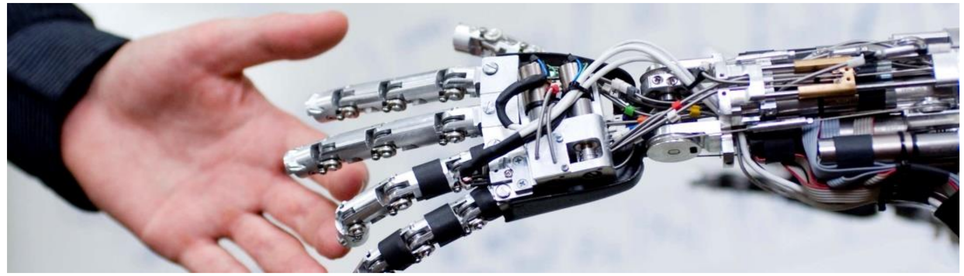


Forelesning nr.6 IN 1080 Elektroniske systemer

Strøm, spenning og impedans i RC-kretser
Anvendelser av RC-krester

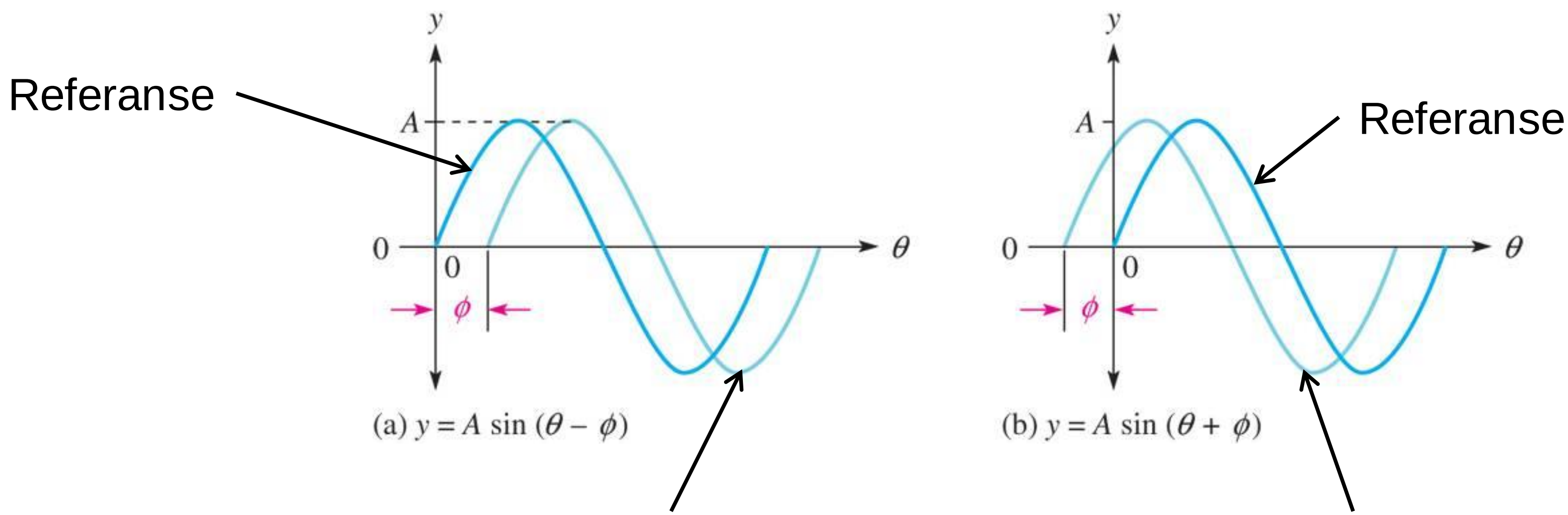
Dagens temaer

- Strøm, spenning og impedans i serielle RC-kretser
- Mer om ac-signaler og sinussignaler
- Filtre
- Bruk av RC-kretser
- Temaene hentes fra Kapittel 10.8, 11.1-11.6, 12.1-12.6

Fra forelesning 5

Fasedreining

- Hvis et sinussignal forskyves i tid oppstår en *faseforskyvning* eller *fasedreining* φ



Kurven er forskjøvet til høyre, φ er *negativ* og *forsinket (eng: "lags")* i forhold til referansen

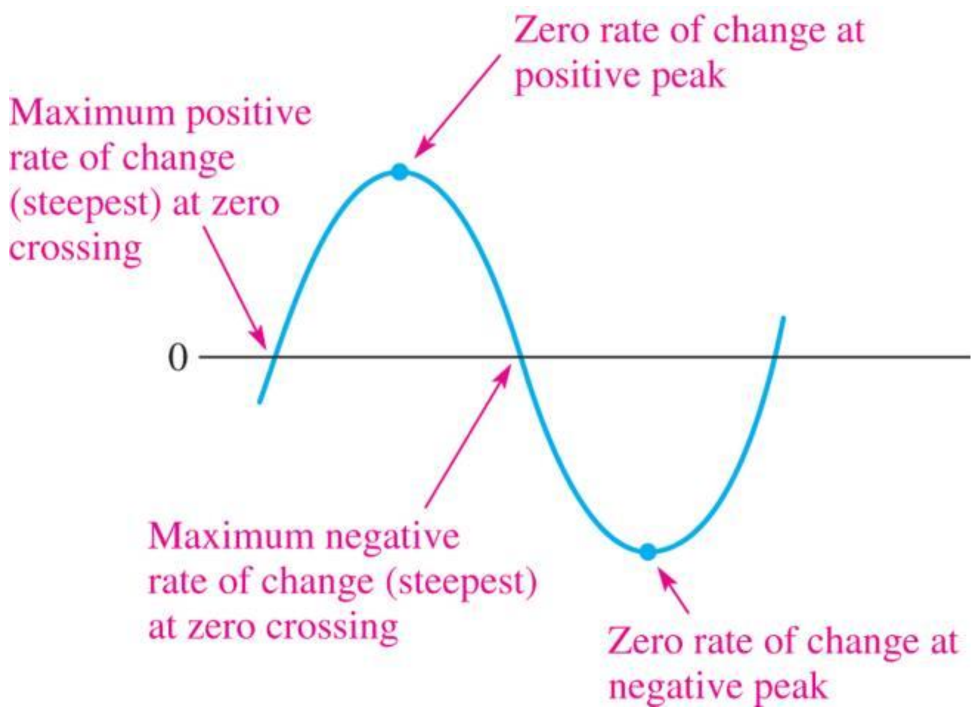
Kurven er forskjøvet til venstre, φ er positiv og *leder (eng: "leads")* i forhold til referansen

Fra forelesning 5

Faseforhold mellom strøm og spenning

- I en resistor er *strømmen gjennom* og *spenningen over* i fase, dvs φ=0
- I en kondensator er det fasedreining mellom strøm og spenning
- Fasedreiningen kan forstås ved å se på når *endringen* i en sinus-kurve er størst og minst

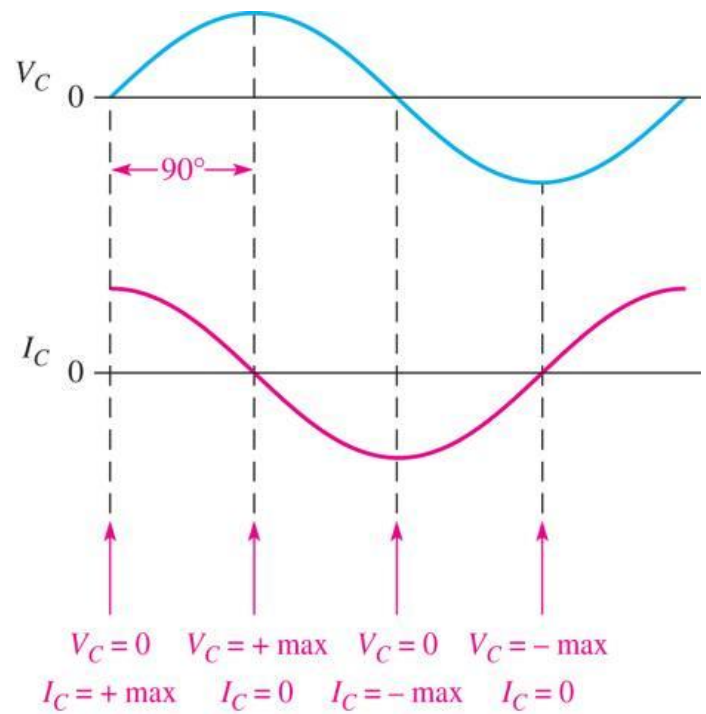
$$i = C\frac{dv}{dt}$$



Fra forelesning 5

Faseforhold mellom strøm og spenning (forts)

- Strømmen gjennom en kondensator er størst når *endringen* i spenningen over den er størst, og minst når *endringen* i spenningen er minst
  - Når spenningen er på det største (minste) er *endringen* lik 0, dvs strømmen lik 0
  - Når spenningen er 0, er *endringen* størst, dvs strømmen er størst
  - Strømmen er derfor faseforskøvet med +90 grader i forhold til spenningen (dvs. til høyre)

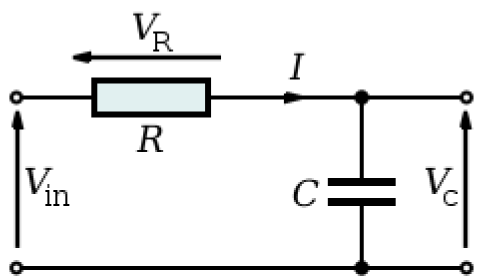


$$i = C\frac{dv}{dt}$$

Fra forelesning 5

RC-kretser

- RC-kretser består av én eller flere resistorer og én eller flere kondensatorer



- RC-kretser er enten serielle eller parallelle, dvs en resistor og en kondensator i serie eller i parallell
- Større og mer kompliserte kretser kan deles opp i mindre serielle og/eller parallelle kretser som analyseres separat
- Lettest å analysere oppførselen for sinussignaler

Fra forelesning 5

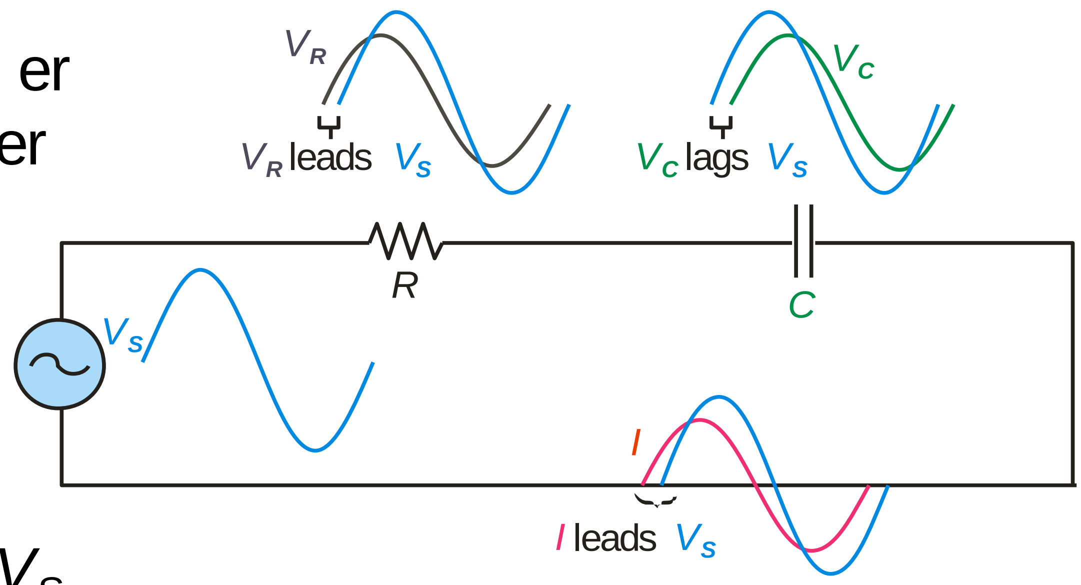
Serielle RC-kretser

- I en ren resistiv krets er strøm og spenning i fase, dvs *$\varphi=0$*
- I en seriell RC-krets vil det være faseforskyvning mellom
  - Spenningen over hvert element i forhold til de andre elementene
  - Spenningene over elementene i forhold til strømmen
- Strømmen gjennom alle elementene vil være i fase
- Avhengig av forholdet mellom *resistansen* og den *kapasitive reaktansen,* vil faseforskyvningen ligge mellom 0^o og 90^o

Fra forelesning 5

Serielle RC-kretser (forts)

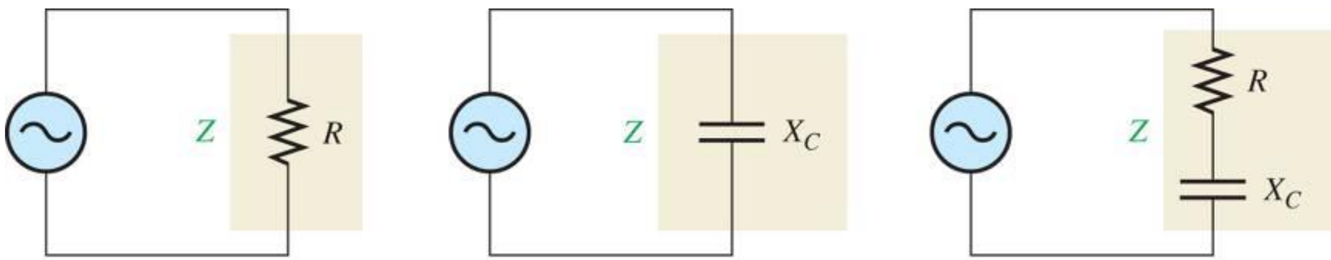
- En seriell RC-krets består av minst én resistor og minst én kondensator
- Spenningen V_R over motstanden R er i fase med strømmen I, og leder over V_s, dvs φ>0
- V_R og V_C har 90º fasedreining
- For å finne fasedreiningen mellom V_S og V_C eller mellom V_S og I må man beregne den totale impedansen i kretsen



Fra forelesning 5

Total impedans i seriell RC-krets

- *Z* er den samlede impedansen mot vekselstrøm i en krets
- Impedansen har en frekvensuavhengig *resistiv* del *R* og en frekvensavhengig *reaktiv* del X_C



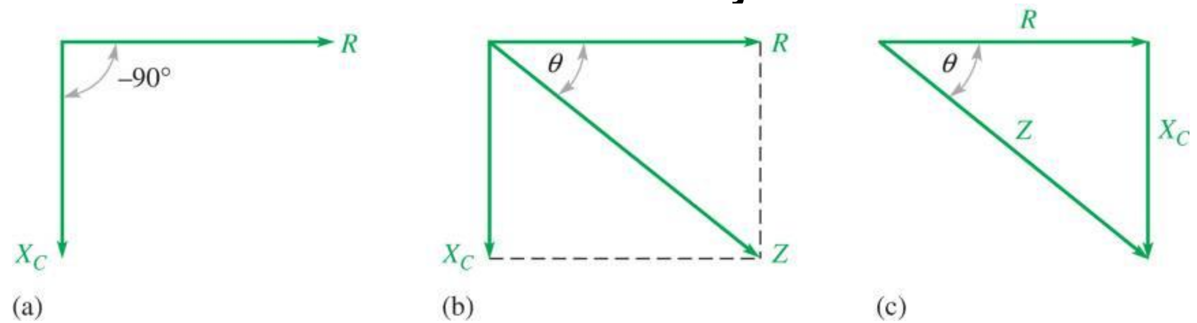
(a) $Z = R$ (b) $Z = X_C$ (c) Z includes both R and X_C

- Den resistive og reaktive delen har en fasedreining på -90º i forhold til hverandre

Fra forelesning 5

Total impedans i seriell RC-krets (forts)

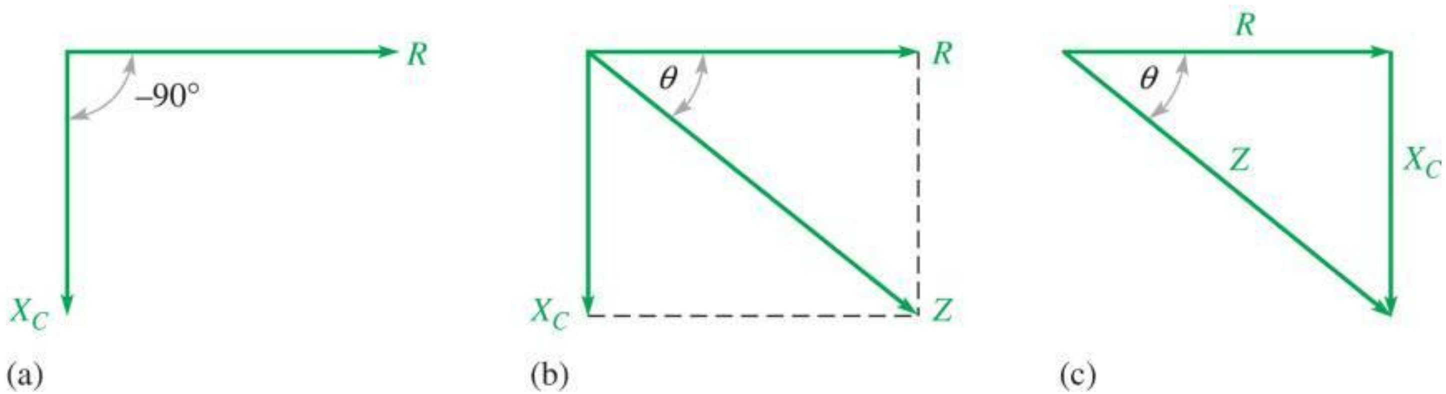
- Den totale impedansen er gitt av $\boldsymbol{Z=R+X_C}$, $\boldsymbol{R}$ og $\boldsymbol{X_C}$ er vektorer («phasors»).
- $\boldsymbol{Z}$ finner man ved vektorsummasjon



- Siden $\boldsymbol{Z}$ er en vektor har den både en fasevinkel θ og en magnitude
- $\boldsymbol{Z}$ har fortsatt Ohm (Ω) som enhet
- Skal senere se hvordan impedans enklere beregnes hvis vi innfører komplekse impedans og frekvens

Fra forelesning 5

Total impedans i seriell RC-krets (forts)



- Magnituden er lengden til ***Z*** og finnes ved Pythagoras:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

- Fasen θ finnes ved å beregne invers tangens til vinkelen

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right)$$

Fra forelesning 5

Serielle kretser og Ohms lov, KVL og KCL

- Når strøm, spenning og impedans er på vektorform, vil fortsatt Ohms lov, KVL og KCL gjelde
  - Forutsatt at det er korte ledere/lave frekvenser

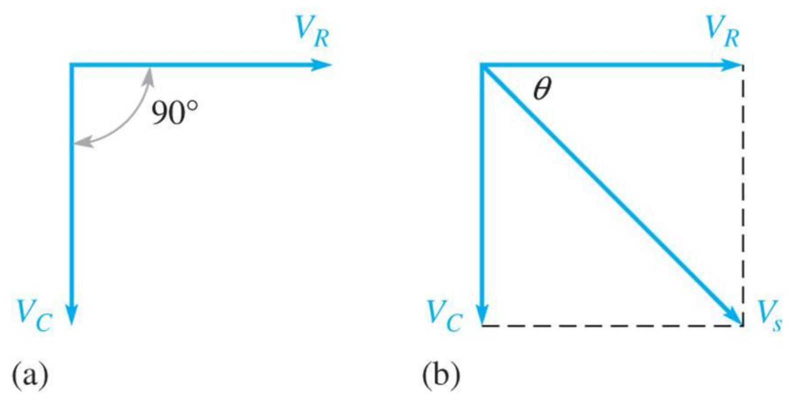
- Når man beregner faktiske ampere-, volt- og Ohmverdier samt fasedreining gjelder disse kun for en bestemt frekvens

- Andre frekvenser gir andre ***Z***-, ***I***- og ***V***-verdier og ulik fasedreining φ

Fra forelesning 5

Faseforskjell strøm - spenning

- I en seriell RC-krets er strømmen gjennom resistoren og kondensatoren den samme
- For å finne sammenhengen mellom $\boldsymbol{V_s}$, $\boldsymbol{V_R}$ og $\boldsymbol{V_C}$ bruker man KVL og vektoraddisjon (samme som for å finne ***Z***)



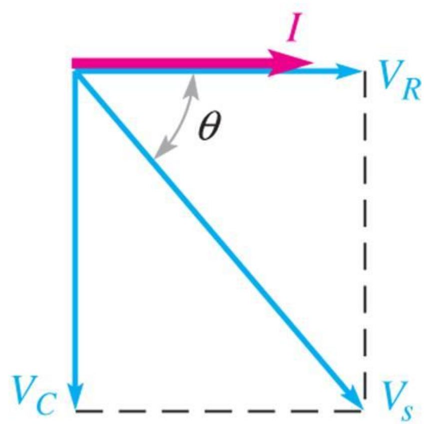
$$V_S = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_C}{V_R}\right)$$

Fra forelesning 5

Faseforskjell strøm - spenning (forts)

- Siden strømmen ***I*** og resistorspenning $\boldsymbol{V_R}$ er i fase, er fase-dreiningen mellom ***I*** og $\boldsymbol{V_S}$ lik den mellom $\boldsymbol{V_R}$ og $\boldsymbol{V_S}$ eller $\boldsymbol{X_C}$ og ***R***

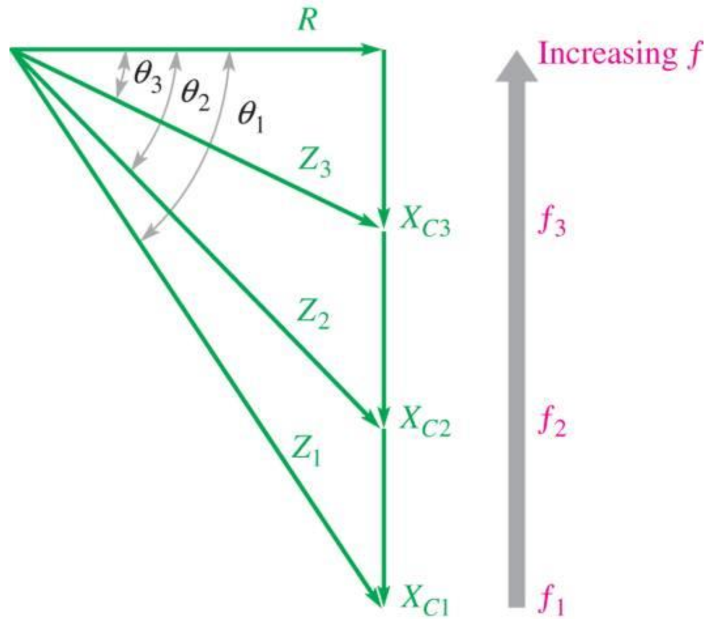


$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{V_C}{V_R}\right)$$

Fra forelesning 5

Impedans, fasedreining og frekvens

- Diagrammet under oppsummerer sammenhengen mellom impedans, frekvens og fasedreining

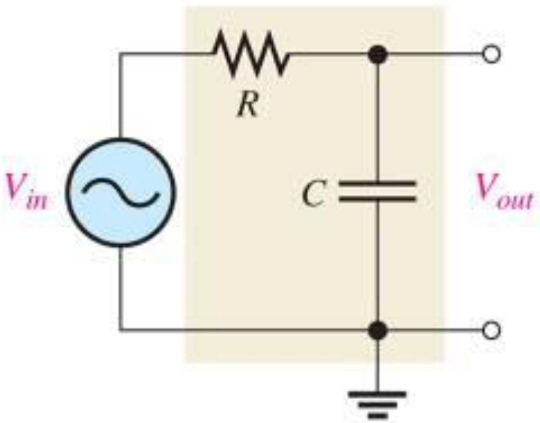


Tid- og frekvensdomene

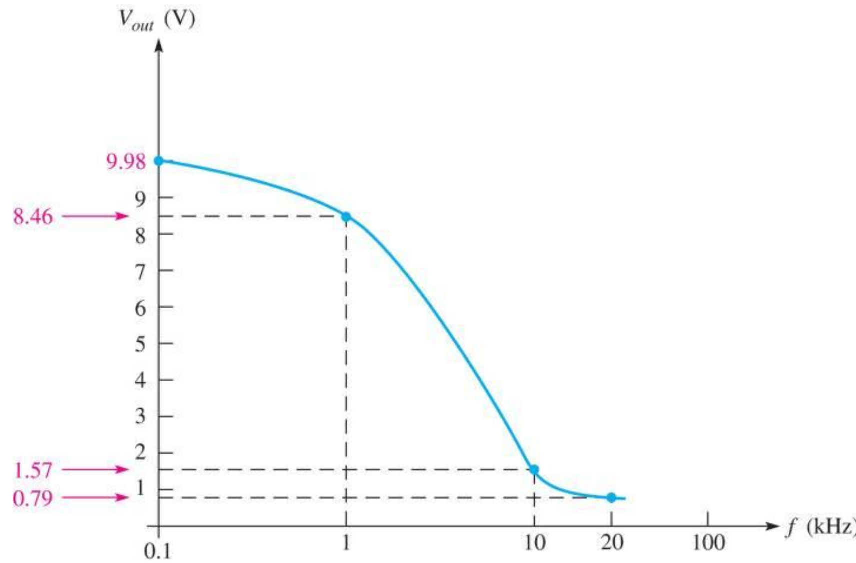
- Et *domene* eller *plan* kan tenkes på som hvilket perspektiv eller sett av egenskaper vi studerer kretsen med tanke på
  - I elektronikk jobber vi med to hoveddomener: *Tid* og *frekvens*
  - Tid og frekvens betraktes som uavhengige variabele
  - “Alt det andre” er funksjoner av enten tid eller frekvens

- Alle kretser har oppførsel i begge domener :
  - Egenskapene er ulike i de ulike domenene
  - Egenskaper i ett domene påvirker egenskapene i det andre domenet
  - Stort sett studeres de to domenene uavhengig av hverandre
  - For å få et bredt bilde av en krets’ oppførsel trengs beskrivelse av oppførselen i både tids- og frekvensdomenet

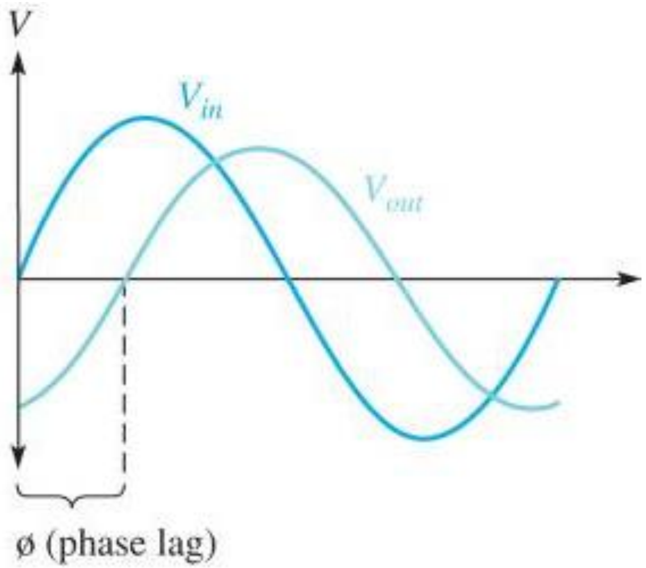
Eksempel: RC-krets



Oppførsel i frekvensdomenet



Oppførsel i tidsdomenet

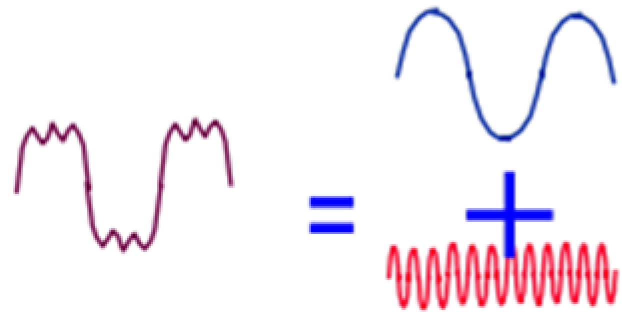


Anaylyse ved ulike frekvenser

- Hvis kretsen **bare** jobber med dc-strøm/-spenning blir verden ganske enkel:
  - Signalene varierer ikke mhp tid dvs frekvensen = 0
- Hvis kretsen kun brukes ved en bestemt frekvens eller i et begrenset frekvensområde:
  - Trenger kun ta hensyn til én frekvens ved analyse
  - Hvis frekvensen er veldig høy kan analysen allikevel bli ganske komplisert
  - Er frekvensen veldig lav, kan kretsen ses på som en dc-krets
- Hvis kretsen skal brukes over store frekvensområder:
  - Analyse i tids- og frekvensdomenet blir komplisert
  - Hvis kretsen skal brukes ved lave frekvenser kan man bruke enklere modeller (mer ideel oppførsel til komponenter) enn ved høye frekvenser

Generelle ac-signaler og sinussignaler

- Tro det eller ei: Det er mye lettere å jobbe med kun sinusformede ac-signaler enn helt tilfeldige ac-signaler
- Konvertering av vilkårlige ac-signaler til sinussignaler gjør videre analyse enklere



- *Fourier-serien* beskriver hvordan et periodisk signal *f(t)* kan skrives som en funksjon *g(t)* som er en (uendelig) sum av sinus- og cosinusledd
- *Fourier-transform* er prosessen med å finne Fourier-serien

$$g(t) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos\left(\frac{2\pi mt}{T}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} a_m \cos\left(\frac{2\pi mt}{T}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)$$

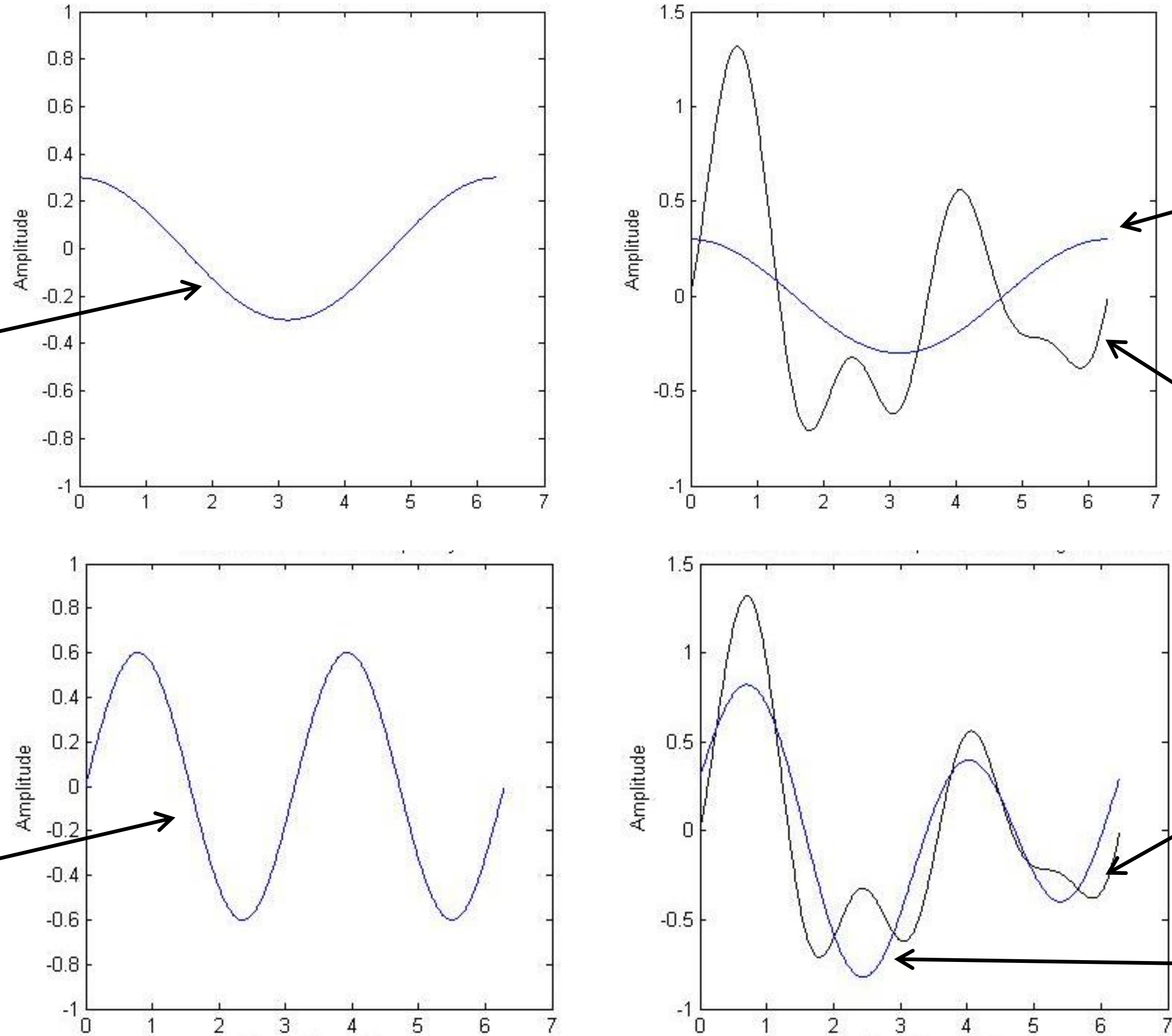
Generelle ac-signaler og sinussignaler

1. forsøk

$a_1$sinus(Θ)

Tilnærming
$a_1$sinus(Θ)

Det opprinnelige signalet



2. forsøk

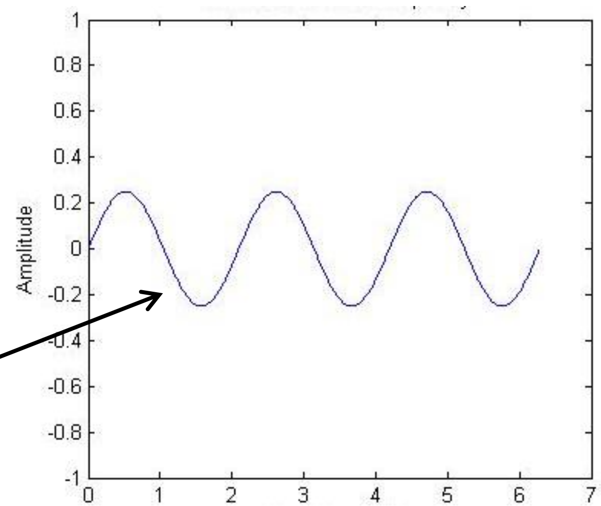
$a_3$sinus(3Θ)

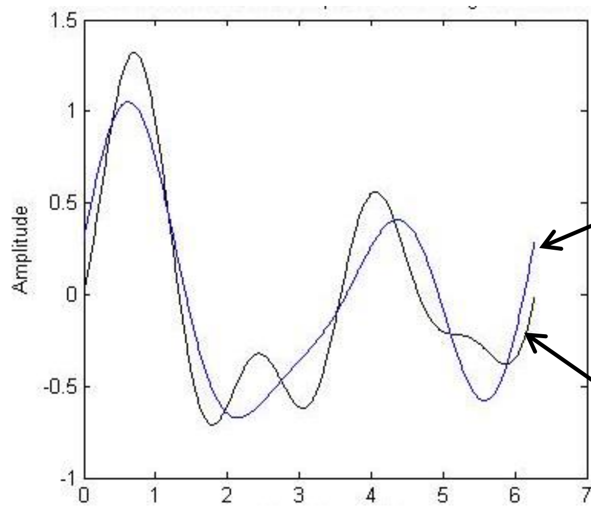
Tilnærming
$a_1$sinus(Θ)
+ $a_3$sinus(3Θ)

Generelle ac-signaler og sinussignaler

3. forsøk

$a_5$sinus(5Θ)



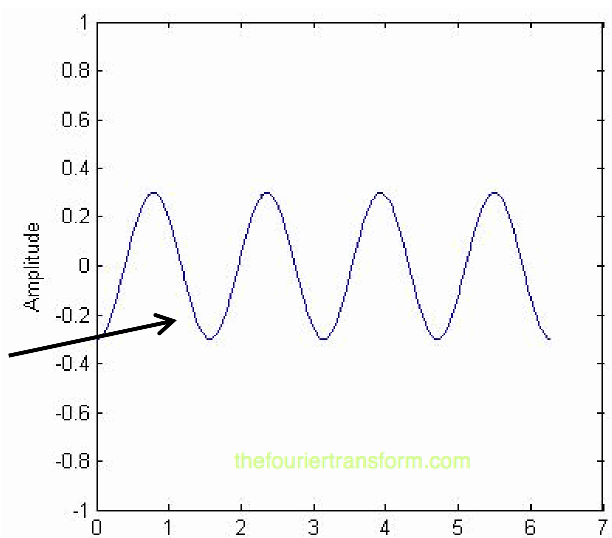


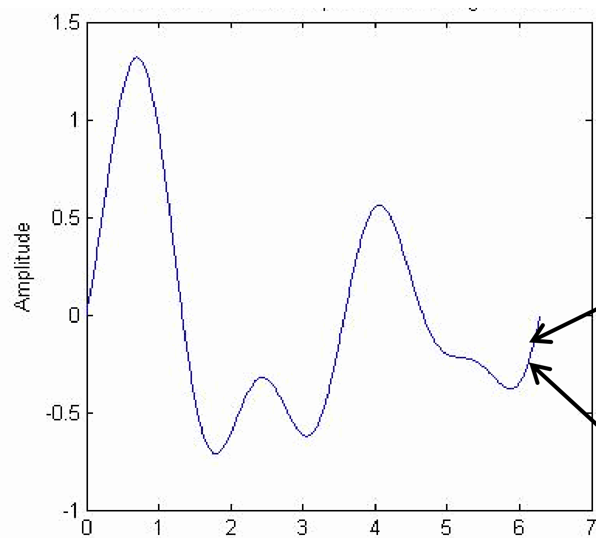
Tilnærming med
$a_1$sinus(Θ)
+ $a_3$sinus(3Θ)
+ $a_5$sinus(5Θ)

Det opprinnelige signalet

4. forsøk

$a_7$sinus(7Θ)

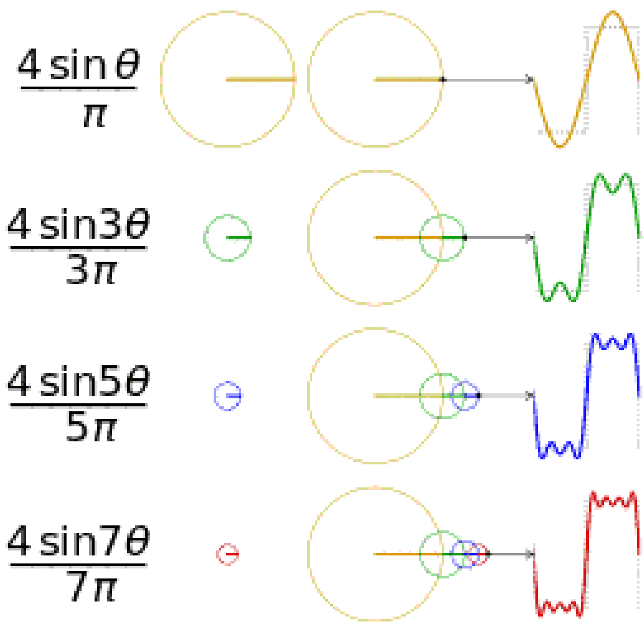


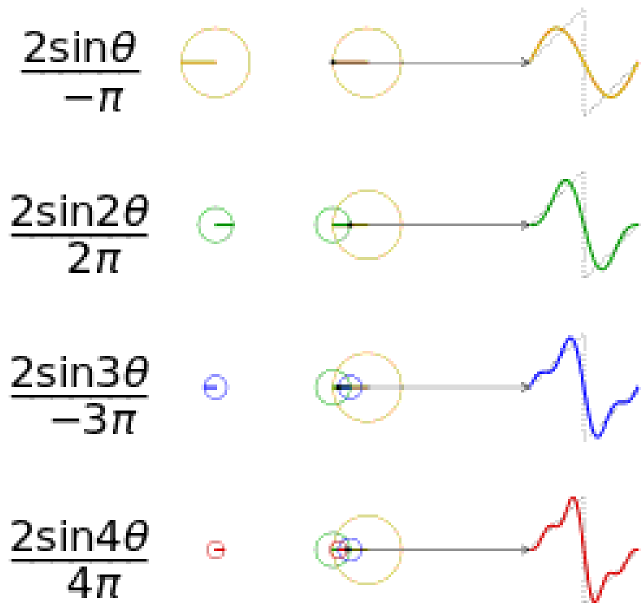


Tilnærming med
$a_1$sinus(Θ)
+ $a_3$sinus(3Θ)
+ $a_5$sinus(5Θ)
+ $a_7$sinus(7Θ)
MATCH!

Generelle ac-signaler og sinussignaler

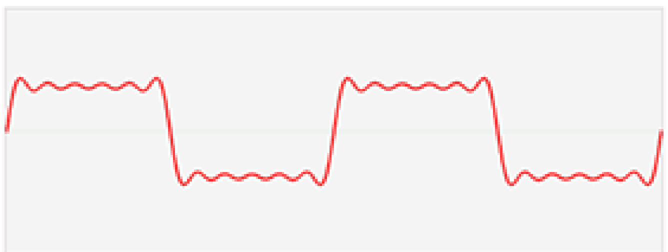
Eksempel 2: Firkantbølge og sagtannbølge som sum av fire grunnfrekvenser

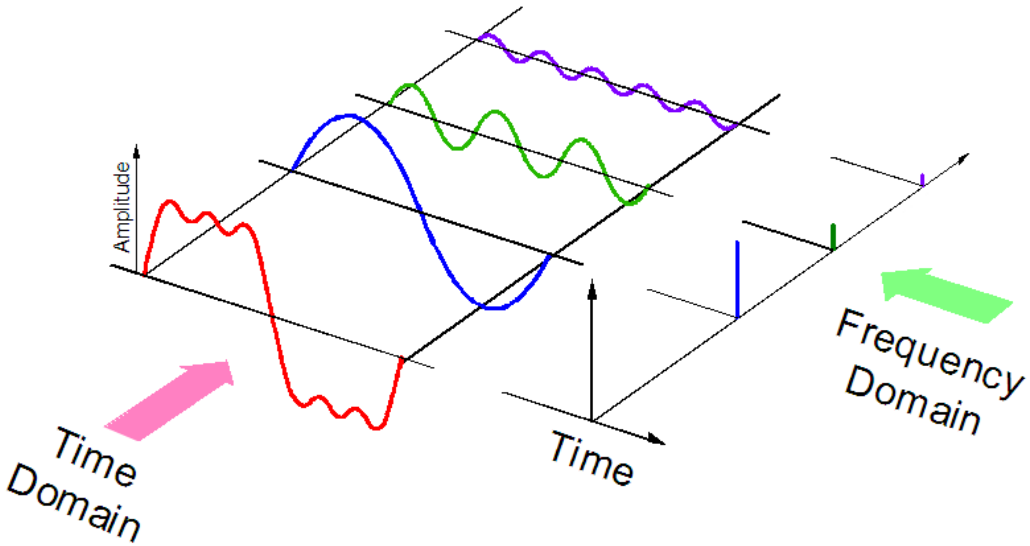




Sammenheng mellom frekvens og tid

- Et ac-signal kan representeres både i tids- og frekvensdomenet
- Signalets amplitude er den samme i begge domener





RC-anvendelser

- RC-kretser bruker i mange typer kretser
  - Likeretting (omvandling fra ac til dc-spenninger)
  - Klokkesignaler (oscillatorer), tidsstyring og kontroll av f.eks blinklys
  - Fjerning av uønskede spenningstopper

- Skal se på noen eksempler:
  - Filtre
  - AC-koblinger
  - Forsinkelseskretser
  - Integrasjon og derivasjon

Filtre (1)

- Et *filter* er en innretning som slipper gjennom bestemte ting og blokkerer andre
- F.eks en tesil: Slipper gjennom vann (veldig små molekyler), men blokkerer teblader (store objekter sammenlignet med vannmolekyler)

- Utesteder med aldersgrense har også en type filter:
  - Yngre 20 år: Ingen adgang
  - 20 år eller eldre: Adgang

Filtre (2)

- I elektronikk trenger vi også ulike typer filtre for å slippe gjennom det vi ønsker og sperre det vi ikke ønsker:
  - Stoppe uønskede høyspenninger i bolighus (ved lynnedslag): Overspenningsvern
  - Forhindre at det går for mye strøm gjennom ledninger (overbelstning): Automatsikring
- <u>Hvordan</u> og <u>hva</u> man stopper varierer fra en anvendelse til en annen, men formålet er uansett å stoppe det vi ikke ønsker og slippe gjennom det vi ønsker

Filtre (3)

- Vi skal se nærmere på filtre som stopper visse frekvenser samtidig som de slipper gjennom andre frekvenser
- Filtre har ulike egenskaper og parametre; en av de viktigste er hvilke frekvenser som stoppes og hvilke som slipper gjennom :
  - *Høypassfiltre* stopper lave frekvenser og slipper gjennom høye
  - *Lavpassfiltre* slipper gjennom lave frekvenser og stopper høye
  - *Båndpassfiltre* slipper igjennom frekvenser i et bestemt område og stopper frekvenser utenfor dette området
  - *Båndstoppfiltre* stopper frekvenser innenfor et bestemt område og slipper gjennom frekvenser utenfor dette området

Filteregenskaper og gain (1)

- Egenskapene og oppførselen til et filter kalles *filterkarakteristikken*
- En viktig egenskap er *gain* (forsterkning) og er forholdet mellom utsignalet og innsignalet
- Den enkleste varianten er se på forholdet mellom utgang og inngang for samme signaltype: $G_v = A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}}$ $\quad G_i = A_i = \frac{i_{out}}{i_{in}}$
- *A* = “Amplification” ≈ “Gain” og måles ofte i decibel (dB)

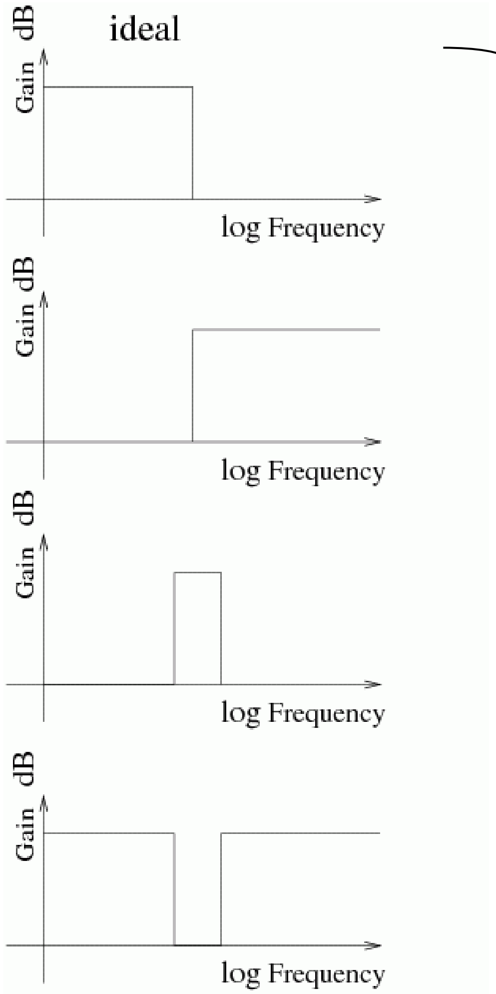
$$\underbrace{G_{dB} = 20 * \log(A_v)}_{\text{dB for spenningsgain}} \qquad \underbrace{G_{dB} = 20 * \log(A_i)}_{\text{dB for strømgain}}$$

Filteregenskaper og gain (2)

- Sammenheng mellom noen dB-verdier og Gain
  - 0 dB tilsvarer $V_{out}=V_{in}$ og $A_v = 1$, dvs ingen forsterkning
  - ~6 dB tilsvarer $V_{out} = 2*V_{in}$
  - 20 dB tilsvarer $V_{out} = 10*V_i$ og $A_v = 10$
  - -20 dB tilsvarer $V_{out} = 0.1*V_i$ og $A_v = 0.1$
  - 30 dB tilsvarer $V_{out} = 1000*V_i$ og $A_v = 1000$
- decibel-skalaen er svært utbredt innen bla akustikk, antennemålinger, audio-elektronikk, energi, feltstyrke, osv. MEN (liten advarsel):
  - Både formlene for å regne ut og navnene varier, f.eks dBV, dBA, dB Q, dBsm, dBJ
  - For eksempel: Forholdet mellom effekt ut og effekt in er $A_p=A_v*A_i$ og i desibel:

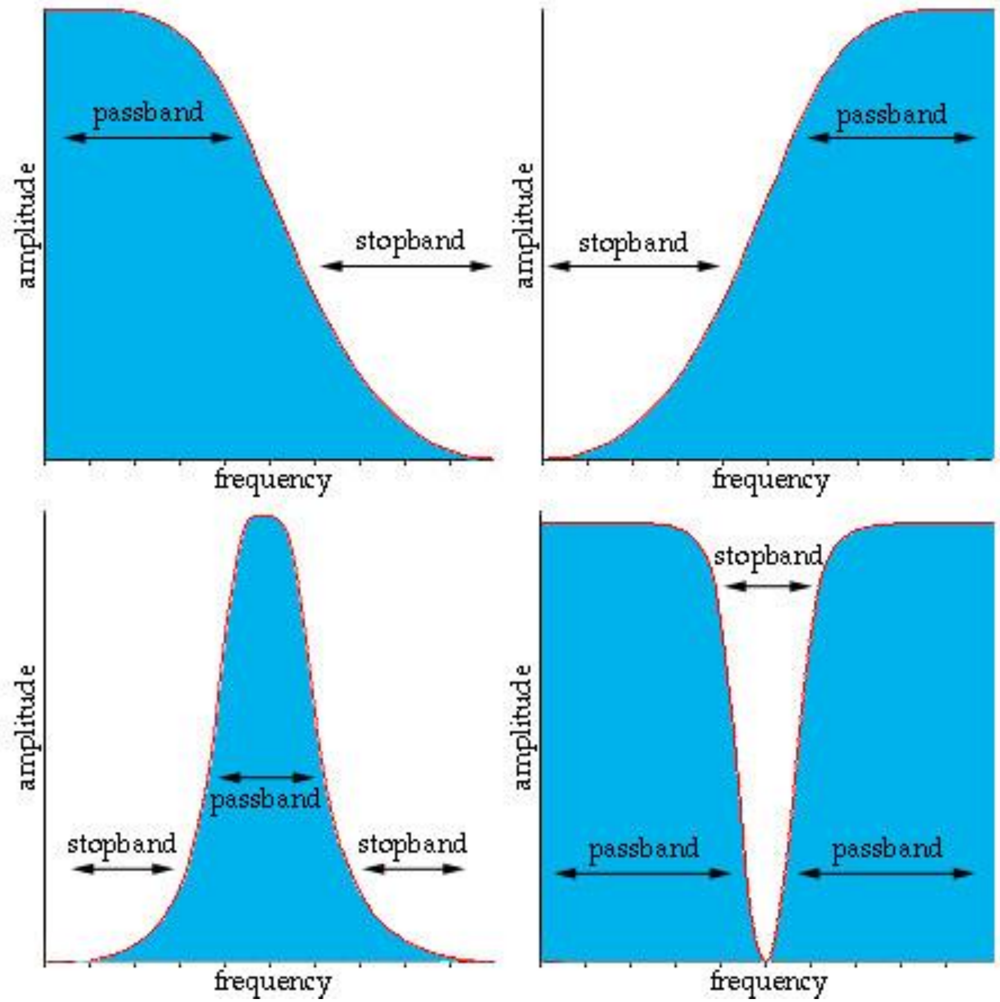
$$G_{dB} = 10 * \log(A_p)$$

Ideelle versus fysiske filtre



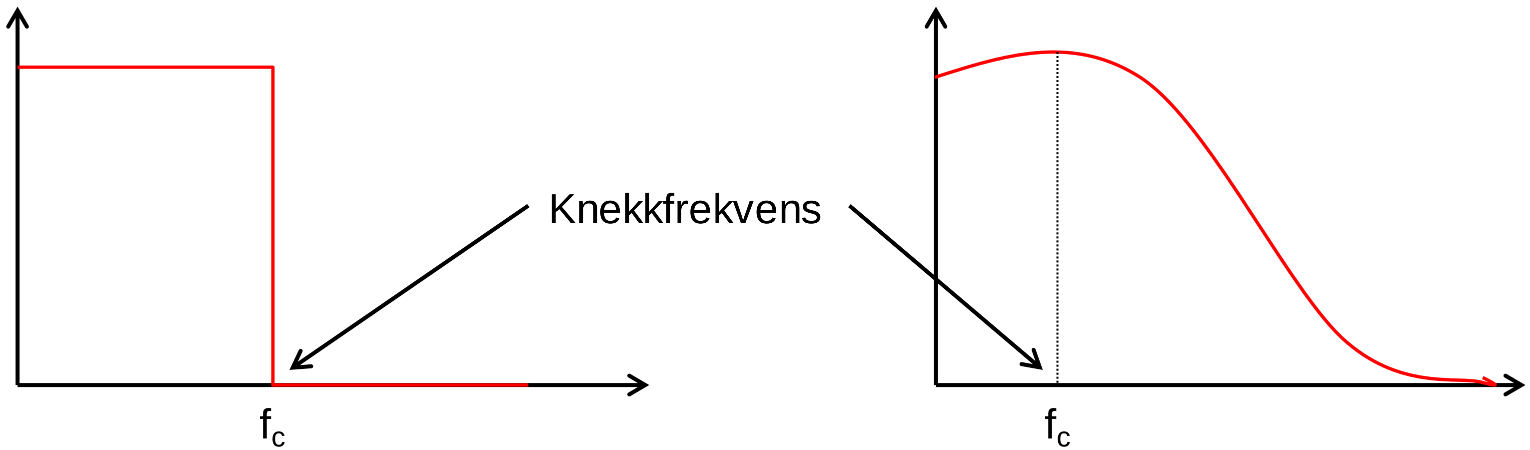
Ideelle filtre

Fysiske filtre



Knekkfrekvens

- Knekkfrekvensen («cutoff») er frekvensen hvor filteret begynner å slippe igjennom (eller stoppe) signaler
- **Ideelle filtre** slipper gjennom signaler i passområdet *uten dempning*, og *stopper fullstendig* signaler utenfor
- **I praksis** dempes signaler i passområdet, og stoppes ikke helt i stoppområdet
- Båndbredden er frekvensområdet som slipper igjennom filteret

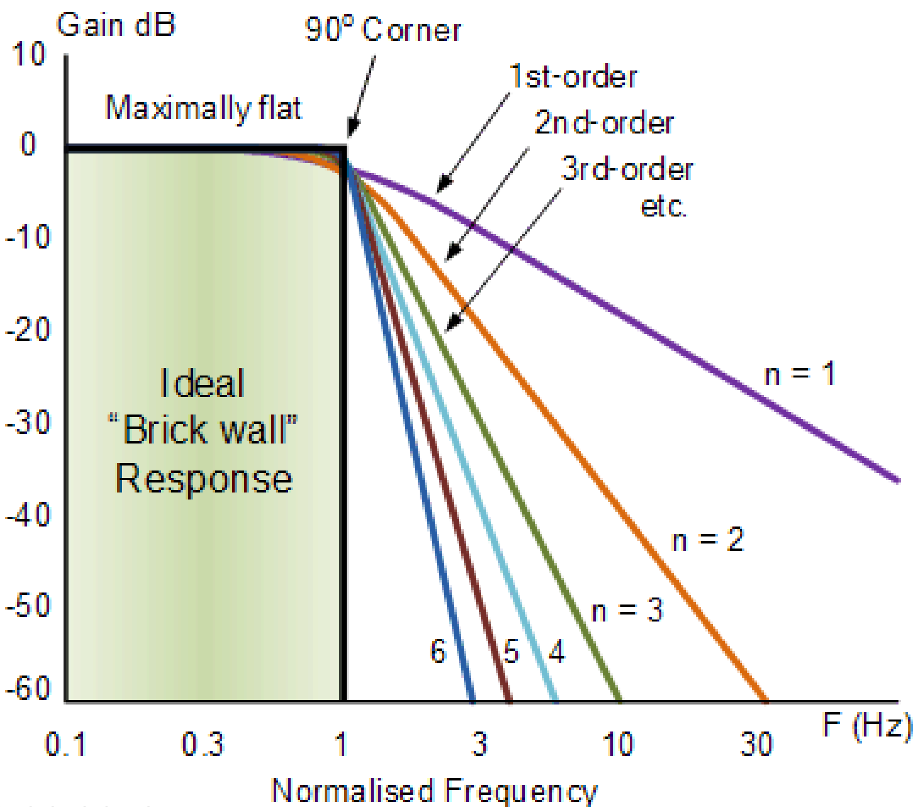


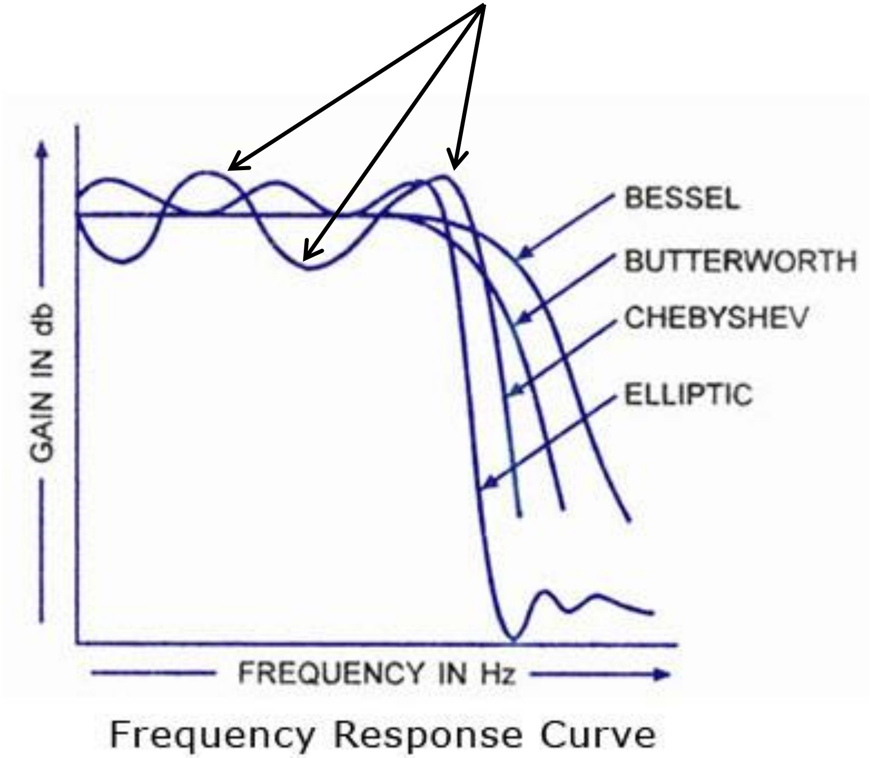
Ideel filterrespons

Praktisk filterrespons

Ulike filtre og filterkarakteristikker

- Filtre finnes i mange typer med ulike navn
  - Filterets orden angir hvor raskt filteret demper
  - Jo brattere kurve desto bedre, men det straffer seg i passområdet

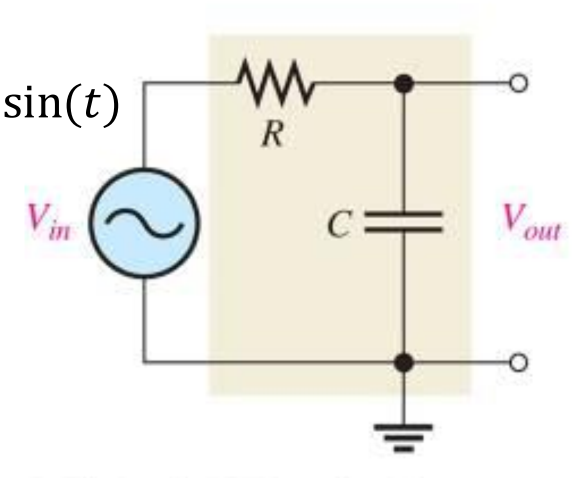


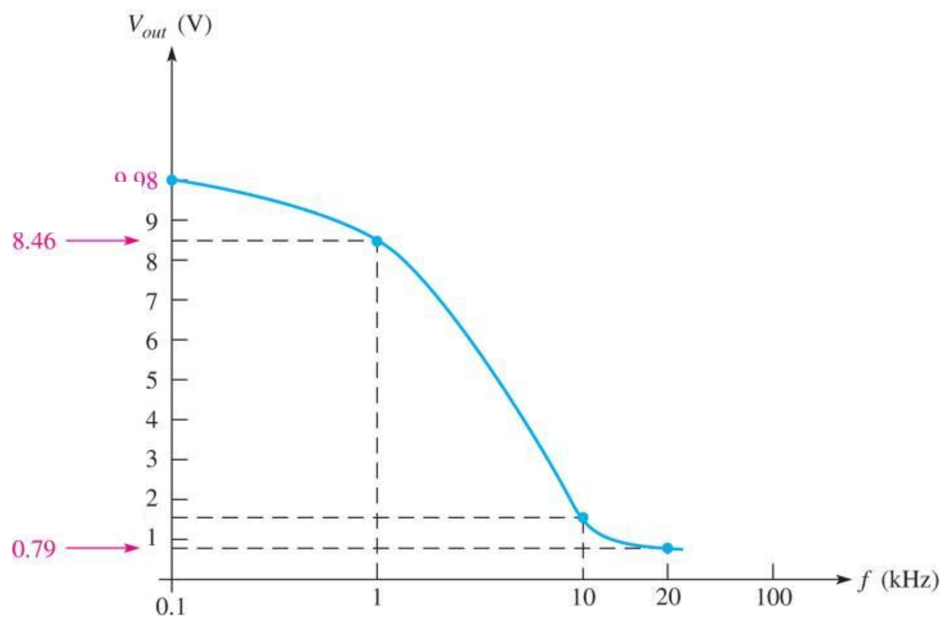


RC-krets som lavpassfilter

- RC krets kan benyttes som et lavpassfilter

$$V_{in} = 10 * \sin(t)$$

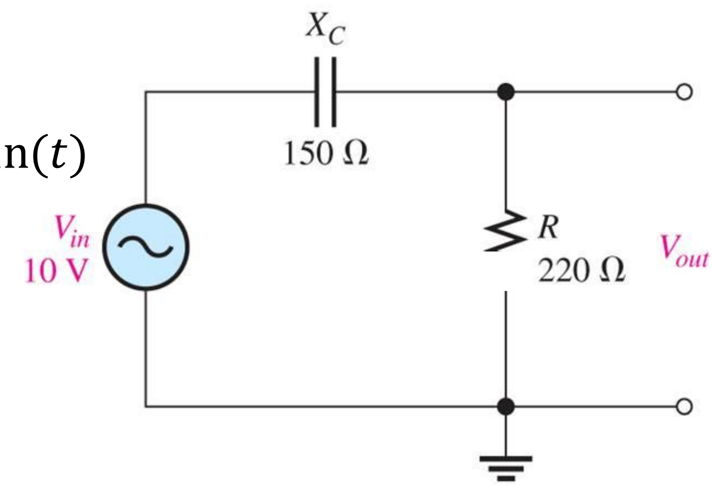


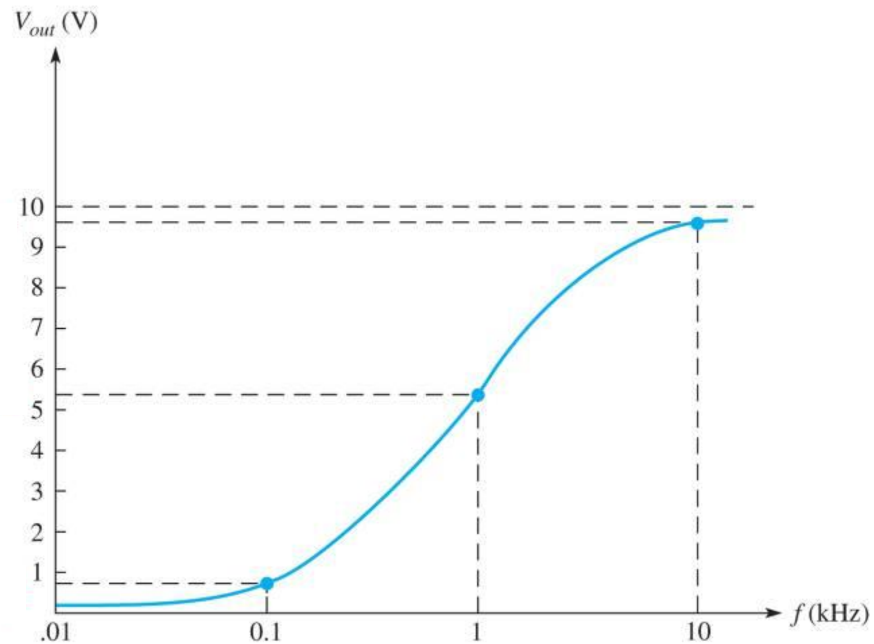


RC-krets som høypassfilter

- RC-krets som høypassfilter

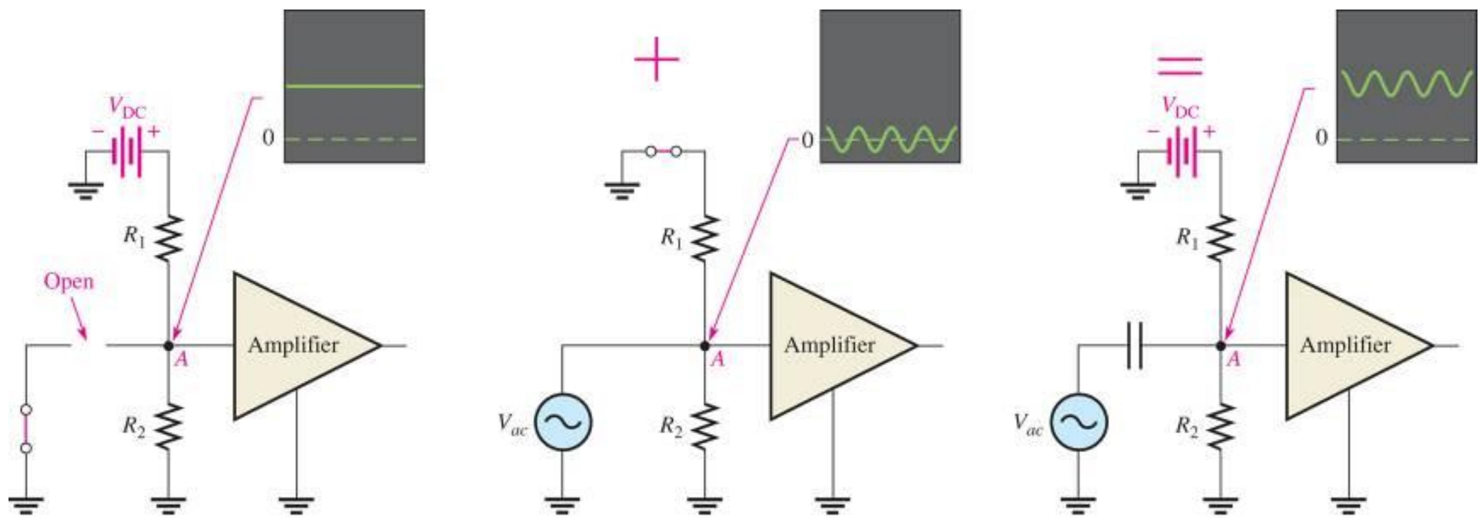
$$V_{in} = 10 * \sin(t)$$





AC-kopling med DC-bias

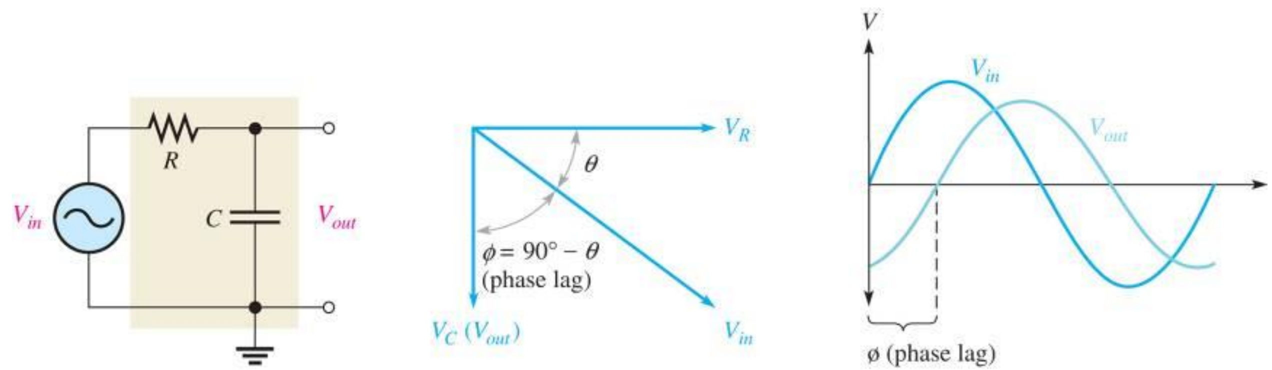
- I noen kretser må man isolere et AC (input)signal fra resten av kretsen, og samtidig legge til et DC-offset



Fra forelesning 5

RC lead/lag kretser

- RC «lead»- og «lag»-kretser er faseskiftkretser
- I en RC «lag»-krets er utspenningen V_{out} forskjøvet φ grader i forhold til V_{in}



(a) A basic *RC* lag circuit

(b) Phasor voltage diagram showing the phase lag between V_{in} and V_{out}

(c) Input and output voltage waveforms

- V_{out} er lik V_c, V_{in} lik V_s og φ=90º-θ
- Kretsen kan også ses på som en spenningsdeler hvor

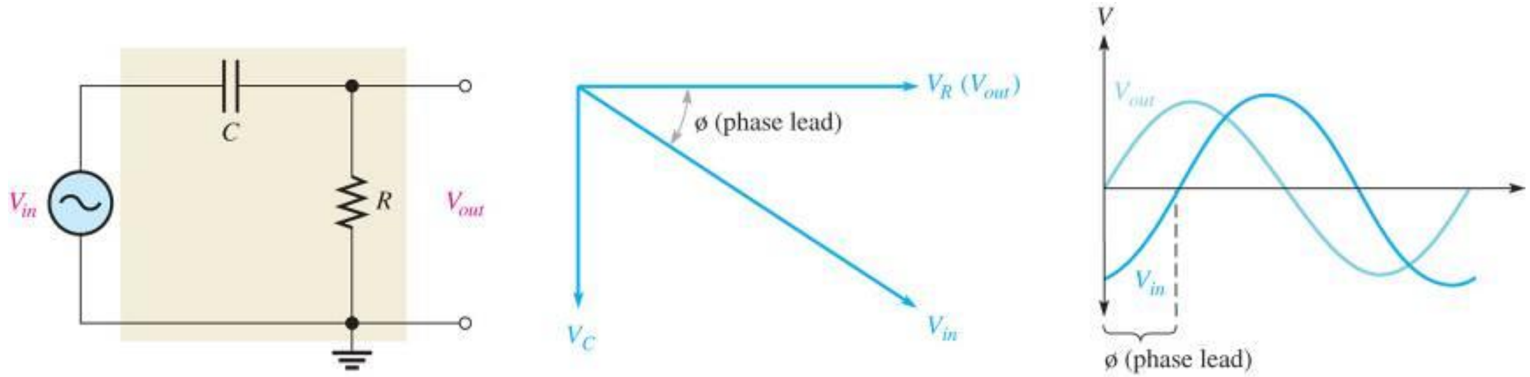
$$\varphi = 90^o - \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right)$$

$$V_{out} = \left(\frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}\right) V_{in}$$

Fra forelesning 5

RC lead/lag kretser (forts)

- Ved å bytte om R og C får man en RC-«lead»-krets



(a) A basic *RC* lead circuit

(b) Phasor voltage diagram showing the phase lead between V_{in} and V_{out}

(c) Input and output voltage waveforms

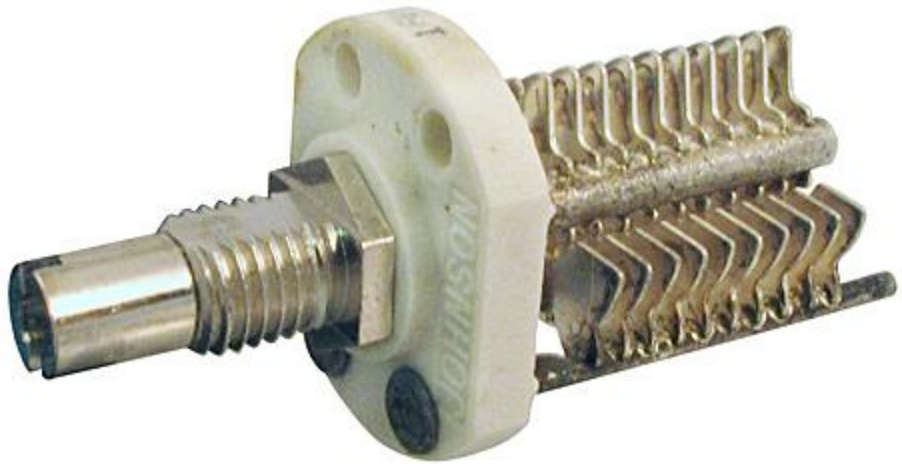
- Utspenningen tas over resistoren og φ og V_{out} er her gitt av ***R*** og ***X$_C$***

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right)$$

$$V_{out} = \left(\frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^R}}\right) V_{in}$$

Nøtt til neste gang

- Hva er dette?



Oppsummeringsspørsmål

- Spørsmål fra forelesningene 5 og 6