

文章编号: 1001-0920(2002)01-0089-03

# 基于动态递归神经网络的一类非线性 不确定系统的自适应观测器

杨晋勇, 贾英民

(北京航空航天大学 第七研究室, 北京 100083)

**摘 要:** 针对一类非线性不确定系统, 当其状态不可测时, 在基于动态递归神经网络的观测器中, 对用来抑制不确定性、保证观测器鲁棒观测的控制项进行恰当的设计。仿真结果证实了该设计的有效性。

**关键词:** 神经网络; 非线性; 不确定系统; 观测器

**中图分类号:** TP 13

**文献标识码:** A

## Adaptive observer for a class of nonlinear uncertain systems based on dynamic recurrent neural network

YANG Jin-yong, JIA Ying-min

(The Seventh Research Division, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Based on dynamic recurrent neural network, an adaptive observer for a class of nonlinear uncertain systems is developed. A robust term to reject uncertain in the observer is well designed. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed methods.

**Key words:** neural network; nonlinear; uncertain system; observer

## 1 引 言

在现代工业过程中, 被控系统越来越复杂, 系统的数学模型也越来越难获得, 无需建模的控制方法在控制工程中显得非常重要。神经网络以其独特的性质在控制中得到了广泛应用。神经控制无需知道被控系统的数学模型, 可用一个已知结构包含一些未知参数的神经网络模型加上一个模型偏差项来代替未知系统, 但被控系统的参数存在很大的不确定性因素。而自适应控制的目的是在系统出现不确定因素时, 仍使系统保持既定的特性。

文献[1]将高斯径向基神经网络、滑模控制与线

性反馈相结合, 提出了直接自适应跟踪控制结构, 而把神经控制与自适应控制有机地联系起来。该文献假定系统的状态是可以通过测量得到的, 从而使线性反馈得以实现。但在实际中, 或者由于不易直接测量, 或者由于量测设备在经济性和使用性上的限制, 从而不可能获得系统的全部状态变量, 使线性反馈的物理实现成为不可能。

本文对一类状态不可测的非线性不确定系统进行研究。针对非线性不确定系统, 在基于动态递归神经网络的自适应观测器中, 对用于抑制不确定性的鲁棒控制项进行恰当设计, 从而保证了观测器的性能。

收稿日期: 2000-09-14; 修回日期: 2001-02-21

基金项目: 国家自然科学基金项目(69625506)

作者简介: 杨晋勇(1969—), 男, 江苏六合人, 博士生, 从事神经网络、模糊控制的研究; 贾英民(1958—), 男, 山东金乡人, 教授, 博士生导师, 从事鲁棒控制、智能控制等研究。

## 2 控制问题

考虑如下 SISO 非线性不确定系统

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + \\ g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})(u + \eta(\vec{x}, t)) \\ y = x \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $f$  和  $g$  为未知的连续函数,  $u \in R$  和  $y \in R$  分别为系统的输入和输出。只有系统的输出  $y$  可以量测, 对某一可控区域  $U_c \subset R^n$ ,  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in R^n$ 。不失一般性, 不妨设  $g(\vec{x}) > 0$ 。假设不确定项  $\eta(\vec{x}, t)$  有界, 但界是未知的。控制目标是在系统 (1) 存在不确定性的情况下, 设计相应的观测器, 保证其具有良好的性能。

## 3 基于动态递归神经网络的自适应观测器

SISO 非线性系统 (1) 可写成<sup>[2]</sup>

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}} = A\vec{x} + B[f(\vec{x}) + \\ g(\vec{x})(u + \eta(\vec{x}, t))] \\ y = C^T \vec{x} \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

根据文献[3], 针对此 SISO 非线性不确定系统, 观测器可写成

$$\begin{cases} \dot{\hat{\vec{x}}} = \hat{A}\hat{\vec{x}} + B[\hat{f}(\hat{\vec{x}}) + \hat{g}(\hat{\vec{x}})u - \\ v] + K(y - C^T \hat{\vec{x}}) \\ \hat{y} = C^T \hat{\vec{x}} \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $\hat{\vec{x}}$  是状态  $\vec{x}$  的估计,  $\hat{f}(\hat{\vec{x}})$  和  $\hat{g}(\hat{\vec{x}})$  分别为函数  $f(\vec{x})$  和  $g(\vec{x})$  的估计;  $K$  为观测器增益向量, 选择  $K = [k_1, k_2, \dots, k_n]^T$ , 使  $A - KC^T$  是稳定的;  $v$  是保证观测器鲁棒观测的新控制, 用来抑制不确定性。

万方数据

定义  $\hat{e} = \vec{x} - \hat{\vec{x}}$ ,  $\tilde{y} = y - \hat{y}$ 。式 (2) 减式 (3), 得

$$\begin{cases} \dot{\hat{e}} = (A - KC^T)\hat{e} + B[f(\vec{x}) - \\ \hat{f}(\hat{\vec{x}}) + (g(\vec{x}) - \hat{g}(\hat{\vec{x}}))u + \\ g(\vec{x})\eta(\vec{x}, t) + v] \\ \hat{e}_1 = C^T \hat{e} \end{cases} \quad (4)$$

其中  $\hat{e}_1 = y - \hat{y}$ 。根据神经网络近似理论, 任一连续非线性函数可由带有理想权值和充分多的基函数表示, 即有

$$f(\vec{x}) = W_f^{*T} \sigma_f(\vec{x}) + \epsilon_1$$

$$g(\vec{x}) = W_g^{*T} \sigma_g(\vec{x}) + \epsilon_2$$

式中  $\epsilon_1$  和  $\epsilon_2$  为网络所固有的逼近误差。函数  $f(\vec{x})$  和  $g(\vec{x})$  的估计  $\hat{f}(\hat{\vec{x}})$  和  $\hat{g}(\hat{\vec{x}})$  用神经网络表示, 有

$$\hat{f}(\hat{\vec{x}}) = \hat{f}(\hat{\vec{x}} | \hat{W}_f) = \hat{W}_f^T \sigma_f(\hat{\vec{x}})$$

$$\hat{g}(\hat{\vec{x}}) = \hat{g}(\hat{\vec{x}} | \hat{W}_g) = \hat{W}_g^T \sigma_g(\hat{\vec{x}})$$

这里  $\hat{W}_f$  和  $\hat{W}_g$  分别为  $W_f^*$  和  $W_g^*$  的估计值,  $\tilde{W}_f = \hat{W}_f - W_f^*$ ,  $\tilde{W}_g = \hat{W}_g - W_g^*$  为估计误差。另有

$$\hat{f}^*(\hat{\vec{x}}) = \hat{f}(\hat{\vec{x}} | W_f^*) = W_f^{*T} \sigma_f(\hat{\vec{x}})$$

$$\hat{g}^*(\hat{\vec{x}}) = \hat{g}(\hat{\vec{x}} | W_g^*) = W_g^{*T} \sigma_g(\hat{\vec{x}})$$

式 (4) 加减  $\hat{f}^*(\hat{\vec{x}})$  和  $\hat{g}^*(\hat{\vec{x}})$ , 可变为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}}_1 = & H(s)[f(\vec{x}) - \hat{f}^*(\hat{\vec{x}}) - \\ & \tilde{W}_f^T \sigma_f(\hat{\vec{x}}) + (g(\vec{x}) - \hat{g}^*(\hat{\vec{x}}))u - \\ & \tilde{W}_g^T \sigma_g(\hat{\vec{x}})u + g(\vec{x})\eta(\vec{x}, t) + v] \end{aligned}$$

其中  $H(s)$  为一稳定的传递函数, 其状态空间表示为  $(A - KC^T, B, C)$ 。选择一稳定的传递函数  $L(s)$ , 使  $H(s)L(s)$  为严正实的。

因为  $H(s)L(s)$  为严正实的, 根据 Kalman-Yacubovich-Popov 定理, 存在对称正定矩阵  $P$  和  $Q$ , 使得

$$PA_c + A_c^T P = -Q, \quad PB_c = C_c$$

其中  $C_c = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T$ 。设

$$|f(\vec{x}) - \hat{f}^*(\hat{\vec{x}})| \leq \epsilon_f$$

$$|(g(\vec{x}) - \hat{g}^*(\hat{\vec{x}}))u| \leq \epsilon_g$$

$$|L^{-1}(s)(g(\vec{x})\eta(\vec{x}, t))| \leq \rho(\vec{x})$$

$$\begin{aligned} & | - \tilde{W}_f^T L^{-1}(s) \sigma_f(\hat{\vec{x}}) - L^{-1}(s)(\tilde{W}_f^T \sigma_f(\hat{\vec{x}}) + \\ & \tilde{W}_g^T \sigma_g(\hat{\vec{x}})u - \tilde{W}_g^T L^{-1}(s) \sigma_g(\hat{\vec{x}})u | \leq \epsilon_h \end{aligned}$$

其中  $\epsilon_f, \epsilon_g$  和  $\epsilon_h$  为未知正数。此时不确定项的界  $\rho(\vec{x})$  未知, 根据神经网络近似理论, 有  $\rho(\vec{x}) = W_\rho^{*T} \sigma_\rho(\vec{x}) + \epsilon$ , 且  $\epsilon \leq \epsilon_\rho, \epsilon_\rho$  为未知上界。

设  $\hat{W}_\rho, \hat{\epsilon}_f, \hat{\epsilon}_g, \hat{\epsilon}_h, \hat{\epsilon}_\rho$  为  $W_\rho^*, \epsilon_f, \epsilon_g, \epsilon_h, \epsilon_\rho$  的估计值, 则估计误差为  $\tilde{W}_\rho = \hat{W}_\rho - W_\rho^*, \tilde{\epsilon}_f = \hat{\epsilon}_f - \epsilon_f, \tilde{\epsilon}_g = \hat{\epsilon}_g - \epsilon_g, \tilde{\epsilon}_h = \hat{\epsilon}_h - \epsilon_h, \tilde{\epsilon}_\rho = \hat{\epsilon}_\rho - \epsilon_\rho$ 。

**定理 1** 对于非线性不确定系统(1), 其观测器系统为式(3), 选取控制  $\bar{v} = \bar{v}_1 + \bar{v}_2, \bar{v}_1 = -\hat{W}_\rho^T \sigma_\rho(\hat{x}) \times \text{sign}(\hat{e}_1), \bar{v}_2 = -(\hat{\epsilon}_f + \hat{\epsilon}_g + \hat{\epsilon}_h + \hat{\epsilon}_\rho) \text{sign}(\hat{e}_1), \hat{W}_f, \hat{W}_g, \hat{W}_\rho, \hat{\epsilon}_f, \hat{\epsilon}_g, \hat{\epsilon}_h, \hat{\epsilon}_\rho$  的自适应律为

$$\begin{aligned}\dot{\hat{W}}_f &= -\eta_1 \hat{e}_1 \bar{\sigma}_f(\hat{x}), \quad \dot{\hat{W}}_g = -\eta_2 \hat{e}_1 \bar{\sigma}_g(\hat{x}) u \\ \dot{\hat{W}}_\rho &= \eta_3 |\hat{e}_1| \sigma_\rho(\hat{x}), \quad \dot{\hat{\epsilon}}_f = \eta_4 |\hat{e}_1| \\ \dot{\hat{\epsilon}}_g &= \eta_5 |\hat{e}_1|, \quad \dot{\hat{\epsilon}}_h = \eta_6 |\hat{e}_1|, \quad \dot{\hat{\epsilon}}_\rho = \eta_7 |\hat{e}_1|\end{aligned}$$

其中  $\eta_1 \sim \eta_7$  为正的常数, 则有  $\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{e}_1(t)| = 0$ 。

**证明** 选择 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{2} \hat{e}_c^T P \hat{e}_c + \frac{1}{2\eta_1} \tilde{W}_f^T \tilde{W}_f + \\ &\quad \frac{1}{2\eta_2} \tilde{W}_g^T \tilde{W}_g + \frac{1}{2\eta_3} \tilde{W}_\rho^T \tilde{W}_\rho + \frac{1}{2\eta_4} \tilde{\epsilon}_f^2 + \\ &\quad \frac{1}{2\eta_5} \tilde{\epsilon}_g^2 + \frac{1}{2\eta_6} \tilde{\epsilon}_h^2 + \frac{1}{2\eta_7} \tilde{\epsilon}_\rho^2\end{aligned}$$

对  $V$  求导, 可得  $\dot{V} \leqslant -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q) |\hat{e}_1|^2$ , 所以  $\hat{e}_1(t) \in L_\infty$ 。另有

$$\int_0^\infty |\hat{e}_1|^2 dt \leqslant \frac{V(0) - V(\infty)}{\frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q)}$$

所以  $\hat{e}_1(t) \in L_2$ 。又因为  $\dot{\hat{e}}_1(t) \in L_\infty$ , 根据 Barbalat 引理, 有  $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{e}_1(t) = 0$ 。□

## 4 仿真研究

考虑如下倒立摆系统

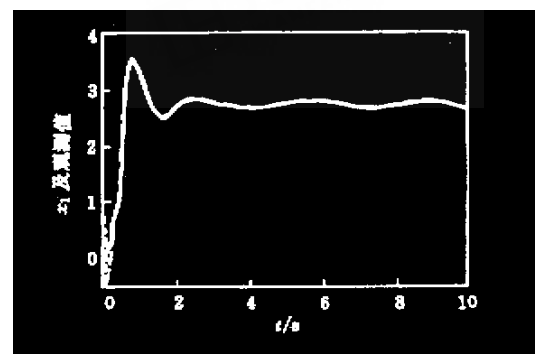
$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times \\ &\quad (f + g(u - \sin x_1 - \\ &\quad 0.1 \sin t \cos x_1 + 2x_1 + 3x_2)) \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

其中

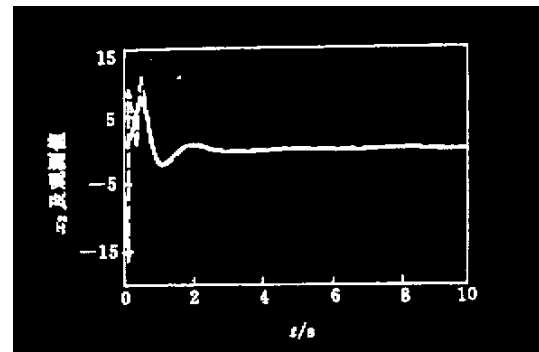
$$\begin{aligned}f &= \frac{g \sin x_1 - \frac{m l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{m_c + m}}{l \left( \frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)} \\ g &= \frac{\cos x_1}{m_c + m} \\ \text{万方数据} &= \frac{\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m}}{l \left( \frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)}\end{aligned}$$

$g = 9.8 \text{ m/s}^2, l = 0.5 \text{ m}, m_c = 1 \text{ kg}$  为车的质量,  $m = 0.1 \text{ kg}$  为杆的质量。不确定项为  $-\sin x_1 - 0.1 \times \sin t \cos x_1 + 2x_1 + 3x_2$ , 基函数为 Sigmoid 函数, 数目选为 10, 各估计值的初始值均为 0.1, 观测器增益矩阵  $K = [10 \quad 400]^T$ , 自适应律增益均为 0.01,  $x(0) = [0 \quad 0.5]^T, \hat{x}(0) = [1.5 \quad 0]^T, L^{-1}(s) = \frac{1}{s+2}, u(t) = \sin 2t + \cos 2t$ 。

仿真结果如图 1 所示, 其中实线为实际值, 虚线为观测值。



(a) 位置  $x_1$  及其观测值



(b) 速度  $x_2$  及其观测值

图 1 倒立摆系统仿真结果

## 5 结 语

本文基于动态递归神经网络, 针对一类非线性不确定系统设计了相应的观测器。由于观测器中的鲁棒控制项对不确定性以及网络误差具有在线调整能力, 从而能确保观测器的性能。仿真结果验证了设计的有效性。

样周期为  $T_s = 0.5\text{ s}$ , 当控制量为  $[-0.5, 0.5]$  的随机数时, 系统的输出与 CMAC 模型的输出比较如图 3 所示(虚线为 CMAC 输出)。

若取预测时域为 3, 控制时域为 3, 参考轨迹常数为  $\tau = 0.2$ , CMAC 的参数选择为  $\beta = 0.1, A^* = 32, A_p = 800$ , 并设定系统控制目标是将反应物的浓度由 0.2 上升到 0.8, 再由 0.8 降为 0.2 的方波, 则过程的预测控制跟踪曲线如图 4 所示。图中曲线 ① 为非线性对象仿真输出曲线。实验采用 C 语言编写程序, 运行结果在 MATLAB 环境下绘制图形。可见, 基于 CMAC 的预测控制器表现出良好的控制性能。

## 5 结 论

本文针对非线性预测控制实现上的困难, 提出一种基于 CMAC 的预测控制策略, 结合非线性优化方法, 实现了对具有一般意义的非线性系统的多步预测控制。仿真结果表明, 系统的收敛速度与控制效

果都有很大改观, 并且控制策略具有较好的稳定性和鲁棒性, 是实现非线性系统预测控制的一种有效途径。

算法实现的难点在于 CMAC 网络的结构和参数的选取。其中, hash 单元数的多少关系着碰撞发生的概率和学习速度, 泛化能力则取决于  $A^*$  的大小, 而学习因子的大小对过程的在线性能影响很大。仿真中这些因素需要综合考虑。

### 参考文献(References):

[1] Albus J S. A new approach to manipulator control: The cerebellar model articulation controller (CMAC) [J]. IEEE Trans ASME, 1975, 97(3): 220-227.

[2] Albus J S. Data storage in the cerebellar model articulation controller (CMAC) [J]. IEEE Trans ASME, 1975, 97(3): 228-233.

[3] 王伟. 广义预测控制理论及应用 [M]. 北京: 科学出版社, 1998.

~~~~~  
(上接第 88 页)

## 5 结 论

本文采用模糊预测算法实现新一代大射电望远镜馈源轨迹跟踪自适应控制。文中给出了模糊预测器和模糊预测控制器的设计, 并采用 BP 算法实现在线修正以达到自适应控制。通过大射电望远镜悬索-馈源系统的时变大滞后二阶系统的数值仿真, 证明模糊预测控制算法可以满足馈源轨迹跟踪精度要求, 为新一代大射电望远镜国际合作项目的工程实现奠定了基础。

### 参考文献(References):

[1] Duan B Y. A new design project of the line feed structure for large spherical radio telescope and its nonlinear

dynamic analysis [J]. Mechatronics, 1999, 9(1): 53-64.

[2] Su Y X, Duan B Y. The mechanical design and kinematics accuracy analysis of a fine tuning stable platform for the large spherical radio telescope [J]. Mechatronics, 2000, 10(7): 819-834.

[3] 张阿卜. 利用 BP 算法的一种自适应模糊预测控制器 [J]. 控制理论与应用 (Control Theory and Appl), 1999, 16(2): 105-108.

[4] 王立新. 自适应模糊系统与控制——设计与稳定性分析 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1995.

[5] 苏玉鑫, 段宝岩. 大射电望远镜馈源轨迹跟踪自适应控制 [J]. 控制理论与应用 (Control Theory and Appl), 2002, 19(1).

~~~~~  
(上接第 91 页)

### 参考文献(References):

[1] R M Sanner, J J E Slotine. Gaussian networks for direct adaptive control [J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1992, 11(3): 837-863.

[2] Young T K, Kim, Frank L Lewis, Chaouki T Abdallah. A

dynamic recurrent neural-network-based adaptive observer for a class of nonlinear systems [J]. Automatica, 1997, 33(8): 1539-1543.

[3] 高为炳. 变结构控制理论基础 [M]. 北京: 中国科学技术出版社, 1990.