

# 基于动态神经网络的非线性系统鲁棒观测器设计<sup>†</sup>

朱瑞军 柴天佑

(东北大学自动化研究中心 沈阳 110006)

伏静丹

胡维礼

(辽宁省情报所 沈阳 110005)

(南京理工大学自动化系 南京 210094)

**摘 要** 基于动态神经网络对一类不确定非线性系统提出一种新的鲁棒观测器,其中无离线学习、持续激励和输出匹配条件等要求,仿真说明所提方法的有效性。

**关键词** 不确定性,非线性系统,动态神经网络,鲁棒观测器

## 1 引言

非线性系统的观测器设计已经引起人们的广泛关注<sup>[1~2]</sup>,但这些方法要求系统动态完全已知,在实际系统中往往出现未建模动态,因此研究具有较强稳定鲁棒性的观测器设计成为非线性系统理论和应用中的重要课题。Marino<sup>[3]</sup>等对一类不确定非线性系统设计了渐近稳定的自适应观测器,该方法要求系统满足严格参数和几何线性化条件;Zak<sup>[4]</sup>利用变结构方法得到了一种鲁棒观测器,但是未建模动态必须满足匹配条件。本文对一类不确定非线性系统设计了一种新的鲁棒观测器,其设计简单可靠,易于实现。

## 2 系统描述

考虑如下非线性系统

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + f(x, t, u) \\ y &= Cx\end{aligned}\quad (1)$$

这里  $x \in R^n$ ,  $C \in R^{m \times n}$ 。假设  $(A, C)$  可观测,且未知非线性向量函数  $f(x, t, u)$  满足

$$Pf(x, t, u) = C^T h(x, t, u) \quad (2)$$

其中  $h(x, t, u)$  未知,而正定矩阵  $P$ , 对给定的正定矩阵  $Q$  满足

$$A_m^T P + P A_m = -Q \quad (3)$$

## 3 DRNN 观测器设计

据网络逼近性质, (2) 中的连续向量函数可以通过带有理想权值和充分多的输入基函数的网络表示如下

$$h(x, t, u) = W_h^T \Theta_h(x, u) + \bar{X}(t), \quad \|\bar{X}(t)\| \leq \bar{X}, \quad \|W_h\| \leq W_{h,N} \quad (4)$$

这里  $i = 1, 2, \bar{X}_N, W_{h,N}$  是已知常数。设对  $h(x, t, u)$  的网络估计由下式给出

$$\hat{h}(x, u) = \hat{W}_h^T \Theta_h(x, u) \quad (5)$$

其中当前权  $\hat{W}_h$  由后面的权校正算法给出. 函数估计误差  $\tilde{h}$  由下式计算

$$\begin{aligned}\tilde{h} &= W_h^T \hat{e}_h(x) - \hat{W}_h^T \hat{e}_h(\hat{x}) - W_h^T \hat{e}_h(\hat{x}) - X_h(t) \\ &= \tilde{W}_h^T \hat{e}_h(\hat{x}) + w_h(t) + X_h\end{aligned}$$

这里  $\tilde{W}_h = W_h - \hat{W}_h$ ,  $\tilde{e}_h = e_h(x) - e_h(\hat{x})$ ,  $w_h(t) = W_h^T \hat{e}_h$ .

由 (6) 和  $e(\cdot)$  的性质可知, 扰动函数  $w(t)$  是有界的, 即存在  $U_h > 0$  使得下式成立,

$$\|w_h(t)\| \leq U_h \quad (7)$$

于是观测器变成

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + P^{-1}C(h(\hat{x}, u) + v) + GC(x - \hat{x}) \\ \tilde{y} &= C\tilde{x}\end{aligned} \quad (8)$$

而误差动态方程为

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}} &= A_m\tilde{x} + P^{-1}C(w_h(t) + X_h(t) + \tilde{W}_h^T \hat{e}_h(\hat{x}, u) - v) \\ \tilde{y} &= C\tilde{x}\end{aligned} \quad (9)$$

其中  $\hat{e}$  记作 sigmoid 基函数在被估状态  $(\hat{x}, u)$  点的取值.

## 4 观测器的稳定性分析

对于系统 (1), 考虑二次型函数  $V = \tilde{x}^T P \tilde{x} + \text{tr}(\tilde{W}_h^T \Gamma^{-1} \tilde{W}_h)$ , 利用 (2)~(4), (5), (9), 沿 (9) 微分  $V$ , 得,

$$\dot{V} = -\tilde{x}^T Q \tilde{x} + 2\text{tr}(\tilde{W}_h^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{W}}_h) + 2\{(\tilde{W}_h^T \hat{e}_h(\hat{x}, u) + w_h + X_h - v)^T C \tilde{x} \quad (10)$$

取鲁棒项和参数更新律如下

$$v = D \text{sat}_a(\tilde{y}), \quad \dot{\tilde{W}}_h = -\Gamma_2 \tilde{W}_h \|\tilde{y}\| + \Gamma \hat{e}_h(\hat{x}) \tilde{y} \quad (11)$$

其中  $D > U_h$  且饱和函数  $\text{sat}$  由下式给定

$$\text{sat}_a(z) = \begin{cases} 1 & z > a \\ z & \|z\| \leq a \\ -1 & z < -a \end{cases}$$

记  $\Gamma_1 = \Gamma^{-1} \Gamma_2$  利用如下不等式,

$$\text{tr}(\tilde{W}_f^T \Gamma_1 (\dot{W}_f - \dot{\tilde{W}}_f)) \leq \lambda_{\max}(\Gamma_1) W_M \|\dot{W}_f\| - \lambda_{\min}(\Gamma_1) \|\dot{\tilde{W}}_f\|^2 \quad (12)$$

则当

$$\|\tilde{x}\|_F \geq \frac{\|C\|_F (X_{f,N} + X)}{\lambda_{\min}(Q)}, \quad \|\dot{\tilde{W}}_f\|_F \geq \frac{\lambda_{\max}(\Gamma_1) W_M}{\lambda_{\min}(\Gamma_1)}, \quad (13)$$

时,  $\dot{V} \leq 0$ . 因此,  $\tilde{x}, \dot{\tilde{W}}_f$  一致最终有界 (UUB). 于是得,

**定理** 假定系统 (1) 是输入输出稳定的 (BIBO) 且满足条件 (2), 而其观测器由 (8) 给出, 鲁棒项  $v$  和学习律由 (11) 给定. 则状态估计和网络权估计是一致有界的.

**注:** (i) 本文结果去掉了 Zak<sup>[4]</sup> 中输入-输出匹配条件的假定, 并且未知非线性可在线逼近, 因此所提出的观测器能够处理比 Zak<sup>[4]</sup> 中更强更一般的非线性. (ii) 从 (16) 可看出, 若适当增大矩阵  $Q$  的特征值, 观测误差可变得任意小.

## 5 仿真实验

考虑如下非线性系统

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ u \sin 10t + x_1 x_2 \end{bmatrix}$$

$$y = x_2$$

则观测器可设计为

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{x} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} [0 \ 1]^T (\hat{h}(\hat{x}, u) + \text{sat}_{a=0.01}(\tilde{y})) + \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} [0 \ 1](x - \hat{x})$$

$$\hat{y} = \hat{x}_2$$

而当增益  $\Gamma_2 = 0.001$ ,  $\Gamma = 800$ ; 初值取  $x(0) = [0.1 \ 0.3]^T$ ,  $\hat{x}(0) = [0 \ 0]^T$ ; 输入  $u = 2\sin 3t$  时, 仿真结果如图 1~2 所示. 从仿真中可以清楚地看到, 这里提出的鲁棒观测器能够适时地补偿因不确定存在对系统所产生的影响.

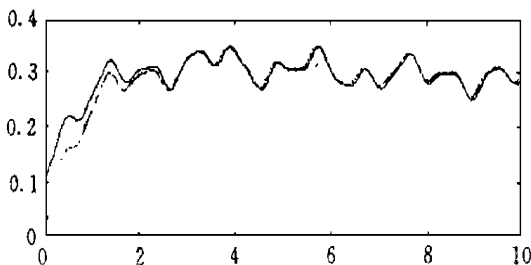


图 1 状态  $x_1$  及其估计  $\hat{x}_1$

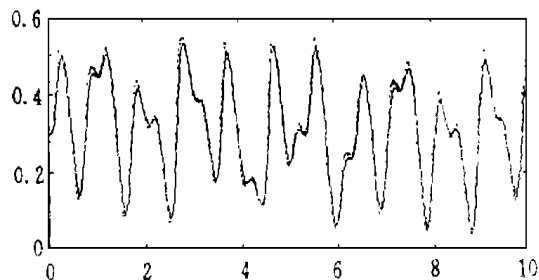


图 2 状态  $x_2$  及其估计  $\hat{x}_2$

## 6 结论

上文针对一类带未知输入的不确定非线性系统, 利用动态递归神经网络, 构造了一种新的观测器. 在保证误差系统鲁棒稳定的同时最终获得鲁棒权学习律, 该学习律的选取, 既保证观测器的稳定性, 又保证权算法的稳定而不要求持续激励条件. 此方法对未建模动态只要求连续, 而不要求输出匹配条件, 可靠易行, 克服了已有结果对非线性动态所附加的 Lipschitz 和匹配条件等不必要限制. 最后, 仿真实验进一步说明本文方法的有效性.

## 参 考 文 献

- 1 Xia Xiao-Hua, Gao Wei-Bin, Nonlinear observer design by observer error linearization. SIAM J. Contr. and Optim., 1989, 27: 199~ 216
- 2 Zietz M, the extended Luenberger observers for nonlinear systems. Systems and Control Letters, 1987, 9: 194~ 156
- 3 Marino, R, Tomei P, Global adaptive observers for nonlinear systems via filtered transformations. IEEE Trans. Automat. Contr., 1992, 37: 1239~ 1045
- 4 Zak S H, Hui S, "Output feedback variable structure controllers and state estimators for uncertain/nonlinear dynamic systems," IEE Pro. - D, 1993, 41~ 50
- 5 Rovithakis G A, Christoudoulou M A, 1994, "Adaptive control of unknown plants using dynamical neural networks," IEEE Trans. Syst., Man and Cybern., 1994, 24(3): 400~ 412
- 6 Yabuta T, Yamada T, 1992, "Neural networks controller characteristics with regard to adaptive control," IEEE Trans. Syst. Man Cybern., 1992, 22(2): 170~ 177

ROBUST OBSERVER DESIGN FOR A CLASS OF UNCERTAIN NONLINEAR SYSTEMS USING RECURRENT DYNAMIC NEURAL NETWORKS

ZHU Ruijun CHAI Tianyou

(Research Center of Automation, Northeastern University, Shenyang, 110006)

FU Jingdan

(Liaoning Institute of Information, Shenyang, 110006)

HU Weili

(Department of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, 210094)

**Abstract** In this paper, a novel robust observer is proposed for a class of uncertain nonlinear systems using recurrent neural networks, in which no off-line training phase, persistence excitation and output matched condition is required. The effectiveness of the presented methods is demonstrated by simulation results.

**Key words** uncertainty, nonlinear systems, dynamic recurrent neural networks, robust observer

作者简介

朱瑞军,男,30岁,博士后.研究领域为非线性系统的鲁棒控制及状态估计,神经网络等的智能控制,分布参数系统控制等.  
伏静丹,女,30岁,硕士.研究领域为核磁共振等.

(上接第 422 页)

**Abstract** For the general two-degree-of-freedom control systems such that the closed-loop systems are internally stable, the limitation on the closed-loop transfer matrix due to C. R. H. P. Transmission zeros of the subsystems is discussed in this paper. This limitation imposes fundamental constraints on achievable performance in control system design. The conclusions in this paper extend the results of reference[3]

**Key words** the general two-degree-of-freedom control systems, C. R. H. P transmission zeros, polynomial matrix description

作者简介

谢 力,男,33岁,博士,讲师.研究领域为线性系统理论、混和系统理论等.  
胡恒章,男,66岁,教授,博士生导师.研究领域为智能控制,飞行器控制、制导与仿真等.