



虚拟现实技术

Virtual Reality Technology

金枝

中山大学智能工程学院 2019秋季课程



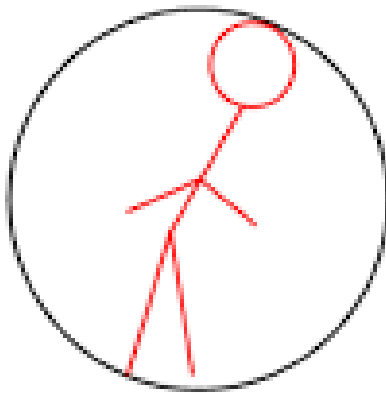
本堂课内容

- 复习上堂课内容
- 虚拟现实的关键技术——碰撞检测技术
 - 1 碰撞检测技术的意义
 - 2 碰撞检测技术内容
 - 3 面向凸体的碰撞检测
 - 4 基于层次包围盒的碰撞检测

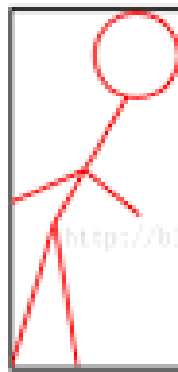


4 基于层次包围盒的碰撞检测

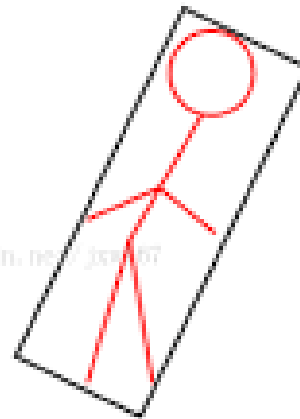
- 物体的层次包围盒可以根据其采用包围体类型的不同来加以区分。
- 主要包括包围球、AABB（Aligned Axis Bounding Box）、OBB（Oriented Bounding Box）、k-DOP（Discrete Orientation Polytope）。



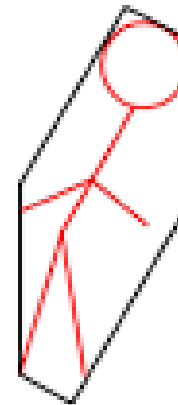
Sphere



AABB



OBB



K-DOP



4.1 基于包围球的碰撞检测

- 包围球被定义为包含该对象的最小的球体；
- 包围球的创建：
 - 首先计算物体中所有元素的顶点的x、y、z坐标，找到最大值和最小值以确定包围球的球心；
 - 然后由球心与三个最大值坐标所确定的点间的距离计算包围球的半径。

因此，包围球仅需两个标量描述，即球心和半径。

$$R = \{(x, y, z) | (x - c_x)^2 + (y - c_y)^2 + (z - c_z)^2 < r^2\}$$

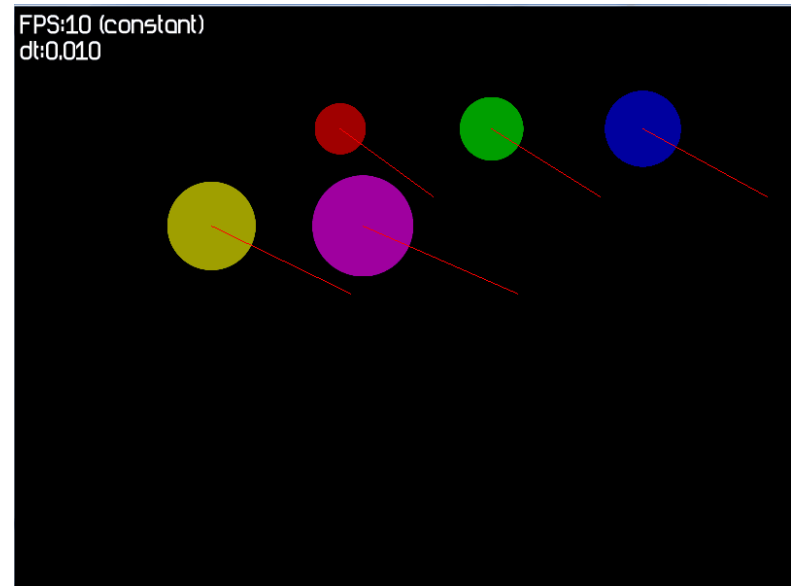
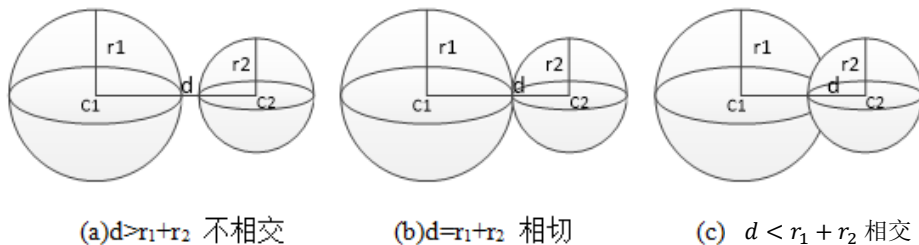
$$\text{球心: } c_x = \frac{1}{2}(x_{\max} + x_{\min}), c_y = \frac{1}{2}(y_{\max} + y_{\min}), c_z = \frac{1}{2}(z_{\max} + z_{\min})$$

$$\text{半径: } r = \frac{1}{2} \sqrt{(x_{\max} - x_{\min})^2 + (y_{\max} - y_{\min})^2 + (z_{\max} - z_{\min})^2}$$



4.1 基于包围球的碰撞检测

- 两个包围球间的相交检测也很简单，如果两球心距离小于半径之和即相交。
- 例如，对于两个包围球 (c_1, r_1) 和 (c_2, r_2) ，如果球心距离小于两球半径之和，即 $|c_1 - c_2| \leq r_1 + r_2$ 则两包围球相交(如下图)。





4.1 基于包围球的碰撞检测

优点

- 构造简单、存储空间小且由于球的对称性，不受旋转变化的影响，只需要根据平移量对球心位置进行变化，不需要对包围球结构进行任何更新操作，适用于检测精度要求不高的运动环境，且很容易计算两个物体的包围球是否发生碰撞。

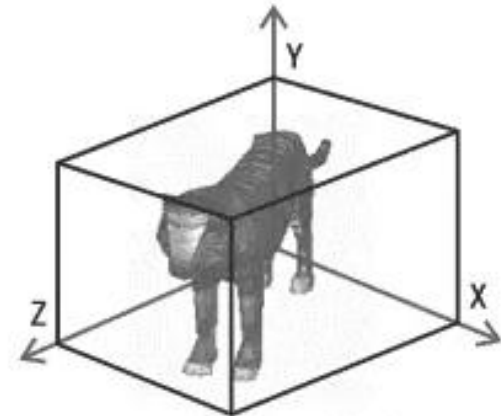
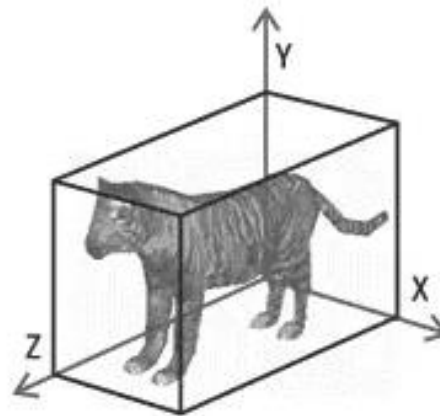
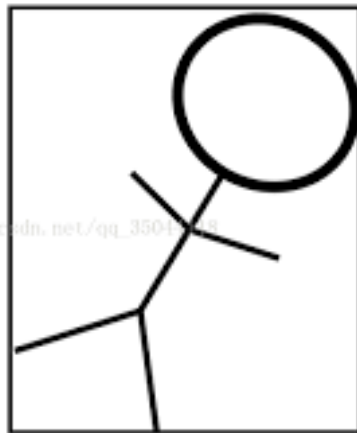
缺点

- 紧密性差，包围的目标对象会产生大量的冗余空间，剔除效率低



4.2 基于AABB包围盒的碰撞检测

- 沿坐标轴的包围盒 AABB (axis-aligned bounding boxes) 在碰撞检测的研究历史中使用得最久最广，一个物体的 AABB 被定义为包含该碰撞体，且边平行于坐标轴的最小六面体。



AABB: http://blog.csdn.net/qz_3301448



4.2 基于AABB包围盒的碰撞检测

- AABB包围盒的创建

对于给定的物体，它的 AABB 仅需六个标量描述，即组成物体基本几何元素的顶点的 x 、 y 、 z 坐标的最大和最小值。物体AABB盒的顶点由其最大值和最小值的两个点决定。

- AABB内的点满足以下条件：

$$x_{min} \leq x \leq x_{max}; y_{min} \leq y \leq y_{max}; z_{min} \leq z \leq z_{max}$$

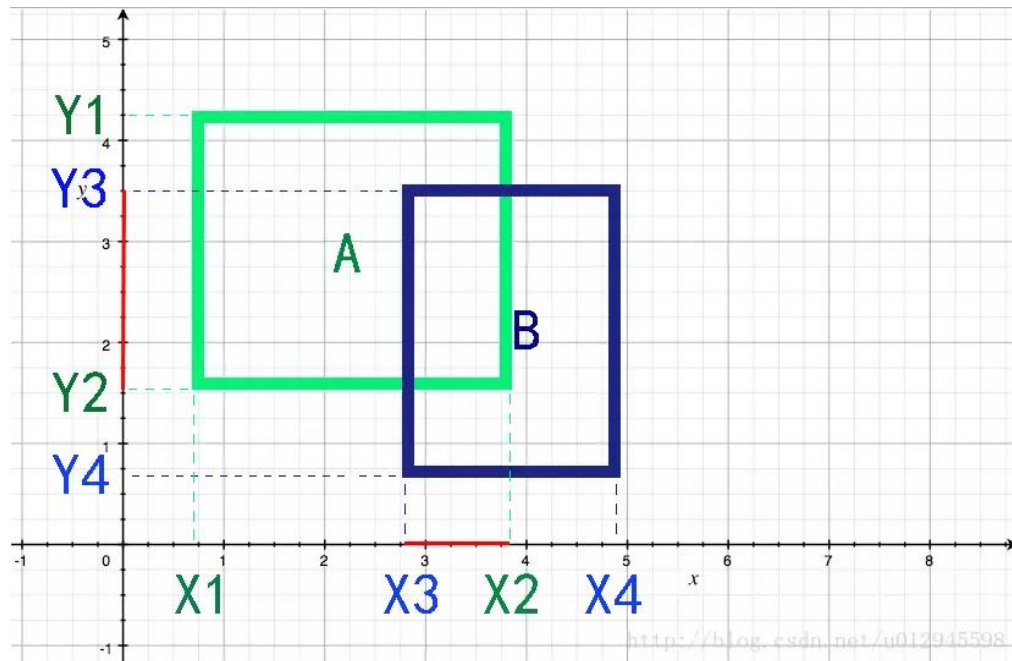
- 物体AABB盒的中心点是两个顶点的中点，代表了包围盒的质点。



4.2 基于AABB包围盒的碰撞检测

- 二维场景中的AABB碰撞检测原理

AABB碰撞检测具有如下规则：物体A与物体B分别沿两个坐标轴做投影，**只有在两个坐标轴都发生重叠的情况下，两个物体才意味着发生了碰撞。**

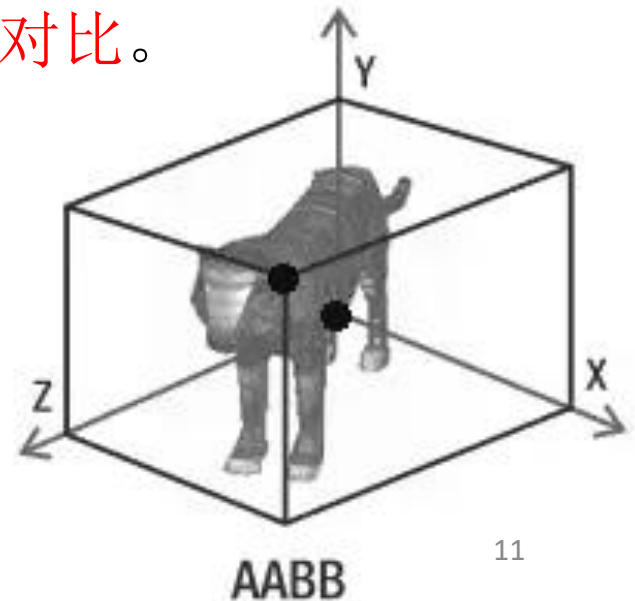




4.2 基于AABB包围盒的碰撞检测

- 三维场景中的AABB碰撞检测原理

三维场景中物体的AABB包围盒是一个六面体，其坐标系对于二维坐标系来讲只是多了一个Z轴，所以实际上在三维场景中物体的AABB碰撞检测依然可以采用四个点信息的判定来实现。即从物体A的八个顶点与物体B的八个顶点分别选出两个最大与最小的顶点进行对比。





4.2 基于AABB包围盒的碰撞检测

优点

- AABB碰撞检测算法计算方法简单，速度快。

缺点

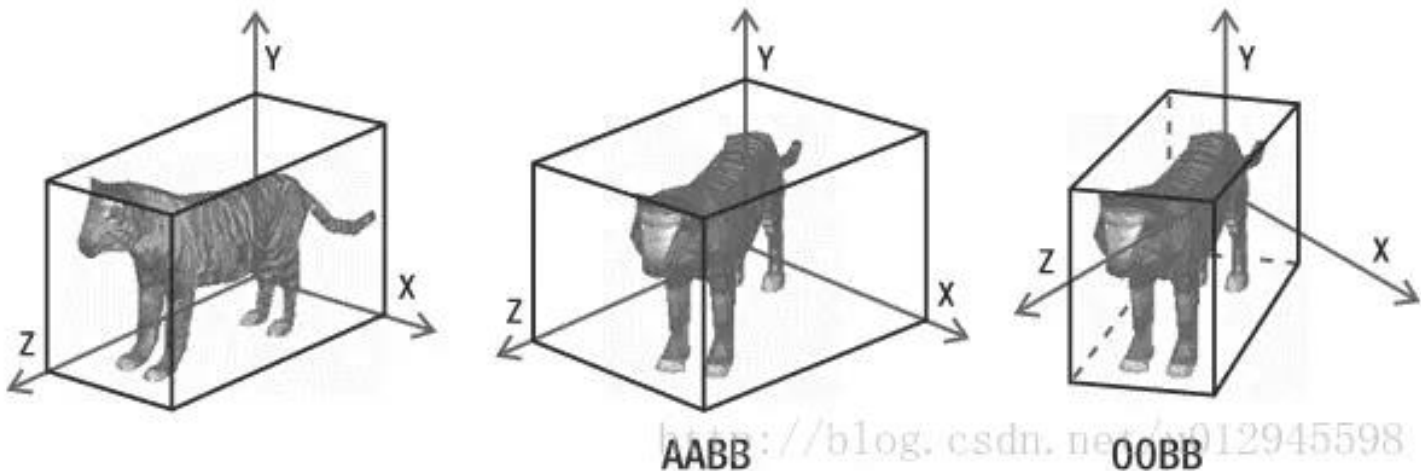
- 仅适用于精度不高的碰撞检测中。

相对于AABB碰撞检测，还有一种更逼近物体并更为精确的一种算法——OBB碰撞检测。



4.3 基于OBB包围盒的碰撞检测

- 一个给定对象的OBB(Oriented Bounding Box)被定义为包含该对象且相对于坐标轴方向任意的最小的长方体
- OBB这种方法是根据物体本身的几何形状来决定盒子的大小和方向，盒子无须和坐标轴垂直。这样就可以选择最合适的最紧凑的包容盒子





4.3 基于OBB包围盒的碰撞检测

- 二维OBB包围盒的创建——基于PCA主成分分析法
 - 给定n个二维坐标点 $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$ ，按坐标类型对数据进行组合： $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ， $y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ ；
 - 分别求出集合x和集合y的平均值averX和averY，并构建协方差矩阵；
 - 再根据协方差矩阵求解其特征值和特征向量，其中特征值较大者为OBB包围盒的方向；
 - 得到的特征向量即为新的坐标系，将原始数据回落到该坐标系下，即可求得OBB包围盒的长，宽以及中心点。



4.3 基于OBB包围盒的碰撞检测

- PCA（主成分分析）（延伸）

主成分分析是一种通过正交变换，将一组可能相关的变量集合变换成一组线性不相关的变量集合，即主成分。

- 协方差矩阵（延伸）

协方差表示的使两个变量之间的线性相关程度。协方差越小则表示两个变量之间越独立，即线性相关性小。

$$\text{cov}(X_i, X_j) = E[(X_i - \mu_i)(X_j - \mu_j)]$$

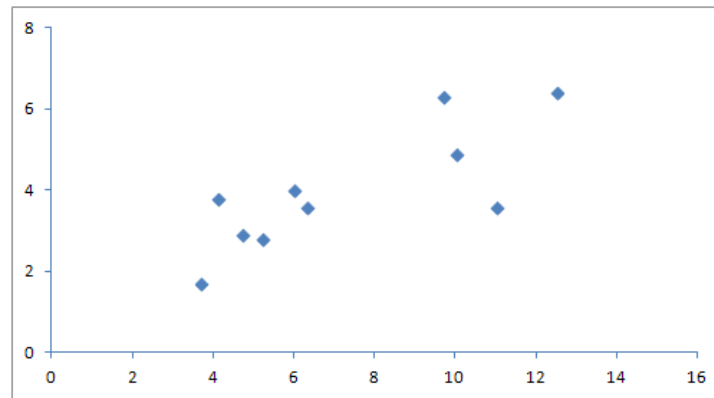
通过协方差的计算公式，可以得到协方差矩阵。

$$A = \begin{bmatrix} \text{cov}(x, x) & \text{cov}(x, y) & \text{cov}(x, z) \\ \text{cov}(x, y) & \text{cov}(y, y) & \text{cov}(y, z) \\ \text{cov}(x, z) & \text{cov}(y, z) & \text{cov}(z, z) \end{bmatrix}$$



4.3 基于OBB包围盒的碰撞检测

- 例子(3.7, 1.7), (4.1, 3.8), (4.7, 2.9), (5.2, 2.8), (6.0, 4.0), (6.3, 3.6), (9.7, 6.3), (10.0, 4.9), (11.0, 3.6), (12.5, 6.4)



$$A = \begin{bmatrix} cov(x, x) & cov(x, y) \\ cov(x, y) & cov(y, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.0836 & 3.365 \\ 3.365 & 2.016 \end{bmatrix} \text{ 可转化为下式}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0.9285 & 0.3714 \\ -0.3714 & 0.9285 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10.4294 & 0.0 \\ 0.0 & 0.6702 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9285 & -0.3714 \\ 0.3714 & 0.9285 \end{bmatrix}$$

$$\text{特征向量为 } v_1 = \begin{bmatrix} 0.9285 \\ 0.3714 \end{bmatrix}; v_2 = \begin{bmatrix} -0.3714 \\ 0.9285 \end{bmatrix};$$



4.3 基于OBB包围盒的碰撞检测

- 例子(con't)

将原始数据回落至新的坐标轴上，首先原始数据*特征向量组：

$$X_{\text{new}} = \begin{bmatrix} 3.7 & 1.7 \\ 4.1 & 3.8 \\ 4.7 & 2.9 \\ 5.2 & 2.8 \\ 6.0 & 4.0 \\ 6.3 & 3.6 \\ 9.7 & 6.3 \\ 10.0 & 4.9 \\ 11.0 & 3.6 \\ 12.5 & 6.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9285 \\ 0.3714 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.07 \\ 5.22 \\ 5.44 \\ 5.87 \\ 7.06 \\ 7.19 \\ 11.35 \\ 11.10 \\ 11.55 \\ 13.98 \end{bmatrix}$$

包围盒半长度= (13.98-4.07) /2=4.96



4.3 基于OBB包围盒的碰撞检测

- 例子(con't)

将原始数据回落至新的坐标轴上，首先原始数据*特征向量组：

$$Y_{\text{new}} = \begin{bmatrix} 3.7 & 1.7 \\ 4.1 & 3.8 \\ 4.7 & 2.9 \\ 5.2 & 2.8 \\ 6.0 & 4.0 \\ 6.3 & 3.6 \\ 9.7 & 6.3 \\ 10.0 & 4.9 \\ 11.0 & 3.6 \\ 12.5 & 6.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.3714 \\ 0.9285 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.20 \\ 2.01 \\ 0.95 \\ 0.67 \\ 1.49 \\ 1.00 \\ 2.25 \\ 0.84 \\ -0.74 \\ 1.30 \end{bmatrix}$$

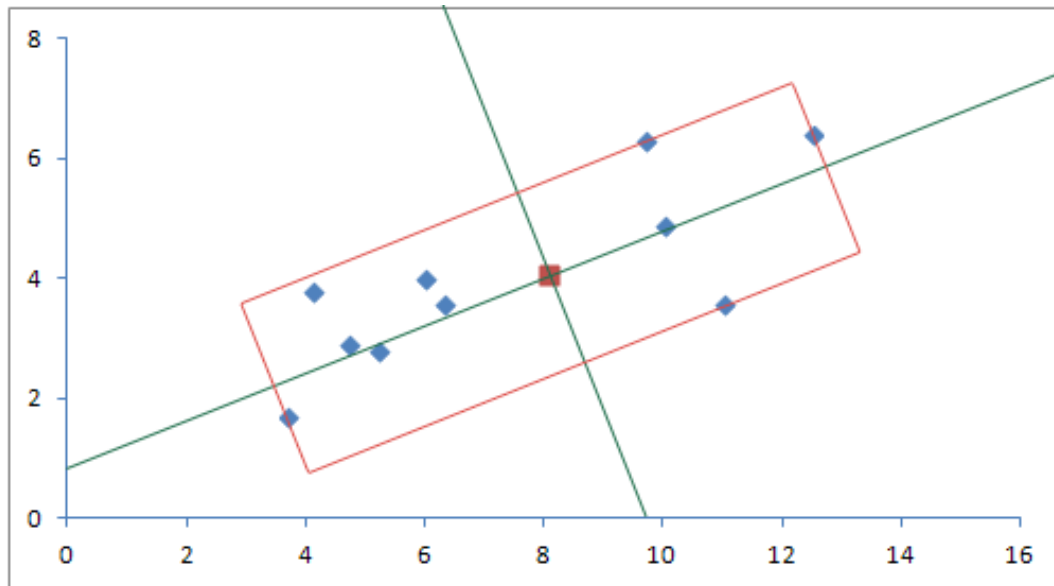
包围盒半宽度=2.25-(-0.74)=1.49



4.3 基于OBB包围盒的碰撞检测

- 例子(con't)

将原始数据回落至新的坐标轴上，首先原始数据*特征向量组：



OBB 的中心点大约在 (8.10, 4.05)



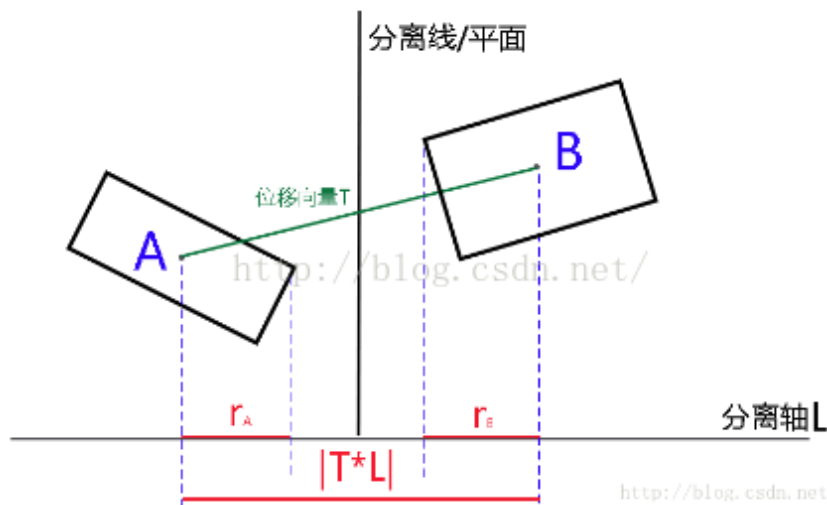
4.3 基于OBB包围盒的碰撞检测

- OBB包围盒的碰撞检测方法常采用的是分离轴定理。
- 首先简单说明一下分离轴定理(separating axis theorem), 分离轴定理 (SAT) 是一个判断两个凸多边形是否碰撞的理论。
- 通过分离轴定理我们可以得到如下结论：如果能找到一个轴，两个凸多边形在该轴上的投影不重叠，则这两个多边形不相交。如果这个轴不存在，并且那些多边形是凸形的，则可以确定两个形状相交。
- 这个定理对凹形包围盒不适用，比如月牙形状，即使找不到分离轴，两个月牙形也可能不相交。



4.3 基于OBB包围盒的碰撞检测

- 这个定理也可以这样理解，如果能找到一条直线，令包围盒A完全在直线的一边，包围盒B完全在另一边，则两包围盒不重叠。而这条直线便成为**分离线**(在三维世界中被称为分离面)，并且**一定垂直于分离轴**。

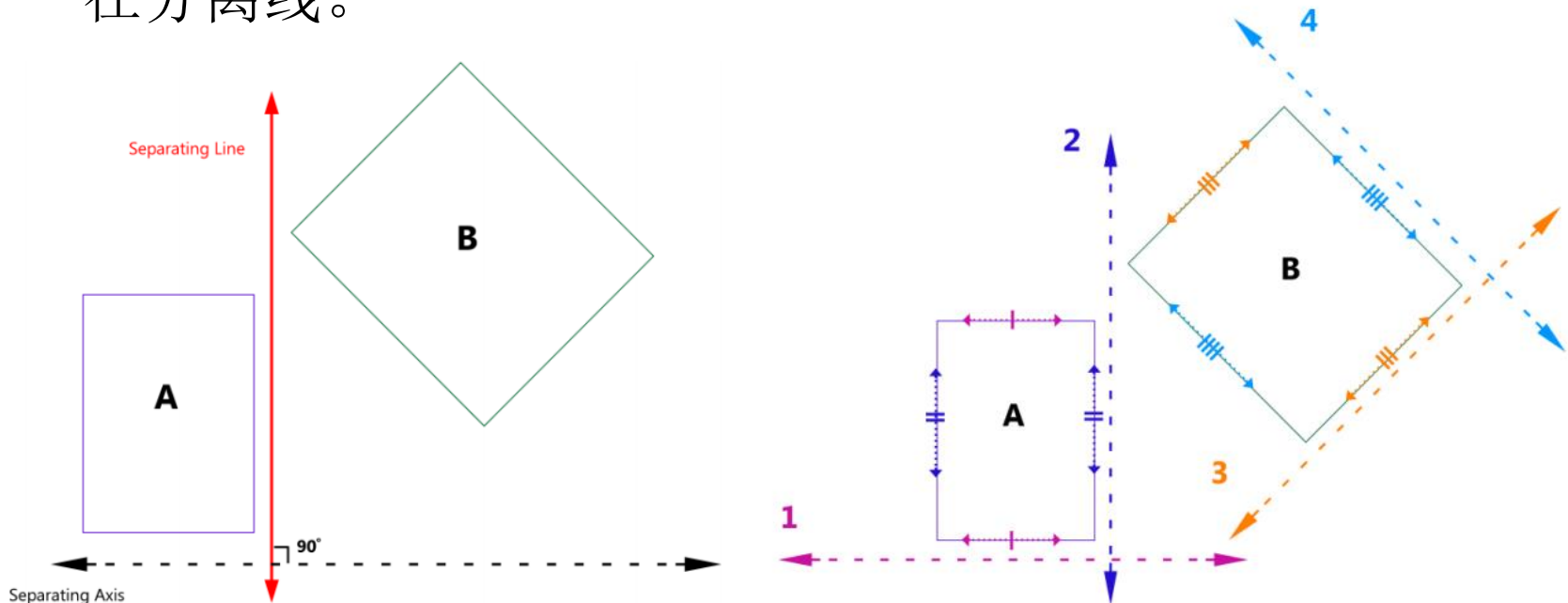


针对某一分离轴L，如果包围盒A与包围盒B在轴L上的**投影的半径和小于包围盒中心点间距在L的投影距离**，那么包围盒A与包围盒B处于分离状态。



4.3 基于OBB包围盒的碰撞检测

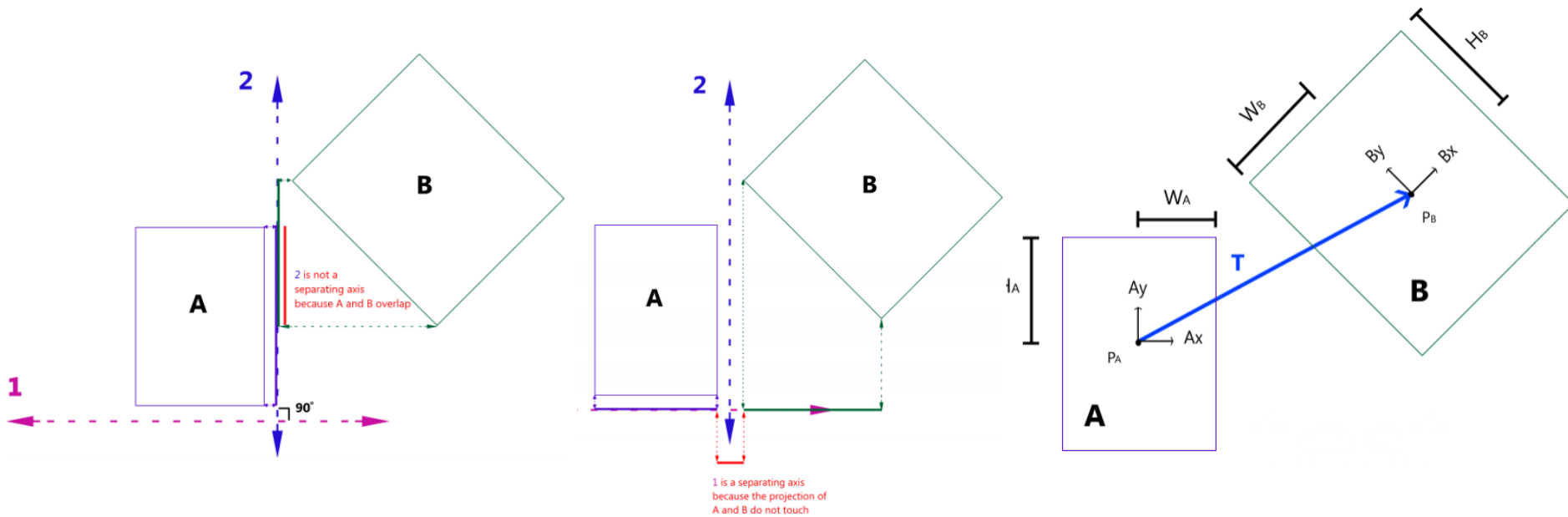
- 如果两个矩形之间存在分离线，则一定存在一条和两个矩形中的一条边平行的分离线。
- 由于每个矩形对边平行，则只需要检查四个方向是否存在分离线。





4.3 基于OBB包围盒的碰撞检测

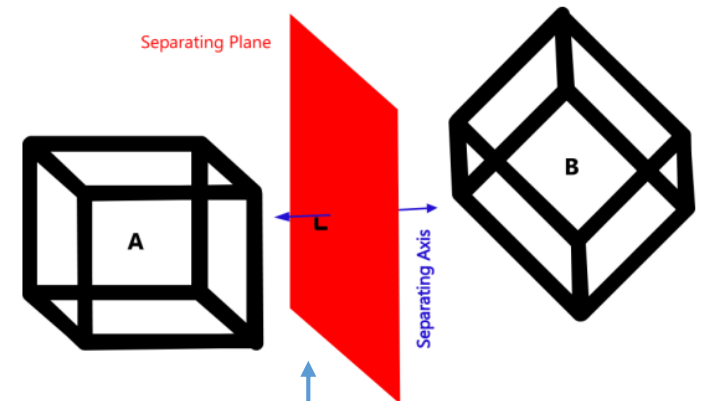
- 找到分离线就是找到分离轴，分离轴也可从四个对应的方向上得出，所以将两个矩形包围盒在轴上投影即可判断是否相交。



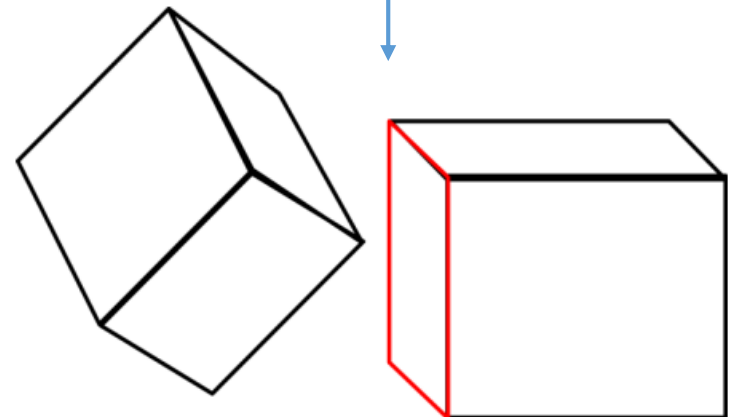
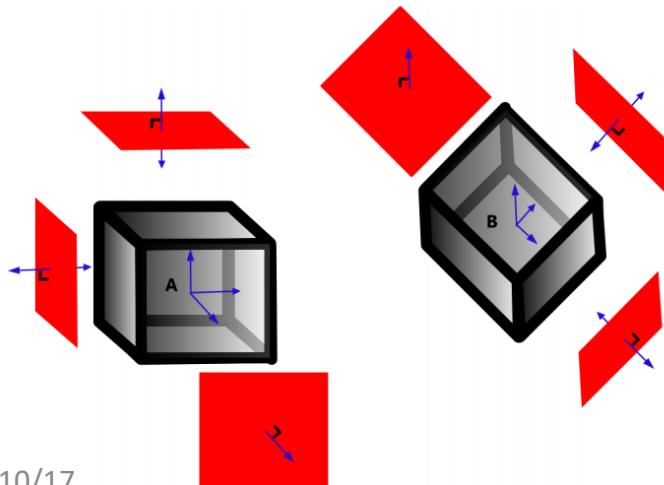


4.3 基于OBB包围盒的碰撞检测

- 在三维情况下的，之前的分离线就变成了分离面。
- 每个包围盒都有三组面，每组面都是平行的，分离面都是平行其中的一个面，则两个包围盒的可能分离轴有六个。



分离面平行于包围盒的一个面

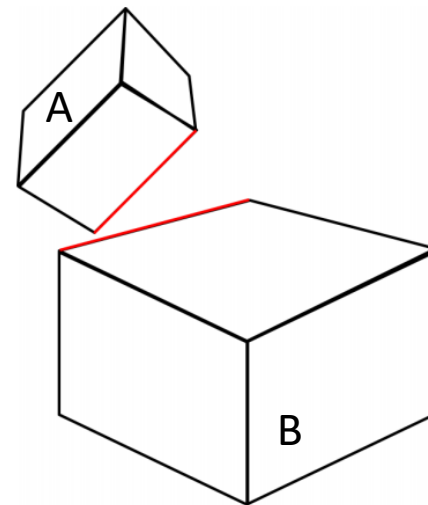




4.3 基于OBB包围盒的碰撞检测

- 除此之外，两个包围盒的分离轴也可能同时垂直于包围盒的某一条边。这种情况，**分离面的法线(分离轴)是两条边的叉乘结果**。
- 所以在三维情况下一对OBB的碰撞检测需要判定的情况有6+9种。每个OBB的3个面方向再加上每个OBB的3个边方向的两两组合。

只要找到一条这样的分离轴，就可以判定这两个OBB是不相交的，如果这15条轴都不能将这两个OBB分离，则它们是相交的。





4.3 基于OBB包围盒的碰撞检测

优点

- OBB在碰撞精度上要高于AABB。

缺点

- 算法复杂度高，内存消耗大。

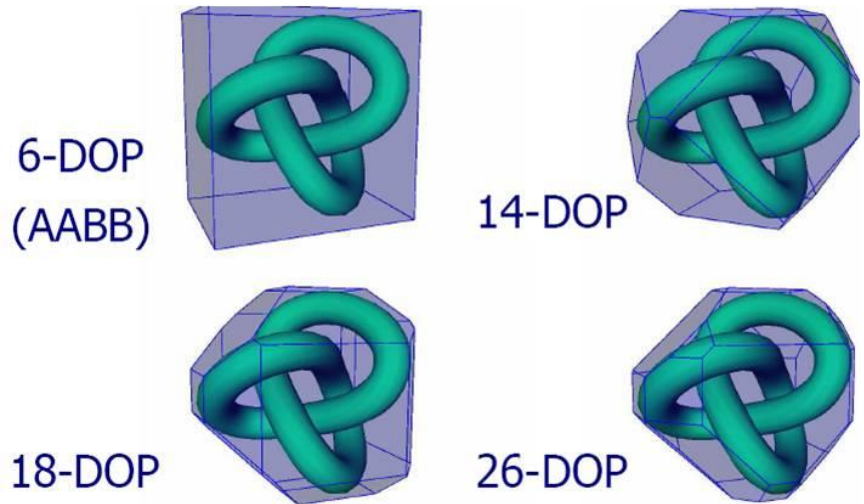
对于AABB来说，通常只要使用两个顶点的坐标信息标识一个AABB包围盒就可以了，其它的顶点信息都可以通过计算得出。但是对于OBB包围盒的表达方式只有两点信息显然是不够的。

想要唯一标识一个OBB包围盒我们可以使用8个顶点的集合、6个面的集合、1个顶点和3个彼此正交的边向量，又或者是1个中心点、1个旋转矩阵和3个1/2边长



4.4 基于k-DOP的碰撞检测

- 由于AABB和包围球的紧密性相对差，而OBB的重叠测试和节点修改耗费相对较高，k-DOP(k-Discrete Orientation Polytope)算法提出了一种折中方案。
- k-DOP是一种凸多面体，它的面是由一些平行平面所确定的，平面的外法向是从空间中k个固定方向中选取的，利用这些平面来包裹物体。
- k-DOP 可以用于柔性物体的碰撞检测。





4.4 基于k-DOP的碰撞检测

- 当 $k=6$ 时，6-DOP的六个面的法向分别由3个坐标轴的正负轴向确定，就转化为AABB包围盒。当 k 足够大时， k -DOP就发展为物体的凸包(Convex Hull)。
- 当 k 取值越大时，包围盒与所包围物体的贴近程度越好。但检测的耗费和节点修改的耗费也会相应增大。因此 **k 值的选择要根据碰撞检测的不同需要而定，在碰撞检测的简单性和包裹物体的紧密性之间平衡。**

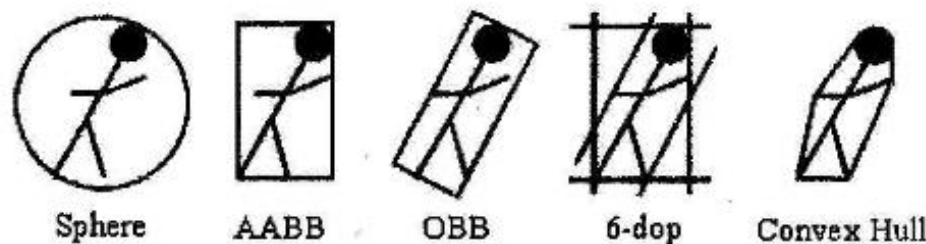


图 1.1 包围盒比较

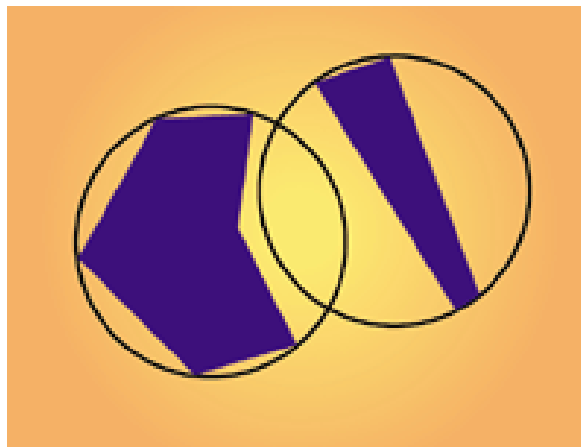


4.5 基于层次包围盒树的碰撞检测

- 一个物体是否与场景中的其它物体相交

如果场景中有很多的物体，这个方法可能消耗很大。如果要判断各物体与场景中其它物体是否相交，比较次数会是N的平方次幂（ $O(n^2)$ ）。

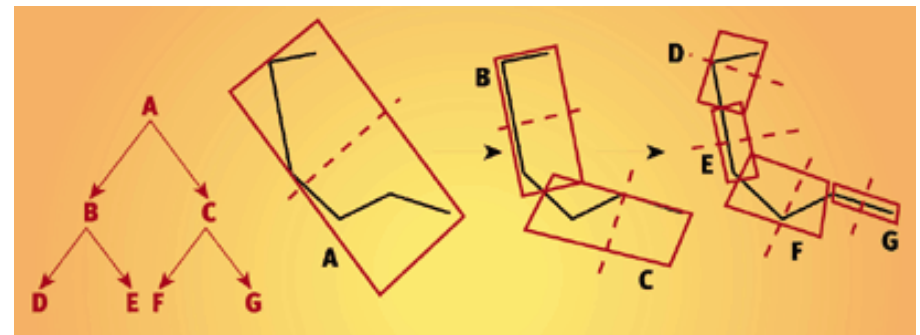
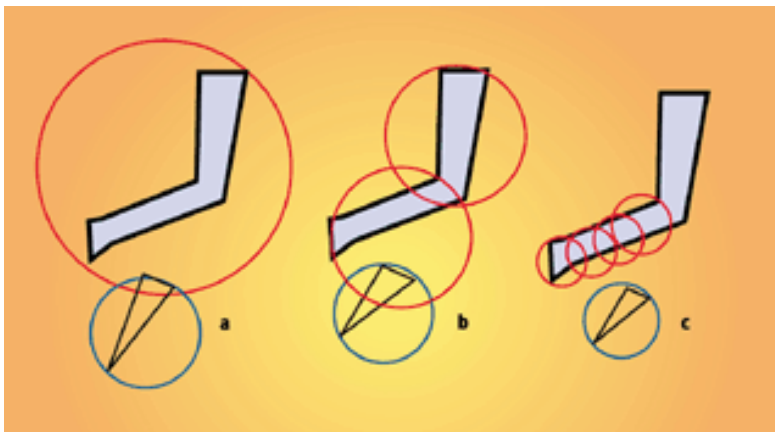
因此，我们可以采用从粗到细的检测方法(from coarse to fine)。





4.5 基于层次包围盒树的碰撞检测

- 1 采用大包围球（盒）包含整个物体；
- 2 检测两个包围球（盒）是否相交，如果相交则继续进行细化后的检测，如果不相交则完成检测。
- 3 将大的球体分割成一系列小的球体，并检查两个物体之间各小球体是否发生碰撞。
- 4 不断地分割检查直到得到满意的近似值为止。





5 基于OBB的碰撞检测实例

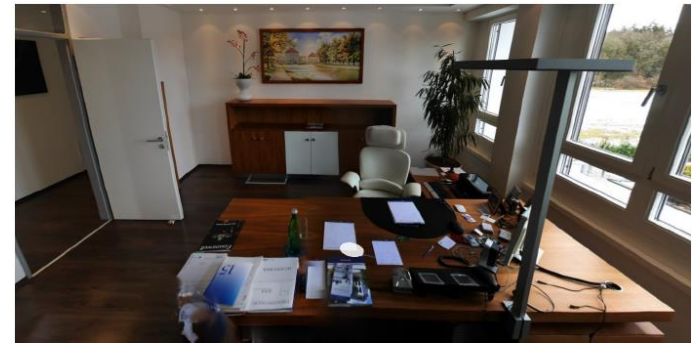
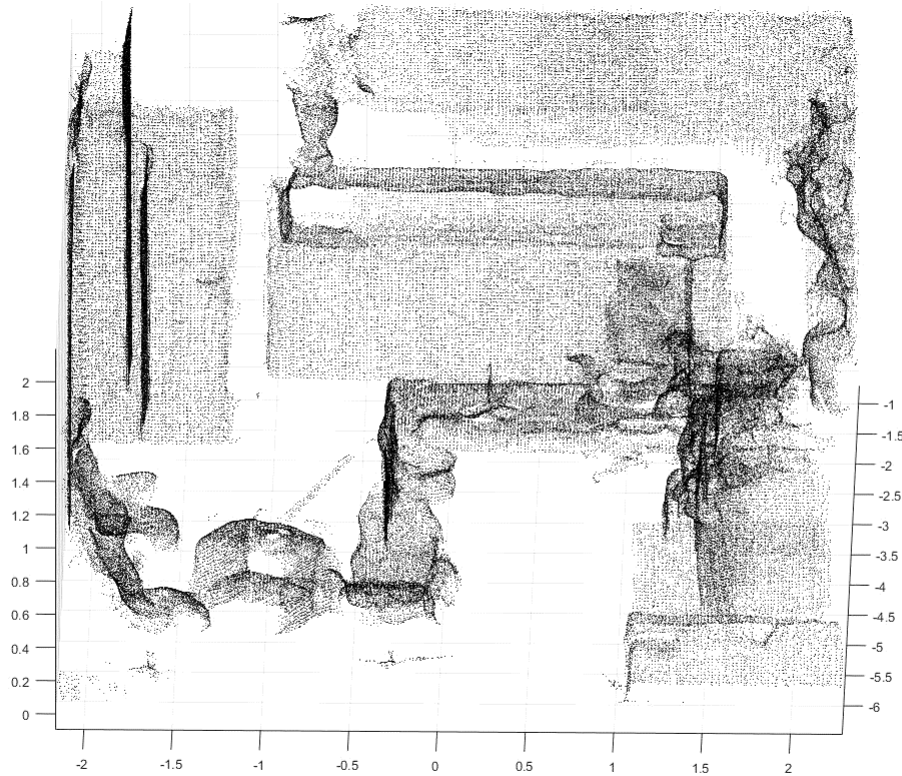
基于OBB的点云数据融合和物体检测——输入数据





5 基于OBB的碰撞检测实例

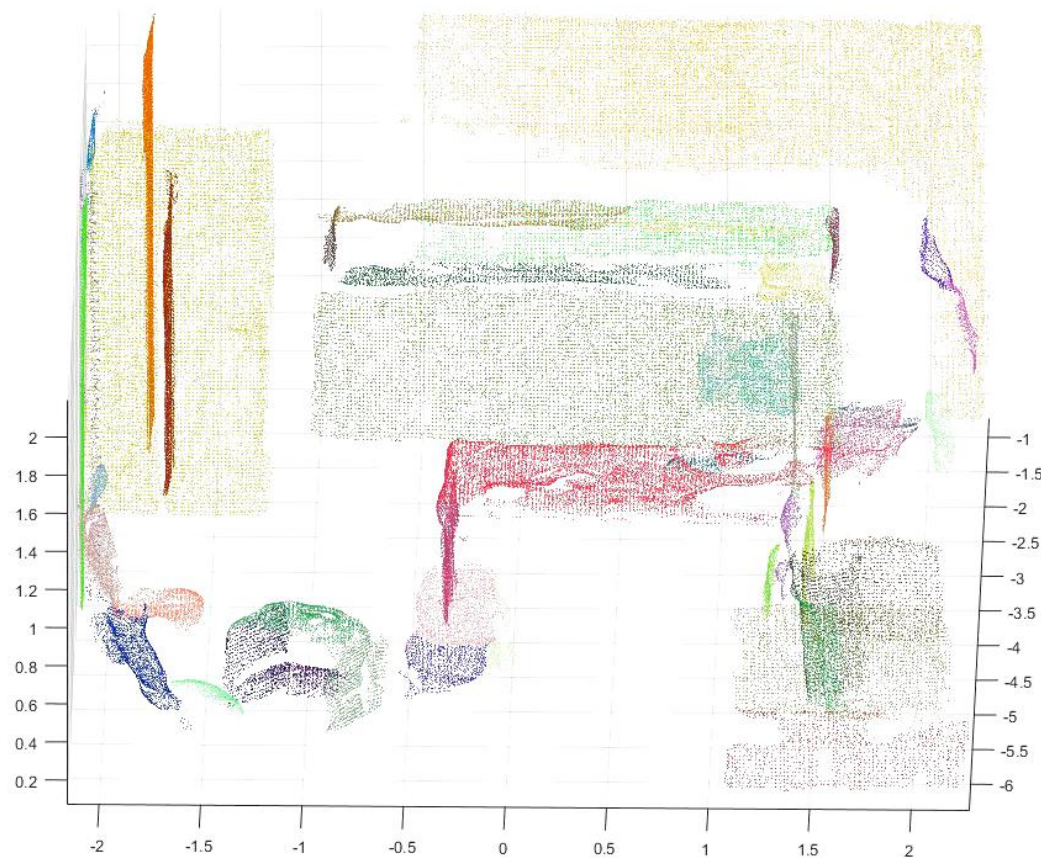
基于OBB的点云数据融合和物体检测——输入数据





5 基于OBB的碰撞检测实例

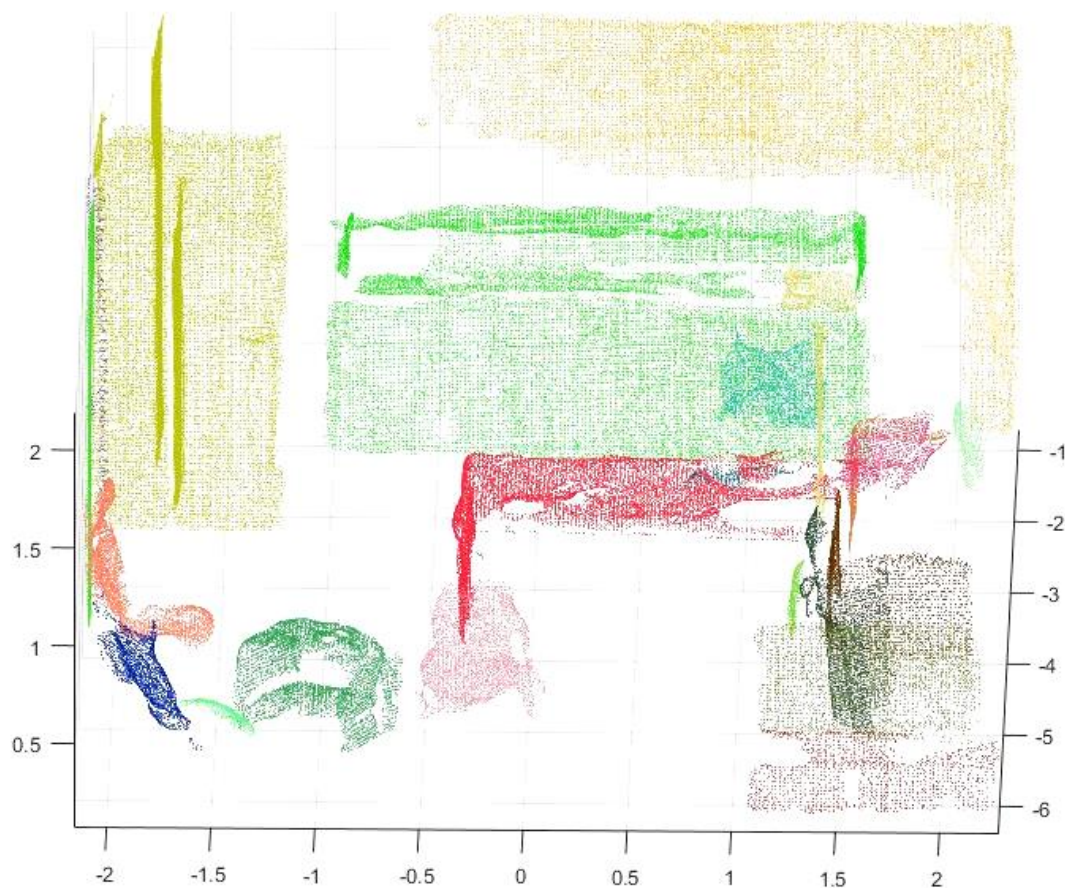
基于OBB的点云数据融合和物体检测——初分割图





5 基于OBB的碰撞检测实例

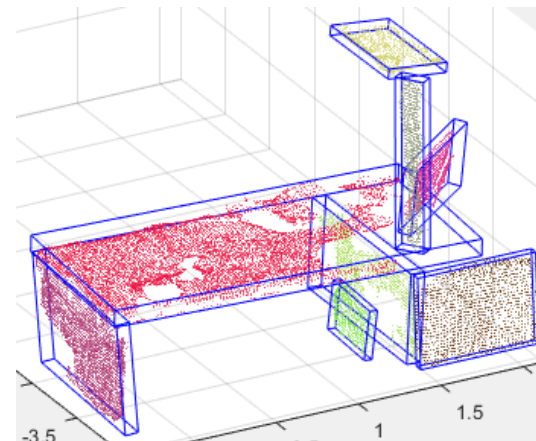
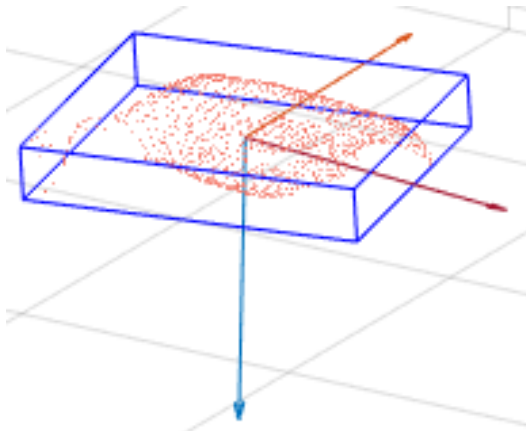
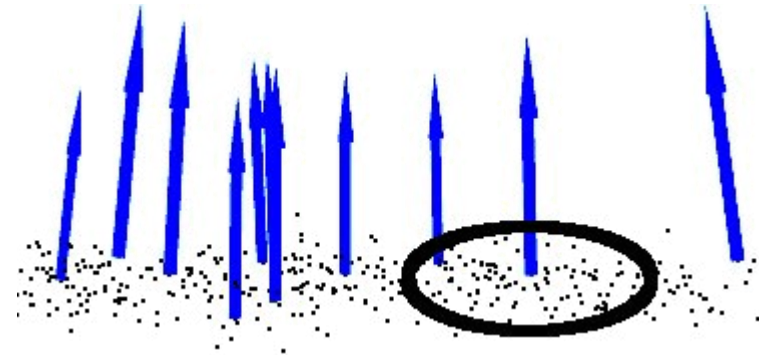
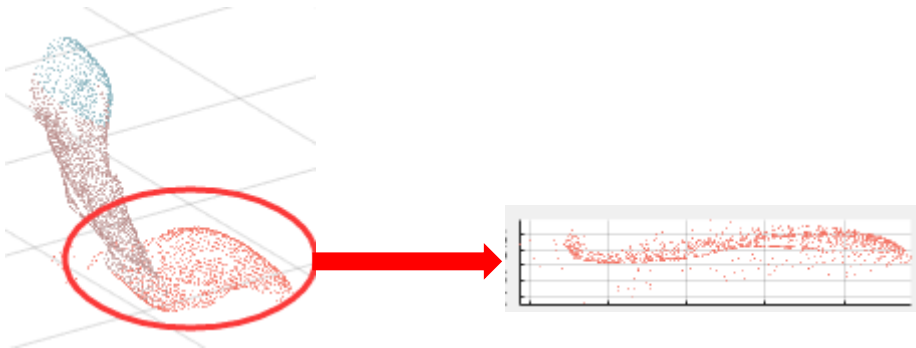
基于OBB的点云数据融合和物体检测——优化后结果





5 基于OBB的碰撞检测实例

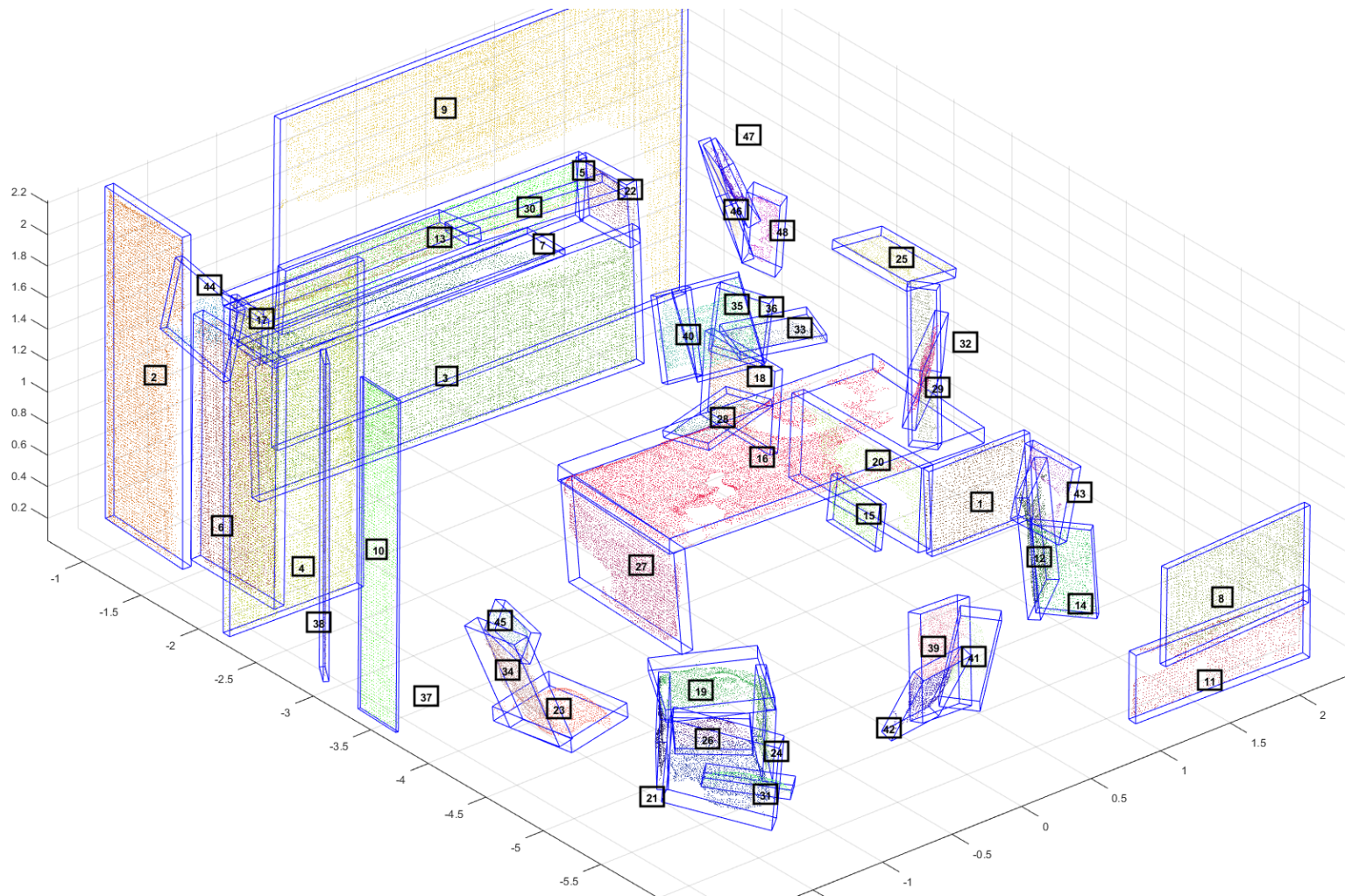
基于OBB的点云数据融合和物体检测——为何采用OBB





5 基于OBB的碰撞检测实例

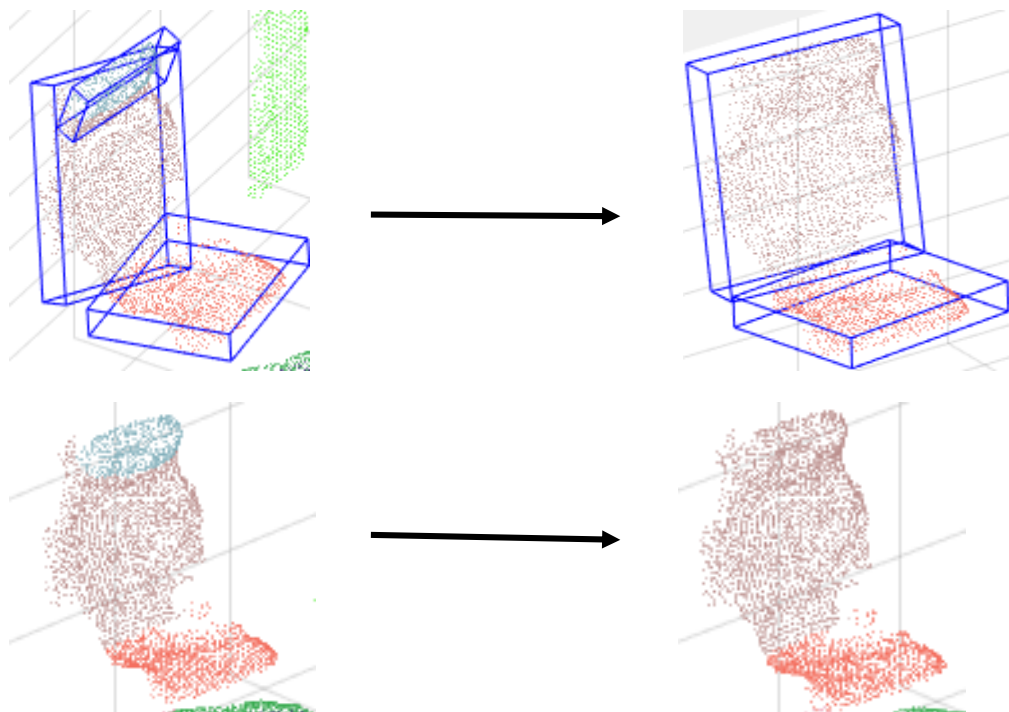
基于OBB的点云数据融合和物体检测——数据融合





5 基于OBB的碰撞检测实例

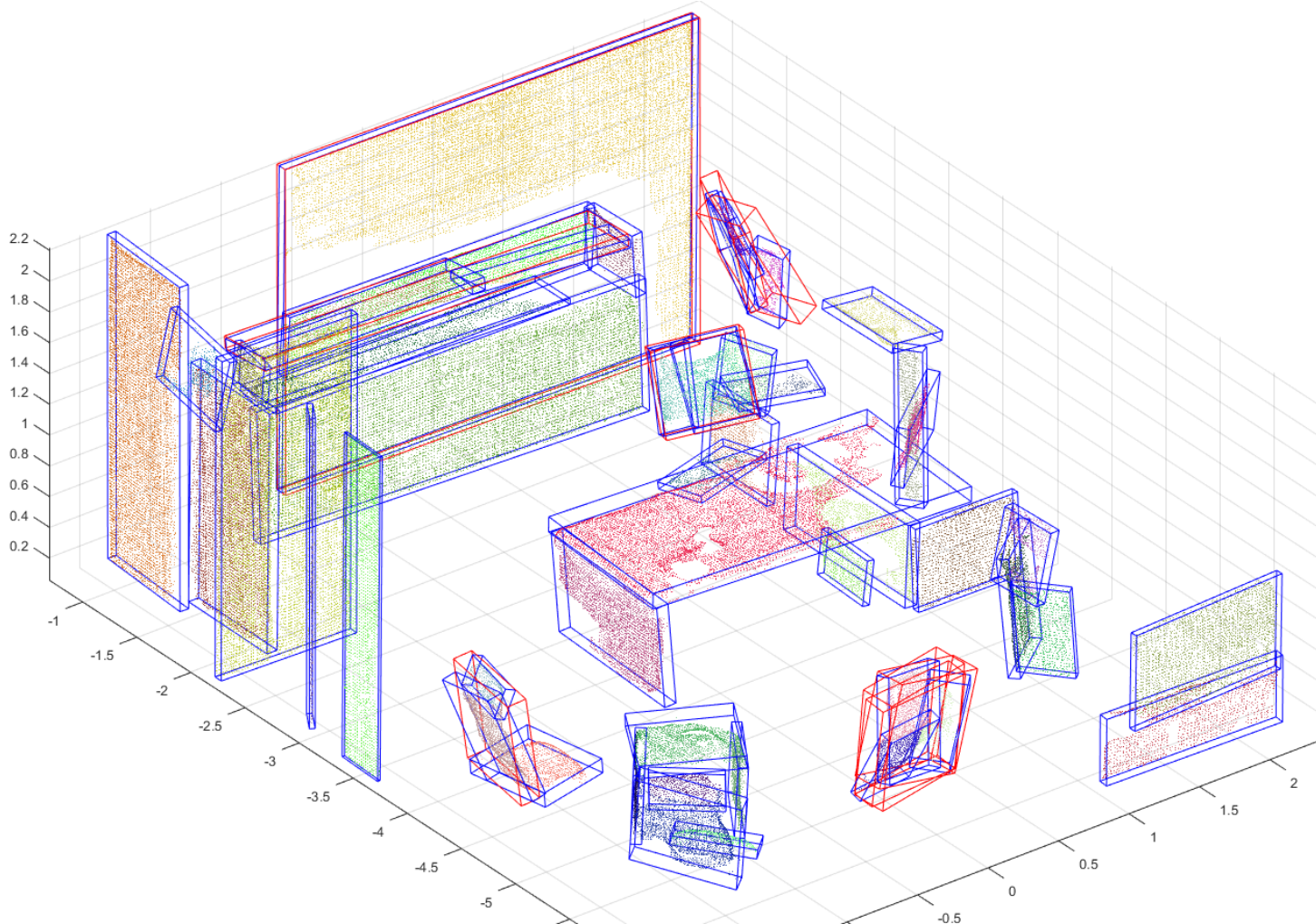
基于OBB的点云数据融合和物体检测——数据融合





5 基于OBB的碰撞检测实例

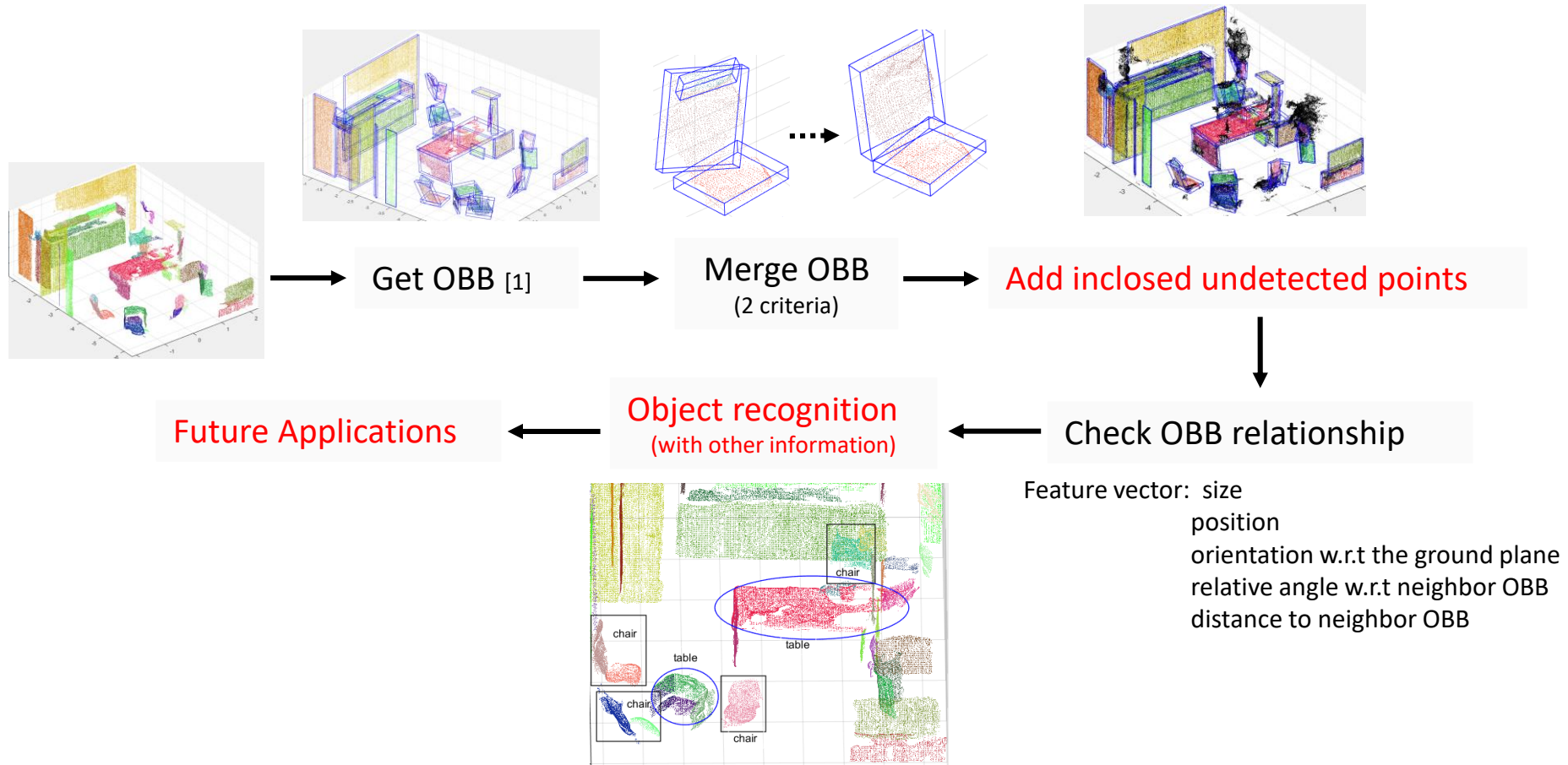
基于OBB的点云数据融合和物体检测——数据融合





5 基于OBB的碰撞检测实例

基于OBB的点云数据融合和物体检测——流程图

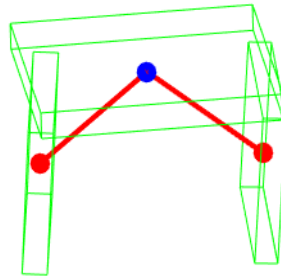
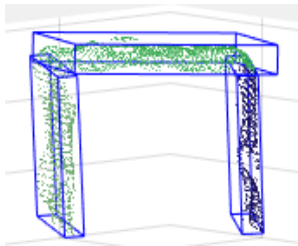




5 基于OBB的碰撞检测实例

基于OBB的点云数据融合和物体检测——物体检测

topology relationship



OBB \perp Ground:



OBB \perp OBB:



OBB \parallel Ground:



OBB \parallel OBB:



Others:



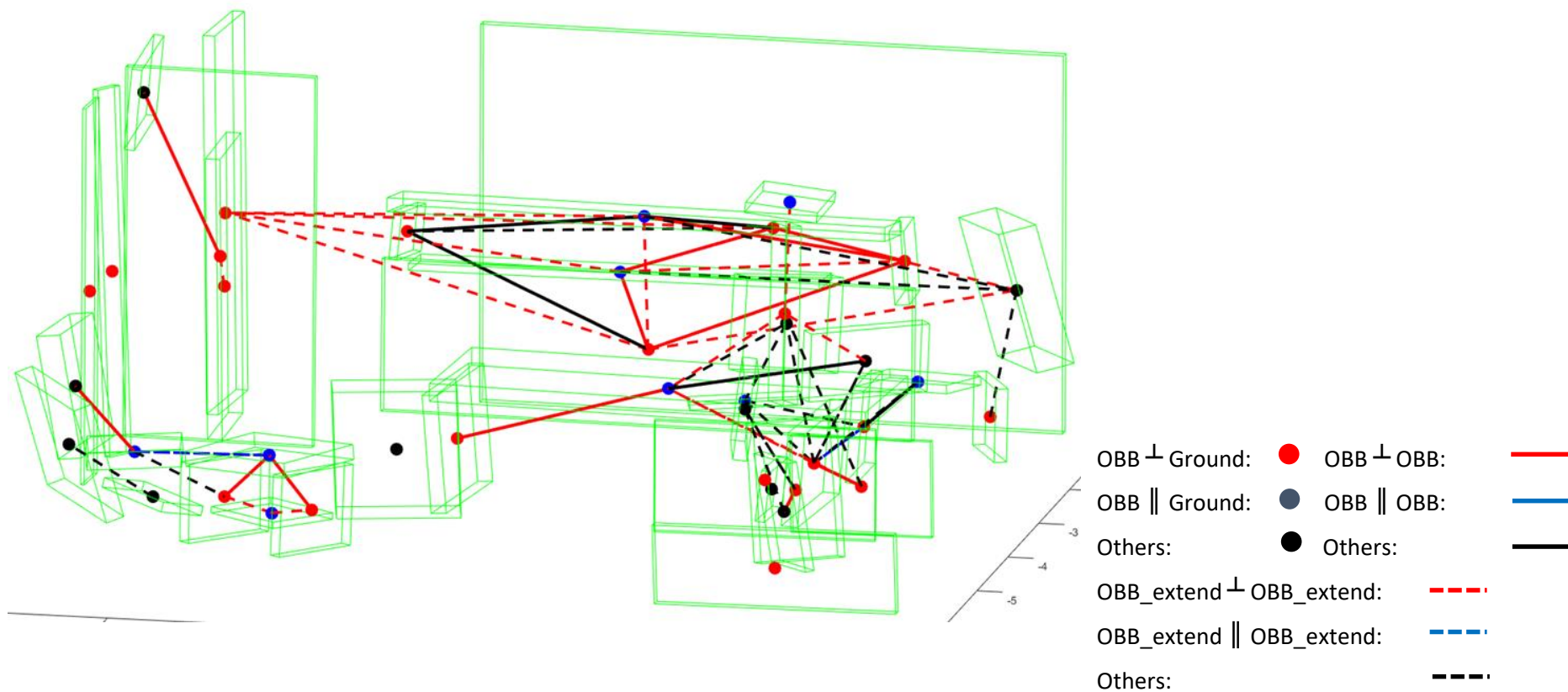
Others:





5 基于OBB的碰撞检测实例

基于OBB的点云数据融合和物体检测——平面关系





本章小结

- 本章介绍了VR系统中关键技术的碰撞检测技术。
- 碰撞检测技术的意义和内容；
- 面向凸体的碰撞检测和基于层次包围盒的碰撞检测方法
- 基于层次包围盒的碰撞检测，包括基于包围球、AABB包围盒、OBB包围盒和k-DOP包围盒。



本章小练习

- 使用matlab或python完成基于OBB的两个凸体的碰撞检测，完成后可发送代码以及相应的说明文件到 sysu_ise309@163.com。
- 邮件主题为“碰撞检测练习_名字_学号_matlab/python”。



Thanks !