

**Master Sciences de l'Ingénieur, Spécialité Génie Civil**  
**Parcours Structures, Ouvrages et Matériaux du Génie Civil**

---

**MEMOIRE DE STAGE DE MASTER 2   ANNEE**

effectué au LMT Cachan  
sous la direction de C. Olivier-Leblond, C. Giry, F. Ragueneau

# **FISSURATION D'ELEMENTS EN BETON ET EFFETS D'ECHELLE**

par

**Christian NADER**

---

Soutenu à l'ENS Cachan le 28 juin 2013  
61 avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan cedex, France



# Remerciements

thank you thank you've been a great audience



# Sommaire

<b>Sommaire</b>	<b>i</b>
<b>Table des figures</b>	<b>iii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I Bibliographie</b>	<b>3</b>
<b>1 Effet d'échelle</b>	<b>5</b>
1 Introduction . . . . .	5
2 Loi en puissance . . . . .	6
3 Analyse asymptotique dans les poutres entaillées . . . . .	7
4 Effet d'échelle à l'amorçage de la fissure . . . . .	8
5 Effet d'echelle en flexion trois points . . . . .	8
<b>2 Energie de fissuration</b>	<b>11</b>
1 Taux de restitution d'énergie . . . . .	11
2 Méthode de détermination . . . . .	11
<b>3 correlation d'image</b>	<b>13</b>
1 Introduction . . . . .	13
2 Principe . . . . .	13
3 Discrétisation par éléments finis (Correli $Q4$ ) . . . . .	14
<b>II Procédure expérimentale</b>	<b>17</b>
<b>4 Les échantillons</b>	<b>21</b>
1 Description du matériau . . . . .	21
2 Géométrie des éprouvettes . . . . .	22
3 Coffrages . . . . .	22
4 Matériel et équipement . . . . .	23

<b>5</b>	<b>Essai F3P (flexion trois points)</b>	<b>25</b>
1	Introduction . . . . .	25
2	Machine d'essai : la MTS TTC <i>Melo</i> . . . . .	26
3	Pilotage / Instruments de mesure . . . . .	26
<b>III</b>	<b>Étude numériques</b>	<b>27</b>
<b>6</b>	<b>Modélisation</b>	<b>31</b>
1	Mode de calcul . . . . .	31
2	Paramètres matériau . . . . .	31
3	Maillages . . . . .	31
4	Résultats . . . . .	31
<b>IV</b>	<b>Résultats et analyse expérimentale</b>	<b>33</b>
<b>7</b>	<b>Identification des paramètres mécaniques</b>	<b>37</b>
1	Procédure . . . . .	37
2	Mesures . . . . .	37
<b>8</b>	<b>Les essais</b>	<b>39</b>
1	montage . . . . .	39
2	Résultats . . . . .	39
	<b>Bibliographie</b>	<b>41</b>
<b>A</b>		<b>43</b>
1	Notation . . . . .	43

# **Table des figures**





# Introduction

Dans ce stage on propose un protocole expérimental permettant de mettre en oeuvre des essais de flexion sur poutre en béton mettant en évidence des effets d'échelle en termes de fissuration. Les résultats de l'étude faite sur des poutres en micro-béton entaillées et non entaillées chargées en flexion trois points seront comparés à d'autres résultats expérimentaux et les lois d'effet d'échelle de Bazant. On confirme déjà l'existence de l'effet d'échelle sur des poutres de petites tailles (ce qui est le cas de notre étude). Cependant, pour de plus grandes poutres non entaillées la résistance nominale tend vers une valeur constante liée à la résistance en traction uniaxiale. Il a été conclu que l'applicabilité de la loi d'effet d'échelle dépend du type de problème, ceci dit, si la propagation de la fissure avant la charge ultime est très stable, la loi d'effet d'échelle peut être utilisée dans une gamme de taille plutôt large. Toutefois, si ce n'est pas le cas, la validité de la loi d'effet d'échelle est limitée à une plage de taille plus petite. Par conséquent, on ne peut pas extrapoler l'effet d'échelle à partir des essais avec une gamme de taille petite à une gamme de grande taille, pour cela il nous manque des données expérimentales provenant d'essais sur de gammes de grande taille. Ainsi, dans notre étude, nous allons négliger cette partie de la problématique, puisque nous allons tester seulement de petites poutres, plutôt, nous allons nous concentrer sur d'autres aspects de l'effet d'échelle tels que les propriétés de la résistance nominale d'une structure contenant une entaille (ou initialement une grande fissure) et d'autres initialement non entaillées.

Mots-clés : Flexion trois points, Béton, Fissure, Effet d'échelle



# **Première partie**

## **Bibliographie**



# Chapitre 1

## Effet d'échelle

### 1 Introduction

L'effet d'échelle dans les matériaux quasi fragile comme le béton est un phénomène bien connu et il existe un certain nombre d'études expérimentales et théoriques (Rusch et al, 1962 ; Leonhardt et Walter, 1962 ; Kani, 1967 ; Bhal, 1968 ; Taylor, 1972 ; Walsh 1976 : Walraven et Lehwalter 1990 ; Chana 1981 ; Reinhardt, 1981 a,b ; Iguro et al, 1985 ; Hillerborg, 1989 ; Eligehausen et al. 1992) qui confirment l'existence de celui-ci. Il ya deux aspects de l'effet d'échelle : statistique et déterministe. Basés sur la mécanique de la rupture. Dans le passé, l'effet d'échelle a été principalement traitée du point de vue statistique (Weibull, 1939 ; Mihashi et Zaitsev, 1981 ; Mihashi, 1983). Cependant, actuellement il ya suffisamment de preuves qui montrent que la raison principale de l'effet d'échelle réside dans la libération de l'énergie de déformation due à la croissance de la rupture.

Selon Baant (1984) l'effet d'échelle peut être approximativement décrite par la loi d'effet d'échelle :

$$\sigma_N = Bf_t(1 + \beta)^{-1/2}; \beta = d/d_0$$

Où ' $d$ ' est une mesure d'une taille caractéristique de la structure (par exemple hauteur de la poutre),  $f_t$  = résistance à la traction du béton,  $B$  et  $d_0$  sont deux constantes à déterminer, soit expérimentalement, soit par une analyse plus sophistiquée. Selon l'équation au dessus la résistance nominale  $\sigma_N$  de grandes structures tend vers zéro et la charge de rupture augmente avec  $d$ .

En supposant que les propriétés du matériau sont constantes (le même béton), la dérivation de la loi effet d'échelle repose sur quatre hypothèses de base : (1) La propagation d'une fissure ou rupture nécessite une alimentation presque constante en énergie par unité de longueur et largeur ( $G_F$ , énergie de fissuration du béton, indépendante de la taille de l'échantillon) (2) l'énergie libérée par la structure en raison de croissance de la rupture est une fonction à la fois de la longueur de rupture et la surface de la zone de fissuration (FPS, Fracture Process Zone) à l'avant de la fissure. Si la libération d'énergie potentielle est une fonction de la longueur de la fissure seulement, l'effet d'échelle est celui de la LEFM (Linear Elastic Fracture Mechanics), et si elle est fonction de la zone de rupture seule, il n'y a pas d'effet d'échelle. (3) À la charge

limite, les formes et longueurs des fissures dans les structures géométriquement semblables de différentes tailles sont également géométriquement semblables, et (4) la structure ne casse pas à l'amorçage de la fissure, en d'autres termes, la propagation de la fissure doit être possible.

## 2 Loi en puissance

C'est la base mathématique qui va nous donner la forme des équations qui gèrent les effets d'échelle.

Cherchons à déduire une réponse  $Y$  comme fonction de la dimension caractéristique  $D$  d'une structure. Imaginons maintenant des structures de trois dimensions  $D_0$ ,  $D_1$  et  $D$ , avec les réponses correspondantes  $Y_0$ ,  $Y_1$  et  $Y$ . Etant donné qu'il n'y a pas de longueur caractéristique, on cherche la fonction adimensionnelle  $f(\lambda)$  avec  $\lambda = \frac{D}{D_0}$ , et  $\frac{Y}{Y_0} = f(\lambda)$ ;  $D_0$  est pris comme dimension de référence, cela implique que  $\frac{Y_1}{Y_0} = f(\frac{D_1}{D_0})$ . Ainsi,

$$\frac{Y}{Y_1} = \frac{f(\lambda)}{f(\frac{D_1}{D_0})}$$

Et si il n'y a pas de longueur caractéristique, on peut écrire ce qui suit :  $\frac{Y}{Y_1} = f(\frac{D}{D_1})$ , ce qui implique la condition :

$$\frac{f(\frac{D}{D_0})}{f(\frac{D_1}{D_0})} = f(\frac{D}{D_1})$$

On doit la différencier par rapport à  $D$  (la seule variable dans le système), ce qui donne :

$$\frac{1}{f(\frac{D_1}{D_0})} \cdot \frac{df}{dD}(\frac{D}{D_0}) \cdot \frac{1}{D_0} = \frac{df}{dD}(\frac{D}{D_1}) \cdot \frac{1}{D_1}$$

Pour  $D_1 = D$  et  $\frac{dD}{dD} = \frac{d\lambda}{d\lambda}$  on obtient :

$$\frac{1}{f(\frac{D}{D_0})} \cdot df(\frac{D}{D_0}) = \frac{df}{dD}(\frac{D}{D}) \cdot \frac{dD}{D_1} D_0$$

Par suite

$$\frac{df(\lambda)}{f(\lambda)} = m \cdot \frac{d\lambda}{\lambda}; \text{ avec } m = \frac{df(1)}{d\lambda}$$

Finalement, sa primitive, avec la condition  $f(1) = 1$ , donne :

$$\ln(f(\lambda)) = m \cdot \ln(\lambda) = \ln(\lambda^m)$$

D'où l'effet d'échelle en puissance :  $f(\lambda) = \lambda^m$  (on démontre par intégrale  $J$  que  $m = -1/2$ )

### 3 Analyse asymptotique dans les poutres entaillées

La fissuration peut être caractérisée par les variables adimensionnelles  $\alpha_0 = \frac{a_0}{D}$ ,  $\alpha = \frac{a}{D}$ ,  $\theta = \frac{c_f}{D}$ , dans lesquelles «  $a$  » c'est la longueur équivalente de fissure qui donne la même complaisance que le système avec sa fissure réelle et avec sa zone d'élaboration ;  $c_f = a - a_0$  taille effective de la zone d'élaboration de la fissuration.

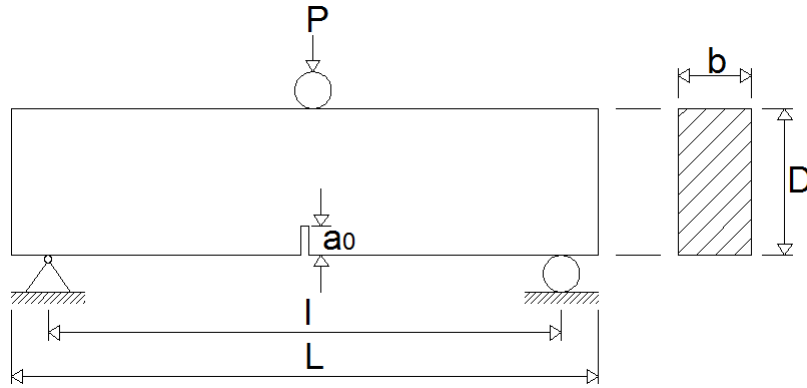


Fig.1 Modèle de poutre entaillée, montage : flexion trois points

L'énergie restituée par la structure peut être analysée sur la base de la variation de l'énergie complémentaire de la structure :  $\Pi^* = \sigma_N^2 \cdot b \cdot D^2 / E \cdot f(\alpha_0, \alpha, \theta)$  ; ici 'f' est une fonction adimensionnelle caractérisant la géométrie de la structure. D'autre part, la résistance à la fissuration peut être caractérisée comme  $R = G_f \cdot r(\alpha_0, \alpha, \theta)$ , où 'r' est une autre fonction adimensionnelle ayant la propriété que  $\lim_{\alpha \rightarrow \alpha_0} r = 1$ .

On déduit ainsi le taux de restitution d'énergie  $G = (\frac{d\Pi^*}{d\alpha})/b$ , et pour un  $\sigma_N$  constant on peut écrire le suivant :  $\frac{dG}{d\alpha} = \frac{dR}{d\alpha}$

On peut montrer à partir des équations précédentes que la résistance nominale de la structure est donnée sous la forme :

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{E \cdot G_f}{D \cdot g(\alpha_0, \theta)}}$$

où  $g'$  est une fonction adimensionnelle exprimée en termes des fonctions  $f'$  et  $r'$  et leurs dérivées.

La fonction  $g'$  doit être régulière, et donc par développement en série de Taylor jusqu'au 2<sup>nd</sup> ordre au voisinage de  $(\alpha_0, 0)$  on aura :

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{E \cdot G_f}{D}} \cdot (g(\alpha_0, 0) + g_1(\alpha_0, 0) \cdot \frac{c_f}{D} + \dots)^{-1/2}$$

Par conséquent, l'analyse de l'effet d'échelle à l'aide du taux de restitution d'énergie est possible par l'introduction de l'approximation  $g(\alpha_0, \theta) = g(\alpha_0 + \theta)$ , on obtient ainsi :

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{E \cdot G_f}{c_f \cdot g'(\alpha_0) + D \cdot g(\alpha_0)}} = B \cdot f_t' \left(1 + \frac{D}{D_0}\right)^{-1/2} \quad (1.1)$$

dans laquelle les paramètres sont donnés par :  $D_0 = c_f \cdot \frac{g'(\alpha_0)}{g(\alpha_0)}$ ,  $B \cdot f_t' = \sqrt{\frac{E \cdot G_f}{c_f \cdot g'(\alpha_0)}}$

## 4 Effet d'échelle à l'amorçage de la fissure

En dehors des éprouvettes entaillées, l'analyse précédente ne s'applique qu'aux structures qui contiennent, à la charge maximale, une grande fissure. La ruine à l'amorçage de la fissuration à partir d'une surface plane (éprouvette non entaillée) peut aussi être analysée sur la base des développements à partir des équations précédentes, avec, cependant, une modification. Puisque les développements sont faits par rapport à une valeur nulle de la taille de la zone d'élaboration relative, l'argument de la fonction de restitution d'énergie  $g(\alpha)$  est  $\alpha = 0$ , ce qui signifie que le taux de restitution d'énergie  $g(\alpha) = g(0) = 0$ . Dès lors, le premier terme du développement aux grandes tailles disparaît, il faut dans ce cas inclure le troisième terme du développement asymptotique aux grandes tailles. Ce qui conduit à l'approximation suivante de la résistance nominale de structures dont la ruine apparaît dès l'amorçage de la fissuration à partir d'une surface plane :

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{E \cdot G_f}{c_f \cdot g'(\alpha_0) + \frac{1}{2} \cdot g''(\alpha_0) \cdot c_f^2 \cdot D^{-1}}} \quad (1.2)$$

Pour présenter l'effet d'échelle de façon plus détaillée, le comportement des poutres en micro-béton, entaillées et non entaillée, chargées en flexion trois points, sera étudié.

## 5 Effet d'échelle en flexion trois points

Dans la littérature, un certain nombre de résultats d'essai pour des poutres avec et sans entaille, testées en flexion trois points, ont été rapportés. Dans la Fig. 2, les résultats d'essais pour trois spécimens de poutres entaillées mis à l'échelle (ratio taille d'entaille / hauteur de la poutre,  $\frac{a_0}{d} = \frac{1}{6}$ ), réalisées à Northwestern University (Bazant et Pfeiffer, 1987), sont présentés. Dans la même figure on compare ces résultats avec les résultats numériques (Eligehausen et Oiboll, 1992) et la loi d'effet d'échelle. La profondeur des poutres a été modifiée dans une plage de taille assez faible, soit de  $d = 76mm$  à  $305mm$  avec une épaisseur constante  $b = 38mm$ . La résistance nominale à la rupture est calculée en utilisant la formule de la théorie des poutres  $\sigma_N = \frac{15P_u U}{4b \cdot d}$  avec  $P_u$  étant la charge ultime. D'après la Fig. 2, un effet d'échelle significative est observé, la résistance nominale ' $N$ ' diminue avec l'augmentation de la taille. La loi effet de taille est en accord avec les résultats expérimentaux.



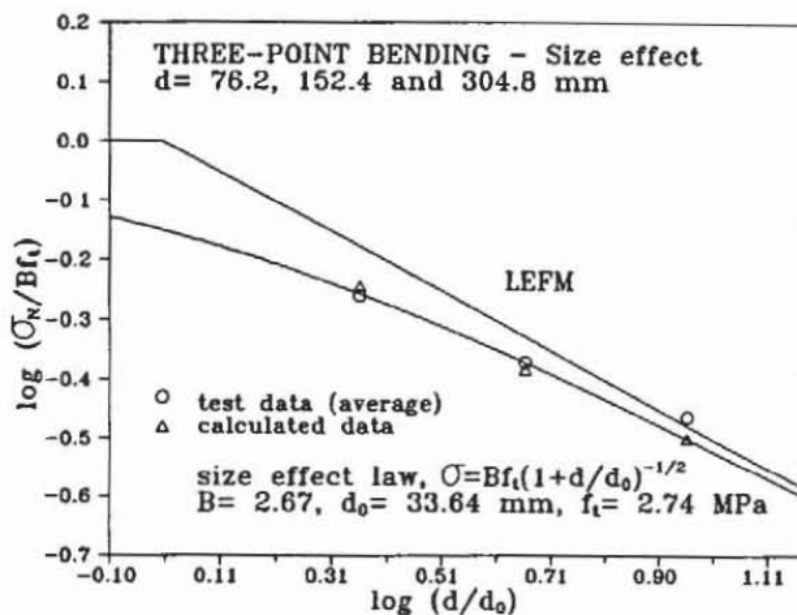


Fig.2 Effet d'échelle en flexion trois points sur des poutres entaillées ( $a_0/d = 1/6$ )

Les résultats des essais rapportés par Malkov et Karavaev (1968) et Heilmann (1969) pour des échantillons non entaillés en béton ordinaire en flexion trois points sont représentés sur la Fig. 3. La plage de hauteur de la poutre était jusqu'à 1000mm. Comme on peut le voir sur la Fig. 3, les résultats des tests jusqu'à une profondeur de la poutre d'environ  $d = 500\text{mm}$  présentent un effet d'échelle significative en accord relativement avec la loi d'effet d'échelle. Cependant, pour les plus grands spécimens, la résistance nominale tend à la résistance en traction uniaxiale.

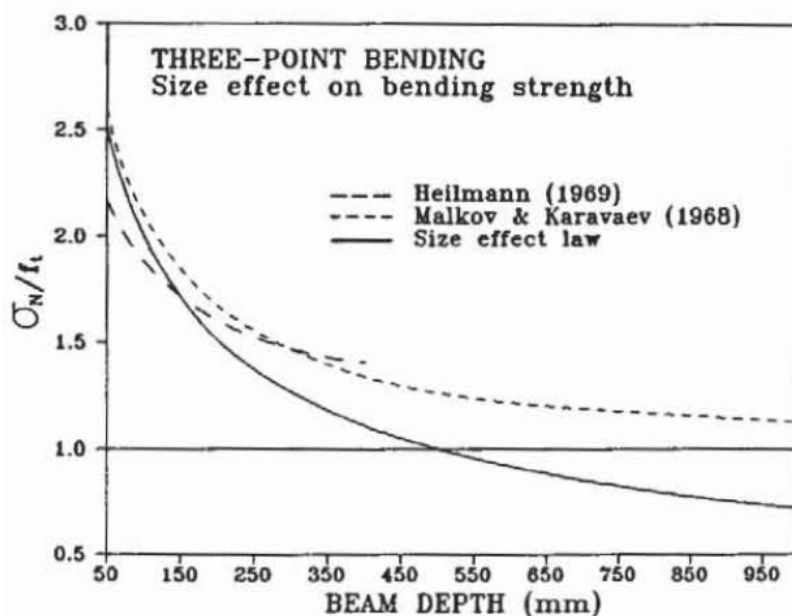


Fig.3 Effet d'échelle en flexion trois points sur des poutres non entaillées

Dans la Fig. 4 la résistance nominale des poutres avec une taille constante d'entailles, testés par Alexander (1987) sont tracés en fonction de la hauteur. Comme dans le cas des éprouvettes non entaillées, la résistance nominale des grandes poutres tend vers une valeur cte différente de 0.

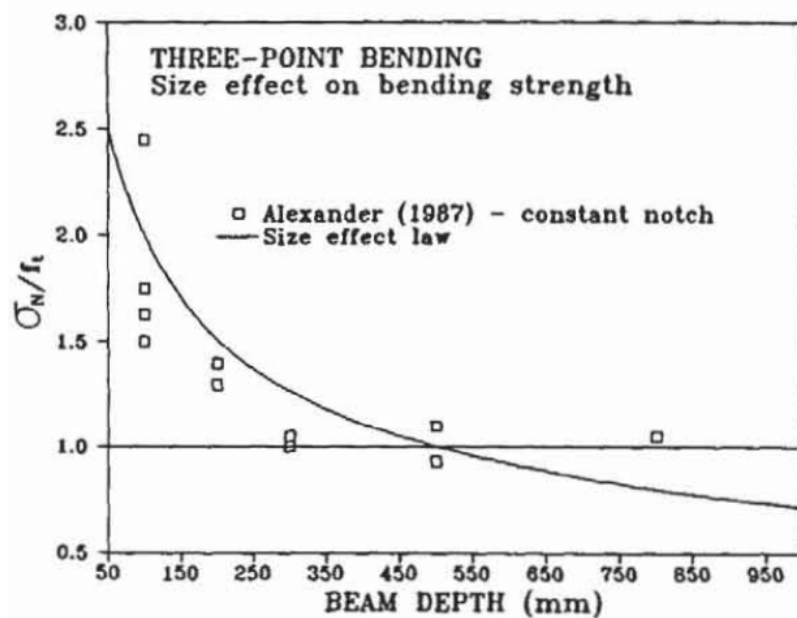


Fig.4 Effet d'échelle en flexion trois points sur des poutres entaillées (même taille d'entaille)

# Chapitre 2

## Energie de fissuration

### 1 Taux de restitution d'énergie

« La puissance mécanique disponible pour ouvrir une fissure de surface  $A$  est égale à la variation de l'énergie totale  $V$ , appelée *taux de restitution d'énergie* » (unité :  $\text{joule}/\text{m}^2$ ) :

$$G = \frac{\partial V}{\partial A}$$

- propagation de la fissure si :  $G - 2\gamma^s \geq 0$
- arrêt si :  $G - 2\gamma^s \leq 0$

avec  $\gamma^s$  énergie spécifique de rupture par unité de surface

Après son amorçage, la fissure s'arrête, nécessitant plus d'énergie pour reprendre sa propagation (en déplacement imposé, la propagation de la fissure est presque toujours stable).

### 2 Méthode de détermination

L'énergie de rupture  $G_f$  qui est obtenu par cette méthode est définie comme l'énergie spécifique (énergie par unité de zone plane de fissuration) nécessaire pour la croissance de fracture dans un échantillon d'essai infiniment grand. La méthode est décrite ici pour le mode I de rupture uniquement. Les résultats des tests dont on a besoin pour déterminer l'énergie de rupture ne sont que les valeurs de la charge maximale  $P_1, P_2, P_3$  pour les spécimens de différentes tailles,  $D_1, D_2, D_3$ , et le module de Young du béton,  $E$ . Le module de Young peut être obtenu en utilisant toute autre méthode conventionnelle, par exemple, essais de compression sur des échantillons cylindriques.

Procédure de calcul : Les charges maximales corrigées qui prennent le poids de l'échantillon en compte :  $P_j^0 = P_j + \frac{1}{2}m_j \cdot g$ , dans laquelle  $m_j$  est la masse du spécimen  $j$ ,  $g$  est l'accélération de la pesanteur.

On effectue maintenant une régression linéaire, compte tenu du tracé des ordonnées  $Y_j$  contre

les abscisses  $X_j$  où :  $Y_j = (b.d_j/P_j^0)^2$ ,  $X_j = d_j$

Interception de la droite de régression :  $Y = AX + C$ , avec

$$A = \frac{\sum_j (X_j - \bar{X})(Y_j - \bar{Y})}{\sum_j (X_j - \bar{X})^2}; C = \bar{Y} - A\bar{X}; \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_j X_j; \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_j Y_j$$

Calcul des valeurs auxiliaires pour l'extrapolation : pour  $l/d = 4$  (comme notre cas)

$$F_4(\alpha) = \frac{1.99 - \alpha(1 - \alpha)(2.15 - 3.93\alpha + 2.7\alpha^2)}{\pi^{1/2}(1 + 2\alpha)(1 - \alpha)^{3/2}}$$

Energie libérée :

$$g(\alpha) = \left(\frac{l}{d}\right)^2 \pi \alpha (1.5F(\alpha))^2$$

Energie de fissuration :

$$G_f = \frac{g(\alpha_0)}{E_c A}$$

Statistique :

$$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_j (X_j - \bar{X})^2; S_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_j (Y_j - \bar{Y})^2; S_{y|x}^2 = \frac{1}{n-2} \sum_j (Y_j - Y'_j)^2 = \frac{n-1}{n-2} (S_y^2 - A^2 S_x^2)$$

$$w_{y|x} = S_{y|x} \bar{Y}; w_x = S_x \bar{X}; w_A = \frac{S_{y|x}}{A S_x (n-1)^{1/2}}$$

$$w_C = \frac{S_{y|x}}{C(n-1)^{1/2}} \left(1 + \frac{1}{w_x^2}\right)^{1/2}; m = \frac{w_{y|x}}{w_x}$$

On prend comme approximation :  $w_G^2 = w_A^2 + w_E^2$ , avec  $w_E$  : coef de variation de  $E_c$

# Chapitre 3

## correlation d'image

### 1 Introduction

La méthode de corrélation d'images numériques a été créée comme un outil stable et fiable pour la mesure des fractures / dommages (Lawler, Keane, et Shah, 2001 ; Luo Chao, Sutton, Peters, 1993 ; Shah, Swartz, Ouyang, 1995). La méthode de corrélation d'images a été fréquemment utilisée pour l'étude du mode d'ouverture de la rupture de matériaux quasi-fragiles comme le béton (Choi et Shah, 1997). Dans les travaux de Choi et Shah (1997), la précision de mesure de déplacement a été estimée à l'aide de trois procédures différentes et l'erreur maximale a été trouvée à environ 1/20 pixels. Il a été constaté que la corrélation d'images est très efficace pour déterminer la largeur des fissures et l'emplacement des petites fissures. Contrairement aux méthodes plus traditionnelles, la corrélation d'images est une technique robuste avec un degré élevé de précision de mesure, et elle est beaucoup plus facile à appliquer expérimentalement. Le processus de corrélation consiste à capturer la surface de l'échantillon ayant des modes distribués de niveau de gris. L'efficacité du modèle de speckle peut être déterminée à partir de la quantité de pixels par speckle noir. Ces schémas, l'un avant et l'autre après la mise en charge, sont imagés par un appareil photo numérique et stockés dans un ordinateur dans un format digital. Pendant le processus de formation d'image, l'intensité de la configuration aléatoire est transformée en un nombre fini d'échantillons sur une grille rectangulaire. Chaque capteur, ou pixel, dans une caméra typique moyenne l'intensité de la lumière incidente sous la forme d'une valeur d'intensité de gris, qui est normalement dans l'intervalle de 0 – 256 (on peut aller plus loin dans la précision en partant avec des photos de haute qualité en RAW (image brute) et les convertir de façon à conserver la particularité de notre gris, on obtient dans ce cas un spectre qui peut contenir 16000 valeurs ! ; cette méthode est bien sûr plus compliquée et prend plus de temps).

### 2 Principe

Traisons deux images, qui caractérisent la surface initiale et déformée d'un matériau soumis à une charge connue. Une image est une fonction scalaire de la coordonnée spatiale qui donne

le niveau de gris de chaque point discret (ou pixel) de coordonnée  $x$ . Les images de la référence et états déformés sont appelés respectivement  $f(x)$  et  $g(x)$ . Soit  $u(x)$  le champ de déplacement. Ce champ permet de relier les deux images en exigeant la conservation du flux optique

$$g(x) = f(x + u(x))$$

En supposant que l'image de référence est différentiable, un développement de Taylor au premier ordre donne

$$g(x) = f(x) + u(x) \cdot \nabla f(x)$$

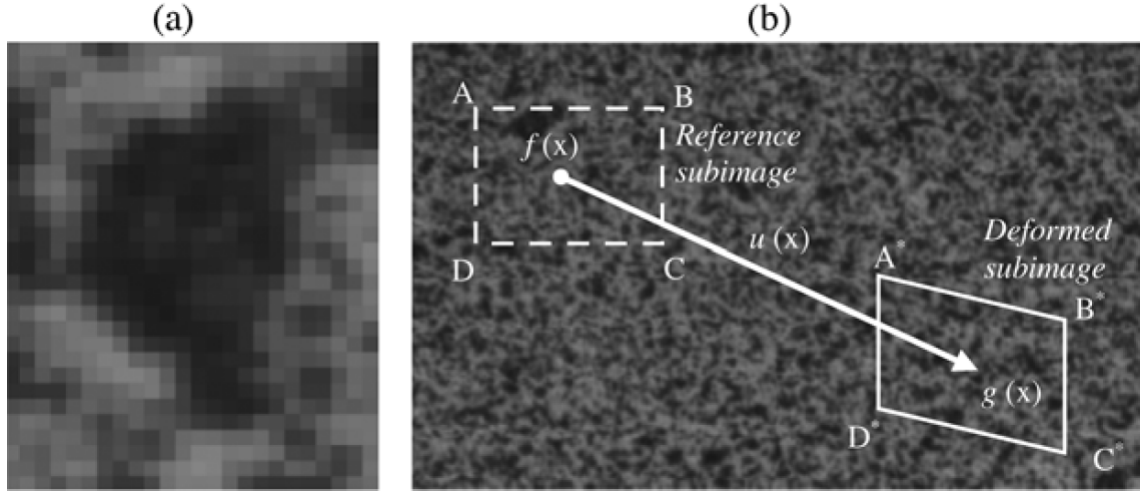


Fig.5 (a) Zoom sur un motif moucheté. Le modèle speckle est d'environ  $15 \times 20$  pixels. (b) Représentation schématique de la déformée et l'image de référence situées sur une photo instantanée.

Ensuite, par minimisation on obtient une fonction objective, et en considérant  $u(x)$  comme la somme de fonctions scalaires, la minimisation nous donne alors un system linéaire qui ressemble à la relation suivante :

$$M \cdot a = b$$

Avec

$$u(x) = \sum_{\alpha, n} a_{\alpha n} \psi_n(x) e_{\alpha}$$

$$M_{\alpha n \beta m} = \int \int_{\Omega} [\psi_m(x) \psi_n(x) \partial_{\alpha} f(x) \partial_{\beta} f(x)] dx$$

$$b_{\alpha n} = \int \int [g(x) - f(x)] \psi_n(x) \partial_{\alpha} f(x) dx$$

### 3 Discrétisation par éléments finis (Correli Q4)

Puisque l'image est naturellement divisée en pixels, il convient de choisir une forme carrée ou rectangulaire pour chaque élément. Ce qui nous amène au choix d'éléments finis type

Q4 comme base la plus simple. Chaque élément est associé sur le carré  $[0;1]^2$ , où les quatre fonctions de base sont  $(1-x)(1-y)$ ,  $x(1-y)$ ,  $(1-x)y$  et  $xy$  dans un repère  $(x;y)$  local. La décomposition de déplacement est donc particularisée pour tenir compte des fonctions de forme d'une discrétisation par éléments finis.

$$u^e(x) = \sum_{n=1}^{n_e} \sum_{\alpha} a_{\alpha n}^e N_n(x) e_{\alpha}$$

Où  $n_e$  est le nombre de noeuds (ici  $n_e = 4$ ), et ' $a$ ', les déplacements nodaux inconnus. La fonction objective est alors reformulée, on obtient la forme discrétisé de la matrice  $M$  et du vecteur  $b$

$$M_{\alpha n \beta m}^e = \int \int_{\Omega_e} [N_m(x) N_n(x) \partial_{\alpha} f(x) \partial_{\beta} f(x)] dx$$

$$b_{\alpha n}^e = \int \int [g(x) - f(x)] N_n(x) \partial_{\alpha} f(x) dx$$

Ainsi, il devient possible de calculer pour chaque élément ' $e$ ' les contributions élémentaires de  $M$  et  $b$ .





# **Deuxième partie**

## **Procédure expérimentale**



Cette section est consacrée à la présentation de la campagne expérimentale  
menée sur des poutres homothétiques,  
entaillées et non-entaillées  
conçues avec le même matériau.  
Nous avons considérés trois géométries différentes  
afin de prendre en compte les effets d'échelle et les effets de bord.



# Chapitre 4

## Les échantillons

### 1 Description du matériau

Dans notre étude on test des éprouvettes de petites dimensions on a alors recours à utiliser un micro-béton. (Référence : rapport de stage de Amine Hamouche - 2010)

La composition du micro-béton pour  $1m^3$  est présenté dans le tableau 1. Le ciment utilisé est un CEM1 52,5N (HOLCIM), et le sable normalisé est conforme *ISO679*, sa granulométrie est  $0/2mm$  et donnée dans le tableau 2. Le rapport  $e/c$  est de 0,46. Cette formulation est tirée de la thèse de Anna Ouglova 2004.

Sable(Kg)	Eau(Kg)	Ciment(Kg)
1342	294	631

TABLE 4.1: Composition du micro-béton

Tamis ouverture des mailles (mm)	refus cummulés (%)
0.08	99 $\pm$ 1
0.16	87 $\pm$ 5
0.50	67 $\pm$ 5
1.00	33 $\pm$ 5
1.60	7 $\pm$ 5
2.00	0

TABLE 4.2: Granulométrie du sable normalisé

## 2 Géométrie des éprouvettes

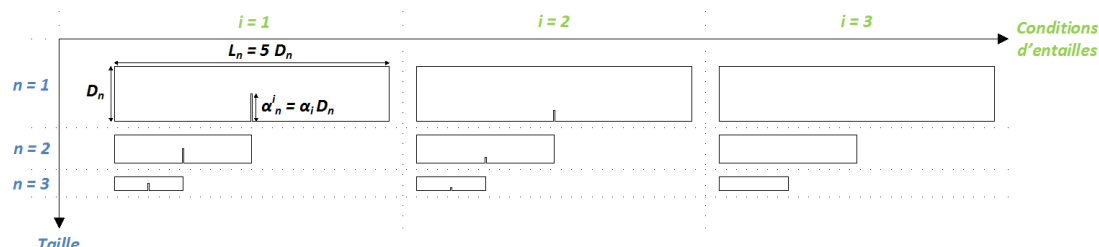
Les essais de flexion seront réalisés sur des poutres de dimensions  $B \times D \times L \text{ cm}^3$  (*largeur*  $\times$  *hauteur*  $\times$  *longueur*) avec un rapport  $L/D = 5$  constant et  $B$  une dimension fixe (restriction du type de test, ici  $B = 4 \text{ cm}$ ).

Trois différentes tailles sont considérées, présentant toutes un rapport  $L/D = 5$ , où  $L$  est la longueur et  $D$  est la hauteur de la poutre. La profondeur, quant à elle a été choisie constante et égale à  $B(4 \text{ cm})$ . Les entailles centrales seront taillées après coulage et non moulées sur les éprouvettes. Trois longueurs d'entaille ont été considérées avec une épaisseur d'entaille constante de  $2 \text{ mm}$  pour tous les échantillons (voir figure 6).

On propose les dimensions suivantes :

dimension taille	épaisseur	hauteur	longueur	distance entre appuis
$n_1$	$B_1 = 4 \text{ cm}$	$D_1 = 4 \text{ cm}$	$L_1 = 20 \text{ cm}$	$I_1 = 16 \text{ cm}$
$n_2$	$B_2 = 4 \text{ cm}$	$D_2 = 8 \text{ cm}$	$L_2 = 40 \text{ cm}$	$I_2 = 32 \text{ cm}$
$n_3$	$B_3 = 4 \text{ cm}$	$D_3 = 8 \text{ cm}$	$L_3 = 80 \text{ cm}$	$I_3 = 64 \text{ cm}$

TABLE 4.3: Les dimensions des éprouvettes



$$D_n = \frac{D_0}{2^{n-1}} ; D_0 = 16 \text{ cm} ; (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = (0.5; 0.2; 0) ; \text{épaisseur} = 4 \text{ cm}$$

Fig.6 Détails de la géométrie des éprouvettes testées pour la construction d'une base des données expérimentales.

## 3 Coffrages

Types de bois :

- bois standard (BS, joue le rôle de support)
- bois de coffrage (BC, en contact avec le béton)

Pour concevoir le coffrage on utilise des planches de bois standard de  $2,5m \times 1,25m$  (épaisseur  $1,5cm$ ), ainsi que des planches de bois de coffrage de  $2,5m \times 1,22m$  (épaisseur  $1,8cm$ ), on admet  $4mm$  comme trait de coupe. Les coffres seront conçus d'une façon à être réutilisables, on aura besoin alors de serres joints (1 par coffre).

On a besoin de 9 coffres en total mais les coffres des éprouvettes qui ont une même dimension seront exactement pareils.

- Pour les éprouvettes de dimension  $4 \times 4 \times 20$  on peut faire un seul coffre de la manière suivante : (N.B. : masse du coffre avec béton environ  $6,5Kg$ )

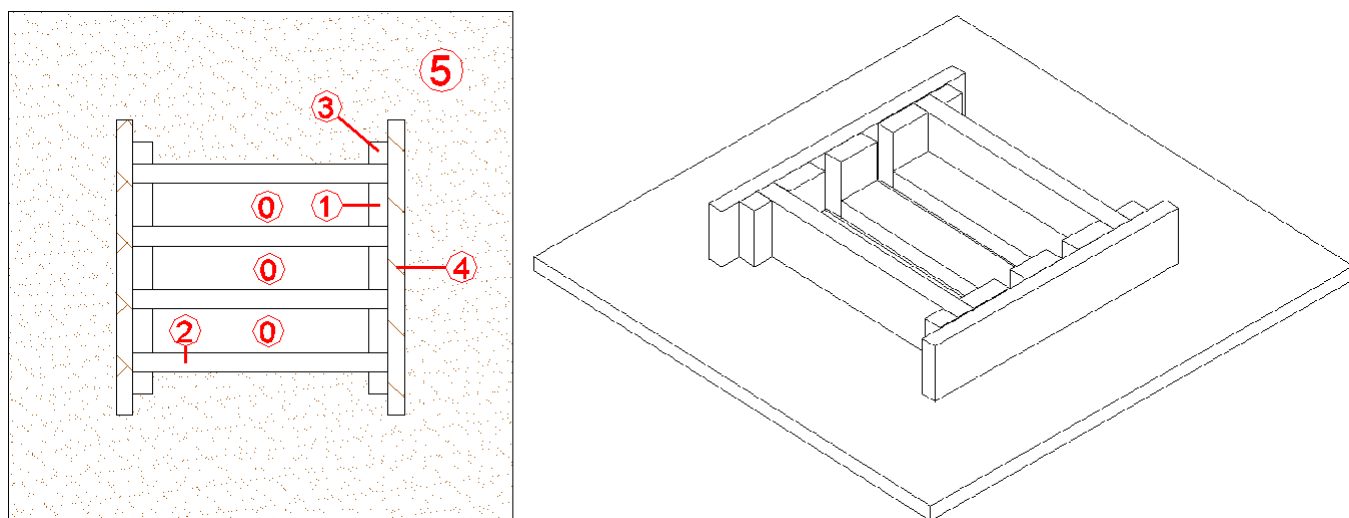


Fig.7 plan du coffre réutilisable qui va contenir 3 poutres de dimension  $4 \times 4 \times 20$  et les parties qui le composent, ainsi qu'une vue en espace du coffre

- (0)  $\times 3$  : BC  $20 \times 4cm$
- (1)  $\times 6$  : BC  $5.8 \times 4cm$
- (2)  $\times 4$  : BC  $23.6 \times 5.8cm$
- (3)  $\times 4$  : BC  $5.8 \times 2cm$
- (4)  $\times 2$  : BC  $27.2 \times 5.8cm$
- (5)  $\times 1$  : BC  $47.2 \times 46.6cm$

- Vous retrouvez les plans pour les autres coffres dans l'annexe

## 4 Matériel et équipement

Composants du micro-béton (perte 15%) :  
 Calcule du volume total de béton :

- ▷ 27 éprouvettes (poutres) :  $v_1 = 60480cm^3$
- ▷ 12 échantillons cylindriques ( $11 \times 22$ ) pour définir les caractéristiques du béton (6 pour le test de compression uni-axial, 6 pour l'essai brésilien) :  $v_2 = 25090cm^3$
- ▷ +5L (cône d'Abrams) +1L (Aréomètre) :  $v_3 = 6000cm^3$
- ▷ Volume total :  $V = 91570cm^3$
- ▷ +pertes :  $V_{final} = 0.1053055m^3$

Ainsi,d'après le Tableau -1- on peut calculer les quantités des composantes du béton :

- Sable : 141.32Kg
- Eau : 30.96Kg
- Eau : Ciment : 66.45Kg

Matériels pour le coffrage :

- Une plaque de bois standard
- Une plaque de bois de coffrage
- 16 écrous
- Serres joints : 5 (1 par coffre)



# Chapitre 5

## Essai F3P (flexion trois points)

### 1 Introduction

La flexion provoque une distribution de contraintes présentant à la fois un gradient et une répartition de contraintes de traction et de compression de part et d'autre de la fibre neutre.

L'essai de flexion détermine l'aptitude à la déformation d'un matériau sur deux appuis avec une application de l'effort à mi-distance.

On impose à une éprouvette normalisée une déformation, ou flèche, à vitesse de déformation constante, et on mesure la force qu'oppose l'éprouvette à cette déformation.

L'essai de flexion trois points peut nous fournir les valeurs du module d'élasticité en flexion ' $E_f$ ', contrainte de flexion ' $\sigma_f$ ', déformation en flexion ' $\varepsilon_f$ ' et de la réponse de contrainte-déformation du matériau. L'avantage principal d'un essai de flexion trois points est la facilité de la préparation et du test du spécimen.

Cependant, cette méthode présente aussi quelques inconvénients : les résultats du test sont sensibles à l'échantillon (matériau et géométrie), le chargement et la vitesse de déformation.

Dans le cas d'un comportement fragile, il existe une charge limite que la structure ne peut pas dépasser. Dans le cas d'un chargement en force, il y a rupture brutale par instabilité plastique (figure X).

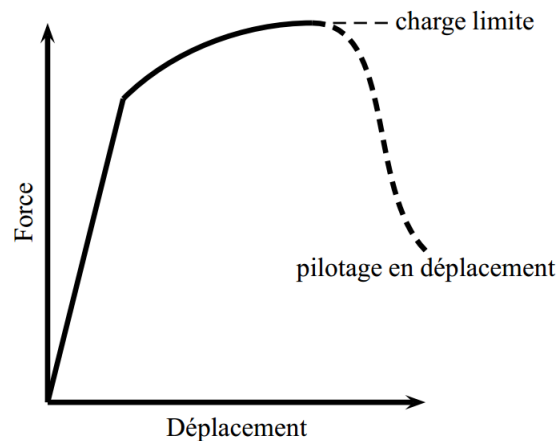


Fig.8 Charge limite et mode de pilotage du chargement.

On distingue plusieurs modes de chargement des structures :

- chargement monotone
- chargement cyclique
- chargement constant

On s'intéresse particulièrement dans notre étude au mode de chargement monotone puisqu'on cherche en premier lieu le comportement adoucissant après la charge limite.

Pour un essai sous chargement monotone d'une éprouvette, on peut distinguer différents types de mode de rupture, dans le cas du mortier ça sera un mode de rupture quasi-fragile : Le comportement global est non linéaire. on observe une forte perte de rigidité qui indique une micro fissuration du matériau. Cette micro fissuration est la cause essentielle de la non-linéarité globale

## 2 Machine d'essai : la MTS TTC *Melo*

## 3 Pilotage / Instruments de mesure

Comme on a déjà expliqué, notre mode de chargement est un chargement monotone, dans ce cas la charge appliquée croît de façon continue, et elle est gérée par le déplacement du vérin, sauf que ce déplacement à son tour peut consister en une charge imposée (ce genre de pilotage ne nous convient pas parce qu'il ne permet pas de mesurer le post-pic d'une courbe force/flèche ou force/CMOD dans le cas des poutres en béton testées en FP3) ou un déplacement imposé.

# **Troisième partie**

## **Étude numériques**



Le matériau utiliser dans notre étude est le mortier.  
On sait bien que le comportement du mortier est fragile en traction, l'expérimentation sur le mortier est à son tour alors, difficile à gérer, surtout qu'on souhaite mesurer l'énergie de fissuration à travers la corrélation d'images. On a alors recours à modéliser nos essais pour pouvoir prédire le comportement lors du test expérimental, de cette façon on peut aspirer à des résultats expérimentaux plus fiables (surtout sur la première campagne, les résultats numériques vont nous permettre de calibrer les machines d'essai) de même ça servira comme outil de vérification pour le modèle de calcul utilisé pour la résolution numérique.



# Chapitre 6

## Modélisation

### 1 Mode de calcul

### 2 Paramètres matériau

Pour bien prédire numériquement les résultats de l'expérience, on a besoin d'introduire les paramètres qui correspondent à ce matériau, or par manque de données sur certains de ces paramètres (principalement la fragilité en traction) on a recours à une identification par rapport à des essais expérimentaux. Pour cela on a lancé plusieurs calculs sur des échantillons similaires aux échantillons de l'expérience en géométrie et chargement et on a changé les paramètres d'une façon intuitive pour obtenir au final une courbe force/déplacement similaire aux courbes trouvées expérimentalement.

### 3 Maillages

### 4 Résultats





# **Quatrième partie**

## **Résultats et analyse expérimentale**







## **Chapitre 7**

# **Identification des paramètres mécaniques**

### **1 Procédure**

### **2 Mesures**



# **Chapitre 8**

## **Les essais**

**1 montage**

**2 Résultats**





# Bibliographie



# Annexe A

## 1 Notation

Dans le cadre de votre formation et pour compléter vos connaissances vous avez effectué une initiation recherche en PIR et en stage.

Il vous est demandé de rédiger un rapport sur le thème de votre travail recherche.

De compléter si besoin par des annexes.

Les soutenances de stage auront lieu le 27/6, toute la journée.

Vous serez évalués sur la base suivante :

- d'un rapport de stage (6 points), de 25 pages maximum (hors annexes éventuelles). Celui-ci doit être déposé (sur plateforme pédagogique) au plus tard le 22/6 à 18h. Au-delà le site sera fermé et vous devrez me l'envoyer par mail. Dans ce cas vous serez évalués que sur 3 points.
- d'un poster (4 points), format A1 portrait (fichier PowerPoint fournit). Celui-ci fera l'objet d'une courte présentation orale (5 min) devant un jury qui ne sera pas le même que pour votre soutenance. Vous devez venir avec votre poster le 27/6 en début de matinée.
- d'une soutenance orale - 15 min d'exposé, suivi de 15 min de questions - (6 points).
- de l'évaluation faite, par vos encadrants, de votre travail - présence, motivation, autonomie, etc. - (4 points).