定理的证明

[定理1证明]：直接根据凸集的定义

定理1证明：

设，则有，且

对，令，则有：



又显然有，则。证毕。

[定理2证明]：利用引理1

[引理1] 线性规划问题的可行解是基可行解的充分必要条件是其正分量所对应的系数列向量是线性独立的

引理1证明：

设D为(LP)的可行域，，系数矩阵，其中n维列向量与决策变量对应。

是(LP)的可行解，则满足：

不妨设

必要性证明：若是(LP)的基可行解，则必为基变量，且正分量个数。设与基B对应，由B非奇异，其中的正分量对应的列必线性无关。

充分性证明：若可行解的正分量对应的列线性无关，由系数矩阵A的秩，必有。

若，则令，构成A的一个非奇异m阶子矩阵。则为与B对应的基可行解。

若，因，必可以从中选出个列向量，与线性无关的k个列向量构成m个线性无关的列向量组，记为B，为(LP)的一个基。则为与此基对应的基可行解（此时为退化的基解）。

证毕。

定理2证明：

1. 若是可行域D的一个顶点，证明一定是一个基可行解

反证，设不是基可行解，则由引理1，的正分量所对应的系数列向量线性相关，

不妨设，的对应列记为，则存在不全为零的系数，使

记n维向量 ，

对任意，令 ， ，则有

显然

可取绝对值足够小的，使，则

又由，知不可能是D的顶点，从而得到矛盾。

1. 若是线性规划问题的一个基可行解，证明一定是可行域D的一个顶点

反证，设不是D的顶点，则存在，，及，使 

不妨设，

则有

由，易知



则 ，

从而可得 ，即线性相关，

但由引理1，是基可行解，则其正分量所对应的系数列向量线性独立，从而得到矛盾。

则定理2可证。

证毕。

[定理3证明]：利用引理2

[引理2] 若K为有界凸集，则均可以表示为K的顶点的凸组合

定理3证明：

可行域D为有界闭集，则目标函数一定在D上有最大值，设在点达最大值。

若为可行域D的顶点，则结论成立。

若不是可行域D的顶点，由于线性规划问题的基可行解不超过个，据定理2，可知可行域D只有有限个顶点，设D的顶点为，由引理2：



记，

则

则对，即最大值在相应顶点处达到。

证毕。