten. Der Gewinn (nach Abzug der Steuern) beträgt 60 % der Nettomieten.

Berechne den Vektor G, dessen Komponenten Alexanders Gewinne aus der Vermietung der vier Wohnungen sind.

$$G = 0{,}6 \cdot (B - K) = \begin{pmatrix} 2\,160 \\ 2\,460 \\ 2\,520 \\ 3\,060 \end{pmatrix}$$

Lösungen

Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösun

AG 3.1 - 8 - Vektorrechnung interpretieren-Imker

74. Ein Imkerbetrieb verkauft insgesamt 4 unterschiedliche Honiggläser. Um den Überblick über den Verkauf zu behalten, arbeitet der Betrieb mit einer Tabelle: ____/1 AG 3.1

	K	P_B	J	F
Akatienhonig	0,50	10,50	25	21
Akatienhonig	0,25	6,00	42	50
Waldhonig	0,50	9,50	15	18
Waldhonig	0,25	5,75	23	12

Aus dieser Tabelle lassen sich Spaltenvektoren des $\mathbb{R}^4$ herauslesen:

K ... Gewicht des jeweiligen Glases in kg
P_B ... Bruttopreis des jeweiligen Glases in € (inkl. 20 % MwSt.)
J ... Anzahl der jeweiligen verkauften Gläser im Jänner
F ... Anzahl der jeweiligen verkauften Gläser im Februar

Ordne den gesuchten Werten die zugehörige Rechenoperation zu.

Summe aller verkaufter Honiggläser im Jänner.	F
Umsatz in € im Monat Jänner und Februar.	D
Preisvektor (netto)	E
Insgesamt verkaufte Kilogramm Honig im Monat Jänner.	B

A	$J \cdot F$
B	$J \cdot K$
C	$P_B \cdot 0{,}8$
D	$(J + F) \cdot P_B$
E	$P_B \cdot \frac{5}{6}$
F	$J \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen L

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.1 - 9 - Therme Oberlaa

75. Ein Tagesticket für die Therme Oberlaa kostet für Erwachsene a € und für Kinder b €. Die Familie Em besteht aus k Kindern und e Erwachsenen und verbringt einen ganzen Tag gemeinsam in der Therme. ____/1 AG 3.1

Kreuze jenen Term an mit dem die Gesamtkosten der Familie Em berechnet werden können.

$\binom{k}{e} + \binom{a}{b}$	
$\binom{k}{b} \cdot \binom{e}{a}$	
$\binom{k}{1} \cdot b + \binom{e}{1} \cdot a$	
$\binom{b}{a} \cdot \binom{k}{e}$	☒
$(a+b) \cdot \binom{k}{e}$	

Lösungen

AG 3.1 - 10 - Konditorei

76. Die Konditorei bietet eine Torte in fünf verschiedenen Geschmacksrichtungen an die jedoch unterschiedlich teuer sind. Der Vektor N gibt an wie viele Torten der jeweiligen Geschmacksrichtung in der letzten Woche verkauft worden sind. Der Vektor N gibt den Preis pro Geschmacksrichtung an. ____/1 AG 3.1

$$N = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \\ n_5 \end{pmatrix} \quad K = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \\ k_5 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Kreuze jenen Term an mit dem die Gesamteinnahme durch die verkauften Torten letzte Woche berechnet werden kann.

$N \cdot K \cdot E$	
$N \cdot K$	☒
$N \cdot E + K \cdot E$	
$(N + K) \cdot E$	
$N \cdot K + E$	

Lösungen

AG 3.1 - 11 - Mittagessen

77. Ein Lieferdienst versorgt täglich fünf verschiedene Schulen mit Mittagessen. Dabei können die Schüler:innen jeden Tag zwischen drei Menüoptionen wählen: einem Fleischgericht, einer vegetarischen Mahlzeit oder einer veganen Variante. ____/1 AG 3.1

Der Vektor M_F beschreibt die Anzahl der an einem bestimmten Wochentag bestellten Fleischgerichte, jeweils aufgeschlüsselt nach den fünf Schulen.
Der Vektor M_V gibt entsprechend die bestellten vegetarischen Menüs für denselben Tag und dieselben Schulen an.
Der Vektor M_G erfasst schließlich die Anzahl der veganen Menüs, ebenfalls geordnet nach den fünf Schulen.

$$M_F = \begin{pmatrix} 145 \\ 177 \\ 88 \\ 48 \\ 112 \end{pmatrix}, M_V = \begin{pmatrix} 99 \\ 105 \\ 87 \\ 55 \\ 90 \end{pmatrix}, M_G = \begin{pmatrix} 43 \\ 21 \\ 13 \\ 34 \\ 22 \end{pmatrix}$$

Berechne die Gesamtanzahl der an diesem Tag an alle Schulen gelieferten veganen Menüs.

$43 + 21 + 13 + 34 + 22 = 133$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.1 - 12 - Firmenessen

78. Für ein gemeinsames Firmenabendessen wurden im Vorfeld die Essenswünsche aller teilnehmenden Mitarbeiter:innen erfasst. Insgesamt entschieden sich 87 Personen für ein Fleischgericht, 27 Personen für ein vegetarisches Gericht und 53 Personen für ein veganes Gericht. ____/1 AG 3.1

Die Preise pro Person betragen dabei a€ für das Fleischgericht, b€ für das vegetarische Gericht und c€ für das vegane Gericht.

Gib mit Hilfe von Vektoren einen Term an, mit dem die Gesamtkosten des Abendessens berechnet werden können.

$$\begin{pmatrix} 87 \\ 27 \\ 53 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.1 - 13 - Paketpreise

79. Ein mittelständisches Unternehmen möchte für den europaweiten Versand seiner Produkte die Preise verschiedener Versanddienstleister vergleichen. Vier Anbieter - Post, DPD, DHL und GLS - legen jeweils ihre Tarife für unterschiedliche Paketgrößen vor. Die Paketklassen sind nach Gewicht gestaffelt: bis 2 kg, bis 5 kg, bis 10 kg und bis 20 kg. ____/1 AG 3.1

Die Preisübersicht aller Anbieter ist in der folgenden Tabelle dargestellt:

	bis 2 kg	2 bis 5 kg	5 bis 10 kg	10 bis 20 kg
Post	4,90	6,80	8,50	12,40
DPD	5,10	6,60	8,70	12,20
DHL	4,80	6,50	8,40	12,00
GLS	5,00	6,90	8,60	12,30

Nach einer Analyse der Lieferzeiten und Serviceleistungen entscheidet sich das Unternehmen für den Anbieter DHL.

Für die interne Budgetplanung sollen die Preise der vier Paketgrößen des gewählten Anbieters übersichtlich in einem Preisvektor $\vec{P}$ dargestellt werden. Gib diesen Vektor an.

$P = (4{,}8 \mid 6{,}5 \mid 8{,}4 \mid 12)$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.1 - 14 - Tierpark

80. Ein Tierpark hält fünf Gehege für eine bestimmte Affenart bereit. Die Anzahl der Tiere in den einzelnen Gehegen ist im Vektor $T = (7 \mid 3 \mid 12 \mid 8 \mid 9)$ angegeben. ____/1 AG 3.1

Da das fünfte Gehege wegen Renovierungsarbeiten für einen Tag geschlossen werden muss, werden alle dort lebenden Tiere vorübergehend auf die anderen vier Gehege verteilt. Die Verteilung erfolgt nicht gleichmäßig, da bei der Zusammenstellung der Gruppen auf das Sozialverhalten und bestehende Rangordnungen Rücksicht genommen werden muss.

Kreuze jenen Vektor an, der die Anzahl der Tiere in den Gehegen an diesem Tag beschreiben könnte, wenn alle Tiere untergebracht werden und keines der verbleibenden Gehege leer wird.

$T_1 = (7 \mid 9 \mid 15 \mid 9 \mid 0)$	
$T_1 = (7 \mid 3 \mid 12 \mid 8 \mid 0)$	
$T_1 = (10 \mid 6 \mid 13 \mid 9 \mid 0)$	
$T_1 = (14 \mid 5 \mid 12 \mid 8 \mid 0)$	☒
$T_1 = (9 \mid 5 \mid 14 \mid 10 \mid 1)$	

Lösungen

AG 3.1 - 15 - Spielehersteller

81. Ein Spielehersteller hat bislang fünf Spiele veröffentlicht, die jeweils für die Nintendo Switch und die X-Box erschienen sind. Die Preise unterscheiden sich je Spiel, sind aber plattformunabhängig. Der Vektor P enthält die Preise der einzelnen Spiele nach Erscheinungsjahr geordnet. Die Verkaufszahlen werden ebenfalls chronologisch erfasst: im Vektor N für die Switch und im Vektor X für die X-Box. ____/1 AG 3.1

Kreuze die richtige Interpretation des Ausdrucks $(N + X) \cdot P$ an.

Der Ausdruck gibt den Durchschnittspreis der jeweiligen Spiele an.	
Der Ausdruck gibt die Anzahl der insgesamt auf beiden Plattformen verkauften Spiele an.	
Der Ausdruck gibt den Gesamtumsatz an, der durch den Verkauf auf beiden Plattformen erwirtschaftet wurde.	☒
Der Ausdruck gibt den Preisunterschied der einzelnen Spiele zwischen den unterschiedlichen Plattformen an.	
Der Ausdruck bestimmt den Preis des teuersten Spiels.	

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.1 - 16 - Spielehersteller

82. Ein Spielehersteller hat bislang fünf Spiele veröffentlicht, die jeweils für die Nintendo Switch und die X-Box erschienen sind. Die Preise unterscheiden sich je Spiel, sind aber plattformunabhängig. Der Vektor P enthält die Preise der einzelnen Spiele nach Erscheinungsjahr geordnet. Die Verkaufszahlen werden ebenfalls chronologisch erfasst: im Vektor N für die Switch und im Vektor X für die X-Box. ____/1 AG 3.1

Der Spielehersteller spendet pro Spiel einen gewissen Betrag an eine Wohltätigkeitsorganisation zu spenden. Der Vektor S gibt für jedes der fünf Spiele die Höhe dieses Spendenbetrags pro verkauftem Exemplar an, ebenfalls geordnet nach Erscheinungsjahr.

Ordne den Ausdrücken auf der linken Seite die entsprechende Interpretation auf der rechten Seite zu.

$N \cdot S$	E
$(N + X) \cdot P$	A
$N \cdot (P - S)$	B
$X \cdot P$	F

A	Der Gesamtumsatz, der durch den Verkauf auf beiden Plattformen erwirtschaftet wurde.
B	Der Gesamtumsatz, der durch den Verkauf der Nintendo-Switch-Spiele nach Abzug der Spenden erwirtschaftet wurde.
C	Der Spendenbetrag der durch alle verkauften Spiele erzielt wurde.
D	Der Gesamtumsatz, der durch den Verkauf der Nintendo-Switch-Spiele erwirtschaftet wurde.
E	Der Spendenbetrag, der durch den Verkauf der Nintendo-Switch-Spiele erzielt wurde.
F	Der Gesamtumsatz, der durch den Verkauf der Xbox-Spiele erwirtschaftet wurde.

LÖSUNGEN

AG 3.1 - 17 - Kinovorstellung

83. Ein Kino besitzt zwei Säle, Saal A und Saal B. In beiden Sälen gibt es täglich drei Vorstellungen: eine Mittagsvorstellung, eine Nachmittagsvorstellung und eine Abendvorstellung. ____/1 AG 3.1

Der Vektor $A = (a_1 \mid a_2 \mid a_3)$ gibt an, wie viele Tickets in Saal A für die drei Vorstellungen verkauft wurden.

Der Vektor $B = (b_1 \mid b_2 \mid b_3)$ beschreibt die entsprechenden Verkaufszahlen für Saal B.

Da die Ticketpreise nicht vom Saal oder vom Sitzplatz, sondern ausschließlich von der Tageszeit abhängen, fasst der Preisvektor $P = (p_1 \mid p_2 \mid p_3)$ die Preise für die Mittags-, Nachmittags- und Abendvorstellung zusammen.

Stelle eine Formel auf, mit der der Gesamtumsatz des Kinos an diesem Tag berechnet werden kann.

$(A + B) \cdot P$

Lösungen

AG 3.1 - 18 - Snowboard

84. An einem Wiener Gymnasium fahren alle vier zweiten Klassen gemeinsam auf Skikurs. Vorab wird erhoben, wie viele Schüler:innen in jeder Klasse Snowboard fahren werden. ____/1 AG 3.1

Die Anzahl der Snowboarder:innen pro Klasse ist im Vektor $B = (12 \mid 8 \mid 2 \mid 10)$ zusammengefasst.

Gib an, wie viele Schüler:innen insgesamt am Skikurs Snowboard fahren werden.

$12 + 8 + 2 + 10 = 32$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 2

AG 3.1 - 19 - Niederschlagsmenge

85. Eine Wetterstation misst an vier aufeinanderfolgenden Tagen die Niederschlagsmenge. ____/1

AG 3.1

Der Vektor (2,4 | 0,0 | 3,1 | 3,1) gibt die Niederschlagsmenge der Tage 1 bis 4 in Millimetern an.

An zwei Tagen fiel gleich viel Regen.	☒
Es gab keinen Tag ohne Niederschlag.	
Der stärkste Niederschlag wurde am ersten Tag gemessen.	
Insgesamt fielen weniger als 10 mm Regen.	☒
Die Niederschlagsmenge stieg von Tag zu Tag.	

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.1 - 20 - Fischzucht

86. Eine Fischzucht arbeitet mit drei unterschiedlich großen Becken. ____/1

AG 3.1

Der Vektor $A = (4\,000 \mid 3\,500 \mid 6\,600)$ gibt den aktuellen Füllstand der Becken 1, 2 und 3 in Litern an.

Ordne jedem Text den passenden Vektor zu.

Es werden 350 Liter Wasser aus Becken 1 umgeleitet in Becken 3.	D
10 % des zweiten Beckens werden ausgelassen.	A
Es werden 350 Liter Wasser aus Becken 2 umgeleitet in Becken 3.	C
Das Becken 1 wird ausgelassen und das Wasser gleichmäßig auf Becken 2 und 3 verteilt.	F

A	$(4\,000 \mid 3\,150 \mid 6\,600)$
B	$(0 \mid 3\,150 \mid 6\,600)$
C	$(4\,000 \mid 3\,150 \mid 6\,950)$
D	$(3\,650 \mid 3\,500 \mid 6\,950)$
E	$(3\,650 \mid 3\,150 \mid 6\,950)$
F	$(0 \mid 5\,500 \mid 8\,600)$

Lösungen

AG 3.1 - 21 - Bewässerung

87. Ein landwirtschaftlicher Betrieb bewässert sechs verschiedene Felder. ____/1

AG 3.1

Für jedes Feld wird genau dokumentiert wie lange die Bewässerung an einem Tag lief und wie viel Wasser pro Stunde auf dieses Feld aufgebracht wurde.

Der Vektor $\vec{a}$ gibt die Bewässerungsdauer der Felder 1 bis 6 in Stunden an.

Der Vektor $\vec{b}$ gibt die Wassermenge pro Stunde in Litern pro Stunde (L/h) an, die auf die jeweiligen Felder 1 bis 6 ausgebracht wird.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 2{,}0 \\ 0{,}8 \\ 3{,}0 \\ 1{,}2 \\ 2{,}5 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 900 \\ 750 \\ 1\,200 \\ 600 \\ 800 \\ 700 \end{pmatrix}$$

Berechne das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ und interpretiere das Ergebnis im gegebenen Kontext.

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 8\,320$

An diesem Tag werden insgesamt 8 320 Liter Wasser zur Bewässerung der sechs Felder verwendet.

LÖSUNGEN

AG 3.1 - 22 - Therme

88. Die Vektoren $\vec{E} = (e_1 \mid e_2 \mid e_3)$ und $\vec{K} = (k_1 \mid k_2 \mid k_3)$ geben die Anzahl der Besucher:innen einer Therme von Freitag bis Sonntag an. Dabei beschreibt $\vec{E}$ die Anzahl der Erwachsenen und $\vec{K}$ die Anzahl der Kinder. ____/1 AG 3.1

Der Eintritt für Erwachsene beträgt an einem normalen Tag 38,50 €, Kinder zahlen die Hälfte dieses Betrags.

Am Sonntag ist Familientag: Erwachsene zahlen nur 32 €, Kinder haben gratis Eintritt.

Gib mit Hilfe von Vektoren eine Formel zur Berechnung der Gesamteinnahmen G der Therme für diese drei Tage an.

$$G = \vec{E} \cdot \begin{pmatrix} 38{,}50 \\ 38{,}50 \\ 32 \end{pmatrix} + \vec{K} \cdot \begin{pmatrix} 19{,}25 \\ 19{,}25 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Lösungen

AG 3.1 - 23 - Würstelstand (Matura Herbsttermin 16/17)

89. Ein Würstelstandbesitzer führt Aufzeichnungen über die Anzahl der täglich verkauften Würstel. Die Aufzeichnung eines bestimmten Tages ist nachstehend angegeben: _____/1 AG 3.1

	Anzahl der verkauften Portionen	Verkaufspreis pro Portion (in Euro)	Einkaufspreis pro Portion (in Euro)
Frankfurter	24	2,70	0,90
Debreziner	14	3,00	1,20
Burenwurst	11	2,80	1,00
Käsekrainer	19	3,20	1,40
Bratwurst	18	3,20	1,20

Die mit Zahlenwerten ausgefüllten Spalten der Tabelle können als Vektoren abgeschrieben werden. Dabei gibt der Vektor A die Anzahl der verkauften Portionen, der Vektor B die Verkaufspreise pro Portion (in Euro) und der Vektor C die Einkaufspreise pro Portion (in Euro) an.

Gib einen Ausdruck mithilfe der Vektoren A, B und C an, der den an diesem Tag erzielten Gesamtgewinn des Würstelstandbesitzers bezogen auf den Verkauf der Würstel beschreibt!

Gesamtgewinn $= A \cdot (B - C)$

Lösungen

AG 3.1 - 24 - Verkaufszahlen (Matura Herbsttermin 17/18)

90. Ein Sportfachgeschäft bietet n verschiedene Sportartikel an. Die n Sportartikel sind in einer Datenbank nach ihrer Artikelnummer geordnet, sodass die Liste mit den entsprechenden Stückzahlen als Vektor (mit n Komponenten) aufgefasst werden kann. ____/1 AG 3.1

Die Vektoren B, C und P (mit $B, C, P \in \mathbb{R}^n$) haben die folgende Bedeutung:

Vektor B: Die Komponente $b_i \in \mathbb{N}$ (mit $1 \leq i \leq n$) gibt den Lagerbestand des i-ten Artikels am Montagmorgen einer bestimmten Woche an.
Vektor C: Die Komponente $c_i \in \mathbb{N}$ (mit $1 \leq i \leq n$) gibt den Lagerbestand des i-ten Artikels am Samstagabend dieser Woche an.
Vektor P: Die Komponente $p_i \in \mathbb{N}$ (mit $1 \leq i \leq n$) gibt den Stückpreis (in Euro) des i-ten Artikels in dieser Woche an.

Das Fachgeschäft ist in der betrachteten Woche von Montag bis Samstag geöffnet und im Laufe dieser Woche werden weder Sportartikel nachgeliefert noch Stückpreise verändert.

Am Ende der Woche werden Daten für die betrachtete Woche (Montag bis Samstag) ausgewertet, wobei die erforderlichen Berechnungen mithilfe von Termen angeschrieben werden können. Ordne den vier gesuchten Größen jeweils den für die Berechnung zutreffenden Term (aus A bis F) zu!

durchschnittliche Verkaufszahlen (pro Sportartikel) pro Tag in der betrachteten Woche	C
Gesamteinnahmen durch den Verkauf von Sportartikeln in der betrachteten Woche	E
Verkaufszahlen (pro Sportartikel) in der betrachteten Woche	B
Verkaufswert des Lagerbestands an Sportartikeln am Ende der betrachteten Woche	D

A	$6 \cdot (B - C)$
B	$B - C$
C	$\frac{1}{6} \cdot (B - C)$
D	$P \cdot C$
E	$P \cdot (B - C)$
F	$6 \cdot P \cdot (B - C)$

LÖSUNGEN

AG 3.1 - 25 - SolarTech

91. Die Firma „SolarTech“ produziert Solarmodule für Privathaushalte. Sie hat 24 verschiedene Modultypen auf Lager, die sich in Leistung, Größe, Wirkungsgrad und Material unterscheiden. ____/1 AG 3.1

Für die Lagerverwaltung sind die Stückzahlen dieser verschiedenen Modultypen im Mengenvektor $\vec{M}$ festgehalten und der Verkaufspreis der einzelnen Module in Euro im Stückpreisvektor $\vec{P}$.

Ordne jeder Aussage den entsprechenden Term (aus A bis D) zu!

Neuer Stückpreisvektor, wenn jeder Stückpreis um 20 % erhöht wurde.	F
Gesamtverkaufswert aller gelagerten Module in Euro.	C
Gesamtverkaufswert aller gelagerten Module, wenn jeder Stückpreis um 15 % gesenkt wurde.	D
Neuer Stückpreisvektor, wenn jeder Stückpreis um 20 % gesenkt wurde.	A

A	$0{,}80 \cdot \vec{P}$
B	$0{,}85 \cdot \vec{M} + 0{,}85 \cdot \vec{P}$
C	$\vec{M} \cdot \vec{P}$
D	$0{,}85 \cdot \vec{M} \cdot \vec{P}$
E	$1{,}15 \cdot \vec{M} \cdot \vec{P}$
F	$1{,}2 \cdot \vec{P}$

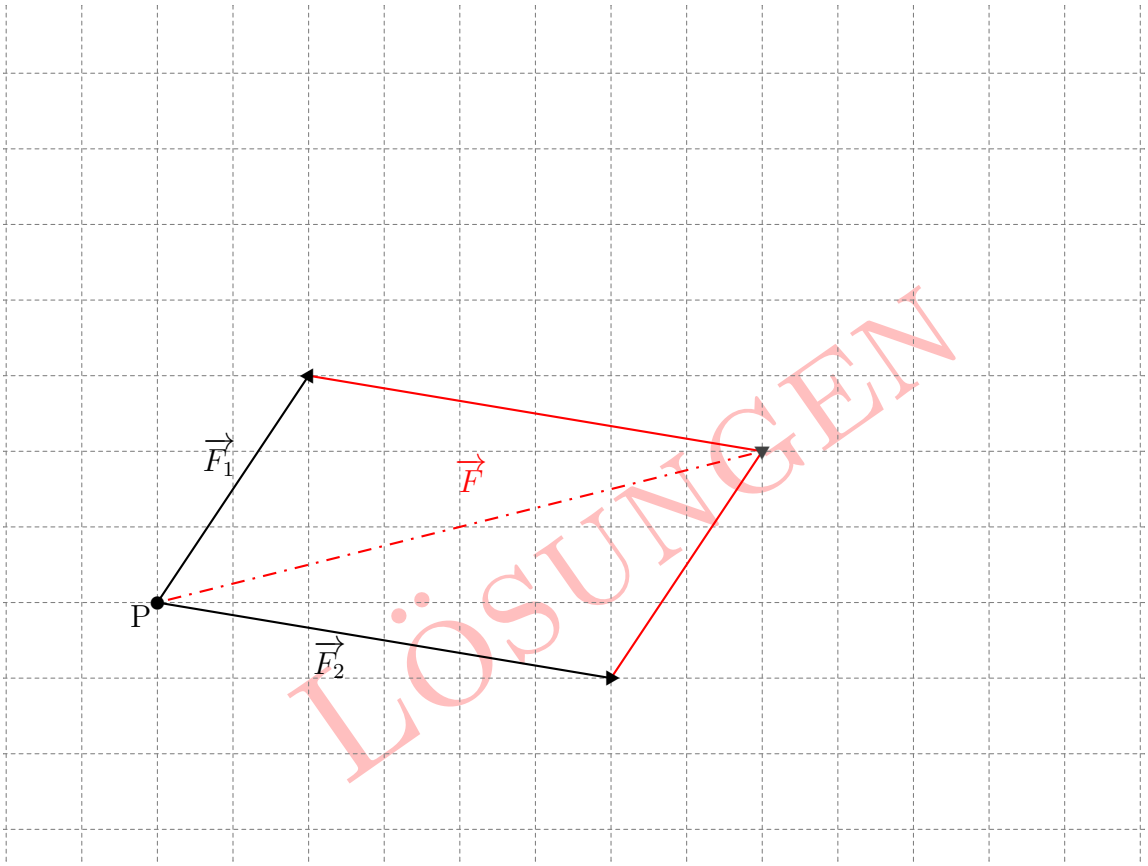
LÖSUNGEN

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.2 - 1 - Kräfte

92. Zwei an einem Punkt P eines Körpers angreifende Kräfte $\overrightarrow{F_1}$ und $\overrightarrow{F_2}$ lassen sich durch eine einzige am selben Punkt angreifende resultierende Kraft $\overrightarrow{F}$ ersetzen, die allein diesselbe Wirkung ausübt wie $\overrightarrow{F_1}$ und $\overrightarrow{F_2}$ zusammen. _____/1 AG 3.2

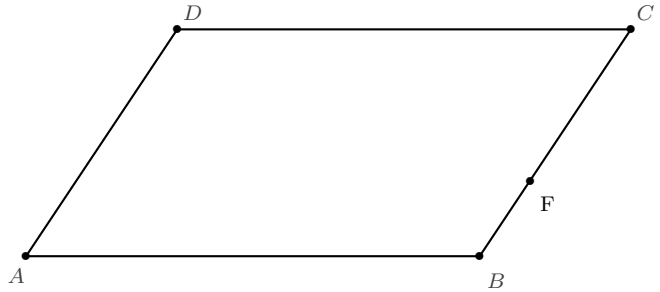
Gegeben sind zwei an einem Punkt P angreifenden Kräfte $\overrightarrow{F_1}$ und $\overrightarrow{F_2}$. Ermittle grafisch die resultierende Kraft $\overrightarrow{F}$ als Summe der Kräfte $\overrightarrow{F_1}$ und $\overrightarrow{F_2}$!



AG 3.2 - 2 - Parallelogramm

93. Im dargestellten Parallelogramm $ABCD$ teilt der Punkt F die Seite BC im Verhältnis $1:2$. ____/1

AG 3.2



Drücke den Vektor $\overrightarrow{FD}$ durch die Vektoren $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ aus.

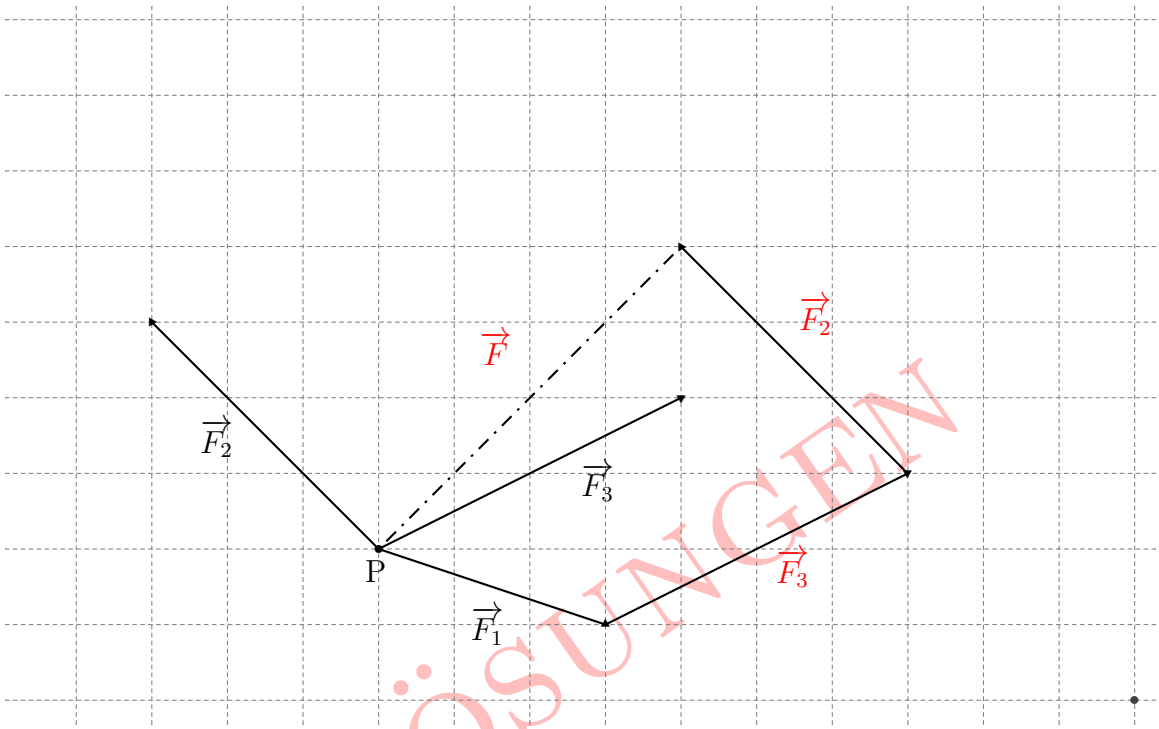
$\overrightarrow{FD} = \frac{2}{3}\vec{b} - \vec{a}$

Lösungen

AG 3.2 - 3 - Resultierende Kraft

94. Drei an einem Punkt P eines Körpers angreifende Kräfte $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ und $\overrightarrow{F_3}$ lassen sich durch eine einzige, am selben Punkt angreifende resultierende Kraft $\overrightarrow{F}$ ersetzen, die alleine dieselbe Wirkung ausübt, wie es $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ und $\overrightarrow{F_3}$ zusammen tun. ____/1 AG 3.2

Gegeben sind drei an einem Punkt P angreifende Kräfte $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ und $\overrightarrow{F_3}$. Ermittle grafisch die resultierende Kraft $\overrightarrow{F}$ als Summe der Kräfte $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ und $\overrightarrow{F_3}$!



Lösungen

AG 3.2 - 4 - Vektoren (Matura Herbsttermin 15/16)

95. In der Ebene werden auf einer Geraden in gleichen Abständen nacheinander die Punkte A, B, C und D markiert. ____/1
AG 3.2

Es gilt also:
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD}$

Die Koordinaten der Punkte A und C sind bekannt.

$A = (3|1)$
$C = (7|8)$

Berechne die Koordinaten von D.

$D = (_____|_____)$

$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$

$D = C + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AC} \Rightarrow D = (9|11{,}5)$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die korrekte Angabe beider Koordinaten des gesuchten Punktes D.

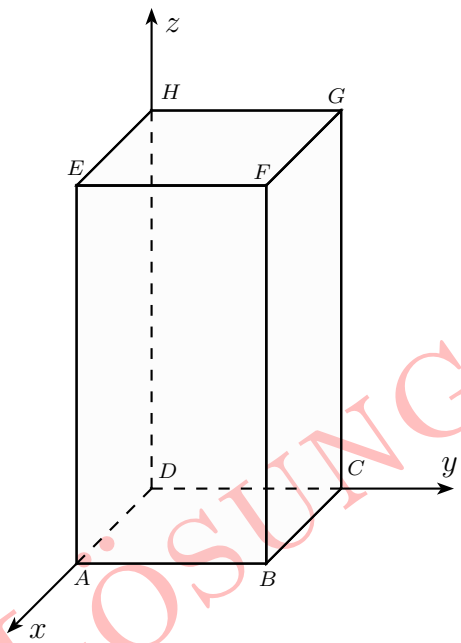
Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 3

AG 3.2 - 5 - Quader mit quadratischer Grundfläche (Matura Haupttermin 16/17)

96. Die nachstehende Abbildung zeigt einen Quader, dessen quadratische Grundfläche in der xy-Ebene liegt. Die Länge einer Grundkante beträgt 6 Längeneinheiten, die Körperhöhe beträgt 10 Längeneinheiten. Der Eckpunkt D liegt im Koordinatenursprung, der Eckpunkt C liegt auf der positiven y-Achse. ____/1 AG 3.2

Der Eckpunkt E hat somit die Koordinaten $E = (6|0|10)$.



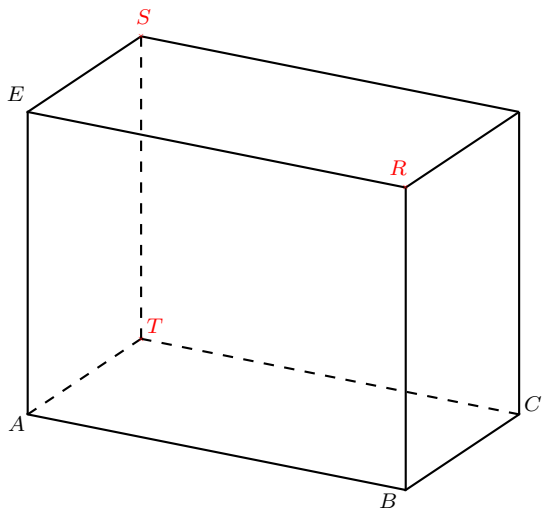
LÖSUNGEN

Gib die Koordinaten (Komponenten) des Vektors $\overrightarrow{HB}$ an!

$$\overrightarrow{HB} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ -10 \end{pmatrix}$$

AG 3.2 - 6 - Eckpunkte eines Quaders (Matura Haupttermin 18/19)

97. In der nachstehenden Abbildung ist ein Quader dargestellt. Die Eckpunkte A, B, C und E sind beschriftet. ____/1
AG 3.2



Für weitere Eckpunkte R, S und T des Quaders gilt:

$R = E + \overrightarrow{AB}$

$S = A + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BC}$

$T = E + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AE}$

Beschrifte in der oben stehenden Abbildung klar erkennbar die Eckpunkte R, S und T!

LÖSUNGEN

AG 3.2 - 7 - Punktepaare

98. Gegeben ist der Vektor $\overrightarrow{PQ}$. _____/1

AG 3.2

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Kreuze jene(s) Punktepaar(e) P und Q an, deren Vektor mit dem angegebenen Vektor übereinstimmt.

$P_1 = (-9 \mid 3), Q_1 = (4 \mid 7)$	
$P_2 = (8 \mid -2), Q_2 = (15 \mid -4)$	☒
$P_3 = (10 \mid 5), Q_3 = (17 \mid 7)$	
$P_4 = (-7 \mid -2), Q_4 = (0 \mid 0)$	
$P_5 = (-4{,}5 \mid 3{,}7), Q_5 = (2{,}5 \mid 1{,}7)$	☒

Lösungen

AG 3.2 - 8 - Himmelsrichtungen (Matura Haupttermin 19/20)

99. Nachstehend ist eine symmetrische Windrose abgebildet, die Himmeslrichtungen zeigt. ____/1
AG 3.2

Die Geschwindigkeit eines Schiffes, das in Richtung Nordwest (NW) fährt, wird durch den Vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} -a \\ a \end{pmatrix}$ mit $a \in \mathbb{R}^+$ beschrieben.

Gib einen Vektor $\vec{v}$ an, der die Geschwindigkeit eines Schiffes beschreibt, das in Richtung Nordost (NO) fährt.

$\vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ a \end{pmatrix}$

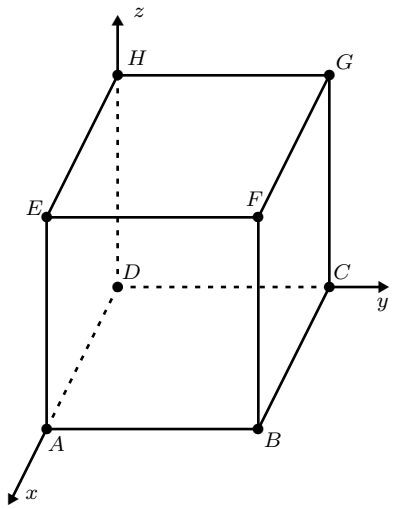
Jeder Vektor $\vec{v} = r \cdot \begin{pmatrix} a \\ a \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}^+$ ist als richtig zu werten.

LÖSUNGEN

AG 3.2 - 9 - Würfel und Vektor (Matura Herbsttermin 20/21)

100. Die nachstehende Abbildung zeigt einen Würfel, dessen Grundfläche $ABCD$ in der xy-Ebene liegt. ____/1

AG 3.2



Zwei Eckpunkte dieses Würfels legen einen bestimmten Vektor fest, der in Richtung des Vektors $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ verläuft.

Kreuze diesen Vektor an.

$\overrightarrow{EC}$	
$\overrightarrow{FD}$	
$\overrightarrow{GA}$	☒

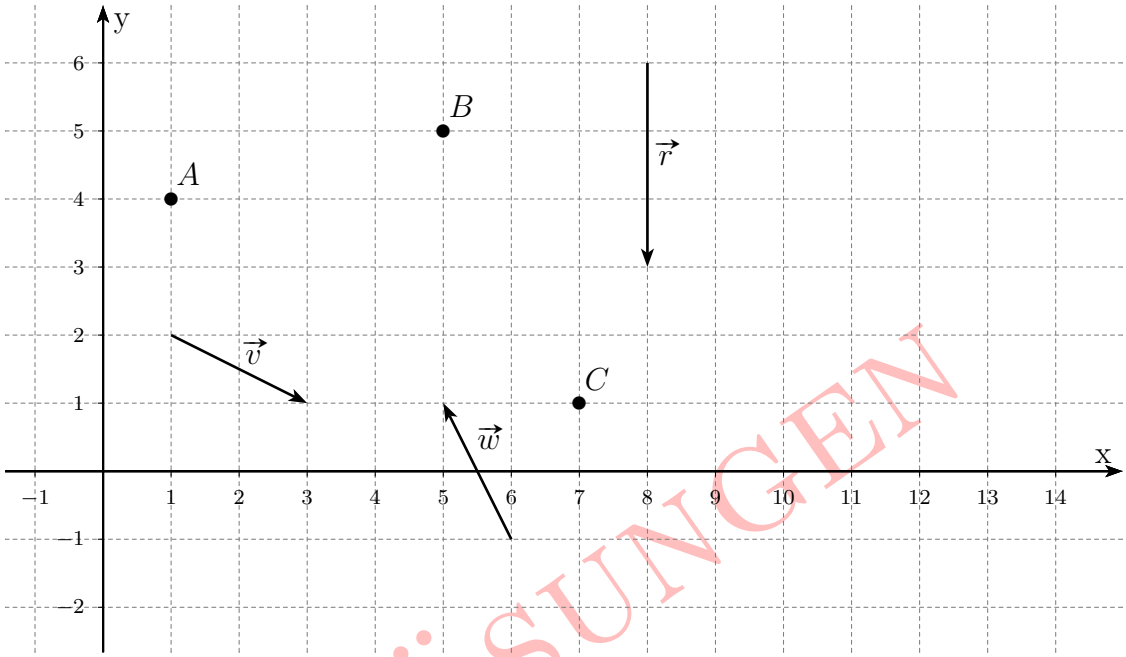
$\overrightarrow{GD}$	
$\overrightarrow{HA}$	
$\overrightarrow{HB}$	

LÖSUNGEN

AG 3.2 - 10 - Punkte und Vektoren (Matura Herbsttermin 21/22)

101. Im nachstehenden Koordinatensystem sind die drei Punkte A, B und C sowie die drei Vektoren $\vec{r}$, $\vec{v}$ und $\vec{w}$ eingezeichnet. ____/1
AG 3.2

Die Koordinaten der Punkte und die Komponenten der Vektoren sind ganzzahlig.



Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

$A = B + t \cdot \vec{r}$ für ein $t \in \mathbb{R}$	
$B = C + t \cdot \vec{v}$ für ein $t \in \mathbb{R}$	
$C = B + t \cdot \vec{w}$ für ein $t \in \mathbb{R}$	☒
$B = A + t \cdot \vec{w}$ für ein $t \in \mathbb{R}$	
$C = A + t \cdot \vec{v}$ für ein $t \in \mathbb{R}$	☒

LÖSUNGEN

AG 3.2 - 11 - Position eines Schiffes (Matura Wintertermin 22/23)

102. Ein Schiff fährt an einem bestimmten Tag von 8:10 Uhr bis 8:30 Uhr mit konstanter Geschwindigkeit einen geradlinigen Kurs. ____/1

AG 3.2

In einem kartesischen Koordinatensystem wird die Position dieses Schiffes um 8:10 Uhr durch den Punkt $A = (2 \mid 3)$ festgelegt, die Position um 8:30 Uhr durch den Punkt $B = (10 \mid 5)$.

Der Vektor $\vec{s}$ beschreibt die Veränderung der Position dieses Schiffes in einem Zeitintervall von 5 min.

Gib die Komponenten des Vektors $\vec{s}$ an.

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} \boxed{2} \\ \boxed{0{,}5} \end{pmatrix}$$

Lösungen

AG 3.2 - 12 - Pfeil und Punkt

103. Vektoren im $\mathbb{R}^2$ können geometrisch als Punkte bzw. als Pfeile gedeutet werden. ____/1

AG 3.2

Kreuze die beiden richtigen Aussagen an.

Zwei Vektoren sind genau dann gleich, wenn ihre Pfeile dieselbe Richtung und Orientierung haben.	
Zu einem Vektor gehören unendlich viele Punkte.	
Zwei Vektoren sind genau dann parallel, wenn ihre Pfeile dieselbe Länge besitzen.	
Jedem Punkt wird genau ein Vektor zugeordnet.	☒
Jedem Pfeil wird genau ein Vektor zugeordnet.	☒

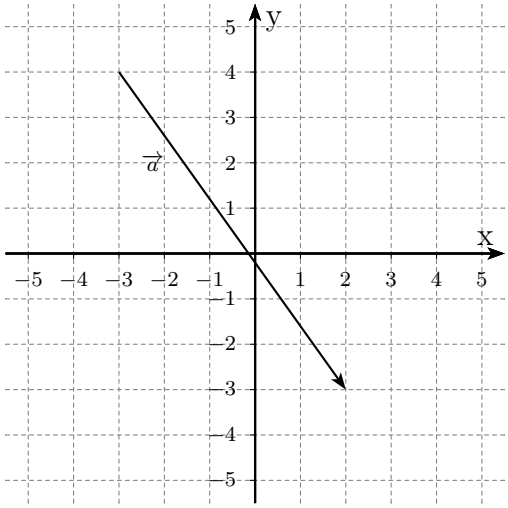
Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 2

AG 3.2 - 13 - Vektor ablesen

104. Gib die Koordinaten des Vektors $\overrightarrow{a}$ an. ____/1

AG 3.2



$\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \end{pmatrix}$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

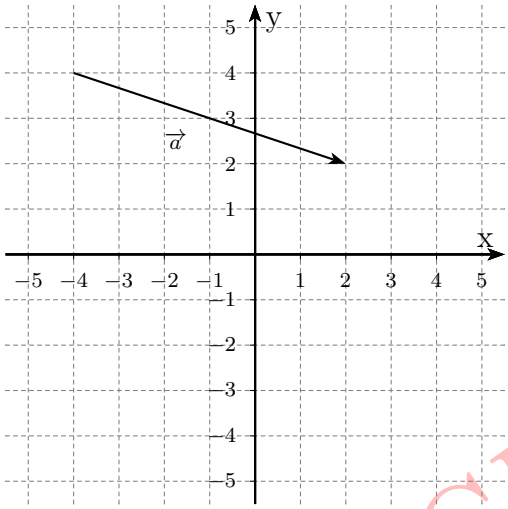
Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 2

AG 3.2 - 14 - Vektor einzeichnen

105. Zeichne den gegebenen Vektor als Pfeil in das Koordinatensystem ein. ____/1

AG 3.2

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$$



Eingezeichnet ist eine mögliche Lösung.

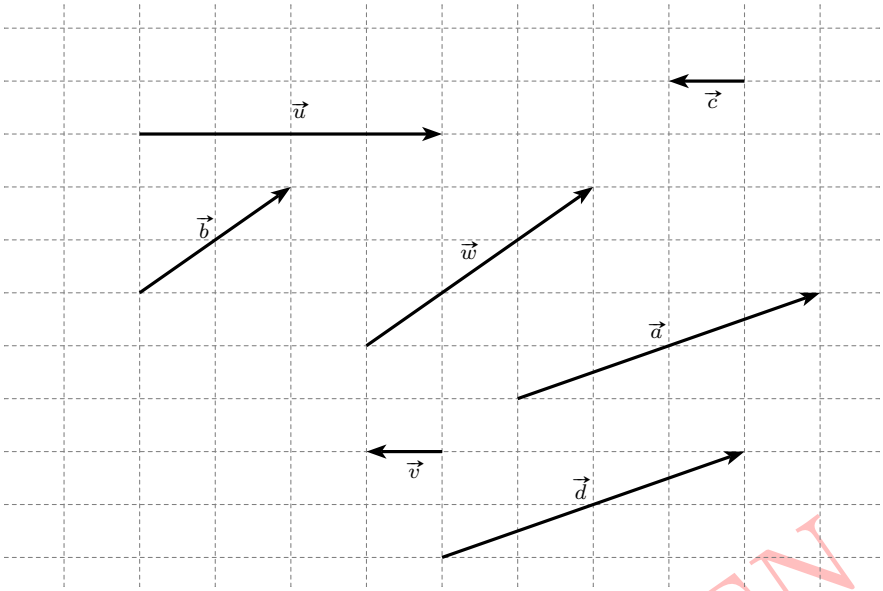
Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.2 - 15 - Vektoren als Pfeile

106. In der nachstehenden Abbildung sind sieben Vektoren eingezeichnet. ____/1

AG 3.2



Kreuze die beiden richtigen Aussagen an.

Die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{w}$ sind parallel zueinander.	
Die Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{c}$ sind Gegenvektoren.	
Die Pfeile $\vec{d}$ und $\vec{a}$ repräsentieren denselben Vektor.	☒
Die Vektoren $\vec{h}$ und $\vec{w}$ sind parallel zueinander.	☒
Die Länge des Vektors $\vec{w}$ ist größer als die Länge des Vektors $\vec{d}$.	

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 2

AG 3.2 - 16 - Ähnliche Vektoren

107. Gegeben ist der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 12 \\ -4 \end{pmatrix}$ ____/1

AG 3.2

Gib einen Vektor an, der zwar die selbe Richtung und die selbe Orientierung hat aber nur halb so lang ist wie Vektor $\vec{a}$.

$\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$

Lösungen

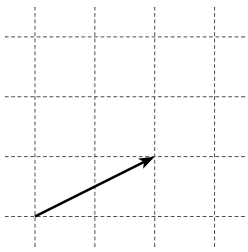
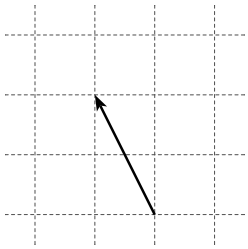
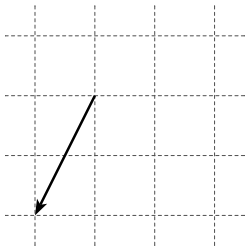
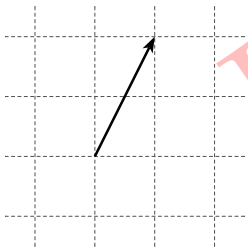
gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.2 - 17 - Ordne Vektoren und Pfeile zu

108. Ordne jedem Pfeil den passenden Vektor zu! ____/1

AG 3.2

	B
	C
	F
	A

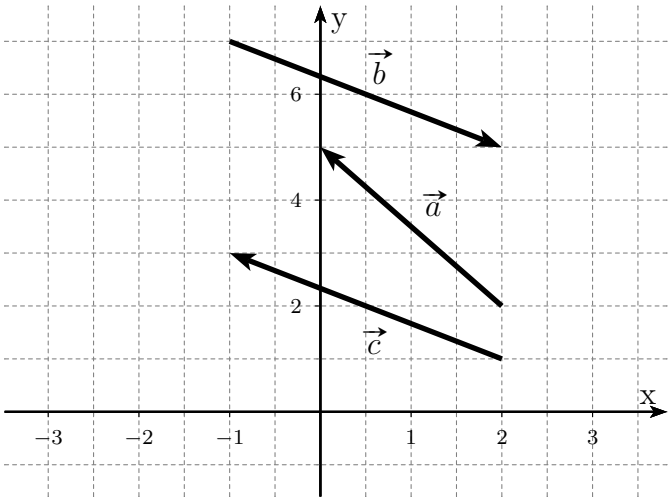
A	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
B	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
C	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
D	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$
E	$\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$
F	$\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

LÖSUNGEN

AG 3.2 - 18 - Vektoren als Pfeile

109. In der Abbildung sind drei Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ dargestellt. ____/1

AG 3.2



Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Der Vektor ____①____ weist bezüglich des abgebildeten Koordinatensystems die Koordinaten ____②____ auf.

①	
$\vec{a}$	☐
$\vec{b}$	☐
$\vec{c}$	☒

②	
$\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$	☒
$\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$	☐
$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	☐

Lösungen

AG 3.2 - 19 - Parallel zur x-Achse

110. Gegeben ist ein Vektor $\vec{a}$ in einem zweidimensionalen Koordinatensystem. ____/1

AG 3.2

Gib an, welche Koordinaten der Vektor $\vec{a}$ aufweisen muss, damit er parallel zur x-Achse ist, eine negative x-Koordinate hat und die Länge 4 aufweist.

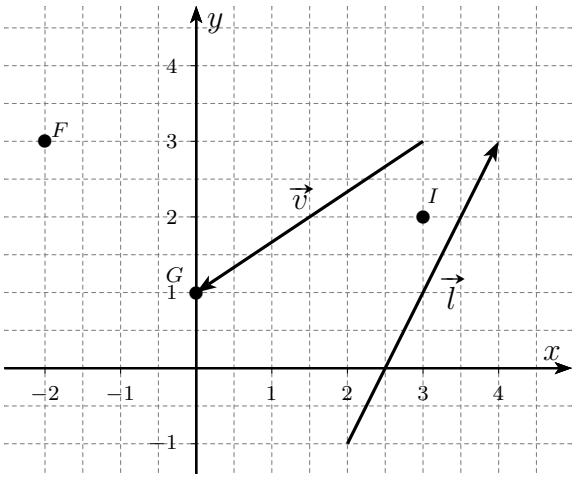
$\vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$

Lösungen

AG 3.2 - 20 - Pfeil und Punkt

111. Gegeben ist ein Koordinatensystem, in welchem mehrere Vektoren eingezeichnet sind. ____/1

AG 3.2



Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Der Vektor ____①____ , ist ____②____ dargestellt.

①	
$(3 \mid -2)$	☐
$(-3 \mid -2)$	☒
$(2 \mid -3)$	☐

②	
als Pfeil	☒
als Pfeil und als Punkt	☐
als Punkt	☐

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.2 - 21 - Punkt auf einer Geraden (Matura Haupttermin 25/26)

112. Gegeben ist eine Parameterdarstellung der Geraden g. ____/1

AG 3.2

g: $X = R + m \cdot \overrightarrow{RS}$ mit $m \in \mathbb{R}$

Verlängert man die Strecke RS um zwei Drittel ihrer Länge über S hinaus, so erhält man den Punkt T.

Trage in der nachstehenden Gleichung die fehlende Zahl in das dafür vorgesehene Kästchen ein.

$T = R + \frac{5}{3} \cdot \overrightarrow{RS}$

Lösungen

AG 3.3 - 1 - Vektoren im Dreieck

113. Ein Dreieck ABC ist rechtwinklig mit der Hypotenuse AB. ____/1

AG 3.3

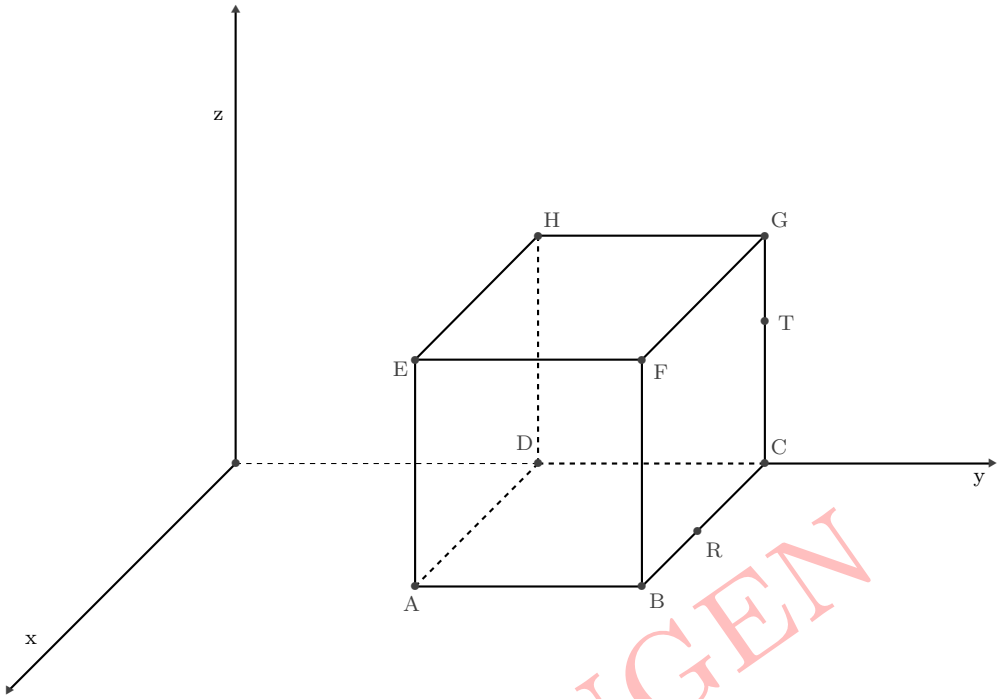
Welche der folgenden Aussagen sind jedenfalls richtig? Kreuze die beiden entsprechenden Aussagen an!

$\left\lvert\overrightarrow{AB}\right\rvert = \left\lvert\overrightarrow{AC}\right\rvert$	
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$	☒
$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$	
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$	
$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$	☒

Lösungen

AG 3.3 - 2 - Vektoren in einem Quader

114. Die Grundfläche $ABCD$ des dargestellten Quaders liegt in der xy-Ebene. Festgelegt werden die Vektoren $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{b}=\overrightarrow{AD}$, und $\vec{c}=\overrightarrow{AE}$. ____/1 AG 3.3



Welche der folgenden Darstellungen ist/sind möglich, wenn $s, t \in \mathbb{R}$ gilt? Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

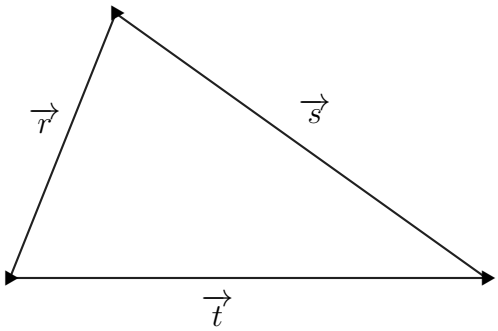
$\overrightarrow{TC} = t \cdot \vec{c}$	☒
$\overrightarrow{AR} = t \cdot \vec{a}$	
$\overrightarrow{EG} = s \cdot \vec{a} + t \cdot \vec{b}$	☒
$\overrightarrow{BT} = s \cdot \vec{a} + t \cdot \vec{b}$	
$\overrightarrow{TR} = s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$	☒

LÖSUNGEN

AG 3.3 - 3 - Rechnen mit Vektoren

115. Gegeben sind die Vektoren $\vec{r}$, $\vec{s}$, und $\vec{t}$. ____/1

AG 3.3



Kreuze die beiden für diese Vektoren zutreffenden Aussagen an!

$\vec{t} + \vec{s} + \vec{r} = \vec{0}$	☒
$\vec{t} + \vec{s} = -\vec{r}$	☒
$\vec{t} - \vec{s} = \vec{r}$	
$\vec{t} - \vec{r} = \vec{s}$	
$\vec{t} = \vec{s} + \vec{r}$	

-

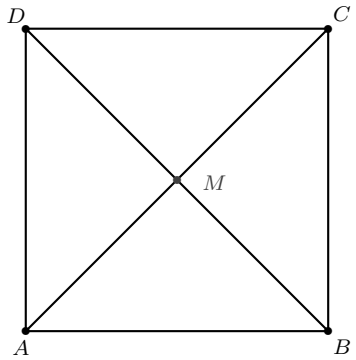
Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 3

AG 3.3 - 4 - Quadrat

116. A, B, C und D sind Eckpunkte des unten abgebildeten Quadrates, M ist der Schnittpunkt der Diagonalen. ____/1

AG 3.3



Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

$C = A + 2 \cdot \overrightarrow{AM}$	☒
$B = C + \overrightarrow{AD}$	
$M = D - \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{DB}$	
$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$	☒
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$	

LÖSUNGEN

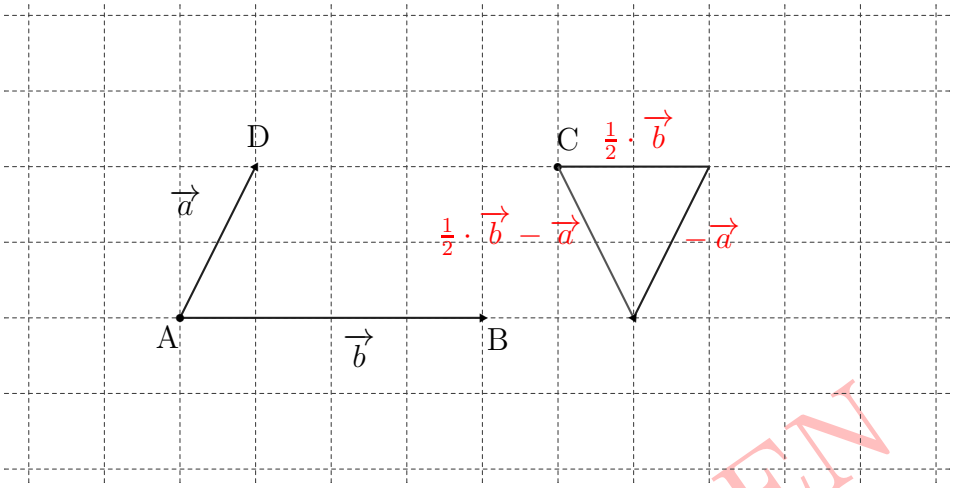
Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 4

AG 3.3 - 5 - Vektoren (als Pfeile)

117. Gegeben sind die Vektoren $\overrightarrow{a}$ und $\overrightarrow{b}$, die in der untenstehenden Abbildung als Pfeile dargestellt sind. ____/1

AG 3.3

Stelle $\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}$ ausgehend vom Punkt C durch einen Pfeil dar!



Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.3 - 6 - Rechenoperationen bei Vektoren

118. Gegeben sind die Vektoren $\overrightarrow{a}$ und $\overrightarrow{b}$ sowie ein Skalar $r \in \mathbb{R}$. ____/1

AG 3.3

Welche der folgenden Rechenoperationen liefert/liefern als Ergebnis wieder einen Vektor? Kreuze die zutreffende(n) Antwort(en) an!

$\overrightarrow{a} + r \cdot \overrightarrow{b}$	☒
$\overrightarrow{a} + r$	
$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$	
$r \cdot \overrightarrow{b}$	☒
$\overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}$	☒

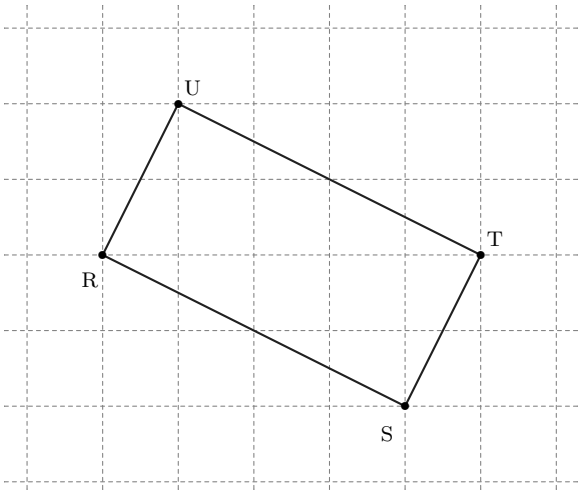
Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.3 - 7 - Rechteck

119. Abgebildet ist das Rechteck $RSTU$. ____/1

AG 3.3



Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

$\overrightarrow{ST} = -\overrightarrow{RU}$	
$\overrightarrow{SR} \parallel \overrightarrow{UT}$	☒
$\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{ST} = \overrightarrow{TR}$	
$U = T + \overrightarrow{SR}$	☒
$\overrightarrow{RT} \cdot \overrightarrow{SU} = 0$	

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.3 - 8 - Geometrische Deutung

120. Gegeben sind zwei Vektoren: $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^2$. ____/1

AG 3.3

Welche der nachstehenden Aussagen über Vektoren sind korrekt? Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Vektor $3 \cdot \vec{a}$ ist dreimal so lang wie der Vektor $\vec{a}$.	☒
Das Produkt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ergibt einen Vektor.	
Die Vektoren $\vec{a}$ und $-0{,}5 \cdot \vec{a}$ besitzen die gleiche Richtung und sind gleich orientiert.	
Die Vektoren $\vec{a}$ und $-2 \cdot \vec{a}$ sind parallel.	☒
Wenn $\vec{a}$ und $\vec{b}$ einen rechten Winkel einschließen, so ist deren Skalarprodukt größer als null.	

Lösungen

AG 3.3 - 9 - Teilungspunkt (Matura Wintertermin 15/16)

121. Die gegebene Strecke AB wird innen durch den Punkt T im Verhältnis $3:2$ geteilt. ____/1
AG 3.3

Stelle eine Formel für die Berechnung des Punkts T auf.

$T = A + \frac{3}{5} \cdot \overrightarrow{AB}$ oder $T = \frac{2}{5} \cdot A + \frac{3}{5} \cdot B$

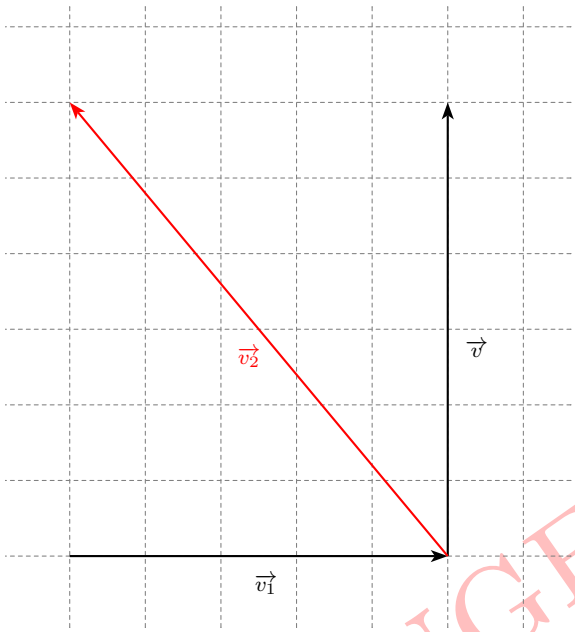
Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.3 - 10 - Vektoraddition (Matura Haupttermin 15/16)

122. Die unten stehende Abbildung zeigt zwei Vektoren $\overrightarrow{v_1}$ und $\overrightarrow{v}$. _____/1

Ergänze in der Abbildung einen Vektor $\overrightarrow{v_2}$ so, dass $\overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{v_2} = \overrightarrow{v}$ ist. AG 3.3



Lösungsschlüssel: Ein Punkt für eine korrekte Darstellung von $\overrightarrow{v_2}$, wobei der gesuchte Vektor auch von anderen Ausgangspunkten aus gezeichnet werden kann.

LÖSUNGEN

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.3 - 11 - Gehälter (Matura Haupttermin 14/15)

123. Die Gehälter der 8 Mitarbeiter/innen eines Kleinunternehmens sind im Vektor ____/1

AG 3.3

$$G = \begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \\ \vdots \\ G_8 \end{pmatrix}$$ dargestellt.Gib an, was der Ausdruck (das Skalarprodukt) $G \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

in diesem Kontext bedeutet.

Der Ausdruck gibt die Summe der Gehälter der 8 Mitarbeiter/innen des Kleinunternehmens an.

Lösungen

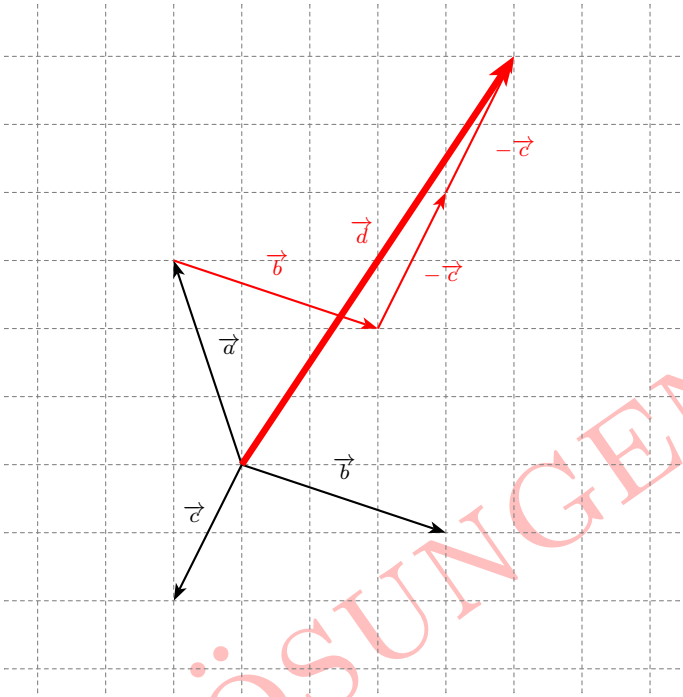
Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 3

AG 3.3 - 12 - Vektoren (Matura Herbsttermin 14/15)

124. In der unten stehenden Abbildung sind die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ als Pfeile dargestellt. ____/1

AG 3.3

Stelle den Vektor $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - 2 \cdot \vec{c}$ als Pfeil dar.



LÖSUNGEN

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.3 - 13 - Normalen Vektor bestimmen (Matura Wintertermin 14/15)

125. Gegeben ist der Vektor $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. _____/1

AG 3.3

Bestimme die Koordinate z_B des Vektors $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ z_b \end{pmatrix}$ so, dass $\overrightarrow{a}$ und $\overrightarrow{b}$ aufeinander normal stehen.

$z_b = -9$

Lösungen

AG 3.3 - 14 - Normalvektoren finden

126. Ordne den angegebenen Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ einen passenden Normalvektor $\vec{n}$ (aus A bis F) zu. ____/1

AG 3.3

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 15 \\ 25 \end{pmatrix}$	C
$\vec{b} = \begin{pmatrix} 8x \\ -12 \end{pmatrix}$	E
$\vec{c} = \begin{pmatrix} 9 \\ -15 \end{pmatrix}$	F
$\vec{d} = \begin{pmatrix} 18x \\ 12 \end{pmatrix}$	A

A	$\vec{n_1} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3x \end{pmatrix}$
B	$\vec{n_2} = \begin{pmatrix} 2x \\ -3 \end{pmatrix}$
C	$\vec{n_3} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$
D	$\vec{n_4} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$
E	$\vec{n_5} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2x \end{pmatrix}$
F	$\vec{n_6} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

LÖSUNGEN

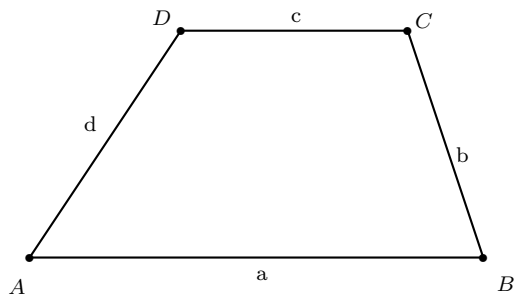
AG 3.3 - 15 - Trapez (Matura Wintertermin 15/16)

127. Von einem Trapez $ABCD$ sind die Koordinaten der Eckpunkte gegeben: ____/1

AG 3.3

$A = (2 \mid -6), B = (10 \mid -2), C = (9 \mid 2), D = (3 \mid y)$.

Die Seiten $a = AB$ und $c = CD$ sind zueinander parallel.



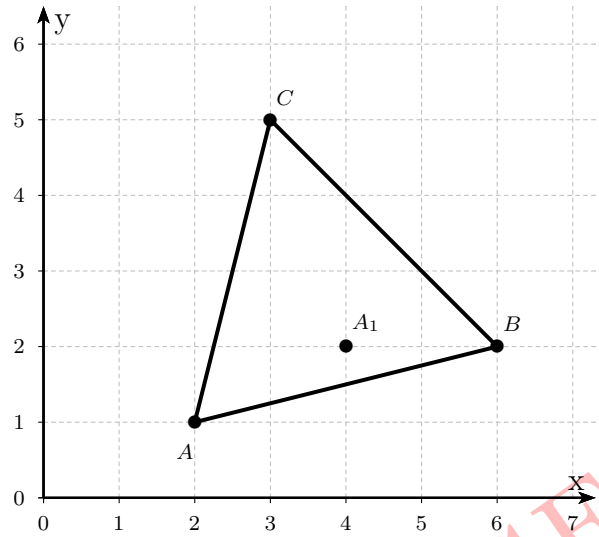
Gib den Wert der Koordinate y des Punkts D an!

$y =$ -1

Lösungen

AG 3.3 - 16 - Dreieck verschieben (Matura Wintertermin 19/20)

128. In der nachstehenden Abbildung sind ein Dreieck mit den Eckpunkten A, B und C sowie der Punkt A_1 dargestellt. Die gekennzeichneten Punkte haben ganzzahlige Koordinaten. ____/1 AG 3.3



Das Dreieck soll so um den Vektor $\overrightarrow{AA_1}$ verschoben werden, dass die Punkte A, B und C in die Punkte A_1, B_1 und C_1 übergehen.

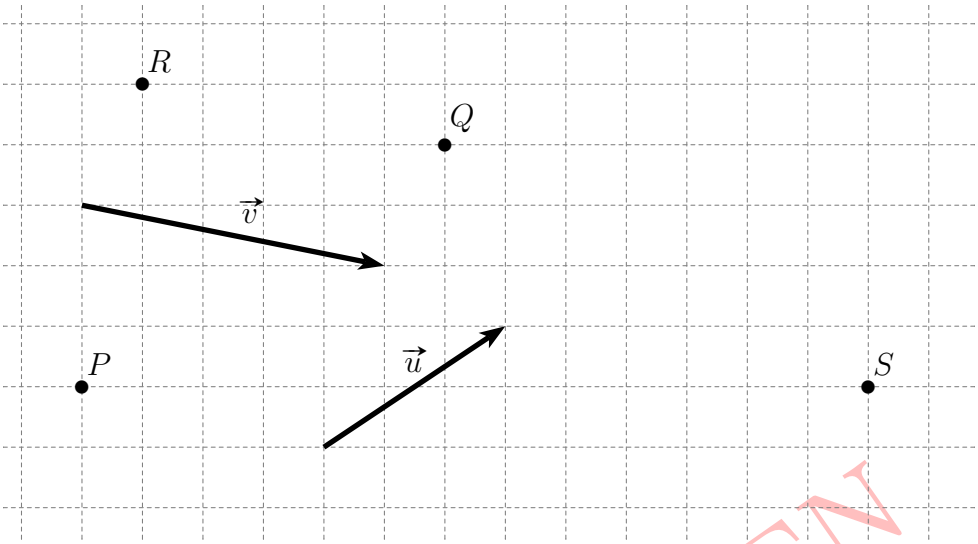
Ermittle die Koordinaten des Punktes C_1.

$C_1 = (5 \mid 6)$

Lösungen

AG 3.3 - 17 - Vektoren (Matura Herbsttermin 19/20)

129. In der nachstehenden Abbildung sind die vier Punkte P, Q, R und S sowie die zwei Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$ dargestellt. ____/1
AG 3.3



Ordne den vier Vektoren jeweils den entsprechenden Ausdruck (aus A bis F) zu.

$\overrightarrow{PQ}$	E
$\overrightarrow{PR}$	A
$\overrightarrow{QR}$	C
$\overrightarrow{PS}$	D

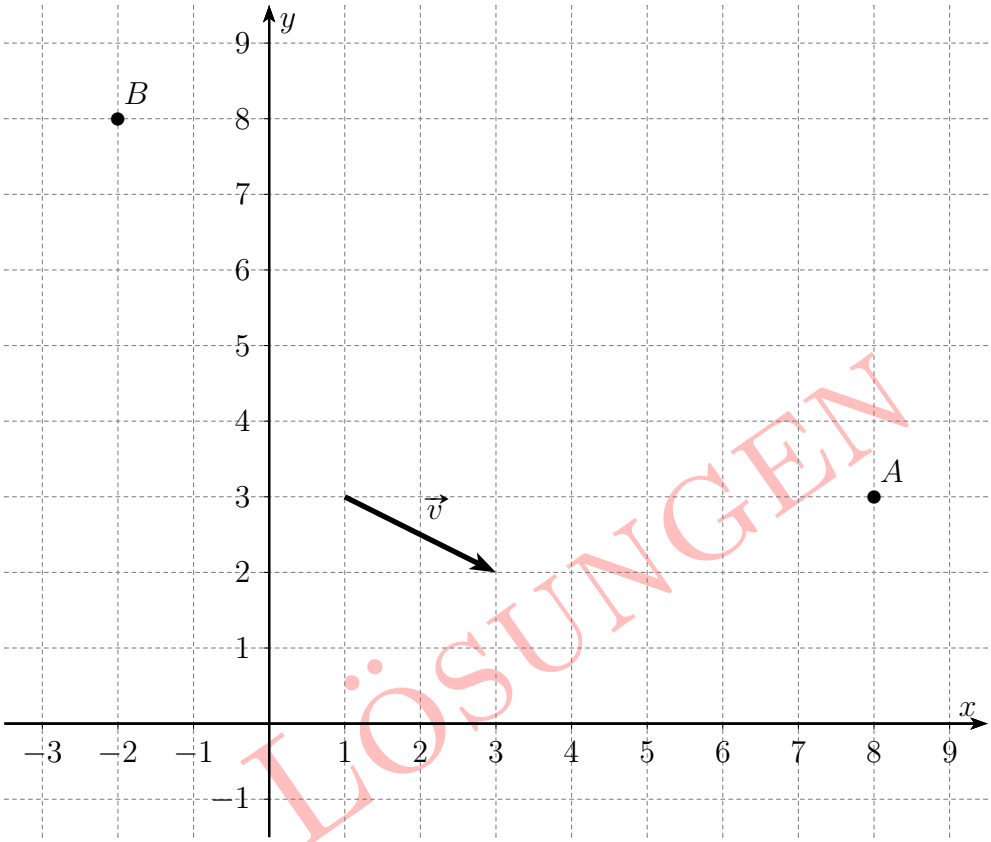
A	$2 \cdot \vec{u} - \vec{v}$
B	$2 \cdot \vec{v} - \vec{u}$
C	$-\vec{v}$
D	$2 \cdot \vec{v} + \vec{u}$
E	$2 \cdot \vec{u}$
F	$2 \cdot \vec{u} + 2 \cdot \vec{v}$

Bei zwei oder drei richtigen Zuordnungen ist ein halber Punkt zu geben.

LÖSUNGEN

AG 3.3 - 19 - Darstellung im Koordinatensystem (Matura Herbsttermin 18/19)

130. Im nachstehenden Koordinatensystem sind der Vektor $\vec{v}$ sowie die Punkte A und B dargestellt. Die Komponenten des dargestellten Vektors $\vec{v}$ und die Koordinaten der beiden Punkte A und B sind ganzzahlig. ____/1 AG 3.3



LÖSUNGEN

Bestimmen Sie den Wert des Parameters t so, dass die Gleichung $B = A + t \cdot \vec{v}$ erfüllt ist.

$t = -5$

AG 3.3 - 20 - Orthogonale Vektoren (Matura Wintertermin 16/17)

131. Gegeben sind die nachstehend angeführten Vektoren: ____/1

AG 3.3

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} \quad , x \in \mathbb{R}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$$

Berechne x so, dass die Vektoren $\vec{c}$ und $\vec{d}$ aufeinander normal stehen!

$\vec{d} \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow (2 - x) - 6 = 0 \Rightarrow x = -4$

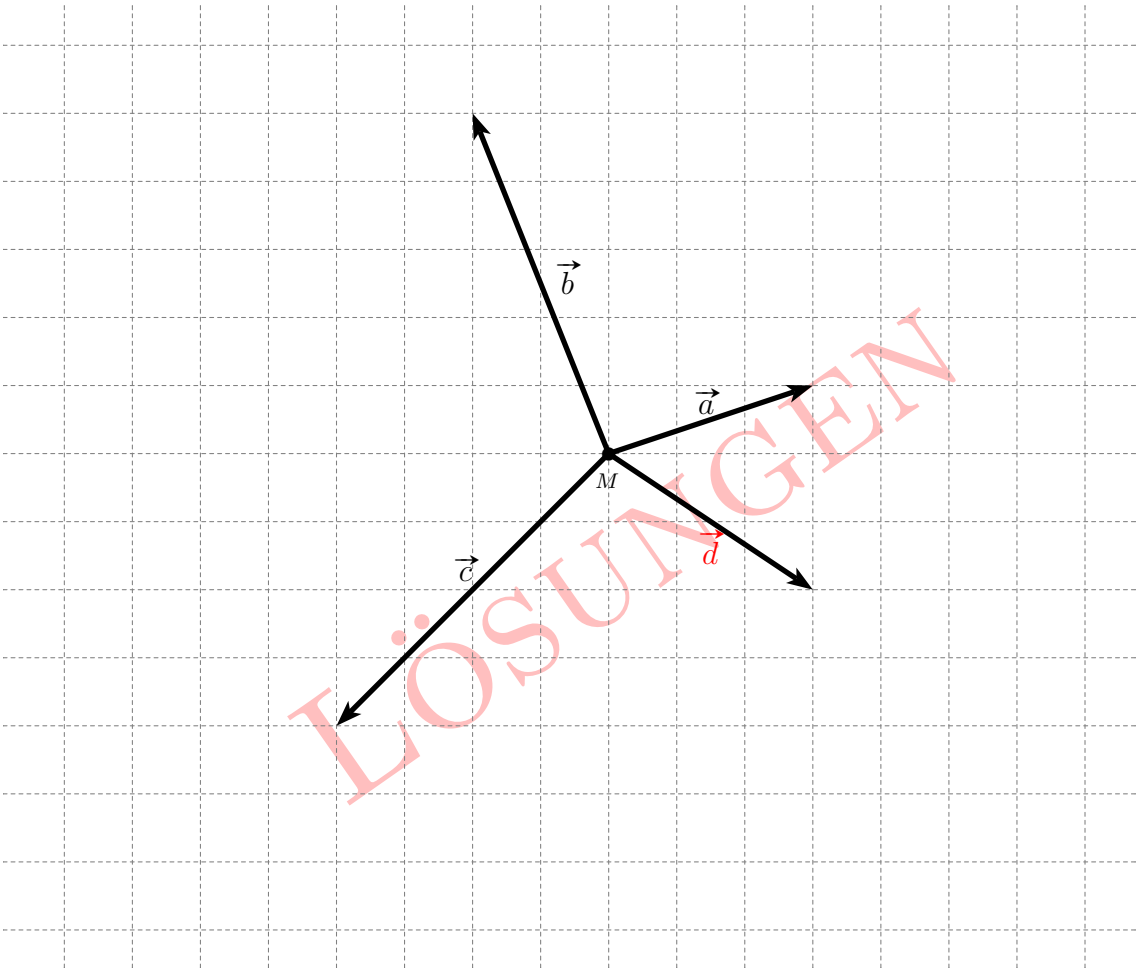
Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.3 - 21 - Kräfte (Matura Haupttermin 17/18)

132. An einem Massenpunkt M greifen drei Kräfte an. Diese sind durch die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ gegeben. ____/1 AG 3.3

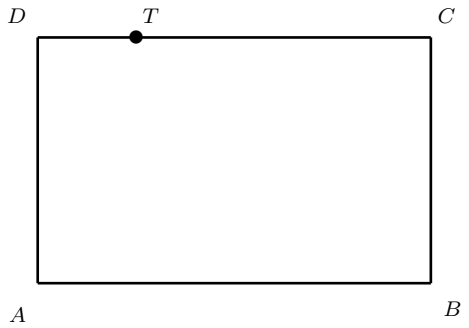
Zeichne in der nachstehenden Abbildung einen Kraftvektor $\vec{d}$ so ein, dass die Summe aller vier Kräfte (in jeder Komponente) gleich null ist!



Lösungen

AG 3.3 - 23 - Teilungspunkt einer Rechteckseite (Matura Wintertermin 21/22)

133. Nachstehend ist ein Rechteck mit den Eckpunkten A, B, C und D dargestellt. Der Punkt T teilt die Strecke CD im Verhältnis $3 : 1$ (siehe nachstehende Abbildung). ____/1 AG 3.3



Für den Punkt T gilt:

$T = A + r \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \overrightarrow{DA}$ mit $r, s \in \mathbb{R}$

Ermittle r und s

$r = \frac{1}{4}$

$s = -1$

Lösungen

AG 3.3 - 24 - Paralleler Vektor (Matura Wintertermin 22/23)

134. Gegeben ist der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$. ____/1

AG 3.3

Ein Vektor $\vec{b}$ soll zum Vektor $\vec{a}$ parallel sein und eine größere Länge als $\vec{a}$ haben.

Gib die Komponenten eines möglichen Vektors $\vec{b}$ an.

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} \boxed{4} \\ \boxed{-2} \\ \boxed{6} \end{pmatrix}$$

Der Vektor $\vec{b}$ muss ein Vielfaches des Vektors $\vec{a}$ sein, der Betrag des Proportionalitätsfaktors muss größer als 1 sein. Jeder Vektor $\vec{b}$ der Form $\vec{b} = k \cdot (2 \mid -1 \mid 3)$ mit $|k| > 1$ ist daher richtig.

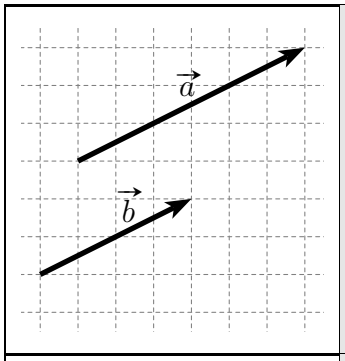
LÖSUNGEN

AG 3.3 - 25 - Vektoren (Matura Haupttermin 23/24)

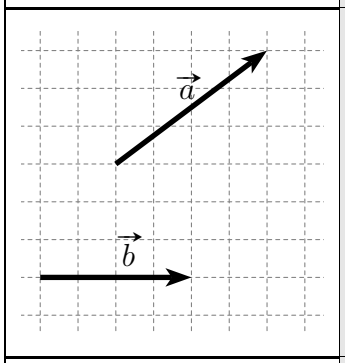
135. Gegeben sind zwei Vektoren $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^2$. _____/1

AG 3.3

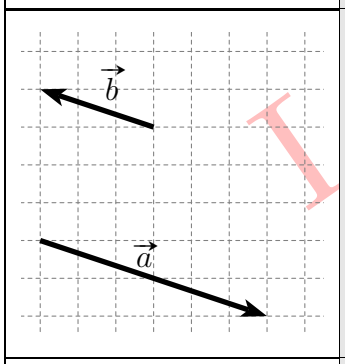
Ordne den vier Abbildungen jeweils diejenige Aussage aus A bis F zu, die auf die dargestellten Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ zutrifft.



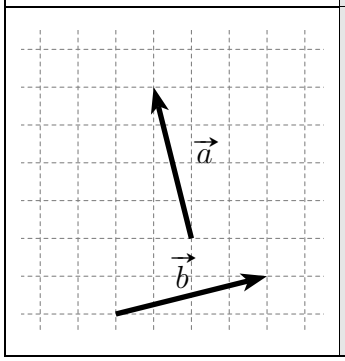
F



A



D



B

A	$\left(\vec{a} - \vec{b}\right) \perp \vec{b}$
B	$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
C	$\vec{b} = \frac{3}{2} \cdot \vec{a}$
D	$\vec{a} = -2 \cdot \vec{b}$
E	$\left(\vec{a} - \vec{b}\right) \perp \vec{a}$
F	$\vec{b} = \frac{2}{3} \cdot \vec{a}$

LÖSUNGEN

AG 3.3 - 26 - Vektoren in $\mathbb{R}^3$ (Matura Herbsttermin 23/24)

136. Gegeben sind die drei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$, und $\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$ in $\mathbb{R}^3$, die sich vom Nullvektor unterscheiden. ____/1 AG 3.3

Es gilt:
Der Vektor $\vec{n}$ steht sowohl auf den Vektor $\vec{a}$ also auch auf den Vektor $\vec{b}$ normal.
Die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ stehen nicht aufeinander normal.
Die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ sind nicht zueinander parallel.

Kreuze die beiden Aussagen an, die auf jeden Fall zutreffen.

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{n}$	
$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{n} = 0$	☒
$a_1 \cdot n_1 + a_2 \cdot n_2 + a_3 \cdot n_3 = 0$	☒
Es gibt eine Zahl $k \in \mathbb{R}$ so, dass gilt: $\vec{a} + \vec{b} = k \cdot \vec{n}$	
Es gibt eine Zahl $k \in \mathbb{R}$ so, dass gilt: $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$	

Lösungen

AG 3.3 - 27 - Koordinaten zweier Punkte (Matura Wintertermin 23/24)

137. Gegeben sind die zwei Punkte $A = (x \mid 3)$ und $B = (-2 \mid y)$ mit $x, y \in \mathbb{R}$ sowie der Vektor $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$. ____/1 AG 3.3

Berechne x und y.

$x = -7$

$y = 9$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

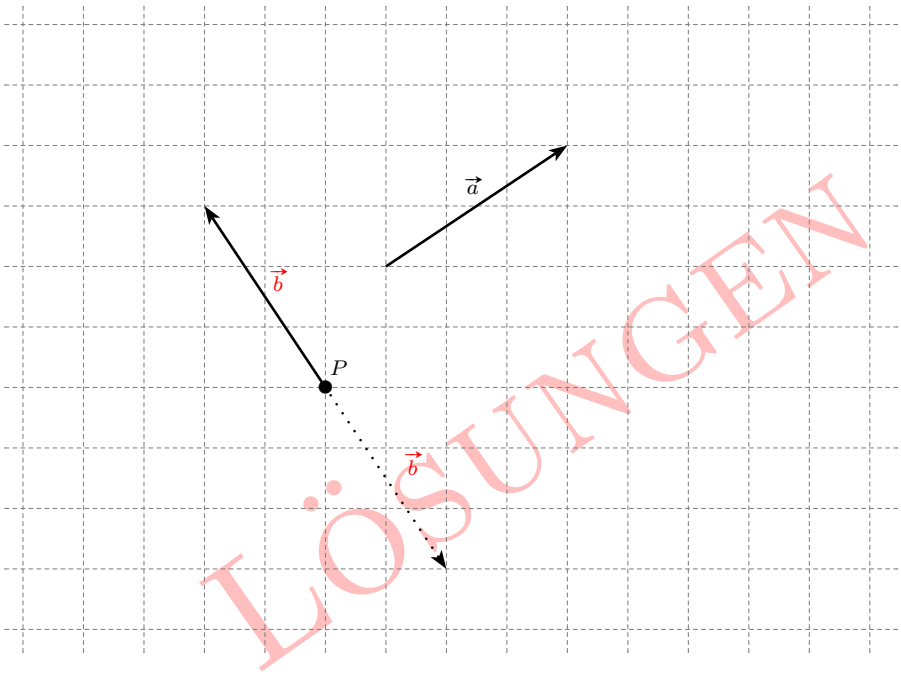
AG 3.3 - 28 - Einzeichnen eines Vektors (Matura Herbsttermin 24/25)

138. In der unten stehenden Abbildung sind der Vektor $\vec{a}$ sowie der Punkt P dargestellt. ____/1
AG 3.3

Für einen Vektor $\vec{b}$ gilt:

- $\vec{a}$ und $\vec{b}$ haben die gleiche Länge
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

Zeichne einen möglichen Vektor $\vec{b}$ als Pfeil ausgehend von P ein.

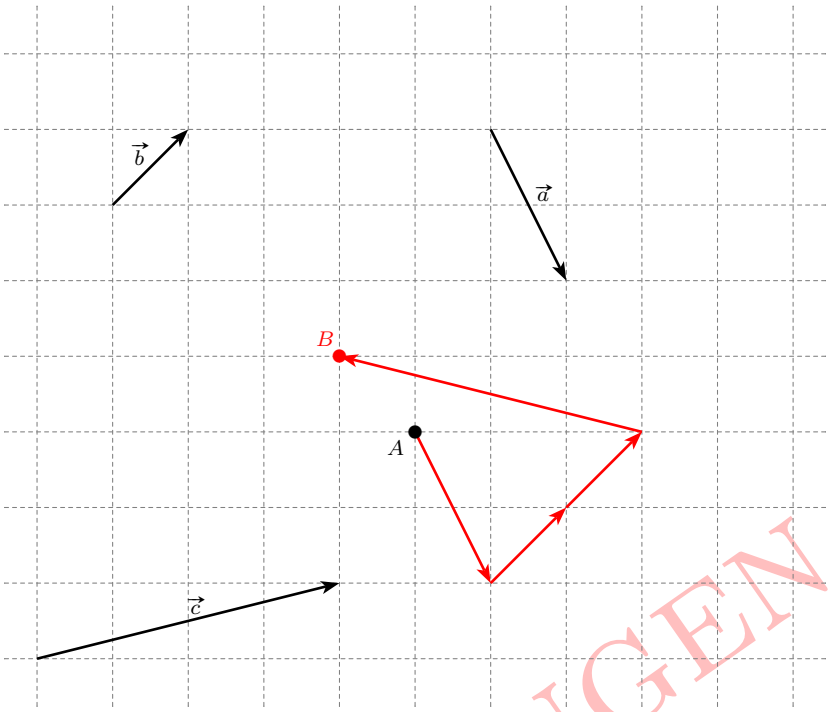


AG 3.3 - 29 - Grafisches Rechnen mit Vektoren

139. Gegeben sind der Punkt A sowie die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$. ____/1

AG 3.3

Zeichne jenen Punkt B ein für den gilt: $B = \vec{a} + 2 \cdot \vec{b} - \vec{c}$.



Lösungen

AG 3.3 - 30 - Rechenregeln

140. Gegeben sind die beiden Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$. Ergänze die Lücken so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht. ____/1

AG 3.3

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Das Ergebnis von ____①____ ist ____②____ .

①	
$\vec{a} - \vec{b}$	☐
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	☒
$\vec{a} + \vec{b}$	☐

②	
$\begin{pmatrix} 6 \\ -7 \end{pmatrix}$	☐
$\begin{pmatrix} -7 \\ -10 \end{pmatrix}$	☐
-17	☒

Lösungen

AG 3.3 - 31 - Rechenregeln Vektoren im R3

141. Gegeben sind die beiden Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 10 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ -10 \end{pmatrix}$. ____/1

AG 3.3

Ergänze die Lücken so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht.

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Das Ergebnis von ____①____ ist ____②____ .

①	
$\vec{a} - \vec{b}$	☐
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	☐
$0{,}8 \cdot \vec{b}$	☒

②	
$\begin{pmatrix} 8 \\ 12 \\ -8 \end{pmatrix}$	☒
$\begin{pmatrix} 40 \\ -75 \\ -100 \end{pmatrix}$	☐
$\begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 20 \end{pmatrix}$	☐

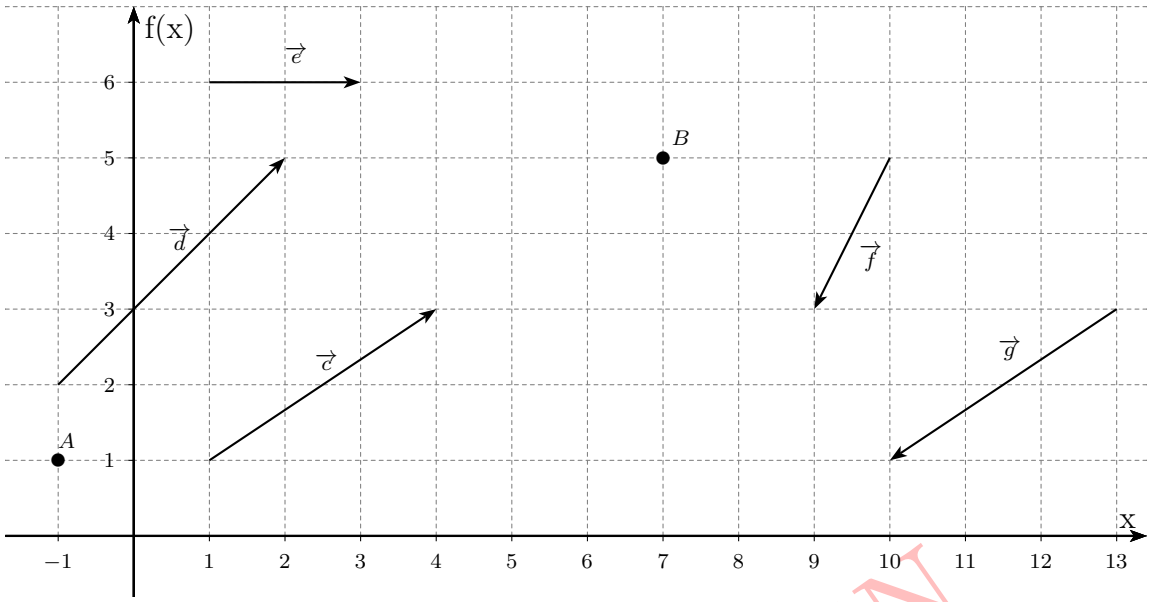
Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.3 - 32 - Punkt- und Pfeildarstellung

142. Gegeben sind Vektoren in Pfeil- und Punktdarstellung. _____/1

AG 3.3



Kreuze die beiden richtigen Aussagen an.

$A + \vec{v} + \vec{e} + \vec{c} = B$	☒
$A = B - \vec{d} - 2{,}5 \cdot \vec{e}$	
$\vec{f} + 2 \cdot \vec{e} = -\vec{c}$	
$\vec{c} + \vec{g} = -2 \cdot \vec{c}$	
$\vec{f} + \vec{c} = \vec{e}$	☒

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.3 - 33 - Parallele Vektoren

143. Gegeben sind die beiden Vektoren $\overrightarrow{h} = \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -35 \\ r \end{pmatrix}$. ____/1

AG 3.3

Gib die reelle Zahl r an, sodass die beiden Vektoren parallel sind.

$r =$ 63

Lösungen

AG 3.3 - 34 - Parallele Vektoren Summe

144. Gegeben sind die drei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ u \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 14 \\ 18 \end{pmatrix}$. ____/1

AG 3.3

Gib die reelle Zahl u an, sodass der Vektor $\vec{a} + \vec{b}$ parallel zu Vektor $\vec{c}$ ist.

$u =$ 1

Lösungen

AG 3.3 - 35 - Parallele Vektoren im R3

145. Gegeben sind die beiden Vektoren $\overrightarrow{h} = \begin{pmatrix} 13 \\ b \\ 5 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 39 \\ 18 \\ c \end{pmatrix}$. ____/1

AG 3.3

Gib die reelle Zahl b an, sodass die beiden Vektoren parallel sind.

$b =$ 6

$c =$ 15

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.3 - 36 - Parallele Vektoren

146. Ordne den Vektoren auf der linken Seite jeweils einen parallelen Vektor auf der rechten Seite zu. ____/1

AG 3.3

$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$	E
$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	B
$\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$	A
$\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$	D

A	$\begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$
B	$\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$
C	$\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$
D	$\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$
E	$\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$
F	$\begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$

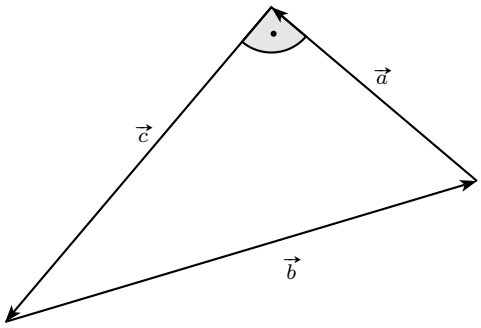
LÖSUNGEN

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.3 - 37 - Vektoren im Dreieck

147. Die nachstehende Abbildung zeigt ein rechtwinkeliges Dreieck. ____/1

AG 3.3



Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

$\lvert\vec{a}\rvert = \lvert\vec{c} + \vec{b}\rvert$	☒
$\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$	
$\vec{a} \cdot \vec{a} = \lvert\vec{a}\rvert$	
$\vec{b} = -\vec{c} - \vec{a}$	☒
$\vec{a} \cdot (-2) = \vec{b}$	

LÖSUNGEN

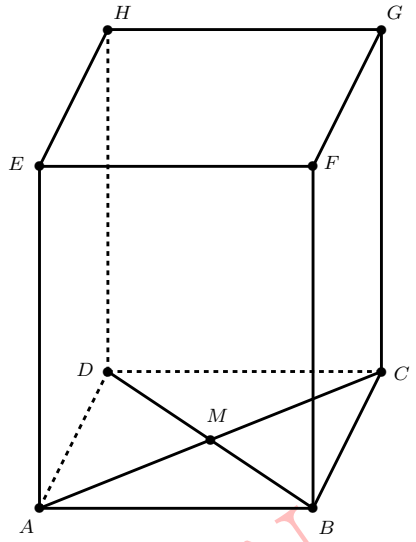
AG 3.3 - 38 - Prisma

148. In der Abbildung ist ein gerades quadratisches Prisma dargestellt. ____/1

AG 3.3

Kreuze die beiden richtigen Aussagen an!

$C = E + \overrightarrow{HD} - \overrightarrow{GE}$	☒
$\lvert\overrightarrow{HE}\rvert = \overrightarrow{BC}$	
$\overrightarrow{HE} \cdot \overrightarrow{GC} = 0$	☒
$G = A + \overrightarrow{EG}$	
$M = B + 2 \cdot \overrightarrow{FH}$	



Lösungen

AG 3.3 - 39 - Skikurs

149. Die 2ABC fährt gemeinsam auf Skikurs. Die 2A besteht aus 22 Schüler:innen, die 2B hat 24 Schüler:innen und die 2C ist mit 20 Schüler:innen die kleinste der drei Klassen. ____/1 AG 3.3

Berechne den Term $\begin{pmatrix} 22 \\ 24 \\ 20 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und interpretiere das Ergebnis im gegebenen Kontext.

$22 \cdot 1 + 24 \cdot 1 + 20 \cdot 1 = 66$

Insgesamt fahren 66 Schüler:innen auf diesen Skikurs.

Lösungen

AG 3.3 - 40 - Mathematik Check Up

150. Beim letzten Mathematik-Check-Up war es möglich entweder 0, 1 oder 2 Punkte zu erzielen. 13 Schüler:innen der Klasse hatten die volle Punktezahl, 5 Schüler:innen haben einen Punkt erreicht und die restlichen 7 Schüler:innen haben 0 Punkte erreicht. ____/1

AG 3.3

Berechne den Term $\frac{\begin{pmatrix}13\\5\\7\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}}{25}$ und interpretiere das Ergebnis im gegebenen Kontext.

$\frac{13\cdot 2+5\cdot 1+7\cdot 0}{25}=\frac{31}{25}=1{,}24$

Die durchschnittliche Punktezahl der Schüler:innen beim letzten Mathematik-Check-Up betrug 1,24.

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.3 - 41 - Mathematikschularbeit

151. Für das Ergebnis der letzten Mathematikschularbeit gilt: n_1 ist die Anzahl der „Sehr Gut“, n_2 ist die Anzahl der „Gut“, n_3 ist die Anzahl der „Befriedigend“, n_4 ist die Anzahl der „Genügend“ und n_5 ist die Anzahl der „Nicht Genügend“. ____/1 AG 3.3

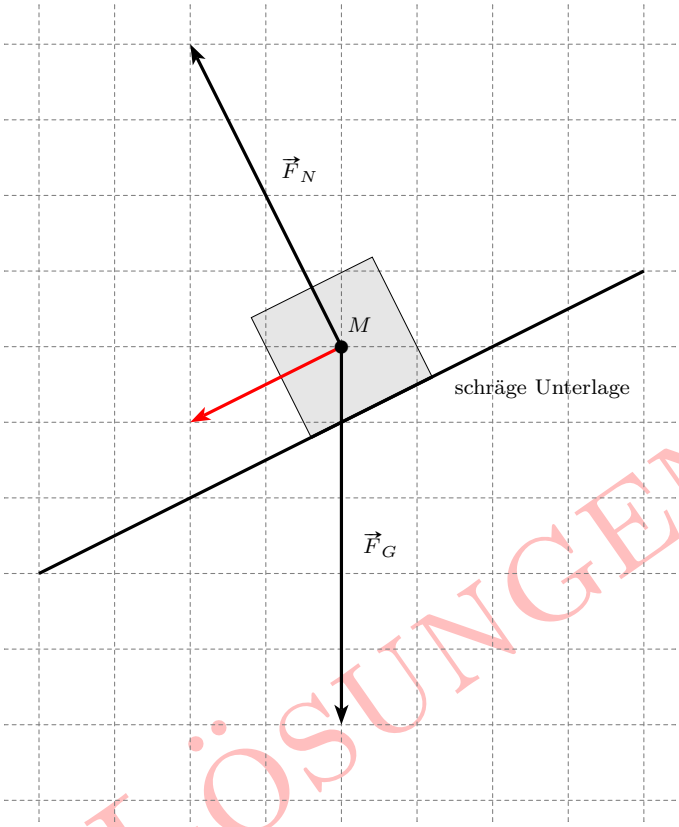
Interpretiere den folgenden Rechenausdruck: $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \\ n_5 \end{pmatrix}$.

Anzahl der „Befriedigend“ bei der letzten Schularbeit.

Lösungen

AG 3.3 - 42 - Addition von Vektoren (Matura Haupttermin 25/26)

152. Die nachstehende Abbildung zeigt einen Körper mit dem Massenmittelpunkt M, der auf einer schrägen Unterlage liegt. Auf den Körper wirken die Schwerkraft $\vec{F}_G$ und die Normalkraft $\vec{F}_N$. ____/1 AG 3.3



LÖSUNGEN

Die Kraft $\vec{F}_S$ ist die Summe der Schwerkraft und der Normalkraft.

Zeichne in der obigen Abbildung den Vektor der Kraft $\vec{F}_S$ ausgehend vom Punkt M ein.

AG 3.4 - 1 - Streckenmittelpunkt

153. Man kann mithilfe der Geradengleichung $X = A + t \cdot \overrightarrow{AB}$ mit $t \in \mathbb{R}$ den Mittelpunkt M der Strecke AB bestimmen. ____/1

AG 3.4

Gebe an, welchen Wert der Parameter t bei dieser Rechnung annehmen muss!

$t =$ 0,5 bzw. $\frac{1}{2}$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.4 - 2 - Idente Geraden

154. Gegeben sind die beiden Geraden _____/1

AG 3.4

$$g : X = P + t \cdot \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix}$$

und

$$h : X = Q + s \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$$

mit $t, s \in \mathbb{R}$. Gib an, welche Schritte notwendig sind, um die Identität der Geraden nachzuweisen.

Wenn der Richtungsvektor der Geraden g ein Vielfaches des Richtungsvektors der Geraden ha ist (bzw. umgekehrt h ein Vielfaches von g ist), so sind die beiden Geraden parallel oder ident. Liegt außerdem noch der Punkt P auf der Geraden h (seine Koordinaten müssen die Gleichung

$$P = Q + s \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$$

erfüllen) bzw. liegt der Punkt Q auf der Geraden g (seine Koordinaten müssen die Gleichung

$$Q = P + t \cdot \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix}$$

erfüllen), so sind die Geraden ident.

Lösungen

AG 3.4 - 3 - Geradengleichung (Matura Wintertermin 13/14)

155. Gegeben ist eine Gerade g mit der Gleichung $2 \cdot x - 5 \cdot y = -6$. ____/1

AG 3.4

Gib die Gleichung der Geraden h an, die durch den Punkt $(0 \mid 0)$ geht und zur Geraden g parallel ist!

h: $2x - 5y = 0$ oder h: $y = \frac{2}{5} \cdot x$

Lösungen

AG 3.4 - 4 - Gerade in Parameterform

156. Gegeben ist die Gerade g mit der Gleichung $3x - 4y = 12$. ____/1

AG 3.4

Gib eine Gleichung von g in Parameterform an!

$g : X = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.4 - 5 - Geraden im R3

157. Gegeben ist die Gerade g mit der Gleichung $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$. ____/1

AG 3.4

Zwei der folgenden Gleichungen sind ebenfalls Parameterdarstellungen der Geraden g. Kreuze die beiden Gleichungen an!

$X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	
$X = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	
$X = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	☒
$X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	☒
$X = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	

Lösungen

AG 3.4 - 6 - Lagebeziehung zweier Geraden

158. Gegeben sind die Geraden $g : X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $h : x - 2 \cdot y = -1$. ____/1

AG 3.4

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Geraden g und h ____①____ , weil ____②____ .

①	
sind parallel	☐
sind ident	☐
stehen normal aufeinander	☒

②	
der Richtungsvektor von g zum Normalvektor von h parallel ist	☒
die Richtungsvektoren der beiden Geraden g und h parallel sind	☐
der Punkt $P = (1/1)$ auf beiden Geraden g und h liegt	☐

LÖSUNGEN

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.4 - 7 - Anstieg einer parallelen Geraden

159. Gegeben sind die zwei Geraden g und h: ____/1

AG 3.4

$$g : X = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$h : y = k \cdot x + 7$

Bestimme den Wert von k so, dass g und h zueinander parallel sind!

$k = 4$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.4 - 8 - Parallele Geraden

160. Gegeben sind die Geraden _____/1

AG 3.4

$$g : X = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } h : X = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} a \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Ermittle den Wert für a so, dass die beiden Geraden parallel zueinander sind!

$a = 4$

Lösungen

AG 3.4 - 9 - Punkt und Gerade

161. Gegeben sind der Punkt $P = (-1 \mid 5 \mid 6)$ und die Gerade g, die durch die Punkte $A = (2 \mid -3 \mid 2)$ und $B = (5 \mid 1 \mid 0)$ verläuft. ____/1

AG 3.4

Geben Sie an, ob der gegebene Punkt P auf der Geraden g liegt, und überprüfen Sie diese Aussage anhand einer Rechnung!

Der Punkt P liegt nicht auf der Geraden g, denn:

$$g : X = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Die Überprüfung, ob $\overrightarrow{AP} \parallel \overrightarrow{AB}$ gilt,ergibt, dass $\overrightarrow{AP}$ kein Vielfaches von $\overrightarrow{AB} \Rightarrow P \notin g$ ist. Alternativ kann man auch rechnerisch zeigen, dass es keinen Wert für s gibt, sodass die Gleichung $\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ erfüllt ist.

Lösungen

AG 3.4 - 10 - Punkt einer Geraden (Matura Haupttermin 21/22)

162. Gegeben sind die Gerade g in $\mathbb{R}^3$ mit g: $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$, $s \in \mathbb{R}$ ____/1

AG 3.4

und der Punkt $A = \begin{pmatrix} 10 \\ -19 \\ a \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$.

Der Punkt A liegt auf der Geraden g.

Berechne a:

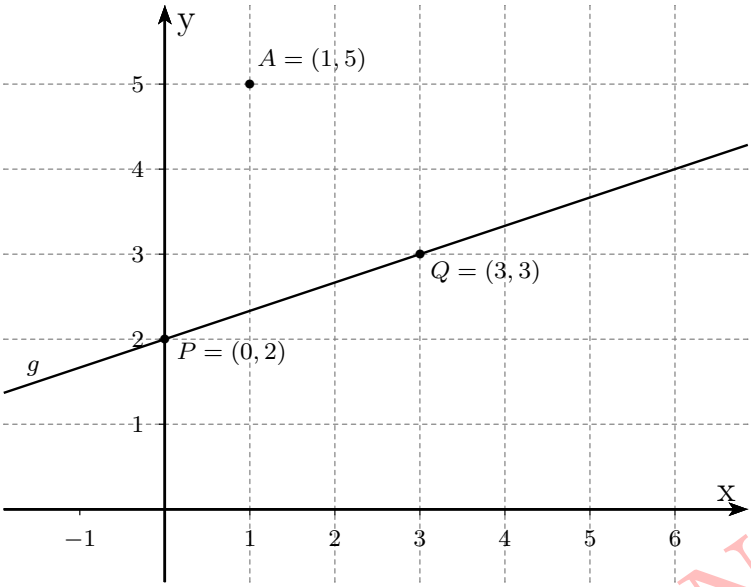
$a = -11$

Lösungen

AG 3.4 - 11 - Gerade aufstellen

163. In der nachstehenden Abbildung sind eine Gerade g durch die Punkte P und Q sowie der Punkt A dargestellt. ____/1

AG 3.4



Ermittle eine Gleichung der Geraden h, die durch A verläuft und normal zu g ist.

$h : 3x + y = 8$

oder: $h : X = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$

Ein Punkt für eine korrekte Gleichung bzw. eine korrekte Parameterdarstellung der Geraden h, wobei $t \in \mathbb{R}$ nicht angegeben sein muss.

LÖSUNGEN

AG 3.4 - 12 - Parameterdarstellung (Matura Haupttermin 14/15)

164. Die zwei Punkte $A = (-1 \mid -6 \mid 2)$ und $B = (5 \mid -3 \mid -3)$ liegen auf einer Geraden g in $\mathbb{R}^3$. ____/1

AG 3.4

Gib eine Parameterdarstellung dieser Geraden g unter Verwendung der konkreten Koordinaten der Punkte A und B an.

$$g: \; X = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

Lösungen

AG 3.4 - 13 - Schnittpunkt einer Geraden mit der x-Achse (Matura Herbstermin 14/15)

165. Gegeben ist folgende Parameterdarstellung einer Geraden g: ____/1

AG 3.4

$$g: \; X = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

Gib die Koordinaten des Schnittpunktes S der Geraden g mit der x-Achse an.

$S =$ _____

$$\begin{cases} 1 + t = x \\ -5 + 7t = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow \; t = \frac{5}{7}, \; x = \frac{12}{7}$

$\Rightarrow \; S = \left(\frac{12}{7} \,|\, 0\right)$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei beide Koordinaten des gesuchten Punktes korrekt angegeben sein müssen. Andere Schreibweisen des Ergebnisses sind ebenfalls als richtig zu werten. Toleranzintervall für die erste Koordinate: $[1{,}70; 1{,}72]$

LÖSUNGEN

AG 3.4 - 14 - Schnittpunkt von Geraden (Matura Kompensationsprüfung 14/15)

166. Gegeben sind zwei Geraden g und h in $\mathbb{R}^3$. Die Gerade g ist durch eine Parameterdarstellung $X = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$ festgelegt. Die Gerade h verläuft durch die Punkte $A = (0 \mid 8 \mid 0)$ und $B = (-2 \mid 28 \mid 6)$. ____/1

AG 3.4

Ermittle die Koordinaten des Schnittpunktes dieser beiden Geraden.

Mögliche Berechnung:

$$h : X = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 20 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$I : 3 + t = -2s$
$II : -4 - t = 8 + 20s$
$III : -7 - 2t = 6s$

$\Rightarrow t = -2$ bzw. $s = -0{,}5 \Rightarrow S = (1 \mid -2 \mid -3)$

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.4 - 15 - Geradengleichung (Matura Herbsttermin 15/16)

167. Die Gerade g ist durch eine Parameterdarstellung $g: \quad X = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$ gegeben. ____/1 AG 3.4

Gib mögliche Werte der Parameter a und b so an, dass die durch die Gleichung $a \cdot x + b \cdot y = 1$ gegebene Gerade h normal zur Geraden g ist.

$a = 3$

$b = -5$

Lösungen

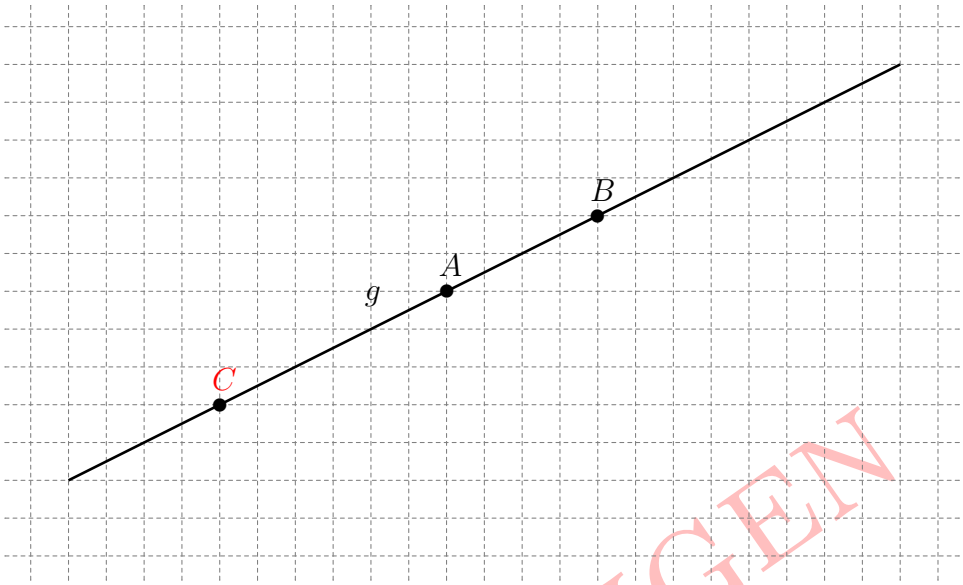
AG 3.4 - 16 - Punkt auf einer Geraden (Matura Wintertermin 20/21)

168. Die Gerade g verläuft durch die Punkte A und B und kann durch g: $X = A + t \cdot \overrightarrow{AB}$ mit $t \in \mathbb{R}$ beschrieben werden. ____/1

AG 3.4

Für den Punkt $C \in g$ gilt: $t = -1{,}5$.

Zeichne in der nachstehenden Abbildung den Punkt C ein.

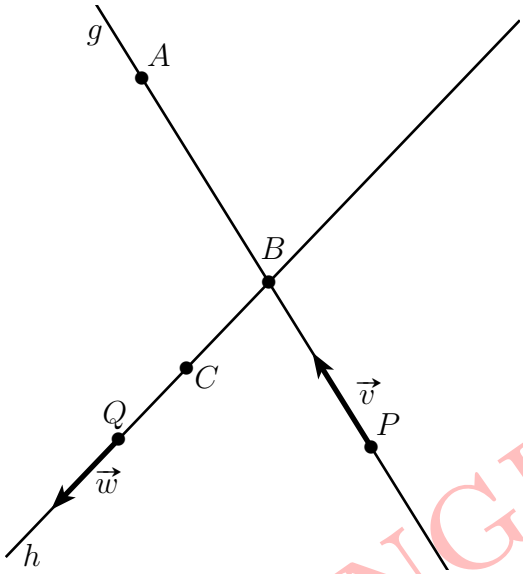


Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.4 - 17 - Parameterdarstellung von Geraden (Matura Haupttermin 20/21)

169. Die nachstehende Abbildung zeigt die beiden Geraden g und h. Auf jeder der Geraden sind drei Punkte gekennzeichnet: $A, B, P \in g$ bzw. $B, C, Q \in h$. Zusätzlich ist von jeder Geraden ein Richtungsvektor dargestellt. ____/1 AG 3.4



Kreuze die beiden Aussagen an, bei denen $s, t \in \mathbb{R}$ mit $s \neq 0$ und $t \neq 0$ so gewählt werden können, dass die jeweilige Aussage wahr ist.

$A = C + s \cdot \vec{v} + t \cdot \vec{w}$	☒
$B = C + s \cdot \vec{v}$	
$B = Q + t \cdot \vec{w}$	☒
$A = P + s \cdot \vec{v} + t \cdot \vec{w}$	
$C = P + t \cdot \vec{w}$	

LÖSUNGEN

AG 3.4 - 18 - Parameterdarstellung (Matura Wintertermin 19/20)

170. Gegeben ist eine Gerade g mit der Parameterdarstellung g: $X = A + t \cdot \overrightarrow{AB}$ mit $t \in \mathbb{R}$. ____/1

AG 3.4

Bestimme t so, dass $X = B$ gilt.

$t = 1$

Lösungen

AG 3.4 - 19 - Geraden in $\mathbb{R}^2$ (Matura Herbsttermin 19/20)

171. Für die zwei Geraden g und h in $\mathbb{R}^2$ gilt: ____/1

AG 3.4

- Die Gerade g mit dem Richtungsvektor $\vec{g}$ hat den Normalvektor $\vec{n}_g$.
- Die Gerade h mit dem Richtungsvektor $\vec{h}$ hat den Normalvektor $\vec{n}_h$.
- Die Geraden g und h stehen normal aufeinander.

Kreuze die beiden Bedingungen an, die auf jeden Fall gelten.

$\vec{n}_g \cdot \vec{h} = 0$	
$\vec{n}_g \cdot \vec{n}_h = 0$	☒
$\vec{g} = r \cdot \vec{h}$ mit $r \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$	
$\vec{g} = r \cdot \vec{n}_h$ mit $r \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$	☒
$\vec{g} \cdot \vec{n}_h = 0$	

Lösungen

AG 3.4 - 20 - Zur x-Achse parallele Gerade (Matura Herbsttermin 17/18)

172. Gegeben ist eine Gerade g mit der Parameterdarstellung $g\colon X = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \vec{a}$ mit $t \in \mathbb{R}$. ____/1 AG 3.4

Gib einen Vektor $\vec{a} \in \mathbb{R}^2$ mit $\vec{a} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ so an, dass die Gerade g parallel zur x-Achse verläuft!

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.4 - 21 - Parallele Geraden (Matura Wintertermin 17/18)

173. Gegeben sind die Parameterdarstellungen zweier Geraden $g\colon\ X = P + t \cdot \vec{u}$ und $h\colon\ X = Q + s \cdot \vec{v}$ mit $s, t \in \mathbb{R}$ und $\vec{u}, \vec{v} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. ____/1

AG 3.4

Welche der nachstehend angeführten Aussagen sind unter der Voraussetzung, dass die beiden Geraden zueinander parallel, aber nicht identisch sind, stets zutreffend?

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

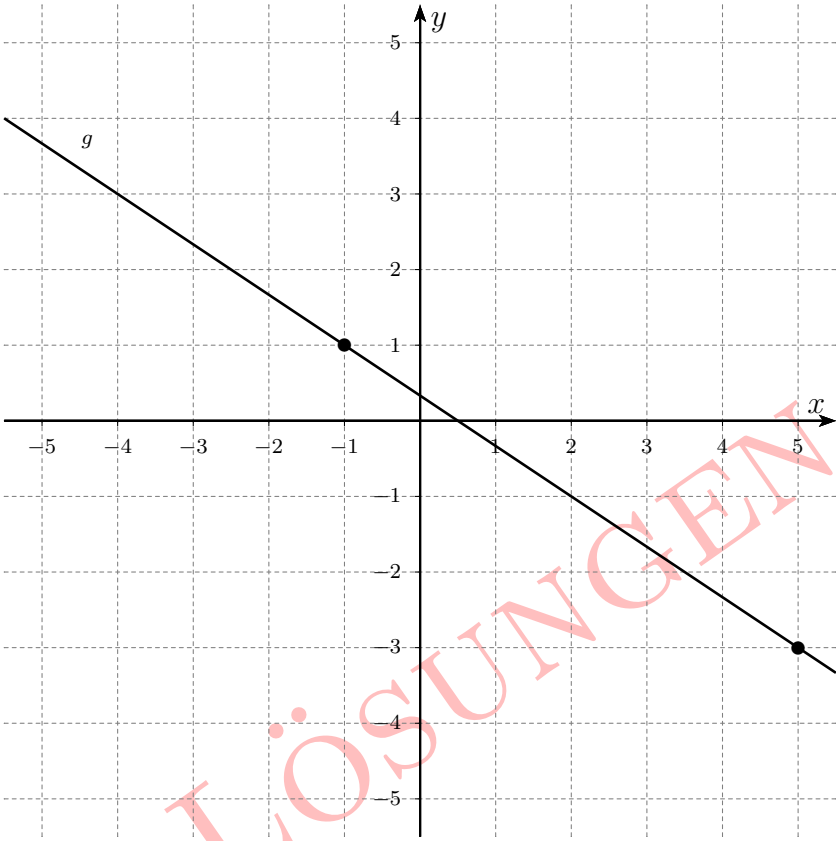
$P = Q$	
$P \in h$	
$Q \notin g$	☒
$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$	
$\vec{u} = a \cdot \vec{v}$ für ein $a \in \mathbb{R} \backslash \{0\}$	☒

Lösungen

AG 3.4 - 22 - Parameterdarstellung einer Geraden (Matura Haupttermin 18/19)

174. In der nachstehenden Abbildung ist eine Gerade g dargestellt. Die gekennzeichneten Punkte der Geraden g haben ganzzahlige Koordinaten. ____/1

AG 3.4



LÖSUNGEN

Vervollständige folgende Parameterdarstellung der Geraden g durch Angaben der Werte für a und b mit $a, b \in \mathbb{R}$!

$$g: \; X = \begin{pmatrix} a \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ b \end{pmatrix} \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

$a = -4$

$b = -2$

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.4 - 23 - Gleichung einer Geraden aufstellen (Matura Herbsttermin 18/19)

175. Die Punkte $A = (7 \mid 6)$, $M = (-1 \mid 7)$ und $N = (8 \mid 1)$ sind gegeben. ____/1
Eine Gerade g verläuft durch den Punkt A und steht normal auf die Verbindungsgerade durch die Punkte M und N. AG 3.4

Gib eine Gleichung der Geraden g an.

g: $3 \cdot x - 2 \cdot y = 9$

oder:

g: $X = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$

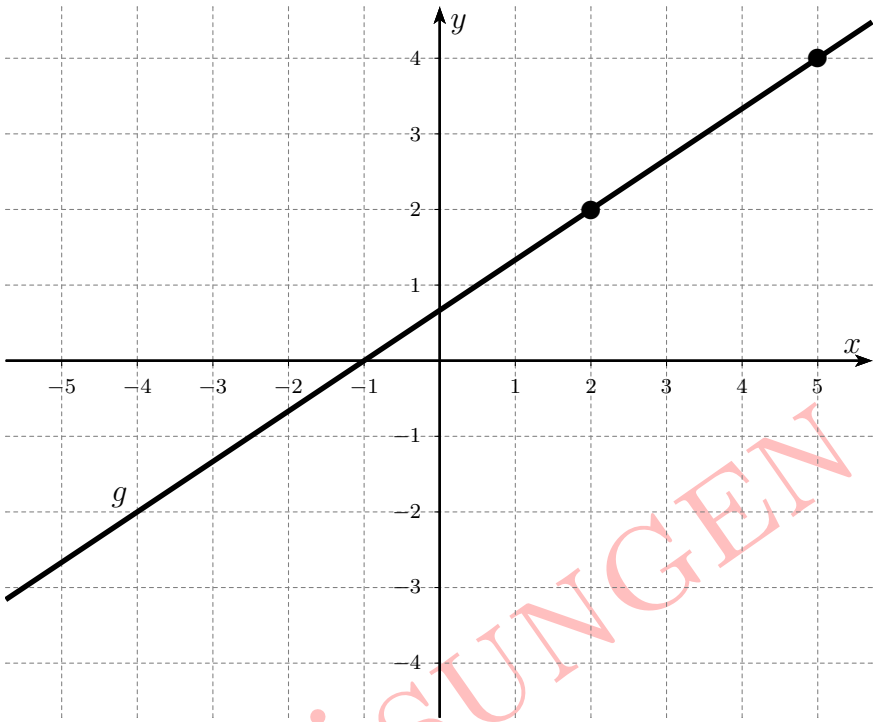
Ein Punkt für die richtige Gleichung bzw. eine korrekte Parameterdarstellung der Geraden g, wobei „$t \in \mathbb{R}$“ nicht angegeben sein muss.

LÖSUNGEN

AG 3.4 - 24 - Parallele Gerade durch einen Punkt (Matura Winterter-min 18/19)

176. Im nachstehenden Koordinatensystem ist eine Gerade g abgebildet. Die gekennzeichneten Punkte der Geraden g haben ganzzahlige Koordinaten. ____/1

AG 3.4



Lösungen

Gib eine Parameterdarstellung einer zu g parallelen Geraden h durch den Punkte $(3 \mid -1)$ an.

$h\colon X = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$

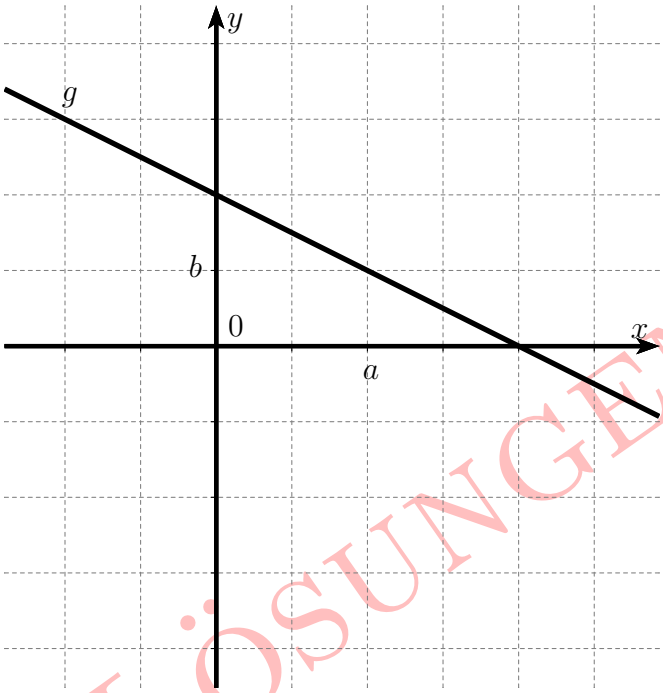
gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.4 - 25 - Skalierung der Koordinatenachsen (Matura Haupttermin 19/20)

177. Im nachstehenden Koordinatensystem, dessen Achsen unterschiedlich skaliert sind, ist eine Gerade g dargestellt. Auf der x-Achse ist a und auf der y-Achse ist b markiert. Dabei sind a und b ganzzahlig. ____/1

AG 3.4

Die Gerade g wird durch $y = -2 \cdot x + 4$ beschrieben.



Lösungen

Gib a und b an.

$a =$ 1

$b =$ 2

Lösungsschlüssel:

Ist nur einer der angegebenen Werte richtig, ist ein halber Punkt zu geben.

AG 3.4 - 26 - Normale Geraden (Matura Herbsttermin 21/22)

178. Gegeben ist die Parameterdarstellung der Geraden g: ____/1

AG 3.4

$$g\colon X = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ mit } s \in \mathbb{R}$$

Für eine Gerade n gilt:

- n steht normal auf g.
- n schneidet g im Punkt $P = (2 \mid -4 \mid 9)$.

Stelle eine Gleichung einer solchen Geraden n in Parameterdarstellung auf.

$$n\colon X = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

Lösungen

AG 3.4 - 27 - Zwei Geraden im Raum (Matura Wintertermin 21/22)

179. Gegeben sind zwei Geraden g und h in $\mathbb{R}^3$. ____/1

AG 3.4

- g: $X = A + t \cdot \vec{a}$ mit $t \in \mathbb{R}$
- h: $X = B + s \cdot \vec{b}$ mit $s \in \mathbb{R}$

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Falls ____①____ gilt, sind die Geraden g und h auf jeden Fall ____②____

.

①	
$A \notin h$ und $\vec{a} = \vec{b}$	☐
$B \in g$ und $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$	☒
$\vec{a} = r \cdot \vec{b}$ mit $r \in \mathbb{R} \backslash \{0\}$ und $B \notin g$	☐

②	
schneidend	☒
identisch	☐
windschief	☐

LÖSUNGEN

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.4 - 28 - Geradengleichungen (Matura Haupttermin 22/23)

180. Gegeben sind die Geraden g und h mit den Gleichungen ____/1

AG 3.4

$g\colon X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$ und $h\colon X = \begin{pmatrix} 2 \\ b \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} a \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $s \in \mathbb{R}$.

Die Geraden g und h sind identisch.

Ermittle die reellen Zahlen a und b.

$a = 2$

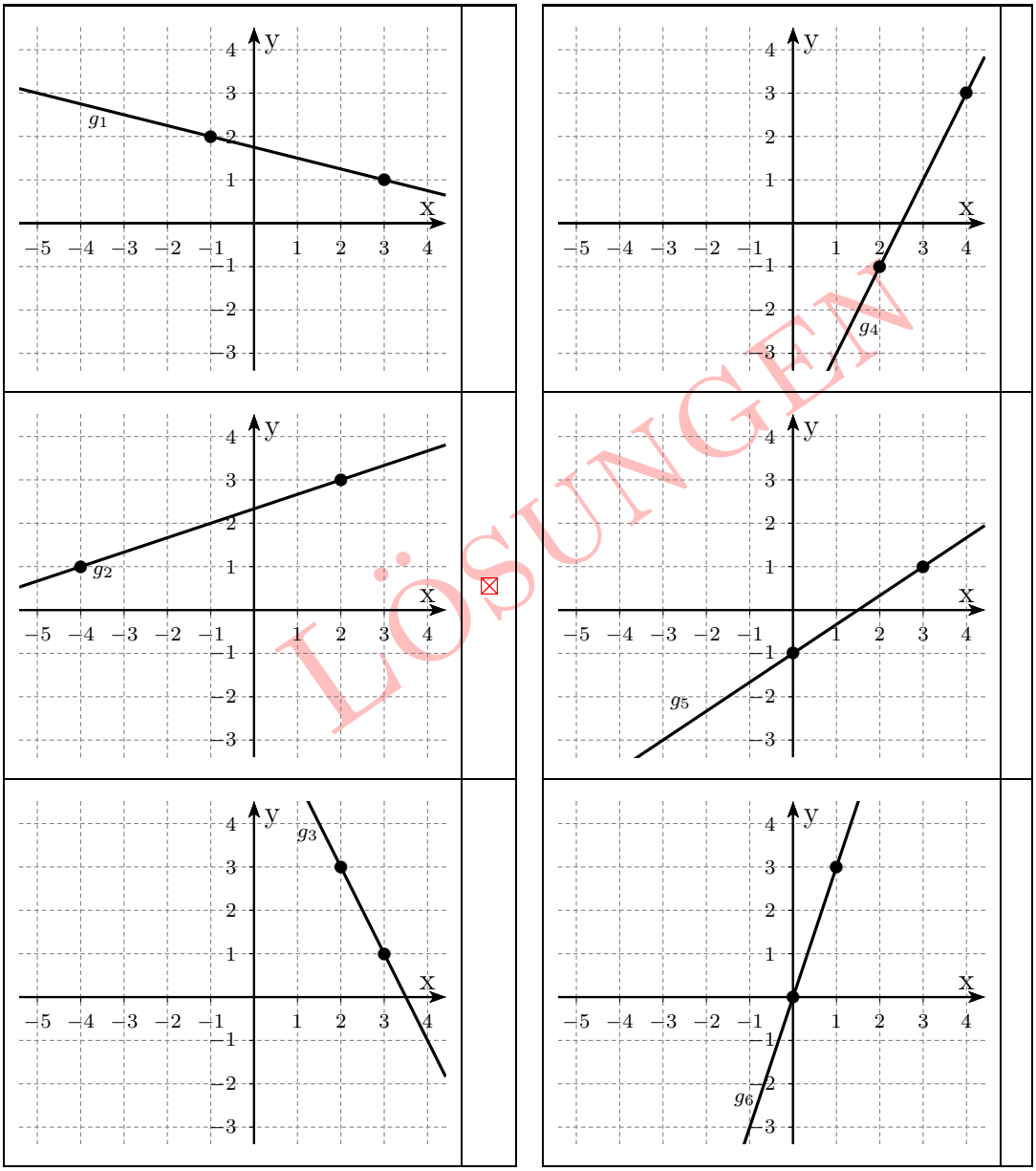
$b = 1$

Lösungen

AG 3.4 - 29 - Parameterdarstellung einer Geraden (Matura Haupttermin 23/24)

181. Unten stehend sind die sechs Geraden $g_1, g_2, \ldots, g_6$ grafisch dargestellt. Die gekennzeichneten Punkte der Geraden haben ganzzahlige Koordinaten. ____/1 AG 3.4

Kreuze die Darstellung derjenigen Geraden an, die eine Parameterdarstellung der Form $X = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$ und $a_1, a_2 \in \mathbb{Z}$ hat.



Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.4 - 30 - Geradengleichungen (Matura Wintertermin 23/24)

182. Gegeben sind die zwei Geraden g und h in $\mathbb{R}^3$. ____/1

AG 3.4

$$g\colon X = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

$$h\colon X = B + u \cdot \vec{h} \text{ mit } u \in \mathbb{R}$$

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Für ____①____ und ____②____ sind g und h ident.

①	
$B = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$	☐
$B = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	☐
$B = \begin{pmatrix} -10 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$	☒

②	
$\vec{h} = \begin{pmatrix} -9 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$	☒
$\vec{h} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$	☐
$\vec{h} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$	☐

Lösungen

AG 3.4 - 31 - Punkte auf einer Geraden (Matura Haupttermin 24/25)

183. Die Gerade g in $\mathbb{R}^3$ verläuft durch die Punkte $P = (-1 \mid 0 \mid 3)$ und $Q = (3 \mid -1 \mid 2)$. ____/1

AG 3.4

Der Punkt A ist ein von P und von Q verschiedener Punkt auf g.

Gib mögliche Koordinaten von A an.

$A = (7 \mid -2 \mid 1)$

Jeder andere Punkt A mit $A = P + t \cdot \overrightarrow{PQ}$ und $t \in \mathbb{R} \backslash \{0; 1\}$ ist ebenfalls als richtig zu werten.

Lösungen

AG 3.5 - 1 - Normale Vektoren

184. Gegeben ist der Vektor $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$. ____/1

AG 3.5

Welche der nachstehend angegebenen Vektoren sind zu $\overrightarrow{a}$ normal? Kreuze die beiden zutreffenden Vektoren an!

$\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} 2 \\ -8 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$	☒
$\begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$	☒

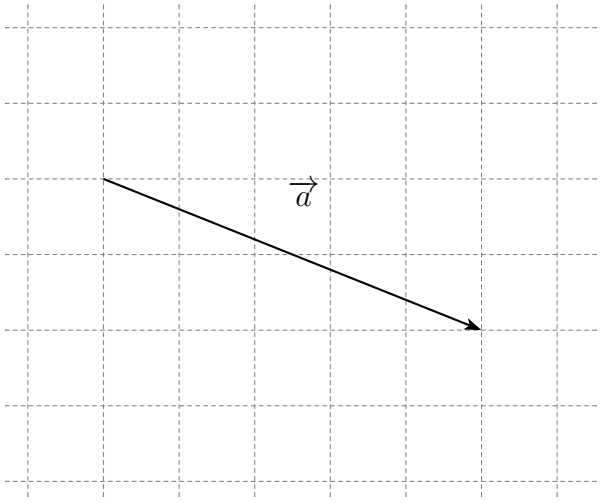
Lösungen

AG 3.5 - 2 - Normalvektor aufstellen

185. Der gegebene Pfeil veranschaulicht einen Vektor $\vec{a}$. ____/1

AG 3.5

Der zugrunde gelegte Raster legt dabei die Einheit fest.



Gib die Koordinaten eines Vektors $\vec{b}$ an, der auf $\vec{a}$ normal steht und gleich lang ist!

$\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ bzw. $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.5 - 3 - Normalvektoren

186. Gegeben sind die beiden Vektoren $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2x \end{pmatrix}$ im $\mathbb{R}^2$ mit $x \in \mathbb{R}$. ____/1 AG 3.5

Bestimme die Unbekannte x so, dass die beiden Vektoren $\overrightarrow{a}$ und $\overrightarrow{b}$ normal aufeinander stehen!

$x = 3$

$x = 3$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.5 - 4 - Normalvektoren (Matura Haupttermin 21/22)

187. Gegeben ist der Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \cdot a \end{pmatrix}$ mit $a > 1$ ____/1

AG 3.5

Kreuze die beiden Vektoren an, die normal auf $\vec{v}$ stehen.

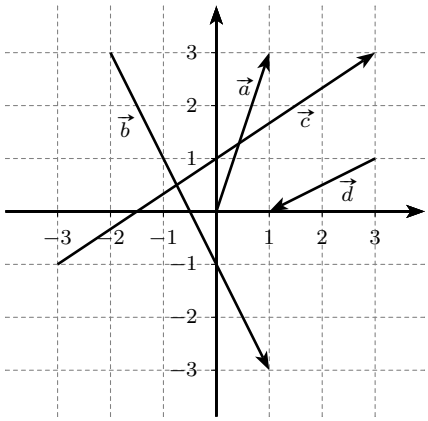
$\begin{pmatrix} -3 \cdot a \\ 7 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} 1{,}5 \cdot a \\ 3{,}5 \end{pmatrix}$	☒
$\begin{pmatrix} -6 \cdot a^2 \\ -14 \cdot a \end{pmatrix}$	☒
$\begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 3{,}5 \cdot a \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} 9 \cdot a^2 \\ -21 \cdot a \end{pmatrix}$	

Lösungen

AG 3.5 - 5 - Normalvektoren

188. Die folgende Abbildung definiert vier Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ und $\vec{d}$ aus $\mathbb{R}^2$. ____/1

AG 3.5



Ordne jedem der Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ und $\vec{d}$ einen möglichen Normalvektor (aus A bis F) zu!

$\vec{a}$	D
$\vec{b}$	A
$\vec{c}$	F
$\vec{d}$	B

A	$\vec{n_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
B	$\vec{n_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$
C	$\vec{n_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
D	$\vec{n_4} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$
E	$\vec{n_5} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$
F	$\vec{n_6} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

LÖSUNGEN

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 3.5 - 6 - Normalvektor (Matura Herbsttermin 14/15)

189. Gegeben sind die beiden Punkte $A = (-2 \mid 1)$ und $B = (3 \mid -1)$. ____/1

AG 3.5

Gib einen Vektor $\vec{n}$ an, der auf den Vektor $\overrightarrow{AB}$ normal steht.

$\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

Lösungen

AG 3.5 - 7 - Quadrat (Matura Haupttermin 20/21)

190. Von einem Quadrat mit den Eckpunkten A, B, C und D sind der Eckpunkt $C = (5 \mid -3)$ und der Schnittpunkt der Diagonalen $M = (3 \mid 1)$ gegeben. Die Eckpunkte A, B, C und D des Quadrats sind dabei gegen den Uhrzeigersinn angeordnet. ____/1 AG 3.5

Ermittle die Koordinaten der Eckpunkte A und B.

$A = (1 \mid 5)$

$B = (-1 \mid -1)$

Lösungen

AG 3.5 - 8 - Beziehung zwischen Vektoren (Matura Wintertermin 17/18)

191. Gegeben sind zwei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 13 \\ 5 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 10 \cdot m \\ n \end{pmatrix}$ mit $m, n \in \mathbb{R} \backslash \{0\}$. ____/1

AG 3.5

Die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ sollen aufeinander normal stehen. Gib für diesen Fall n in Abhängigkeit von m an!

$n = -26 \cdot m$

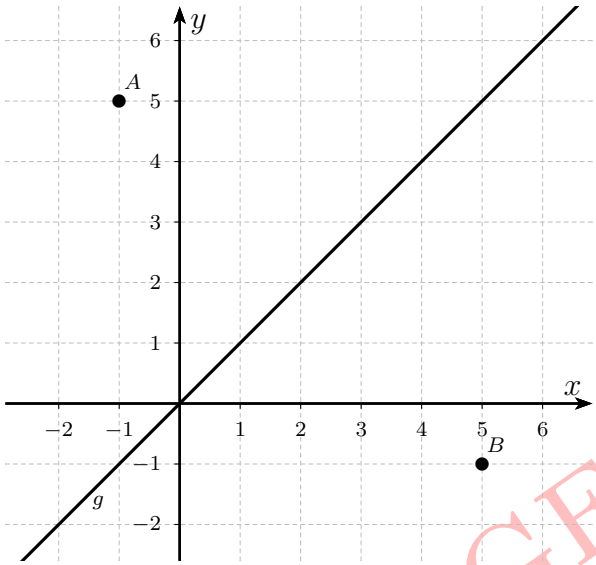
Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 3.5 - 9 - Vektor und Gerade (Matura Herbsttermin 22/23)

192. In der unten stehenden Abbildung sind die Punkte A und B sowie die Gerade g: $y = x$ dargestellt. ____/1 AG 3.5

Die Punkte A und B haben ganzzahlige Koordinaten.



Weise rechnerisch nach, dass der Vektor $\overrightarrow{AB}$ normal auf die Gerade g steht.

Richtungsvektor von g: $\vec{g} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \end{pmatrix}$

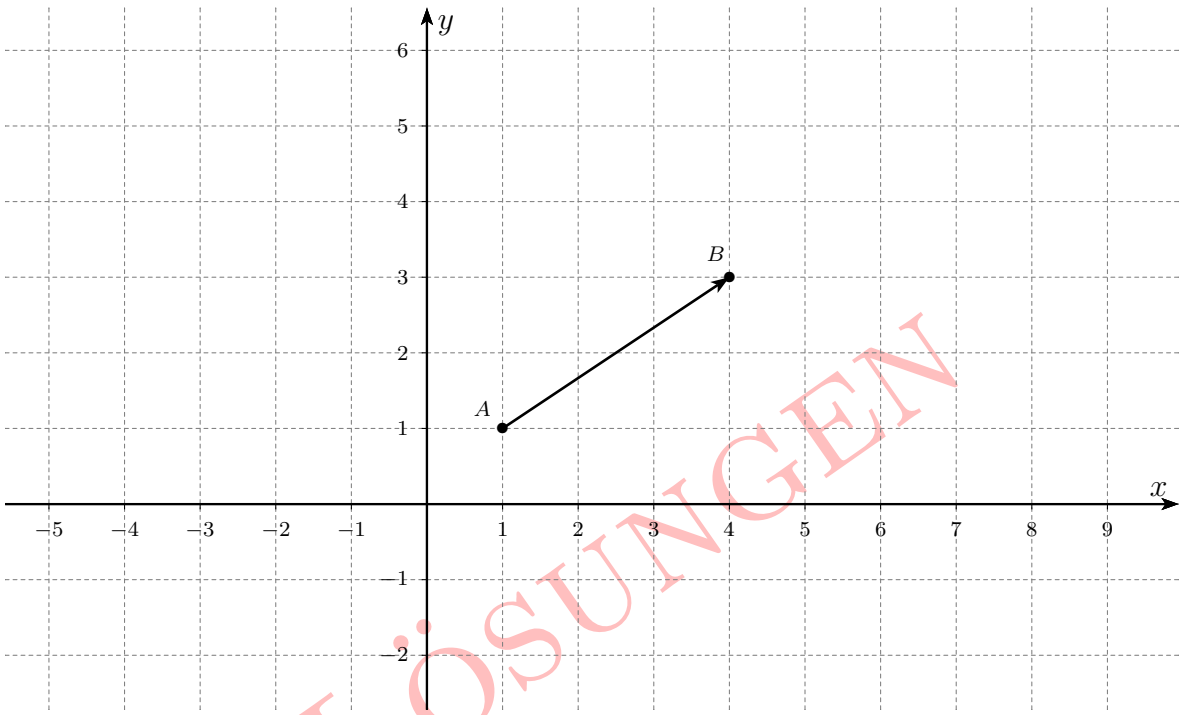
$\vec{g} \cdot \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \end{pmatrix} = 6 - 6 = 0$

LÖSUNGEN

AG 3.5 - 10 - Wegbeschreibung (Matura Herbsttermin 23/24)

193. Ein Weg geht von einem Punkt A über einen Punkt B zu einem Punkt C. Im Punkt B zweigt der Weg im rechten Winkel nach rechts ab. Zwischen den Punkten B und C verläuft der Weg geradlinig. ____/1 AG 3.5

Der Weg AB ist im nachstehenden Koordinatensystem modellhaft dargestellt.



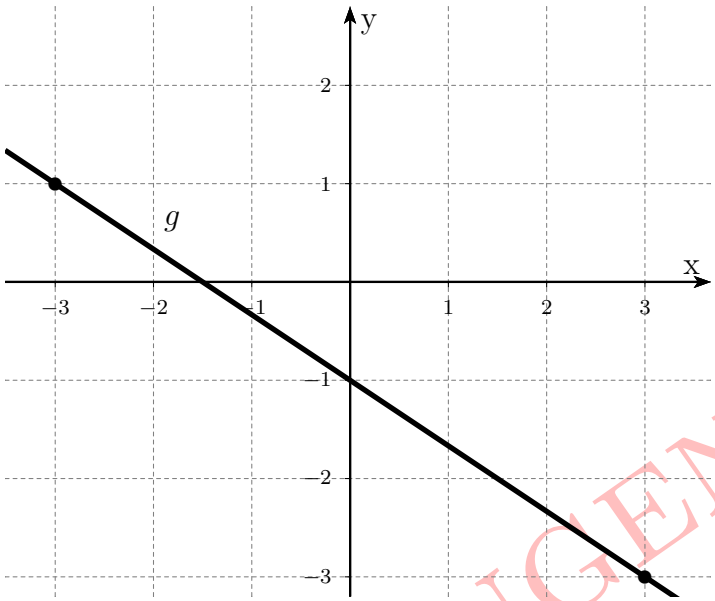
Lösungen

Geben Sie einen Vektor $\vec{a}$ an, der die Richtung des Weges BC beschreibt.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

AG 3.5 - 11 - Normalvektor einer Geraden (Matura Haupttermin 24/25)

194. Die nachstehende Abbildung zeigt die Gerade g und zwei Punkte von g, die ganzzahlige Koordinaten haben. ____/1
AG 3.5



Gib einen Normalvektor $\vec{n}$ der Geraden g an.

$\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

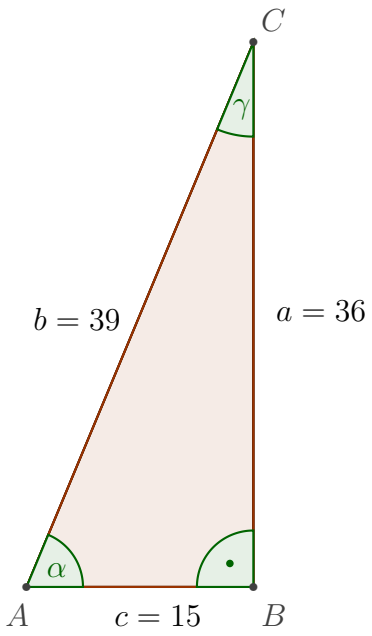
Jeder andere Vektor $\vec{n}$ mit $\vec{n} = c \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $c \in \mathbb{R} \backslash \{0\}$ ist ebenfalls als richtig zu werten.

LÖSUNGEN

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 4.1 - 1 - Rechtwinkliges Dreieck

195. Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck wie in nachstehender Skizze. ____/1
Welche der nachfolgenden Aussagen sind für das abgebildete Dreieck zutreffend? AG 4.1



Kreuz die beiden zutreffenden Aussagen an!

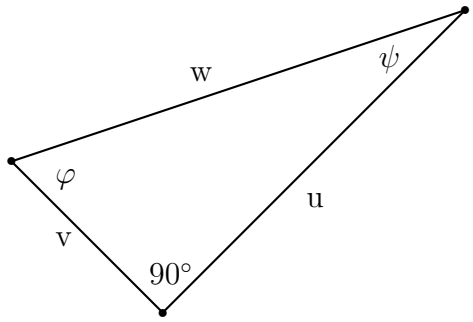
$\tan(\alpha) = \frac{5}{13}$	
$\cos(\alpha) = \frac{13}{12}$	
$\sin(\gamma) = \frac{5}{13}$	☒
$\cos(\gamma) = \frac{12}{13}$	☒
$\tan(\gamma) = \frac{12}{5}$	

LÖSUNGEN

AG 4.1 - 2 - Winkelfunktion

196. Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck: ____/1

AG 4.1



Gib $\tan(\psi)$ in Abhängigkeit von den Seitenlängen u, v und w an!

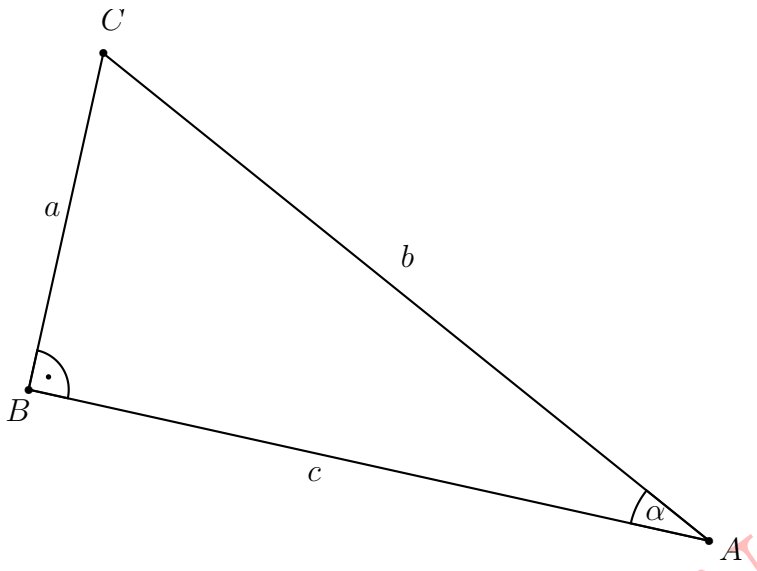
$\tan(\psi) = \frac{v}{u}$

Lösungen

AG 4.1 - 3 - Rechtwinkeliges Dreieck

197. Von einem rechtwinkligen Dreieck ABC sind die Längen der Seiten a und c gegeben. ____/1

AG 4.1



Gib eine Formel für die Berechnung des Winkels α an!

$\alpha = tan^{-1}(\frac{a}{c})$ oder $\alpha = arctan(\frac{a}{c})$ oder $tan(\alpha) = \frac{a}{c}$

Lösungsschlüssel:

Als nicht richtig zu werten sind Umformungsketten, die die Gleichheit verletzen, wie z.B.: $\alpha = tan(\alpha) = \frac{a}{c} = tan^{-1}(\frac{a}{c})$.

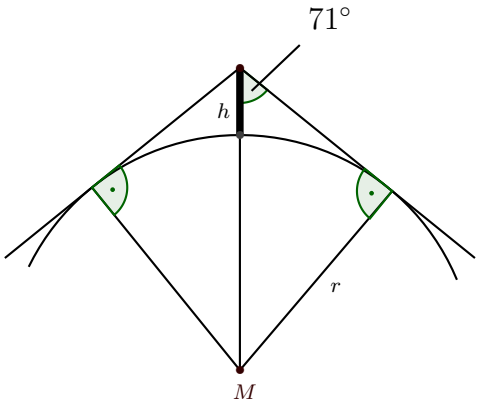
Formeln, bei denen b durch a und c ausgedrückt wird, sind ebenso als richtig zu werten, wie z.B.: $sin(\alpha) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + c^2}}$.

LÖSUNGEN

AG 4.1 - 4 - Dennis Tito

198. Dennis Tito, der 2001 als erster Weltraumtourist unterwegs war, sah die Erdoberfläche unter einem Sehwinkel von 142°. ____/1

AG 4.1



Berechne, wie hoch (h) über der Erdoberfläche sich Dennis Tito befand, wenn vereinfacht die Erde als Kugel mit einem Radius $r = 6\,370\,km$ angenommen wird. Gib das Ergebnis auf ganze Kilometer gerundet an!

$\sin(71°) = \dfrac{r}{r+h}$

$r + h = \dfrac{r}{sin(71°)}$

$h = \dfrac{r}{sin(71°)} - r$

$h = 6\,737{,}044 - 6\,370 = 367{,}044$

Dennis Tito befand sich (in diesem Augenblick rund $367\,km$ über der Erdoberfläche.

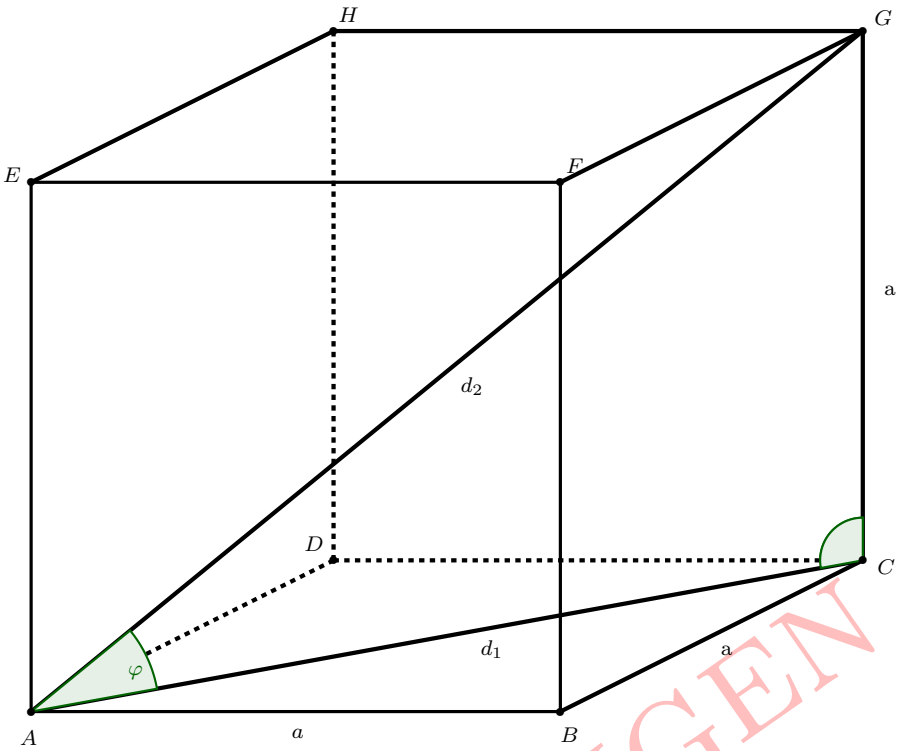
Lösungsintervall: $[367; 368]$

LÖSUNGEN

AG 4.1 - 5 - Raumdiagonale beim Würfel

199. Gegeben ist ein Würfel mit der Seitenlänge a. ____/1

AG 4.1



Berechne die Größe des Winkels φ zwischen einer Raumdiagonalen und einer Seitenflächendiagonalen eines Würfels!

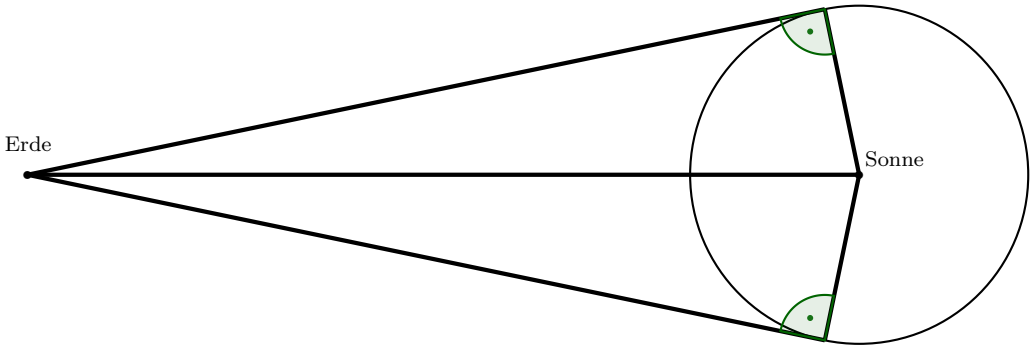
$tan(\varphi) = \frac{a}{d_1} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \varphi \approx 35°$

Lösungsintervall: $[35°; 36°]$

LÖSUNGEN

AG 4.1 - 6 - Sonnenradius

200. Die Sonne erscheint von der Erde aus unter einem Sehwinkel von $\alpha \approx 0{,}52°$. Die Entfernung der Erde vom Mittelpunkt der Sonne beträgt ca. $150 \cdot 10^6\,km$. ____/1 AG 4.1



Gib eine Formel zur Berechnung des Sonnenradius an und berechne den Radius!

$r = 150 \cdot 10^6 \cdot \sin(0{,}26°)$

$r = 6{,}8 \cdot 10^5\,km$

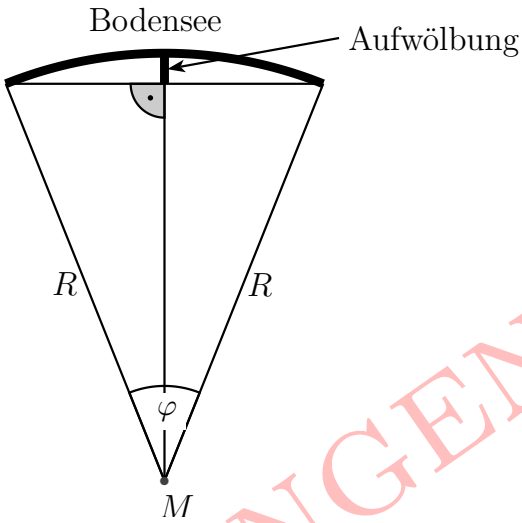
Die Maßzahl für den Radius muss aus dem Intervall $[6 \cdot 10^5; 7 \cdot 10^5]$ sein.

Lösungen

AG 4.1 - 7 - Aufwölbung des Bodensees (Matura Herbsttermin 15/16)

201. Aufgrund der Erdkrümmung ist die Oberfläche des Bodensees gewölbt. Wird die Erde modellhaft als Kugel mit dem Radius $R = 6\,370\,\text{km}$ und dem Mittelpunkt M angenommen und aus der Länge der Südost-Nordwest-Ausdehnung des Bodensees der Winkel $\varphi = 0{,}5846°$ ermittelt, so lässt sich die Aufwölbung des Bodensees näherungsweise berechnen. ____/1

AG 4.1



Berechne die Aufwölbung des Bodensees (siehe obige Abbildung) in Metern.

Aufwölbung: _____ Meter

Mögliche Berechnung:

$6\,370 - 6370 \cdot \cos\left(\frac{0{,}5846}{2}\right) \approx 0{,}083\,km \mathrel{\widehat{=}} 83\,m$

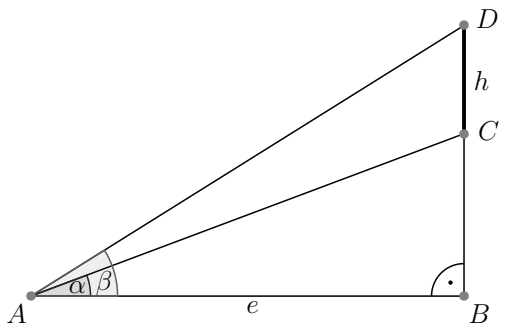
Toleranzintervall: $[82\,m;\ 84\,m]$

LÖSUNGEN

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 4.1 - 8 - Vermessung einer unzugänglichen Steilwand (Matura Haupttermin 15/16)

202. Ein Steilwandstück CD mit der Höhe $h = \overline{CD}$ ist unzugänglich. Um h bestimmen zu können, werden die Entfernung $e = 6$ Meter und zwei Winkel $\alpha = 24°$ und $\beta = 38°$ gemessen. Der Sachverhalt wird durch die nachstehende (nicht maßstabgetreue) Abbildung veranschaulicht. ____/1 AG 4.1



Berechne die Höhe h des unzugänglichen Steilwandstücks in Metern.

Mögliche Vorgehensweise:

$\tan(\alpha) = \dfrac{\overline{BC}}{e} \Rightarrow \overline{BC} \approx 2{,}67\,m$

$\tan(\beta) = \dfrac{\overline{BD}}{e} \Rightarrow \overline{BD} \approx 4{,}69\,m$

$h = \overline{BD} - \overline{BC} \approx 2{,}02\,m$

Lösungsschlüssel:

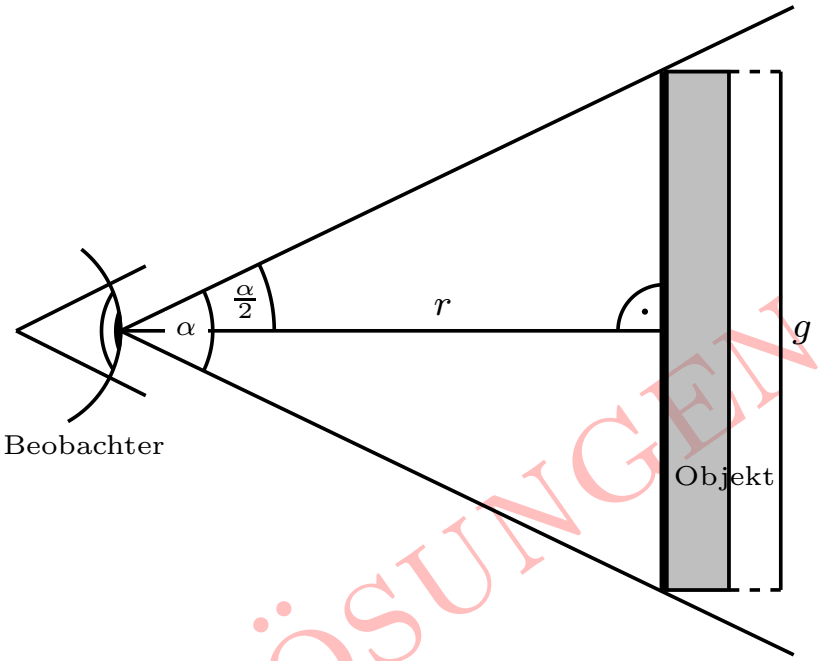
Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „m“ nicht angegeben sein muss. Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist. Toleranzintervall: $[2\,m;\ 2{,}1\,m]$

Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 4.1 - 9 - Sehwinkel (Matura Haupttermin 14/15)

203. Der Sehwinkel ist derjenige Winkel, unter dem ein Objekt von einem Beobachter wahrgenommen wird. Die nachstehende Abbildung verdeutlicht den Zusammenhang zwischen dem Sehwinkel α, der Entfernung r und der realen („wahren“) Ausdehnung g eines Objekts in zwei Dimensionen. ____/1 AG 4.1



Quelle: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d3/ScheinbareGroesse.png [22.01.2015] (adaptiert)

LÖSUNGEN

Gib eine Formel an, mit der die reale Ausdehnung g dieses Objekts mithilfe von α und r berechnet werden kann.

$g = 2 \cdot r \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ mit $\alpha \in (0; 180°)$ bzw. $\alpha \in (0; \pi)$

AG 4.1 - 10 - Sonnenhöhe (Matura Herbsttermin 14/15)

204. Unter der Sonnenhöhe φ versteht man denjenigen spitzen Winkel, den die einfallenden Sonnenstrahlen mit einer horizontalen Ebene einschließen. Die Schattenlänge s eines Gebäudes der Höhe h hängt von der Sonnenhöhe φ ab (s, h in Metern). ____/1

AG 4.1

Gib eine Formel an, mit der die Schattenlänge s eines Gebäudes der Höhe h mithilfe der Sonnenhöhe φ berechnet werden kann.

$s = \frac{h}{\tan(\varphi)}$ mit $\varphi \in (0°, 90°)$ bzw. $\varphi \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Lösungen

AG 4.1 - 11 - Festungsbahn Salzburg (Matura Wintertermin 14/15)

205. Die Festungsbahn Salzburg ist eine Standseilbahn in der Stadt Salzburg mit konstanter Steigung. Die Bahn auf den dortigen Festungsberg ist die älteste in Betrieb befindliche Seilbahn dieser Art in Österreich. Die Standseilbahn legt eine Wegstrecke von 198,5 m zurück und überwindet dabei einen Höhenunterschied von 96,6 m. ____/1

AG 4.1

Berechne den Winkel α, unter dem die Gleise der Bahn gegen die Horizontale geneigt sind.

$\sin(\alpha) = \frac{96{,}6}{198{,}5} \Rightarrow \alpha \approx 29{,}12°$

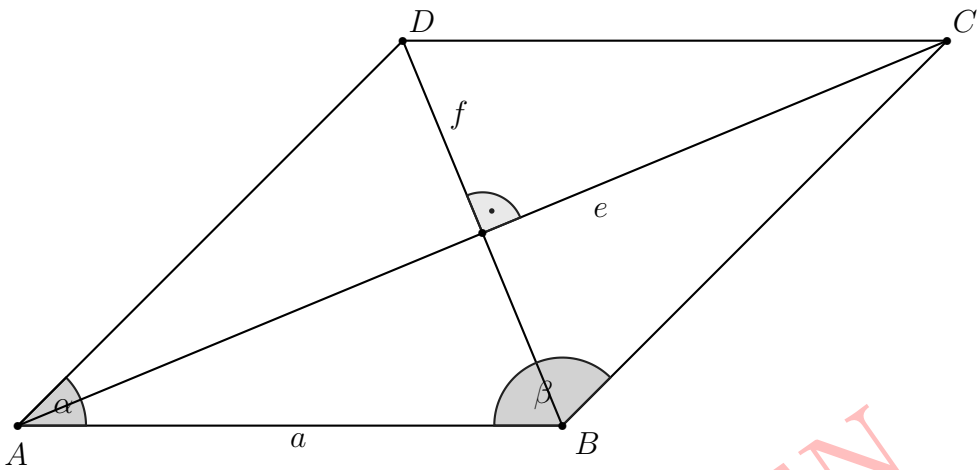
Toleranzintervall: $[29°; 30°]$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 4.1 - 12 - Rhombus (Matura Wintertermin 15/16)

206. In einem Rhombus mit der Seite a halbieren die Diagonalen $e = AC$ und $f = BD$ einander. Die Diagonale e halbiert den Winkel $\alpha = \angle DAB$ und die Diagonale f halbiert den Winkel $\beta = \angle ABC$. ____/1 AG 4.1



Gegeben sind die Seitenlänge a und der Winkel β. Gib eine Formel an, mit der f mithilfe von a und β berechnet werden kann.

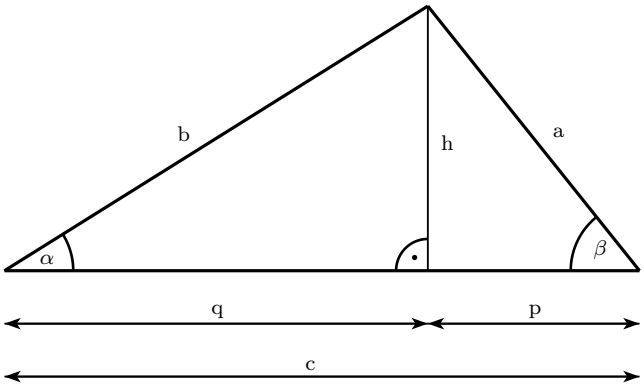
$f = 2 \cdot a \cdot \cos(\frac{\beta}{2})$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 4.1 - 13 - Berechnungen am Dreieck (Matura Haupttermin 21/22)

207. Die nachstehende Abbildung zeigt ein Dreieck, das durch die Höhe h in zwei rechtwinklige Dreiecke unterteilt wird. ____/1
AG 4.1



Ordne den vier Längen jeweils den zutreffenden Ausdruck zur Berechnung aus A bis F zu.

a	B
b	F
c	E
h	D

A	$b \cdot \cos(\alpha)$
B	$\dfrac{p}{\cos(\beta)}$
C	$\dfrac{h}{\tan(\beta)}$
D	$q \cdot \tan(\alpha)$
E	$q + \dfrac{h}{\tan(\beta)}$
F	$\dfrac{q}{\cos(\alpha)}$

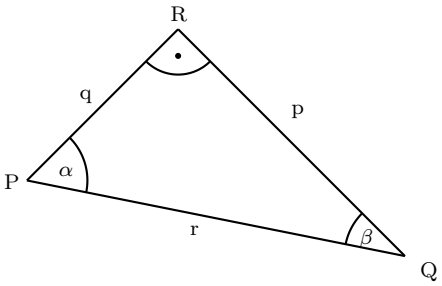
LÖSUNGEN

AG 4.1 - 14 - Definition der Winkelfunktion (Matura Haupttermin 13/14)

208. Die nachstehende Abbildung zeigt ein rechtwinkeliges Dreieck PQR. ____/1

AG 4.1

Kreuze jene beiden Gleichungen an, die für das dargestellte Dreieck gelten!



$\sin\alpha = \frac{p}{r}$	☒
$\sin\alpha = \frac{q}{r}$	
$\tan\beta = \frac{p}{q}$	
$\tan\alpha = \frac{r}{p}$	
$\cos\beta = \frac{p}{r}$	☒

Lösungen

AG 4.1 - 15 - Steigungswinkel (Matura Herbsttermin 13/14)

209. Gegeben ist eine Straße mit einer 7 %-igen Steigung, d.h. auf einer horizontalen Entfernung von 100 m gewinnt die Straße um 7 m an Höhe. ____/1

AG 4.1

Gib eine Formel zur Berechnung des Gradmaßes des Steigungswinkels α dieser Straße an!

$\tan(\alpha) = \frac{7}{100}$

oder

$\alpha = \arctan(\frac{7}{100})$

oder

$\alpha = \tan^{-1}(\frac{7}{100})$

LÖSUNGEN

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 4.1 - 16 - Sinkgeschwindigkeit (Matura Herbsttermin 16/17)

210. Ein Kleinflugzeug befindet sich im Landeanflug mit einer Neigung von α (in Grad) zur Horizontalen. Es hat eine Eigengeschwindigkeit von v (in m/s). ____/1 AG 4.1

Gib eine Formel für den Höhenverlust x (in m) an, den das Flugzeug bei dieser Neigung und dieser Eigengeschwindigkeit in einer Sekunde erfährt!

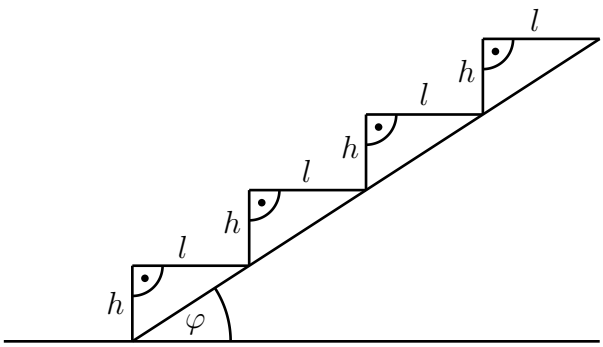
$x = v \cdot \sin(\alpha)$

Lösungen

AG 4.1 - 17 - Treppe (Matura Wintertermin 20/21)

211. In der nachstehenden Abbildung ist eine Treppe mit der Stufenhöhe h (in cm), der Stufenlänge l (in cm) und dem Steigungswinkel φ dargestellt. ____/1

AG 4.1



Es sollen folgende Bedingungen erfüllt sein:

- $2 \cdot h + l = 63$
- Die Stufenlänge l liegt im Intervall $[21\,\text{cm}; 36{,}5\,\text{cm}]$

Ermittle den kleinstmöglichen und größtmöglichen Steigungswinkel φ (in °), bei dem die oben genannten Bedingungen erfüllt sind.

kleinstmöglicher Steigungswinkel φ: 19,95.. °

größtmöglicher Steigungswinkel φ: 45 °

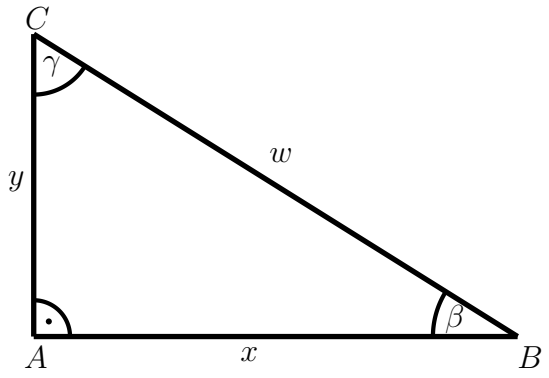
Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 4.1 - 18 - Rechtwinkeliges Dreieck (Matura Herbsttermin 17/18)

212. Die nachstehende Abbildung zeigt ein rechtwinkliges Dreieck. ____/1

AG 4.1



Gib einen Term zur Bestimmung der Länge der Seite w mithilfe von x und β an!

$w = \frac{x}{\cos(\beta)}$

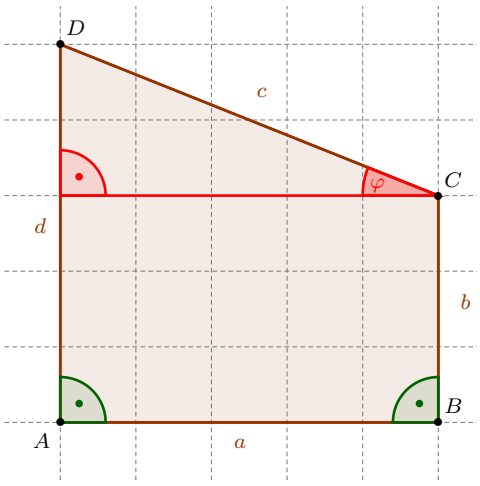
Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 4.1 - 19 - Viereck (Matura Wintertermin 17/18)

213. Gegeben ist das nachstehende Viereck $ABCD$ mit den Seitenlängen a, b, c und d. ____/1

AG 4.1



Zeichne in der obigen Abbildung einen Winkel φ ein, für den $\sin(\varphi) = \frac{d-b}{c}$ gilt!

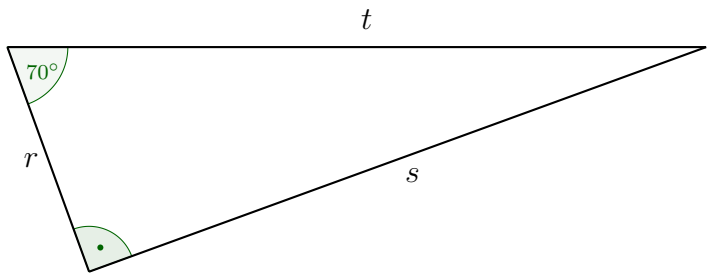
Ein Punkt für das Einzeichnen eines richtigen Winkels φ.

Lösungen

AG 4.1 - 20 - Dreieck (Matura Haupttermin 18/19)

214. Gegeben ist nachstehendes Dreieck mit den Seitenlängen r, s und t. ____/1

AG 4.1



Berechne das Verhältnis $\frac{r}{t}$ für dieses Dreieck!

$\frac{r}{t} = \cos(70°) \approx 0{,}34$

Toleranzintervall: $[0{,}3; 0{,}4]$

Lösungen

AG 4.1 - 21 - Drehkegel (Matura Herbsttermin 18/19)

215. Gegeben ist ein Drehkegel mit einer Höhe von 6 cm. Der Winkel zwischen der Kegelachse und der Erzeugenden (Mantellinie) beträgt 32°. ____/1 AG 4.1

Berechne den Radius r der Grundfläche des Drehkegels.

$r \approx 3{,}7\,\text{cm}$

Toleranzintervall: $[3{,}7; 4{,}0]$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 4.1 - 22 - Winkel und Seiten von rechtwinkeligen Dreiecken (Matura Herbsttermin 20/21)

216. Für bestimmte rechtwinklige Dreiecke gilt: ____/1

Die Winkel α, β und γ liegen den Seiten a, b und c in dieser Reihenfolge gegenüber. AG 4.1

Die Winkel werden in Grad und die Seitenlängen in Zentimetern gemessen.

Weiters gilt: $\cos(\alpha) = \frac{3}{5}$ und $\cos(\gamma) = 0$.

Kreuze die beiden Aussagen an, die auf jedes dieser Dreiecke zutreffen.

$c = 5\,\text{cm}$	
$\beta < 90°$	☒
$\sin(\beta) = \frac{3}{5}$	☒
$a < b < c$	
$\tan(\alpha) = 0{,}75$	

Lösungen

AG 4.1 - 23 - Bahntrasse (Matura Haupttermin 19/20)

217. Die Steigung einer geradlinigen Bahntrasse wird in Promille (‰) angegeben. Beispielsweise ist bei einem Höhenunterschied von 1 m pro 1 000 m zurückgelegter Distanz in horizontaler Richtung die Steigung 1 ‰. ____/1

AG 4.1

Gib eine Gleichung an, mit der für eine geradlinige Bahntrasse mit der Steigung 30 ‰der Steigungswinkel α exakt berechnet werden kann ($\alpha > 0$).

$\tan^{-1}\left(\frac{30}{1000}\right)$

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 4.1 - 24 - Leiter (Matura Herbsttermin 19/20)

218. Eine 4 m lange Leiter wird auf einem waagrechten Boden aufgestellt und an eine senkrechte Hauswand angelegt. ____/1 AG 4.1

Die Leiter muss mit dem Boden einen Winkel zwischen 65° und 75° einschließen, um einerseits ein Wegkippen und andererseits ein Wegrutschen zu vermeiden.

Berechne den Mindestabstand und den Höchstabstand des unteren Endes der Leiter von der Hauswand.

Mindestabstand von der Hauswand: ca. 1,04 m

Höchstabstand von der Hauswand: ca. 1,69 m

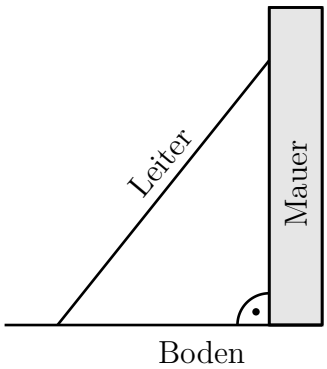
mögliche Vorgehensweise:
$\cos(\alpha) = \frac{d}{4} \Rightarrow d = 4 \cdot \cos(\alpha)$
$\alpha \ldots$ Winkel zwischen der Leiter und dem Boden
$d \ldots$ Abstand des unteren Endes der Leiter von der Hauswand

Für die Angabe von nur einem richtigen Wert ist ein halber Punkt zu geben.

LÖSUNGEN

AG 4.1 - 25 - Leiter (Matura Wintertermin 19/20)

219. Eine Leiter lehnt an einer senkrechten Mauer. Die Leiter liegt in 6 m Höhe an der Mauer an und schließt mit der Mauer einen Winkel von 20° ein. Dieser Sachverhalt wird durch die untenstehende (nicht maßstabsgetreue) Abbildung veranschaulicht. ____/1 AG 4.1



Berechne die Länge der Leiter.

mögliche Vorgehensweise:

$$\frac{6}{\cos(20°)} = 6{,}385\ldots$$

Die Länge der Leiter beträgt ca. 6,39 m.

(Die Einheit „m“ muss nicht angegeben sein)

LÖSUNGEN

AG 4.1 - 26 - Rampe (Matura Haupttermin 20/21)

220. Eine Rampe mit einer (schrägen) Länge von d Metern überwindet einen Höhenunterschied von h Metern ($d > 0, h > 0$). Der Steigungswinkel der Rampe wird mit α bezeichnet. ____/1 AG 4.1

Kreuze die beiden Gleichungen an, die den gegebenen Sachverhalt richtig beschreiben.

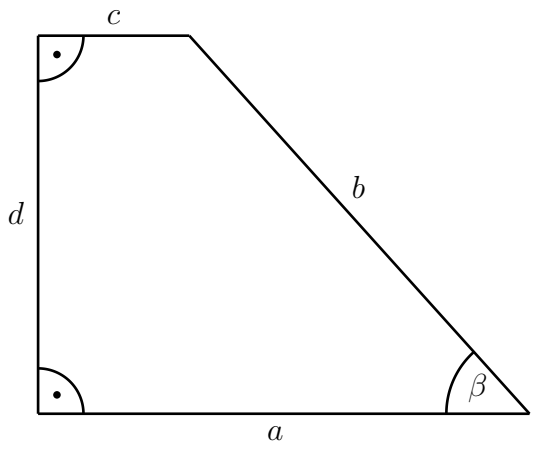
$d = \dfrac{h}{\sin(\alpha)}$	☒
$d = h \cdot \cos(\alpha)$	
$d = \dfrac{h}{\cos(90° - \alpha)}$	☒
$d = h \cdot \sin(90° - \alpha)$	
$d = h \cdot \tan(\alpha)$	

Lösungen

AG 4.1 - 27 - Viereck (Matura Wintertermin 21/22)

221. In der nachstehenden Abbildung ist ein Viereck dargestellt. ____/1

AG 4.1



Stelle unter Verwendung der dafür erforderlichen Seitenlängen eine Formel zur Berechnung von $\tan(\beta)$ auf.

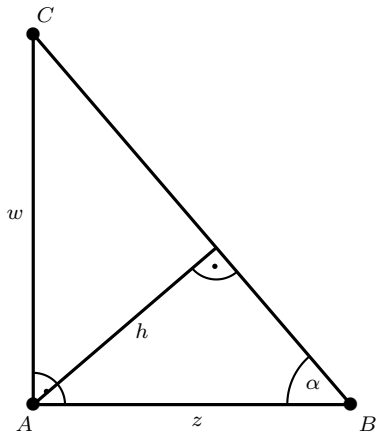
$\tan(\beta) = \dfrac{d}{a-c}$

Lösungen

AG 4.1 - 28 - Dreieck (Matura Herbsttermin 22/23)

222. In der nachstehenden Abbildung ist ein rechtwinkliges Dreieck ABC dargestellt. ____/1

AG 4.1



Kreuze die Gleichung an, die jedenfalls zutrifft.

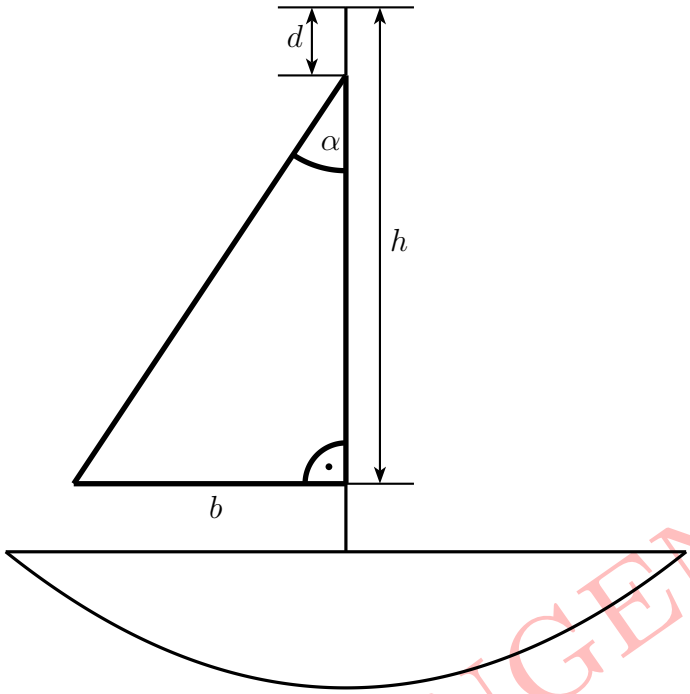
$h = \frac{w}{\sin(\alpha)} \cdot \cos(\alpha)$	
$h = \frac{w}{\cos(\alpha)} \cdot \sin(\alpha)$	
$h = \frac{w}{\sin(\alpha)} \cdot \tan(\alpha)$	
$h = \frac{w}{\tan(\alpha)} \cdot \sin(\alpha)$	☒
$h = \frac{\sin(\alpha)}{w} \cdot \tan(\alpha)$	
$h = \frac{\sin(\alpha)}{w} \cdot \cos(\alpha)$	

LÖSUNGEN

AG 4.1 - 29 - Segelboot (Matura Wintertermin 22/23)

223. In der nachstehenden Abbildung ist ein Modell eines Segelboots dargestellt. ____/1

AG 4.1



Stelle eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf. Verwende dabei h, d und b.

$\alpha = \arctan\left(\frac{b}{h-d}\right)$

oder $\arcsin\left(\frac{b}{\sqrt{b^2+(h-d)^2}}\right)$ oder $\arccos\left(\frac{h-d}{\sqrt{b^2+(h-d)^2}}\right)$

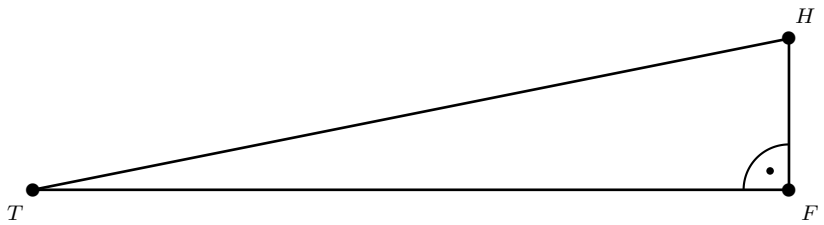
Auch die Schreibweisen mit „$\tan^{-1}$“ oder „$\sin^{-1}$“ oder „$\cos^{-1}$“ sind als richtig zu werten.

Lösungen

AG 4.1 - 30 - Hochstein (Matura Wintertermin 23/24)

224. Die Skipiste am Hochstein in Lienz führt von der Talstation T des Hochsteinlifts (Meereshöhe 673 m) bis zur Hochsteinhütte H (Meereshöhe 2 023 m). ____/1 AG 4.1

Die 4 000 m lange, geradlinige Skipiste ist in der nachstehenden (nicht maßstabgetreuen) Abbildung modellhaft als Strecke dargestellt.



Berechne denjenigen Steigungswinkel der Skipiste, der sich aus diesem Modell ergibt.

$\alpha \ldots$ Steigungswinkel der Skipiste

$\sin(\alpha) = \dfrac{\overline{FH}}{4\,000}$

$\alpha = \arcsin\left(\dfrac{2\,023 - 673}{4\,000}\right)$

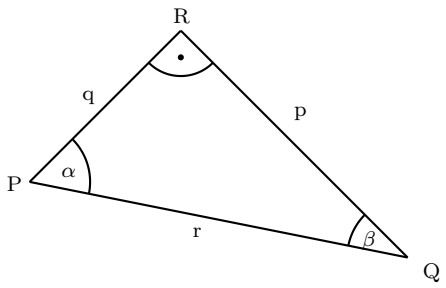
$\alpha = 19{,}72\ldots°$

Der Steigungswinkel beträgt rund 19,7°

Lösungen

AG 4.1 - 31 - Winkelfunktionen basics

225. Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck wie in nachstehender Skizze. ____/1
Ordne den Winkelfunktionen die korrekten Seitenverhältnisse (A-D) zu. AG 4.1



$\sin(\alpha)$	F
$\cos(\alpha)$	D
$\tan(\alpha)$	A
$\tan(\beta)$	C

A	$\frac{p}{q}$
B	$\frac{r}{q}$
C	$\frac{q}{p}$
D	$\frac{q}{r}$
E	$\frac{r}{p}$
F	$\frac{p}{r}$

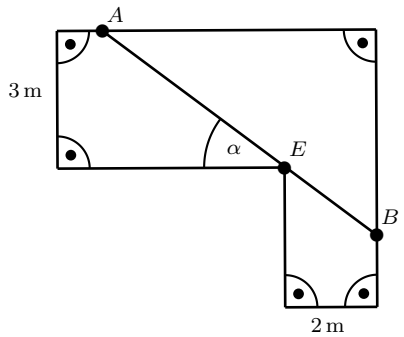
LÖSUNGEN

AG 4.1 - 32 - Gang (Matura Haupttermin 24/25)

226. Die nachstehende (nicht maßstabgetreue) Abbildung zeigt einen Gang in einem Gebäude. Der Gang hat eine Breite von 3 m bzw. 2 m. ____/1

AG 4.1

Die Strecke AB verläuft durch den Eckpunkt E.



Stelle unter Verwendung des Winkels α eine Formel zur Berechnung der Länge der Strecke AB auf.

$$\overline{AB} = \frac{3}{\sin(\alpha)} + \frac{2}{\cos(\alpha)}$$

Lösungen

AG 4.1 - 33 - Steigungswinkel

227. Von einer Geraden g kennt man die Gleichung in Hauptform: g: $y = \frac{2}{5}x - 3$ ____/1

AG 4.1

Gib die Steigung k und den Steigungswinkel α der Geraden g an!

$k =$ 0,4

$\alpha =$ 21,8°

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

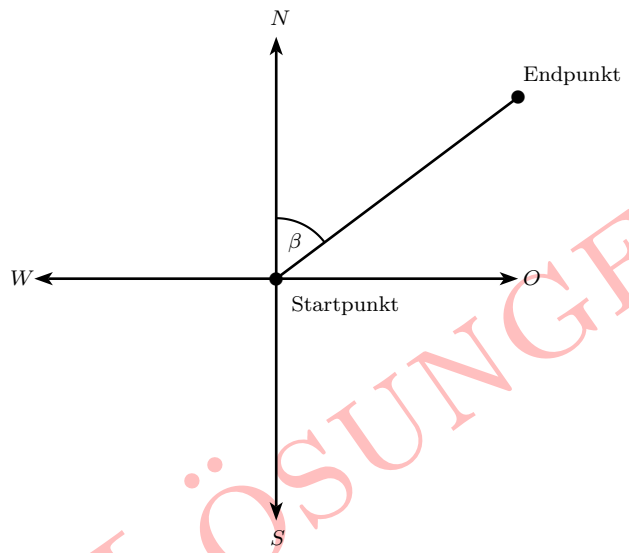
AG 4.1 - 34 - Bewegung eines Objekts (Matura Herbsttermin 24/25)

228. Ein Objekt bewegt sich von einem Startpunkt aus zuerst a Meter nach Osten (O), dann b Meter nach Norden (N) und schließlich c Meter wieder nach Osten (O) zu seinem Endpunkt mit $a, b, c > 0$. ____/1

AG 4.1

Modellhaft wird angenommen, dass die Bewegung in jede Richtung geradlinig und jede Richtungsänderung unmittelbar erfolgt.

Der Winkel zwischen der direkten Verbindung von Startpunkt und Endpunkt und der Richtung nach Norden wird mit β bezeichnet. Er ist in der nachstehenden Skizze dargestellt.



LÖSUNGEN

Stelle eine Gleichung zur Berechnung von β auf. Verwenden Sie dabei a, b und c.

$\beta = 90° - \arctan\left(\frac{b}{a+c}\right)$ bzw. $\arctan\left(\frac{a+c}{b}\right)$

AG 4.2 - 1 - Sinus und Cosinuswerte

229. Kreuze die richtige(n) Aussage(n) an! ____/1

AG 4.2

$\sin(214°) > 0$	
$\cos(169°) < 0$	☒
$\sin(370°) > 1$	
$\cos(270°) = 0$	☒
$\sin(350°) = 1$	

Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 4.2 - 2 - Sinuswerte

230. Für welche $\phi \in [0°; 360°)$ gilt folgendes: ____/1

AG 4.2

$$\sin(\phi) < 0$$

(180°;360°)

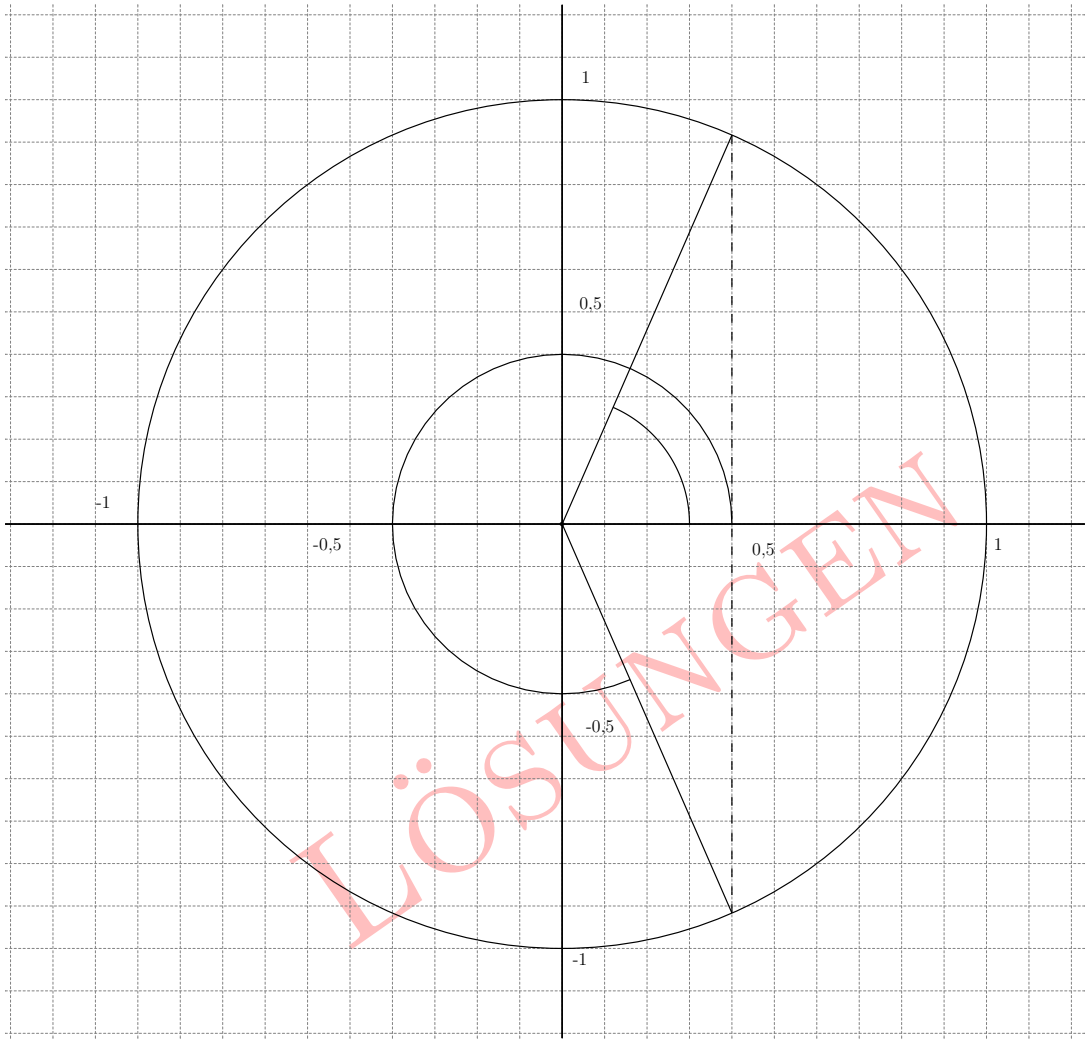
Lösungen

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 4.2 - 3 - Cosinus im Einheitskreis

231. Zeichne im Einheitskreis alle Winkel aus $[0°; 360°]$ ein, für die $\cos(\beta) = 0{,}4$ gilt! ____/1
Achte auf die Kennzeichnung der Winkel durch Winkelbögen. AG 4.2



LÖSUNGEN

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

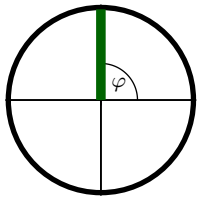
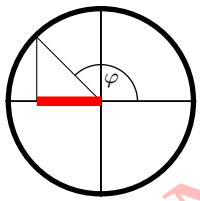
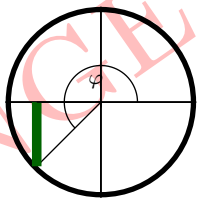
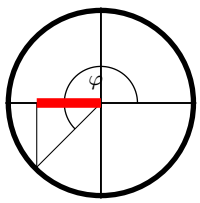
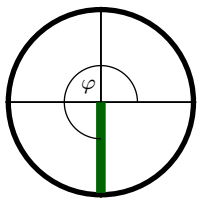
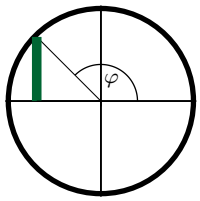
AG 4.2 - 4 - Winkel im Einheitskreis

232. Am Einheitskreis lassen sich die Winkelfunktionen abhängig vom Winkel φ als vorzeichenbehaftete Achsenabschnitte interpretieren. Im Folgenden sind vier Werte der Winkelfunktionen und sechs Skizzen des Einheitskreises mit fett eingezeichneten Achsenabschnitten gegeben. ____/1

AG 4.2

Ordne den Werten der Winkelfunktionen die richtigen Skizzen (von A bis F) zu.

$\sin\left(\frac{3}{2}\pi\right)$	E
$\cos\left(\frac{6}{8}\pi\right)$	B
$\sin\left(\frac{5}{4}\pi\right)$	C
$\cos\left(\frac{5}{4}\pi\right)$	D

A	
B	
C	
D	
E	
F	

LÖSUNGEN

gen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösungen Lösung

AG 4.2 - 5 - Winkelfunktionen

233. Gegeben ist das Intervall $[0°; 360°]$. ____/1

AG 4.2

Nenne alle Winkel α im gegebenen Intervall, für die gilt: $\sin(\alpha) = \cos(\alpha)$.

$\alpha_1 = 45°$ oder $\alpha_1 = \frac{\pi}{4}$

$\alpha_2 = 225°$ oder $\alpha_2 = \frac{5 \cdot \pi}{4}$

Lösungen

AG 4.2 - 6 - Intervalle (Matura Haupttermin 21/22)

234. Gegeben sind sechs verschiedene Intervalle. ____/1

Für alle Winkel α aus einem dieser Intervalle gilt: $\sin(\alpha) \geq 0$ und $\sin(\alpha) \neq 1$. AG 4.2

Kreuze das zutreffende Intervall an.

$[270°; 360°)$	
$[90°; 180°]$	
$(0°; 180°)$	
$[0°; 90°)$	☒
$(90°; 270°]$	
$[180°; 270°]$	

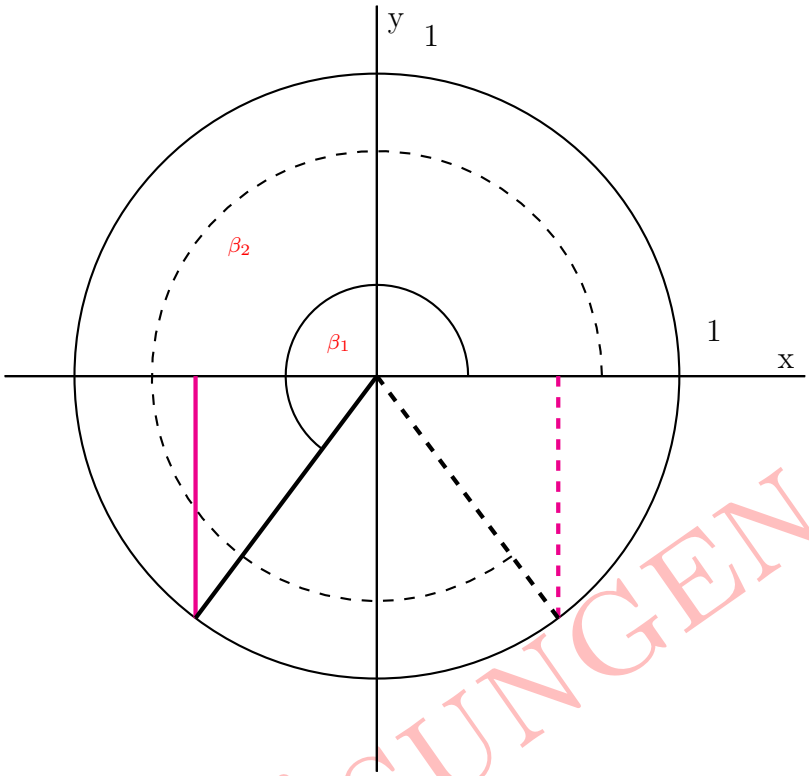
Lösungen

Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 4.2 - 7 - Winkelfunktionen im Einheitskreis

235. In der nachstehenden Abbildung ist ein Winkelfunktionswert eines Winkels β am Einheitskreis farbig dargestellt. ____/1

AG 4.2



Lösungen

Gib an, um welche Winkelfunktion es sich dabei handelt, und zeichne alle Winkel im Einheitskreis ein, die diesen Winkelfunktionswert besitzen! Kennzeichne diese durch Winkelbögen!

$sin(\beta)$

AG 4.2 - 8 - Winkel mit gleichem Sinuswert (Matura Herbsttermin 18/19)

236. Gegeben sei eine reelle Zahl c mit $0 < c < 1$. Für die zwei unterschiedlichen Winkel α und β soll gelten: $\sin(\alpha) = \sin(\beta) = c$. ____/1
AG 4.2

Dabei soll α ein spitzer Winkel und β ein Winkel aus dem Intervall $(0°; 360°)$ sein.

Welche Beziehung besteht zwischen den Winkeln α und β?
Kreuze die zutreffende Beziehung an.

$\alpha + \beta = 90°$	
$\alpha + \beta = 180°$	☒
$\alpha + \beta = 270°$	
$\alpha + \beta = 360°$	
$\beta - \alpha = 270°$	
$\beta - \alpha = 180°$	

Lösungen

AG 4.2 - 9 - Winkel bestimmen (Matura Herbsttermin 15/16)

237. Für einen Winkel $\alpha \in [0°,\ 360°)$ gilt: ____/1

AG 4.2

$\sin(\alpha) = 0{,}4$ und $\cos(\alpha) < 0$

Berechne den Winkel α.

$\sin(\alpha) = 0{,}4 \Rightarrow \alpha_1 \approx 23{,}6°;\ \alpha_2 \approx 156{,}4°$

$\cos(\alpha_1) > 0;\ \cos(\alpha_2) < 0 \Rightarrow \alpha = \alpha_2 \approx 156{,}4°$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „Grad“ nicht angeführt sein muss. Eine korrekte Angabe der Lösung in einer anderen Einheit ist ebenfalls als richtig zu werten. Toleranzintervall: $[156°;\ 157°]$

LÖSUNGEN

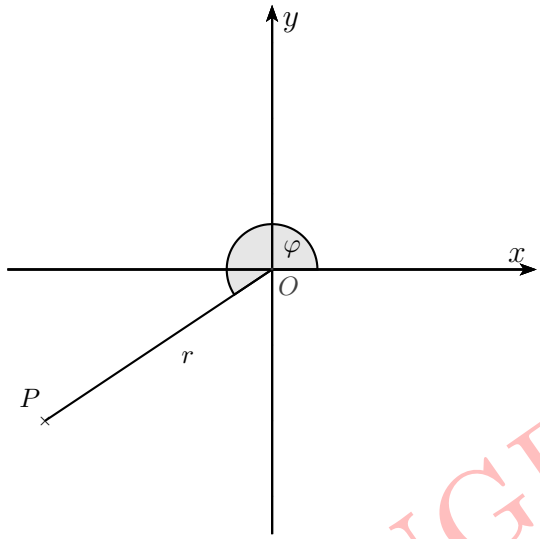
Anzahl weiterer Variationen dieser Aufgabe: 1

AG 4.2 - 10 - Koordinaten eines Punktes (Matura Haupttermin 16/17)

238. In der unten stehenden Abbildung ist der Punkt $P = (-3 \mid -2)$ dargestellt. ____/1

AG 4.2

Die Lage des Punktes P kann auch durch die Angabe des Abstands $r = \overline{OP}$ und die Größe des Winkels φ eindeutig festgelegt werden.



Berechne die Größe des Winkels φ!

Mögliche Berechnung:

$\tan(\varphi - 180°) = \frac{2}{3} \Rightarrow \varphi \approx 213{,}69°$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „Grad“ nicht angeführt sein muss.

Toleranzintervall: $[213°; 214°]$

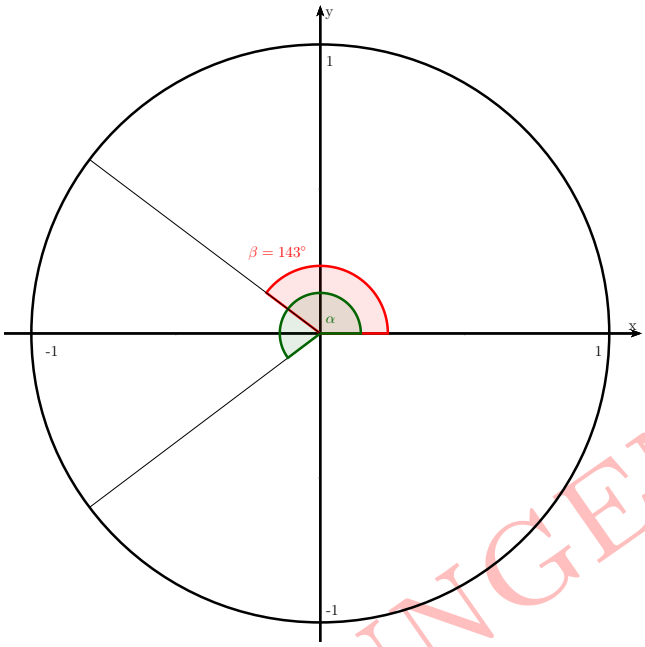
LÖSUNGEN

AG 4.2 - 11 - Winkel im Einheitskreis (Matura Wintertermin 16/17)

239. In der nachstehenden Grafik ist ein Winkel α im Einheitskreis dargestellt. ____/1

AG 4.2

Zeichne in der Grafik denjenigen Winkel β aus dem Intervall $[0°; 360°]$ mit $\beta \neq \alpha$ ein, für den $\cos(\beta) = \cos(\alpha)$ gilt!



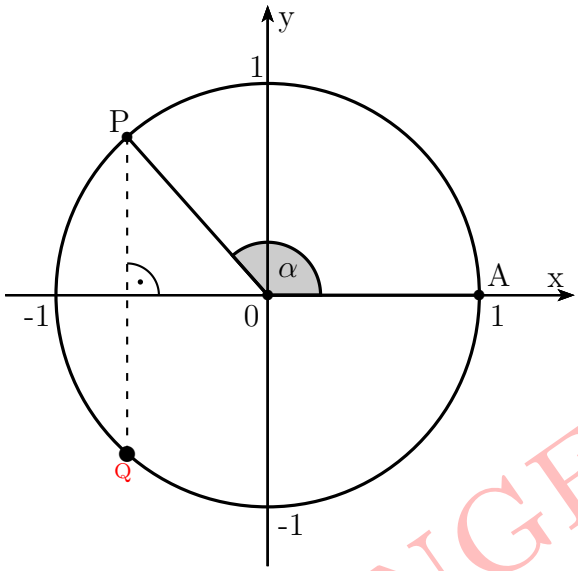
Toleranzintervall $[140°; 146°]$

Lösungen

AG 4.2 - 12 - Sinus und Cosinus (Matura Haupttermin 17/18)

240. Die nachstehende Abbildung zeigt einen Kreis mit dem Mittelpunkt O und dem Radius 1. Die Punkte $A = (1 \mid 0)$ und P liegen auf der Kreislinie. Der eingezeichnete Winkel α wird vom Schenkel OA zum Schenkel OP gegen den Uhrzeigersinn gemessen. ____/1

AG 4.2



Ein Punkt Q auf der Kreislinie soll in analoger Weise einen Winkel β festlegen, für den folgende Beziehungen gelten:

$\sin(\beta) = -\sin(\alpha)$ und $\cos(\beta) = \cos(\alpha)$

Zeichne in der oben stehenden Abbildung den Punkt Q ein!

Lösungen

AG 4.2 - 13 - Einheitskreis (Matura Haupttermin 23/24)

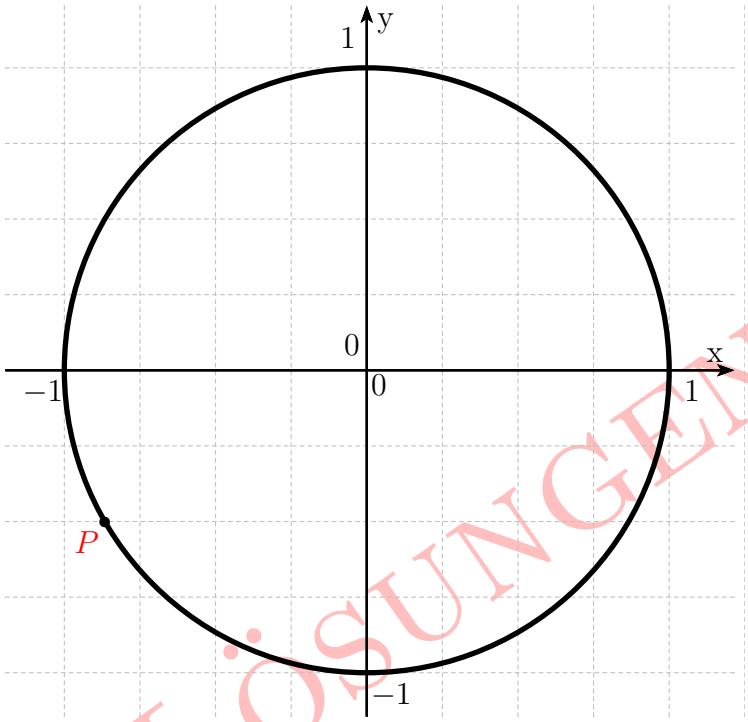
241. Für den Winkel $\alpha \in [0°; 360°)$ gilt: _____/1

AG 4.2

$\sin(\alpha) = -0{,}5$ und $\cos(\alpha) < 0$

Im unten stehenden Koordinatensystem ist ein Einheitskreis dargestellt.

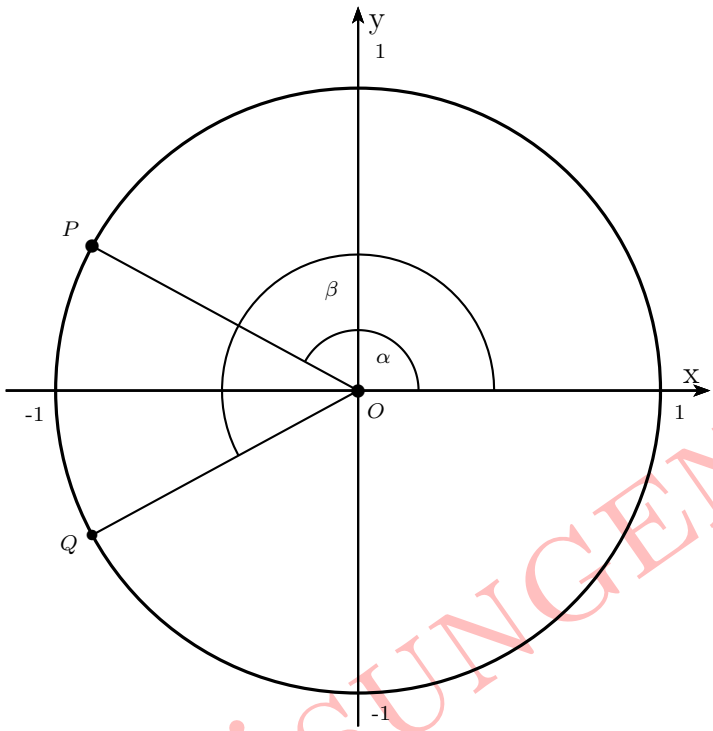
Zeichnen Sie in diesem Koordinatensystem den Punkt $P = (\cos(\alpha) \mid \sin(\alpha))$ ein.



Lösungen

AG 4.2 - 14 - Sinuswert eines Winkels (Matura Haupttermin 25/26)

242. In der nachstehenden Abbildung sind die Winkel α und β sowie die zugehörigen Punkte P und Q in einem Einheitskreis dargestellt. Die Punkte P und Q liegen zueinander symmetrisch bezüglich der x-Achse. ____/1 AG 4.2



Gib $\sin(\alpha)$ mithilfe von $\sin(\beta)$ an.

$\sin(\alpha) = -\sin(\beta)$

Lösungen