

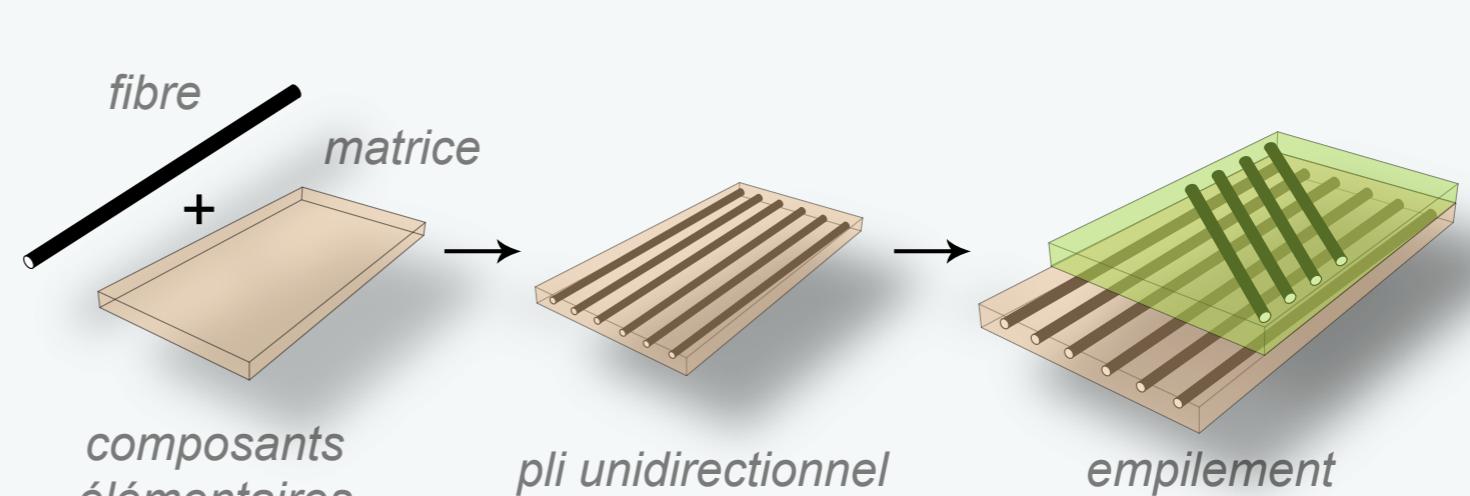
# Stratégie de décomposition de domaine à trois échelles pour la simulation du délaminage dans les stratifiés

P. KERFRIDEN



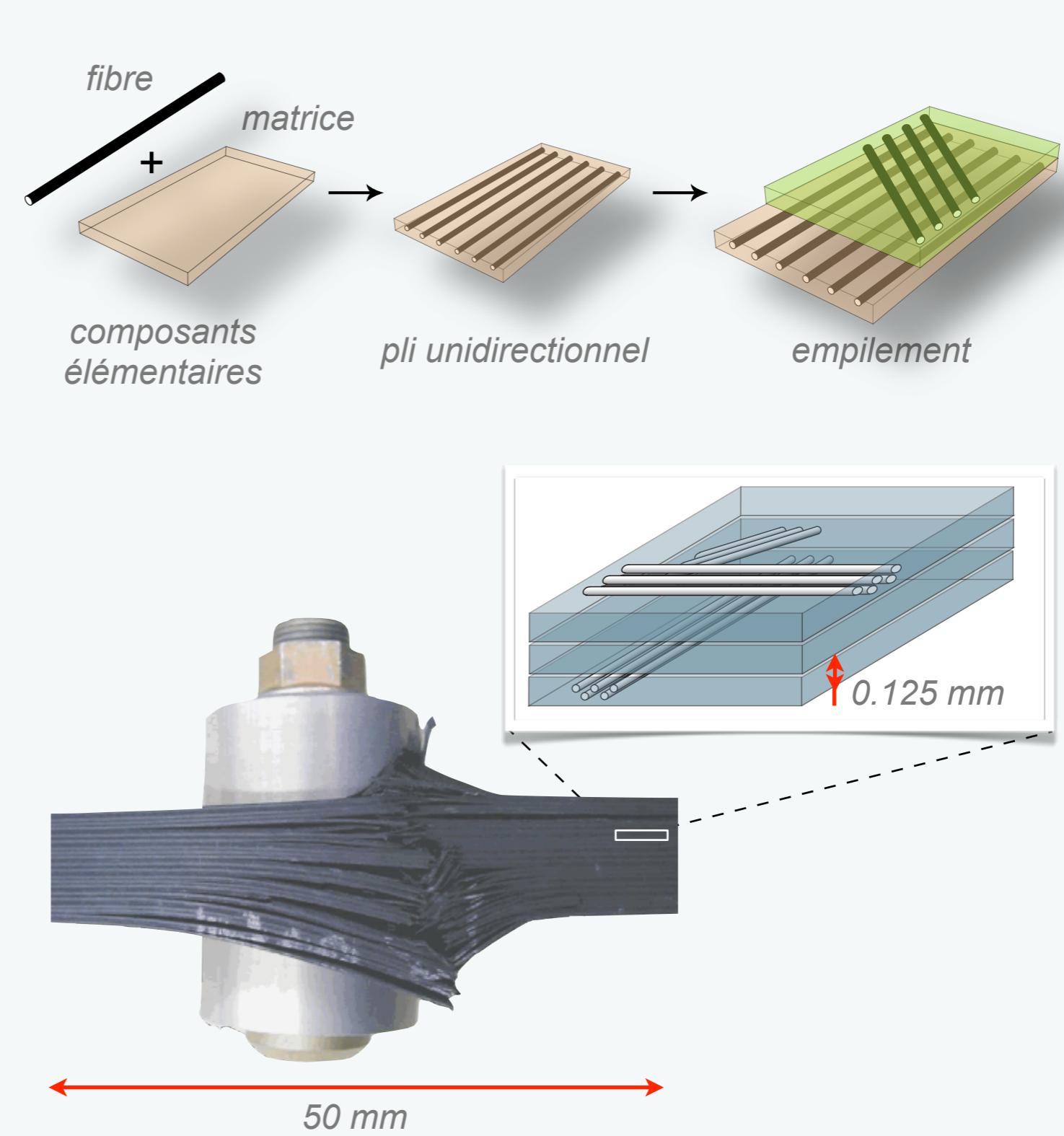
# Prédiction du délaminage dans les structures stratifiées

- Conception de structures stratifiées
    - Allégement de masse par rapport à une structure métallique
    - Contrepartie : phénomènes de dégradation complexes, dont la prévision par le calcul est difficile
- modélisation à une échelle fine



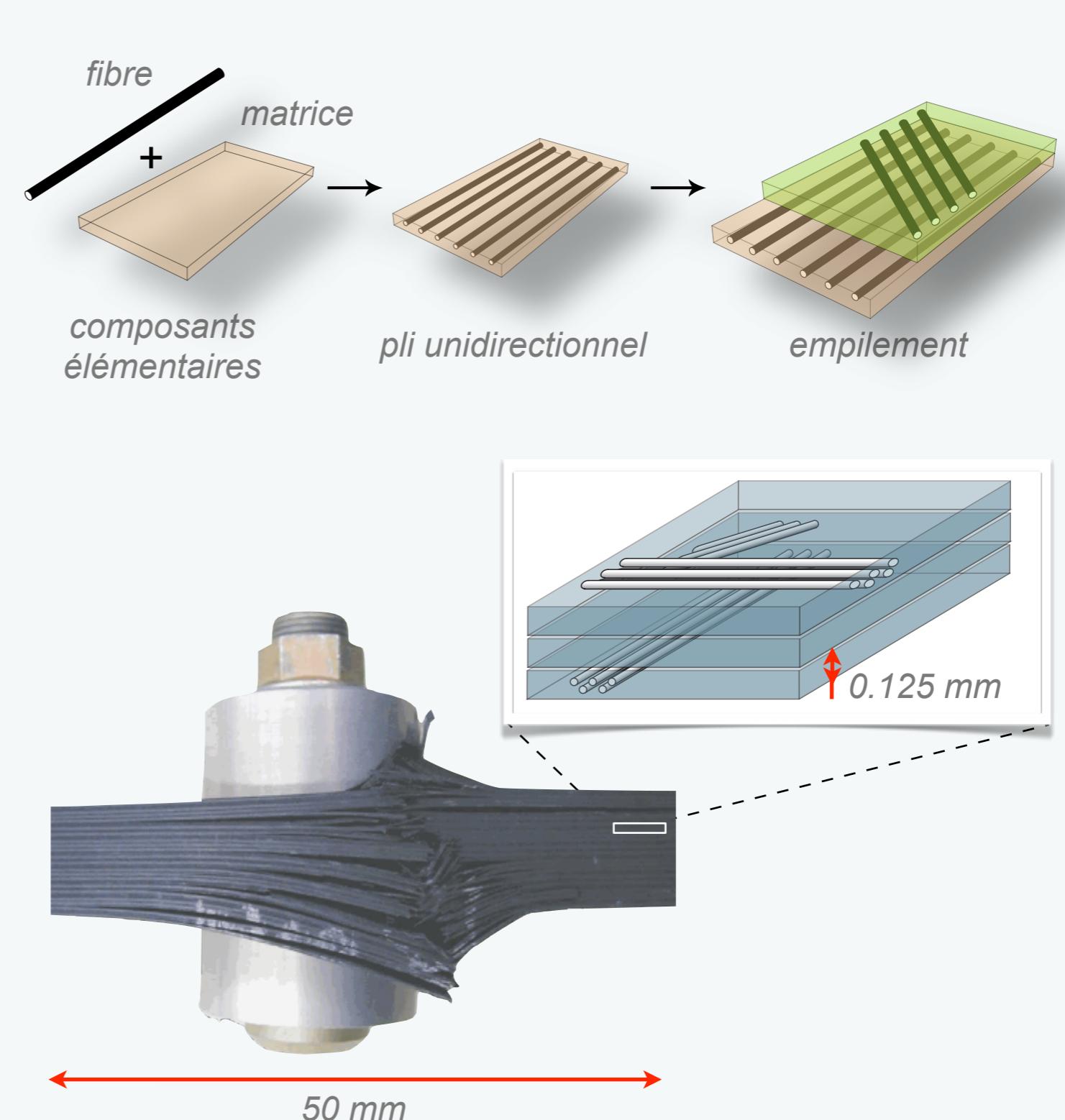
# Prédiction du délaminaage dans les structures stratifiées

- Conception de structures stratifiées
  - Allégement de masse par rapport à une structure métallique
  - Contrepartie : phénomènes de dégradation complexes, dont la prévision par le calcul est difficile
    - modélisation à une échelle fine
- Calculs prédictifs du délaminaage dans des composants structuraux nécessitent la résolution de **problèmes numériques de très grande taille**
  - solutions inaccessibles avec des techniques de calcul standards



# Prédiction du délaminate dans les structures stratifiées

- Conception de structures stratifiées
  - Allégement de masse par rapport à une structure métallique
  - Contrepartie : phénomènes de dégradation complexes, dont la prévision par le calcul est difficile
    - modélisation à une échelle fine
- Calculs prédictifs du délaminate dans des composants structuraux nécessitent la résolution de **problèmes numériques de très grande taille**
  - solutions inaccessibles avec des techniques de calcul standards
- Enjeux des travaux :** proposer une stratégie de calcul multiéchelle et parallèle pour l'analyse au délaminate



- Introduction

- Contexte scientifique

- Stratégie micro/macro de décomposition de domaine pour les stratifiés

- Adaptation aux non-linéarités traitées

- ▶ Robustesse du schéma itératif de résolution
- ▶ Passage des instabilités globales

- Adéquation du problème homogénéisé au problème traité

- ▶ Troisième niveau de résolution
- ▶ Traitement spécifique du front de délamination

- Conclusion

# Modélisation du délaminage à l'échelle méso

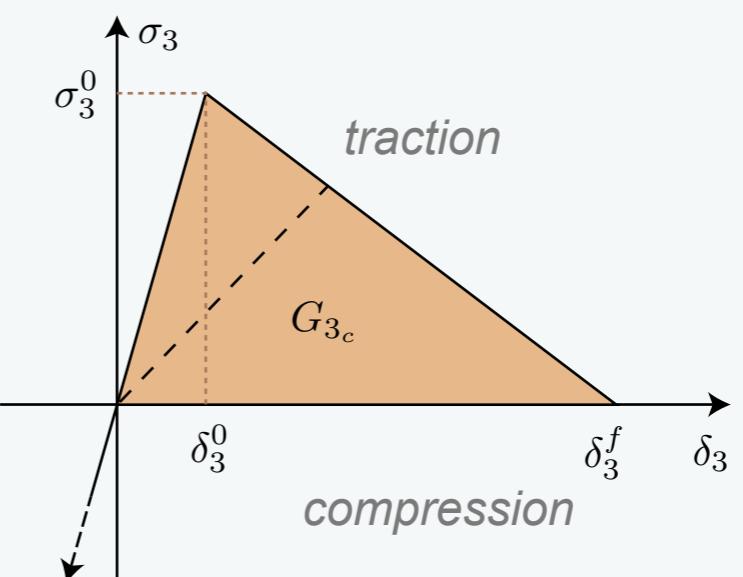
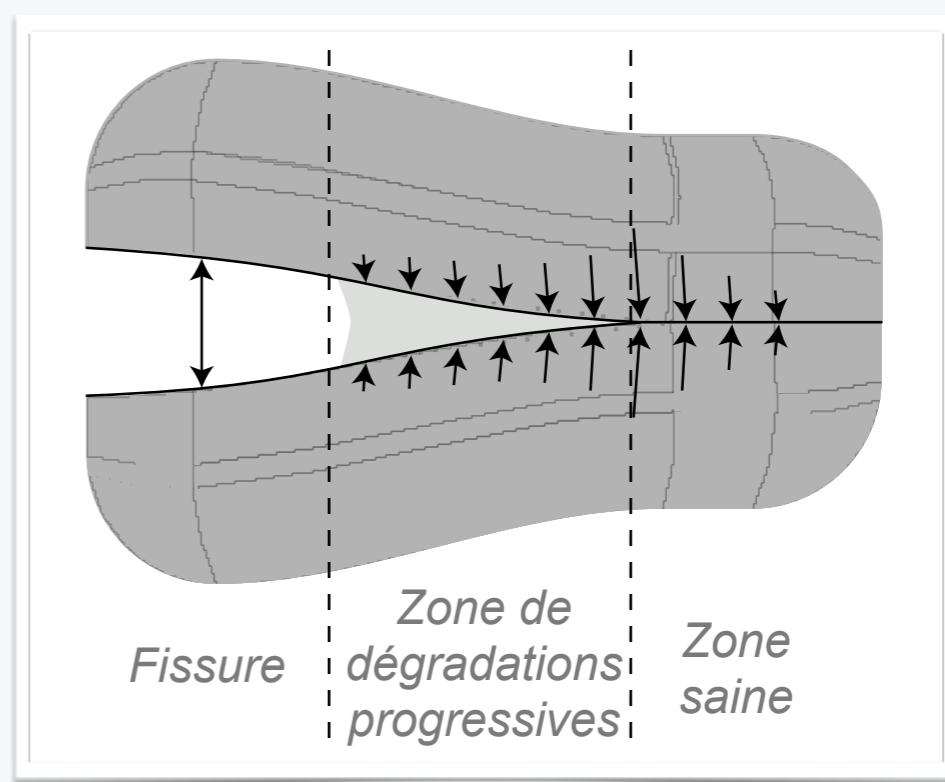
- Echelle la plus grossière pour la prédiction numérique du délaminage : **échelle méso**
- Trois types d'approche :
  - ▶ **Mécanique de la rupture** [Griffith 20, Irwin 56, Rice 68]
  - ▶ **Modèles de zone cohésive** [Dugdale 60, Barenblatt 62, Hillerborg 76]
  - ▶ **Modèles basés sur la mésomécanique des stratifiés** [Ladevèze 86, Ladevèze et Lubineau 02]

# Modélisation du délaminage à l'échelle méso

- Echelle la plus grossière pour la prédiction numérique du délaminage : **échelle méso**
- Trois types d'approche :
  - ▶ **Mécanique de la rupture** [Griffith 20, Irwin 56, Rice 68] : évaluation du critère de Griffith
    - ➡ limitation à des *process zones* de taille faible
    - ➡ difficulté d'interprétation du critère de Griffith pour l'initiation de la fissuration
    - ➡ difficulté de traitement de la multi-fissuration
  - ▶ **Modèles de zone cohésive** [Dugdale 60, Barenblatt 62, Hillerborg 76]
  - ▶ **Modèles basés sur la mésomécanique des stratifiés** [Ladevèze 86, Ladevèze et Lubineau 02]

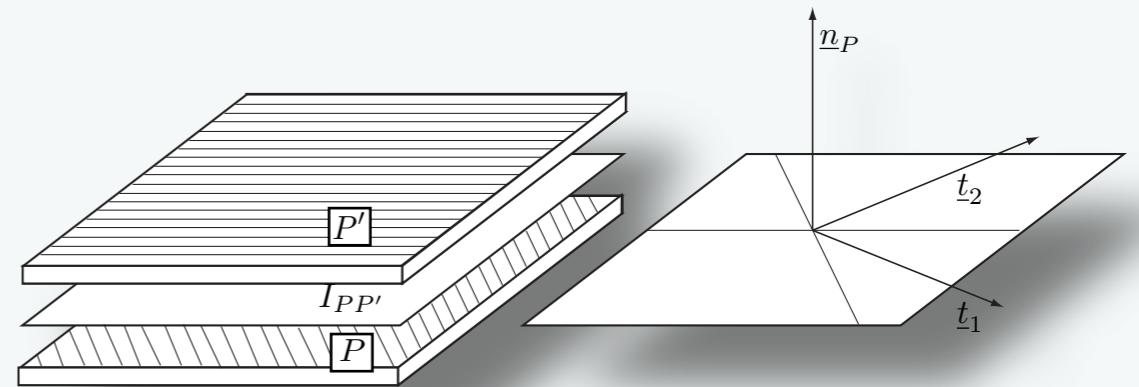
# Modélisation du délaminage à l'échelle méso

- Echelle la plus grossière pour la prédiction numérique du délaminage : **échelle méso**
- Trois types d'approche :
  - ▶ **Mécanique de la rupture** [Griffith 20, Irwin 56, Rice 68]
  - ▶ **Modèles de zone cohésive** [Dugdale 60, Barenblatt 62, Hillerborg 76] : loi de comportement adoucissant discrète en pointe de fissure (plasticité [Schellekens et De Borst 93, Xu et Needleman 94] ou endommagement [Mi et Criesfield 98])
    - régularisation des champs en pointe de fissure
    - traitement de l'initiation et de la propagation
      - ➡ approche “numérique” permettant de retrouver les résultats de la mécanique de la rupture par une estimation locale des dégradations dans le matériau
  - ▶ **Modèles basés sur la mésomécanique des stratifiés** [Ladevèze 86, Ladevèze et Lubineau 02]



# Modélisation du délaminage à l'échelle méso

- Echelle la plus grossière pour la prédiction numérique du délaminage : **échelle méso**
- Trois types d'approche :
  - ▶ **Mécanique de la rupture** [Griffith 20, Irwin 56, Rice 68]
  - ▶ **Modèles de zone cohésive** [Dugdale 60, Barenblatt 62, Hillerborg 76]
  - ▶ **Modèles basés sur la mésomécanique des stratifiés** [Ladevèze 86, Ladevèze et Lubineau 02] : homogénéisation des propriétés microstructurales à l'échelle méso
    - deux entités dégradables : pli [Ladevèze 86] et interface [Allix 87]
    - dégradations formulées en plasticité et en endommagement
    - ➡ obtention d'un comportement intrinsèque des “méso-constituants”



“Méso-constituants” : plis et interface

# Modélisation du délaminage à l'échelle méso

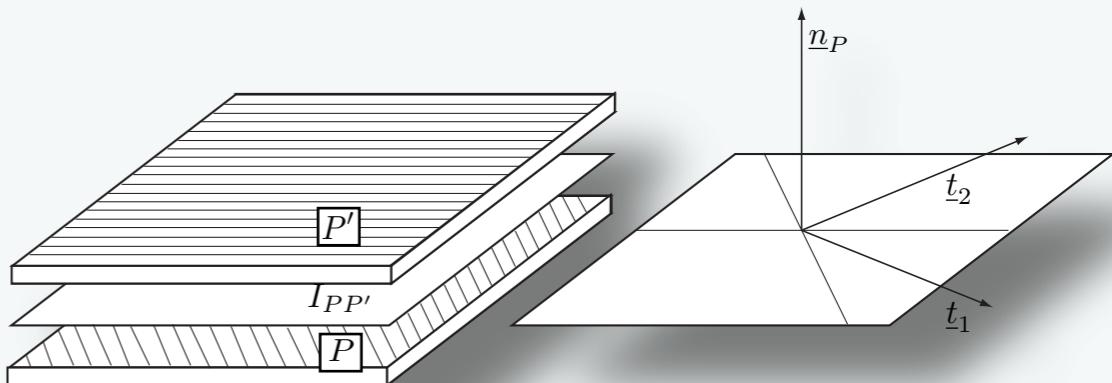
- Echelle la plus grossière pour la prédiction numérique du délaminage : **échelle méso**
- Trois types d'approche :
  - ▶ **Mécanique de la rupture** [Griffith 20, Irwin 56, Rice 68]
  - ▶ **Modèles de zone cohésive** [Dugdale 60, Barenblatt 62, Hillerborg 76]
  - ▶ **Modèles basés sur la mésomécanique des stratifiés** [Ladevèze 86, Ladevèze et Lubineau 02]
- Pour notre étude : **concentration des dégradations dans les interfaces**
  - ▶ Comportement linéaire orthotrope des plis
  - ▶ Interface dégradable [Allix 87, Lévéque 98]
    - comportement élastique endommageable :

$$\underline{\underline{\sigma}}_P \cdot \underline{n}_P = \mathbf{K}_{PP'} \cdot [\underline{u}]_P$$

↑

$$\begin{pmatrix} \left( 1 - \langle [\underline{u}]_P \cdot \underline{n}_P \rangle_+ d_3 \right) k_n^0 & 0 & 0 \\ 0 & (1 - d_1)k_t^0 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - d_2)k_t^0 \end{pmatrix}$$

- lois d'évolutions couplées
- prise en compte de l'histoire



“Méso-constituants” : plis et interface

# Modélisation du délaminage à l'échelle méso

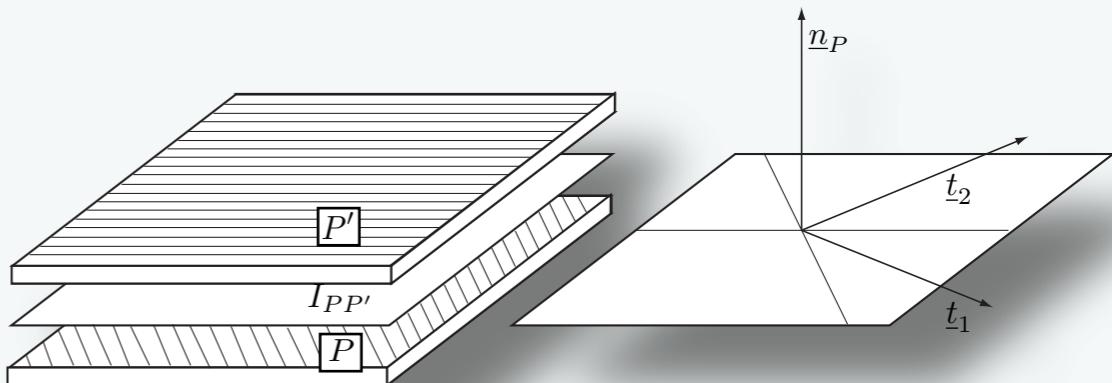
- Echelle la plus grossière pour la prédiction numérique du délaminage : **échelle méso**
- Trois types d'approche :
  - ▶ **Mécanique de la rupture** [Griffith 20, Irwin 56, Rice 68]
  - ▶ **Modèles de zone cohésive** [Dugdale 60, Barenblatt 62, Hillerborg 76]
  - ▶ **Modèles basés sur la mésomécanique des stratifiés** [Ladevèze 86, Ladevèze et Lubineau 02]
- Pour notre étude : **concentration des dégradations dans les interfaces**
  - ▶ Comportement linéaire orthotrope des plis
  - ▶ Interface dégradable [Allix 87, Lévêque 98]
    - comportement élastique endommageable :

$$\underline{\underline{\sigma}}_P \cdot \underline{n}_P = \mathbf{K}_{PP'} \cdot [\underline{u}]_P$$

↑

$$\begin{pmatrix} \left( 1 - \langle [\underline{u}]_P \cdot \underline{n}_P \rangle_+ d_3 \right) k_n^0 & 0 & 0 \\ 0 & (1 - d_1)k_t^0 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - d_2)k_t^0 \end{pmatrix}$$

- lois d'évolutions couplées
- prise en compte de l'histoire



“Méso-constituants” : plis et interface

# Modélisation du délaminage à l'échelle méso

- Echelle la plus grossière pour la prédiction numérique du délaminage : **échelle méso**
- Trois types d'approche :
  - Mécanique de la rupture** [Griffith 20, Irwin 56, Rice 68]
  - Modèles de zone cohésive** [Dugdale 60, Barenblatt 62, Hillerborg 76]
  - Modèles basés sur la mésomécanique des stratifiés** [Ladevèze 86, Ladevèze et Lubineau 02]
- Pour notre étude : **concentration des dégradations dans les interfaces**
  - Comportement linéaire orthotrope des plis
  - Interface dégradable [Allix 87, Lévéque 98]
    - comportement élastique endommageable :

$$\underline{\sigma}_P \cdot \underline{n}_P = \mathbf{K}_{PP'} \cdot [\underline{u}]_P$$

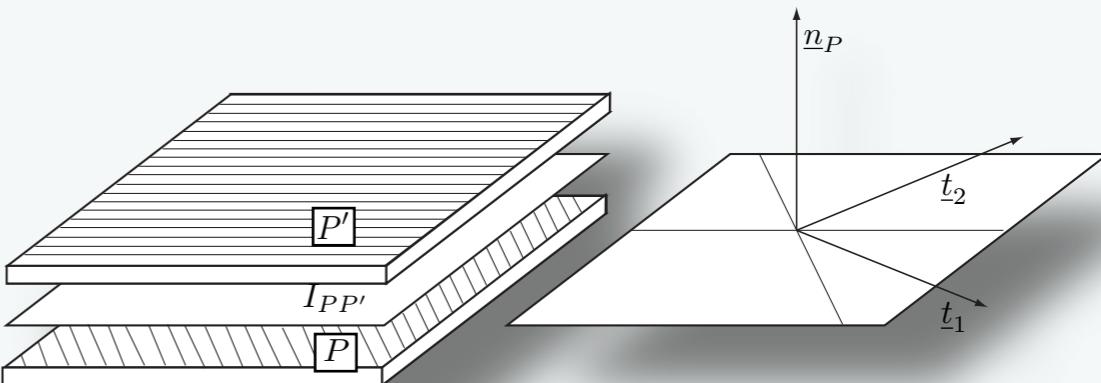
↑

$$\begin{pmatrix} \left( 1 - \langle [\underline{u}]_P \cdot \underline{n}_P \rangle_+ d_3 \right) k_n^0 & 0 & 0 \\ 0 & (1 - d_1)k_t^0 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - d_2)k_t^0 \end{pmatrix}$$

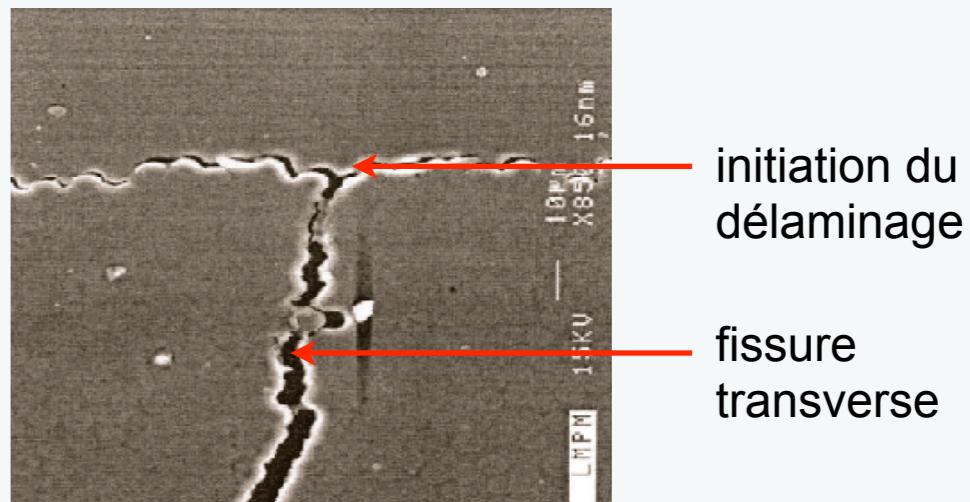
- lois d'évolutions couplées
- prise en compte de l'histoire

- Hypothèse non réaliste dans certains cas [Allix et Deaudeville 95, Lévéque 98]

➡ Première approche pour la prévision du délaminage



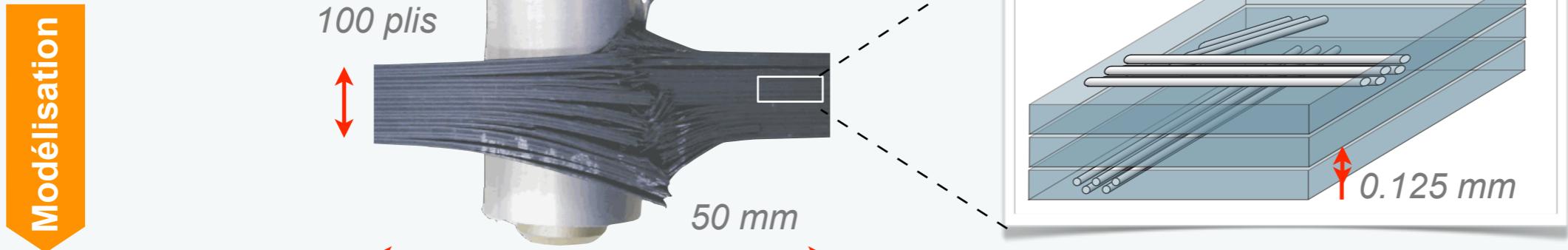
“Méso-constituants” : plis et interface



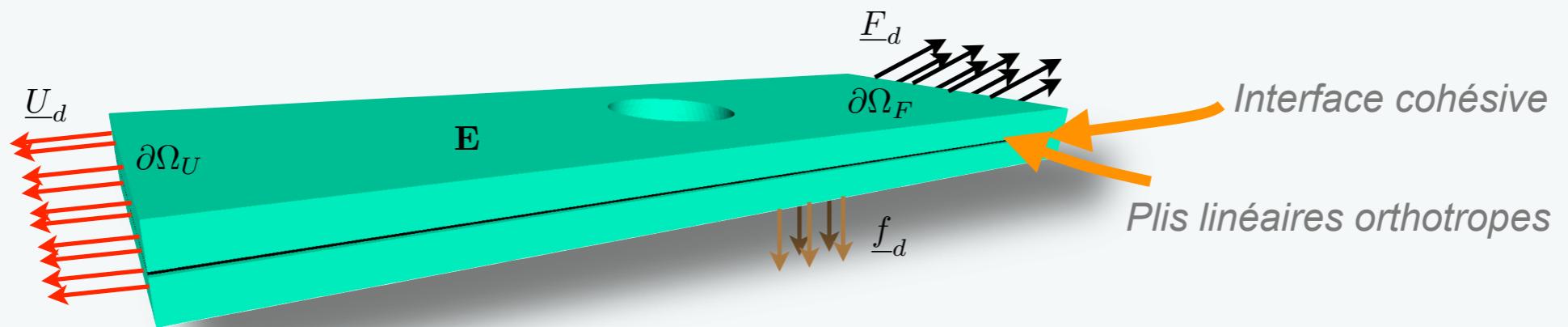
Couplage délaminage / fissuration transverse

# Difficultés numériques associées à la modélisation “méso”

- Structure cible



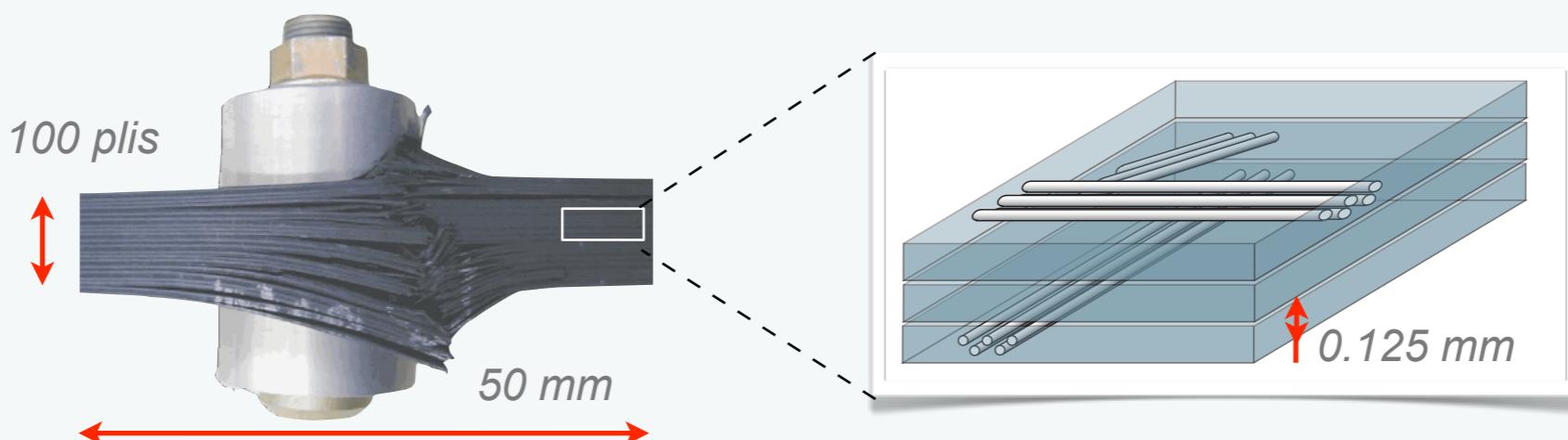
- Problème d'évolution quasi-statique de délaminage à l'échelle méso



# Difficultés numériques associées à la modélisation “méso”

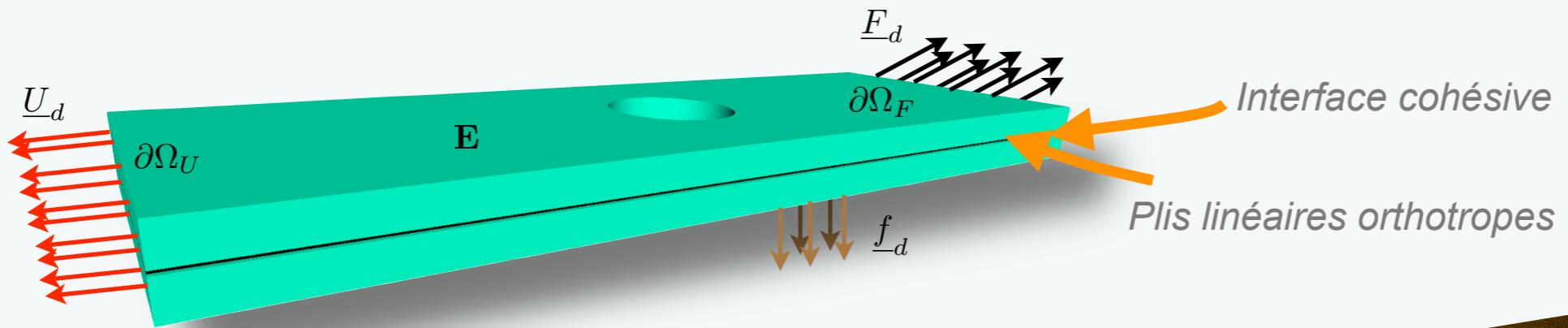
- Structure cible

Modélisation



- Problème d'évolution quasi-statique de délaminage à l'échelle méso

Discrétisation



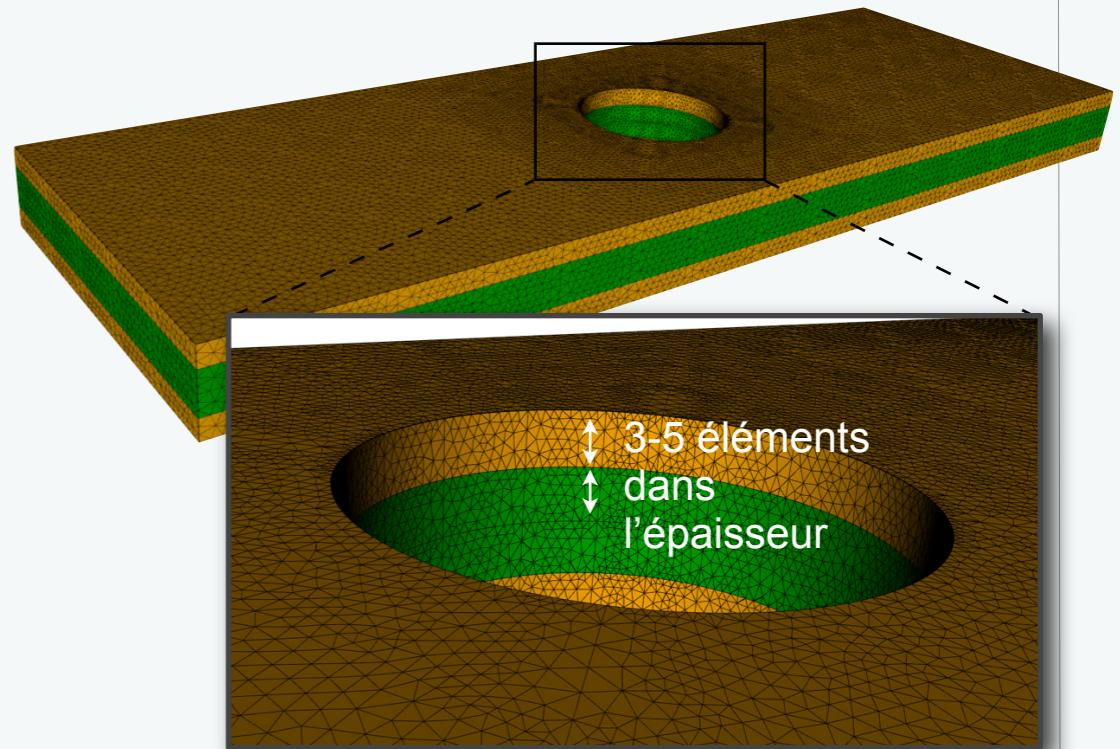
- Problèmes éléments finis à chaque piquet de temps du schéma d'intégration temporel implicite

► Cas test à 4 plis 7,5 x 2,5 x 0,5 mm

➡ 500 000 degrés de liberté

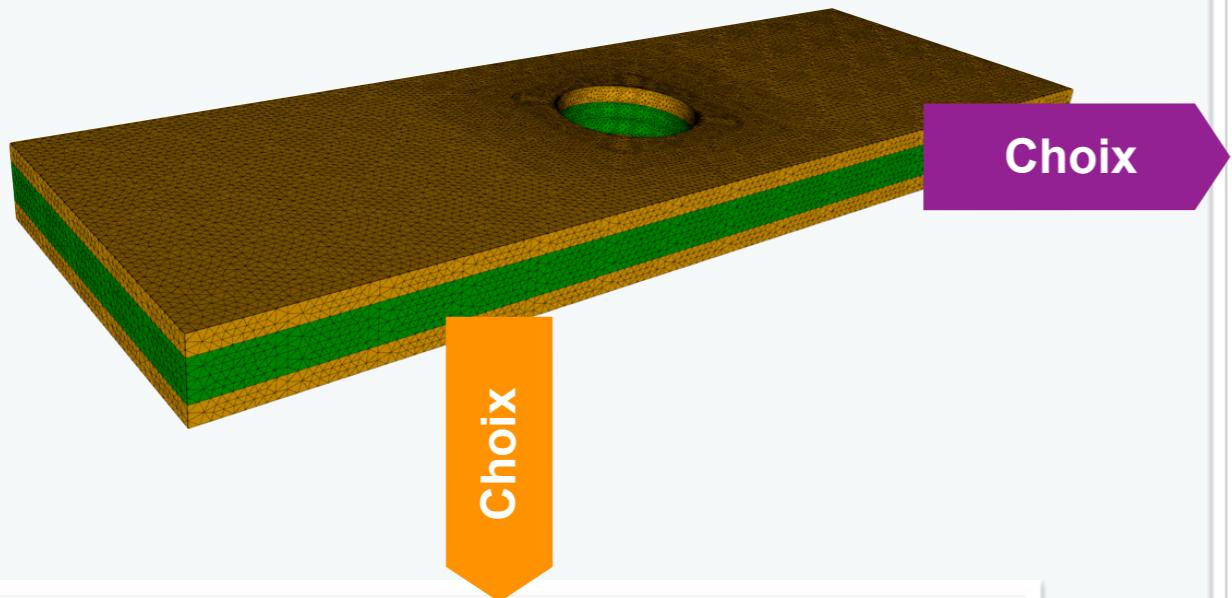
► Structure industrielle “cible”

➡ 180.10<sup>6</sup> de degrés de liberté (environ 3000 coeurs à 2Go de mémoire)



# Résolution des problèmes non-linéaires de grande taille

- Problème **non-linéaire** de **grande taille** à résoudre à chaque piquet de temps

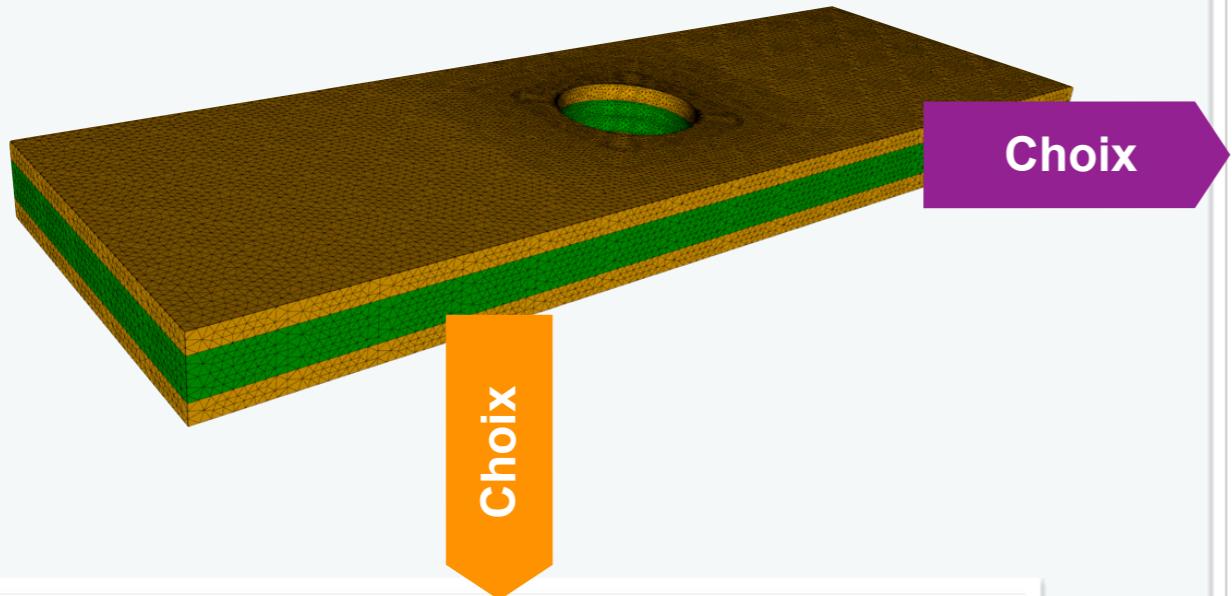


- Algorithmes de résolutions de problèmes **non-linéaires**
  - ▶ Newton et dérivés [Newton 1711]
  - ▶ Méthodes arc-length [Riks 72]
  - ▶ Méthode asymptotique numérique [Azrar et al. 91]
  - ▶ Algorithme LaTIn [Ladevèze 85]

- **Stratégies de calcul intensif parallèles**

# Résolution des problèmes non-linéaires de grande taille

- Problème **non-linéaire** de **grande taille** à résoudre à chaque piquet de temps



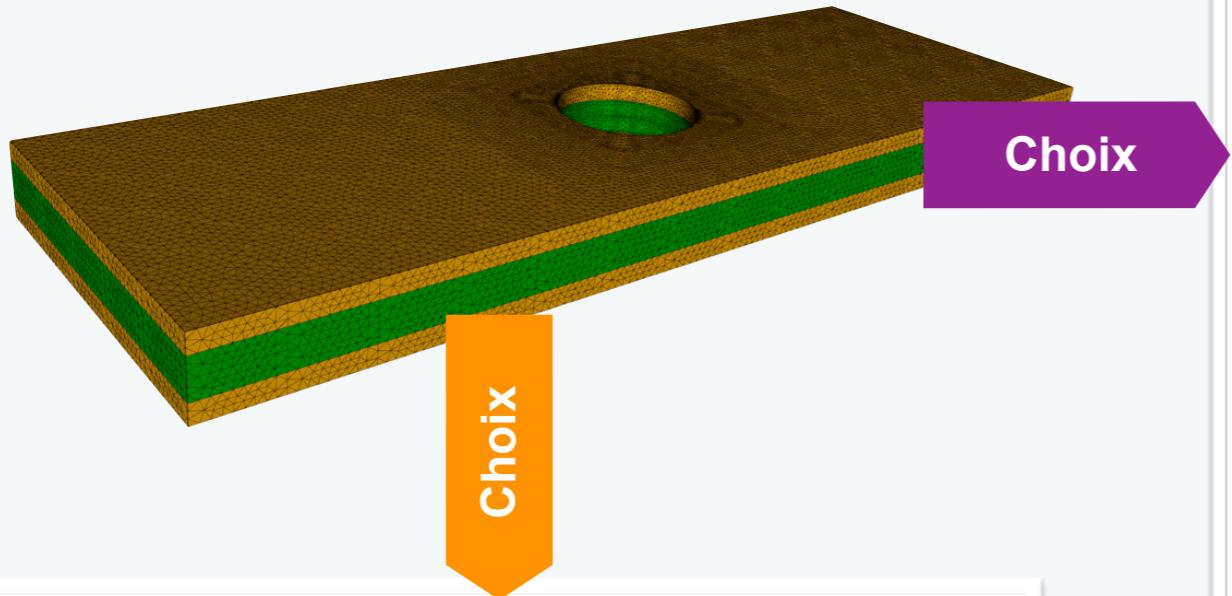
- Algorithmes de résolutions de problèmes **non-linéaires**

- ▶ Newton et dérivés [Newton 1711]
- ▶ Méthodes arc-length [Riks 72]
- ▶ Méthode asymptotique numérique [Azrar et al. 91]
- ▶ Algorithme LaTIn [Ladevèze 85]

- Stratégies de calcul intensif parallèles
  - ▶ méthodes de décomposition de domaine basées sur les compléments de Schur : BDD [Mandel 93, Le Tallec 94], FETI [Farhat 94] et dérivées
    - résolution du problème condensé par un algorithme du **gradient conjugué**
    - 
    -
  - ▶ Stratégie micro/macro de décomposition de domaine mixte [Ladevèze et Dureisseix 00]
    - résolution du problème non-linéaire sous-structuré par l'algorithme **LaTIn**
    - 
    -

# Résolution des problèmes non-linéaires de grande taille

- Problème **non-linéaire** de **grande taille** à résoudre à chaque piquet de temps



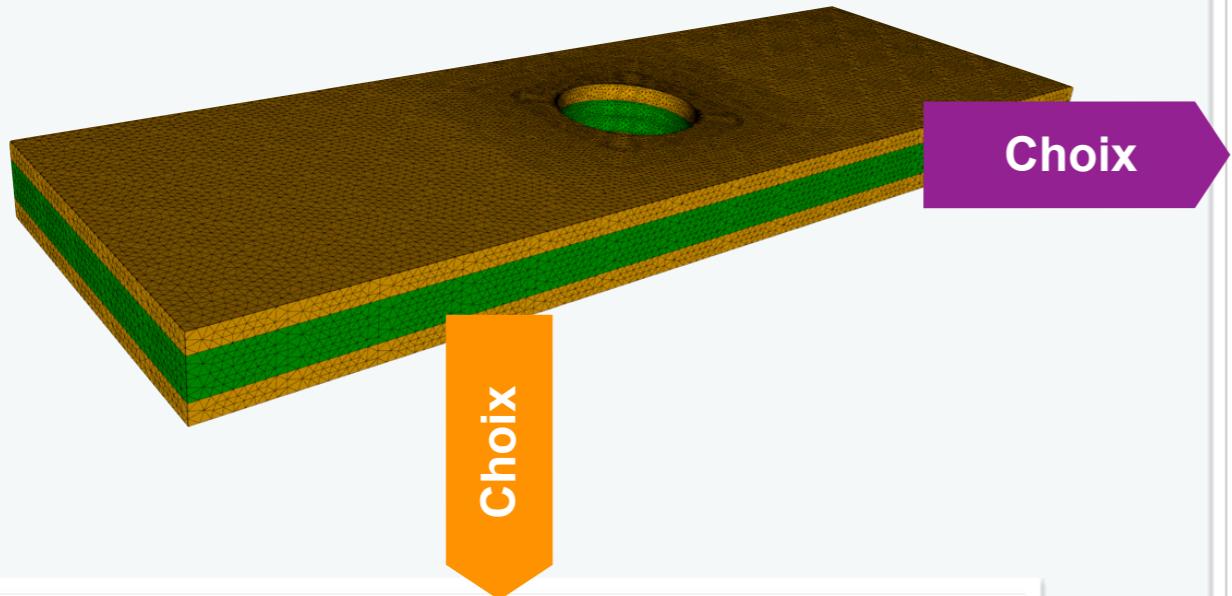
- Algorithmes de résolutions de problèmes **non-linéaires**

- Newton et dérivés [Newton 1711]
- Méthodes arc-length [Riks 72]
- Méthode asymptotique numérique [Azrar et al. 91]
- Algorithme LaTIn [Ladevèze 85]

- Stratégies de calcul intensif parallèles**
  - méthodes de décomposition de domaine basées sur les compléments de Schur : BDD [Mandel 93, Le Tallec 94], FETI [Farhat 94] et dérivées
    - résolution du problème condensé par un algorithme du **gradient conjugué**
    - **problème grossier** associé aux modes à énergie nulle des sous-domaines
    -
  - **Stratégie micro/macro** de décomposition de domaine mixte [Ladevèze et Dureisseix 00]
    - résolution du problème non-linéaire sous-structuré par l'algorithme **LaTIn**
    - résolution d'un **problème homogénéisé** pour transmettre l'information lente
    -

# Résolution des problèmes non-linéaires de grande taille

- Problème **non-linéaire** de **grande taille** à résoudre à chaque piquet de temps



- Algorithmes de résolutions de problèmes **non-linéaires**

- Newton et dérivés [Newton 1711]
- Méthodes arc-length [Riks 72]
- Méthode asymptotique numérique [Azrar et al. 91]
- Algorithme LaTIn [Ladevèze 85]

- Stratégies de calcul intensif parallèles**

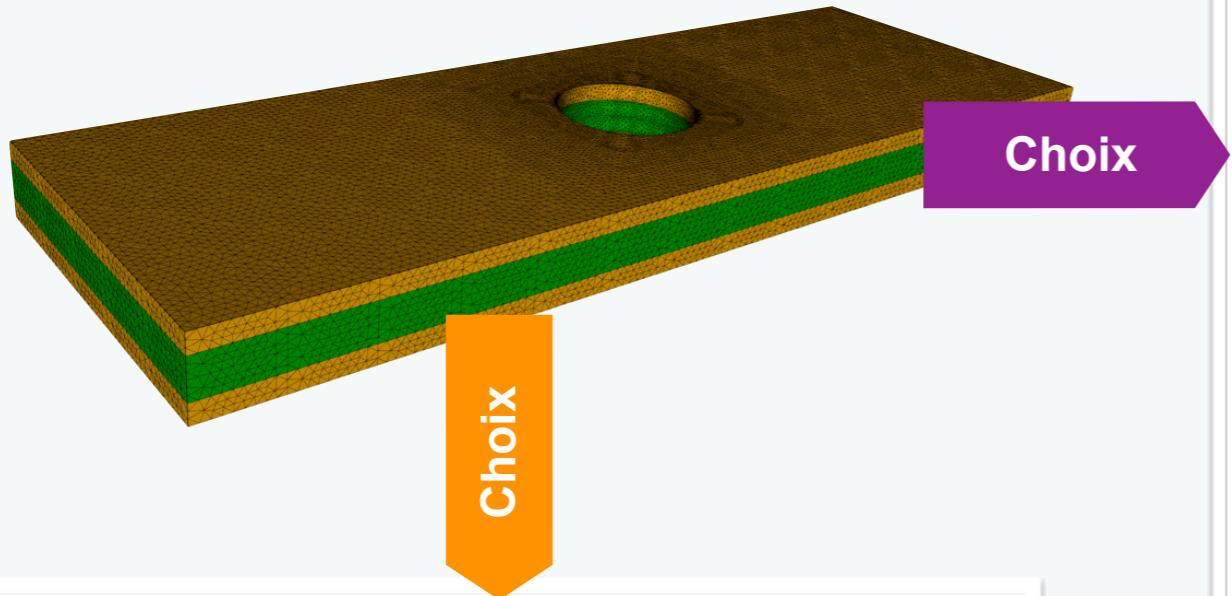
- ▶ méthodes de décomposition de domaine basées sur les compléments de Schur : BDD [Mandel 93, Le Tallec 94], FETI [Farhat 94] et dérivées
  - résolution du problème condensé par un algorithme du **gradient conjugué**
  - **problème grossier** associé aux modes à énergie nulle des sous-domaines
  - Accélération en temps par réutilisation des bases de Krylov [Rey et Gosselet 03]

- ▶ **Stratégie micro/macro** de décomposition de domaine mixte [Ladevèze et Dureisseix 00]

- résolution du problème non-linéaire sous-structuré par l'algorithme **LaTIn**
- résolution d'un **problème homogénéisé** pour transmettre l'information lente
- Accélération en temps par un choix pertinent de la représentation espace/temps des inconnues [Ladevèze 99]

# Résolution des problèmes non-linéaires de grande taille

- Problème **non-linéaire** de **grande taille** à résoudre à chaque piquet de temps



- Algorithmes de résolutions de problèmes **non-linéaires**

- ▶ Newton et dérivés [Newton 1711]
- ▶ Méthodes arc-length [Riks 72]
- ▶ Méthode asymptotique numérique [Azrar et al. 91]
- ▶ Algorithme LaTIn [Ladevèze 85]

✓ adaptée au Traitement des **non-linéarités de surface**  
 ✓ Stratégie multiéchelle “mécanique”

- Stratégies de calcul intensif parallèles

- ▶ méthodes de décomposition de domaine basées sur les compléments de Schur : BDD [Mandel 93, Le Tallec 94], FETI [Farhat 94] et dérivées
  - résolution du problème condensé par un algorithme du **gradient conjugué**
  - **problème grossier** associé aux modes à énergie nulle des sous-domaines
  - Accélération en temps par réutilisation des bases de Krylov [Rey et Gosselet 03]

- ▶ Stratégie micro/macro de décomposition de domaine mixte [Ladevèze et Dureisseix 00]

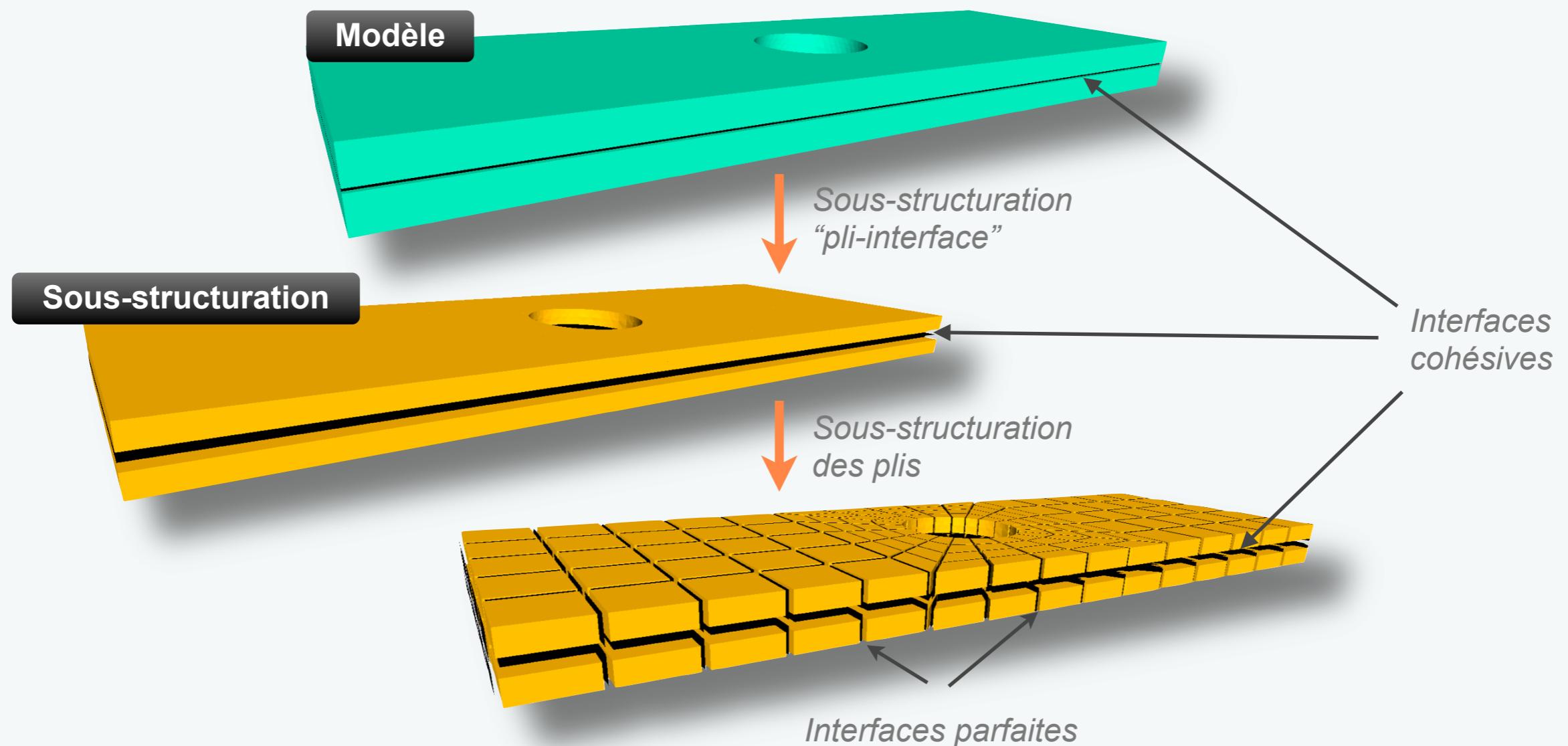
- résolution du problème non-linéaire sous-structuré par l'algorithme **LaTIn**
- résolution d'un **problème homogénéisé** pour transmettre l'information lente

- Accélération en temps par un choix pertinent de la représentation espace/temps des inconnues [Ladevèze 99]

- Introduction
- État de l'art
- Stratégie micro/macro de décomposition de domaine pour les stratifiés
- Adaptation aux non-linéarités traitées
  - ▶ Robustesse du schéma itératif de résolution
  - ▶ Passage des instabilités globales
- Adéquation du problème homogénéisé au problème traité
  - ▶ Troisième niveau de résolution
  - ▶ Traitement spécifique du front de délaminage
- Conclusion

# Sous-structuration du stratifié

- Principe du partitionnement [Ladevèze 85]
  - ▶ **Sous-structures** volumiques
  - ▶ **Interfaces** surfaciques possédant un **comportement mécanique propre**
- Pour le modèle de stratifié : **respect de chacune des entités méso** par la partition



# Sous-structuration du stratifié

- **Problème sur chaque sous-structure**

- ▶ Admissibilité cinématique de chaque SST :

$$\text{sur } \partial\Omega_E \quad \underline{u}_E = \underline{W}_E$$

- ▶ Admissibilité statique de chaque SST :

$$\operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}}_E = 0$$

$$\text{sur } \partial\Omega_E \quad \underline{\underline{\sigma}}_E \underline{n}_E = \underline{F}_E$$

- ▶ Comportement linéaire orthotrope de chaque sous-structure :

$$\underline{\underline{\sigma}}_E = \mathbf{K}_E \underline{\underline{\epsilon}}(\underline{u}_E)$$

➡ **condensation** :  $\mathbf{S}_{P_E} \underline{W}_E = \underline{F}_E$

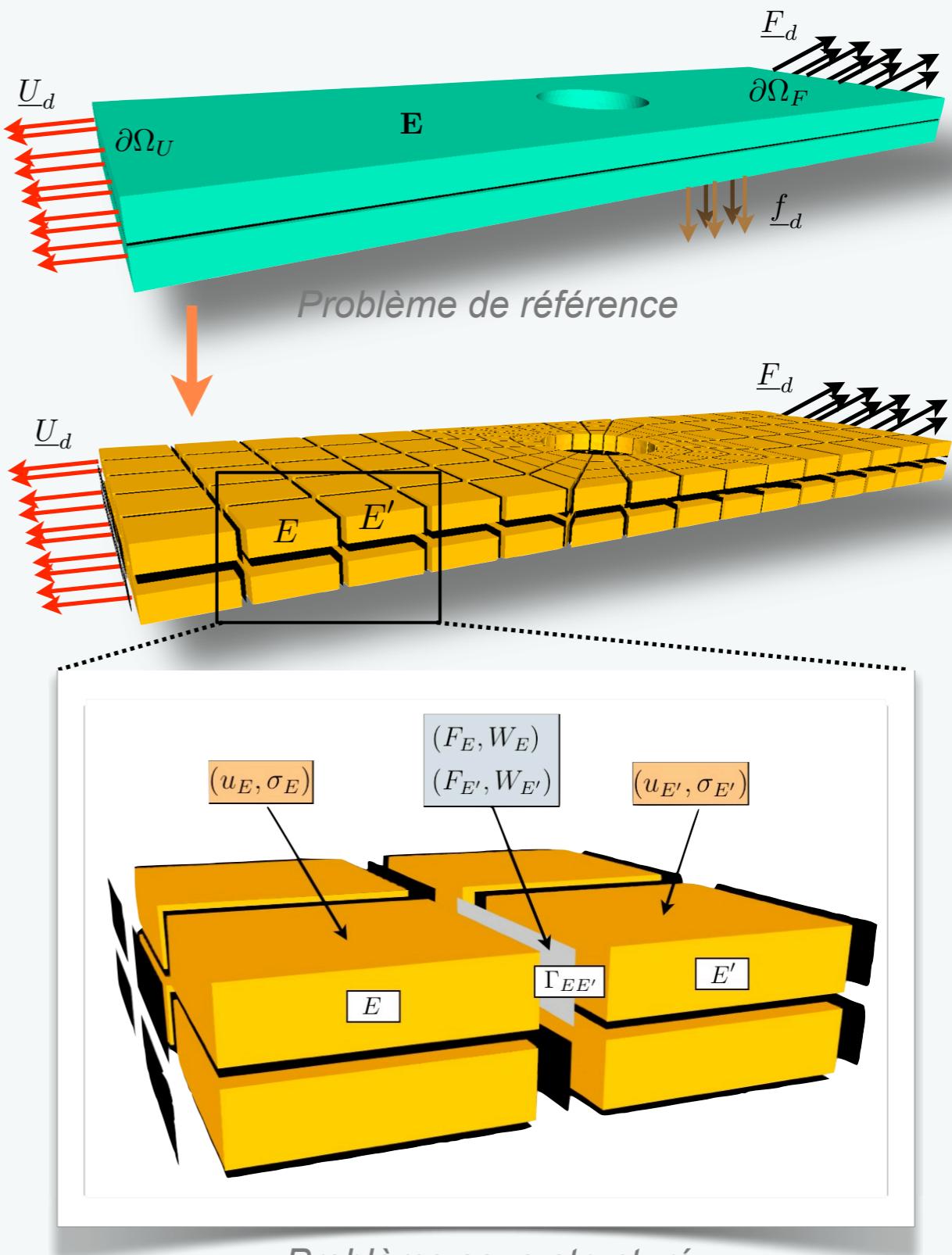
- **Comportement de chaque interface**

- ▶ Intérieure : interface parfaite ou cohésive

$$\mathcal{R}(\underline{W}_E, \underline{W}_{E'}, \underline{F}_E, \underline{F}_{E'}) = 0$$

- ▶ Extérieure : Conditions aux limites

$$\mathcal{R}_d(\underline{W}_E, \underline{F}_E) = 0$$



Problème sous-structuré

# Echelle macroscopique associée à la sous-structuration

- Séparation des **champs macroscopiques** ( $F^M, W^M$ ) et **microscopiques** ( $F^m, W^m$ ) sur chaque interface  $\Gamma_{EE'}$  [Ladevèze et Dureisseix 00] :

$$\begin{cases} F = F^m + F^M \\ W = W^m + W^M \end{cases}$$

- ▶ ( $F^M, W^M$ ) recherchés dans un espace de dimension finie
- Découplage des échelles :

$$\int_{\Gamma_{EE'}} \underline{F} \cdot \underline{W} \, d\Gamma = \int_{\Gamma_{EE'}} \underline{F}^M \cdot \underline{W}^M \, d\Gamma + \int_{\Gamma_{EE'}} \underline{F}^m \cdot \underline{W}^m \, d\Gamma$$

➡ permet la définition d'un projecteur, assure l'unicité de la décomposition

# Echelle macroscopique associée à la sous-structuration

- Séparation des **champs macroscopiques** ( $F^M, W^M$ ) et **microscopiques** ( $F^m, W^m$ ) sur chaque interface  $\Gamma_{EE'}$  [Ladevèze et Dureisseix 00] :

$$\begin{cases} F = F^m + F^M \\ W = W^m + W^M \end{cases}$$

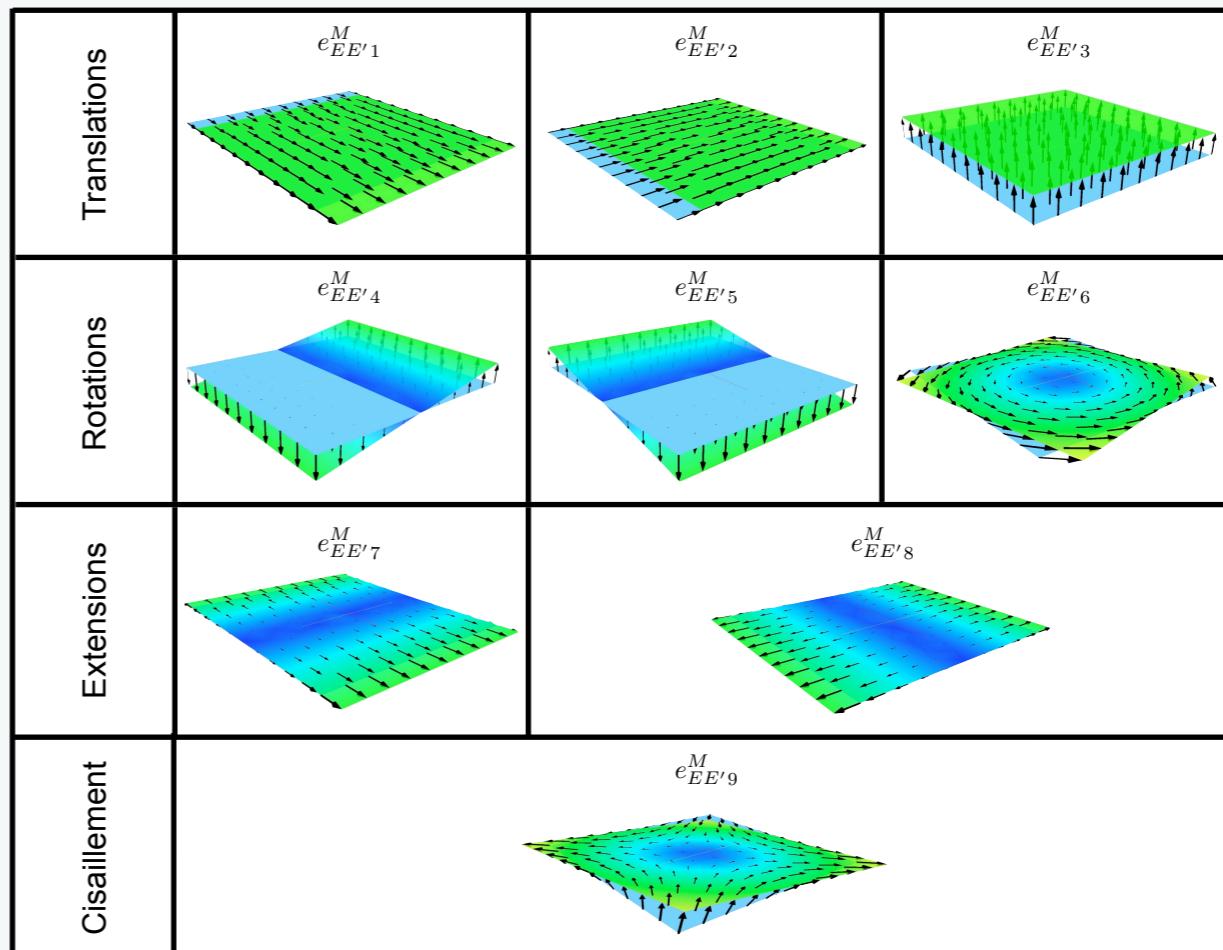
- ( $F^M, W^M$ ) recherchés dans un espace de dimension finie
- Découplage des échelles :

$$\int_{\Gamma_{EE'}} \underline{F} \cdot \underline{W} \, d\Gamma = \int_{\Gamma_{EE'}} \underline{F}^M \cdot \underline{W}^M \, d\Gamma + \int_{\Gamma_{EE'}} \underline{F}^m \cdot \underline{W}^m \, d\Gamma$$

→ permet la définition d'un projecteur, assure l'unicité de la décomposition

- Choix de l'espace macroscopique
  - Dimension faible
  - Doit au moins contenir les moments et résultantes [Ladevèze, Loiseau et Dureisseix 01] des efforts d'interface (Principe de Saint-Venant)

→ **espace des fonctions linéaire par interface (9 vecteurs de base pour des interfaces planes)**



# Echelle macroscopique associée à la sous-structuration

- Séparation des **champs macroscopiques** ( $F^M, W^M$ ) et **microscopiques** ( $F^m, W^m$ ) sur chaque interface  $\Gamma_{EE'}$  [Ladevèze et Dureisseix 00] :

$$\begin{cases} F = F^m + F^M \\ W = W^m + W^M \end{cases}$$

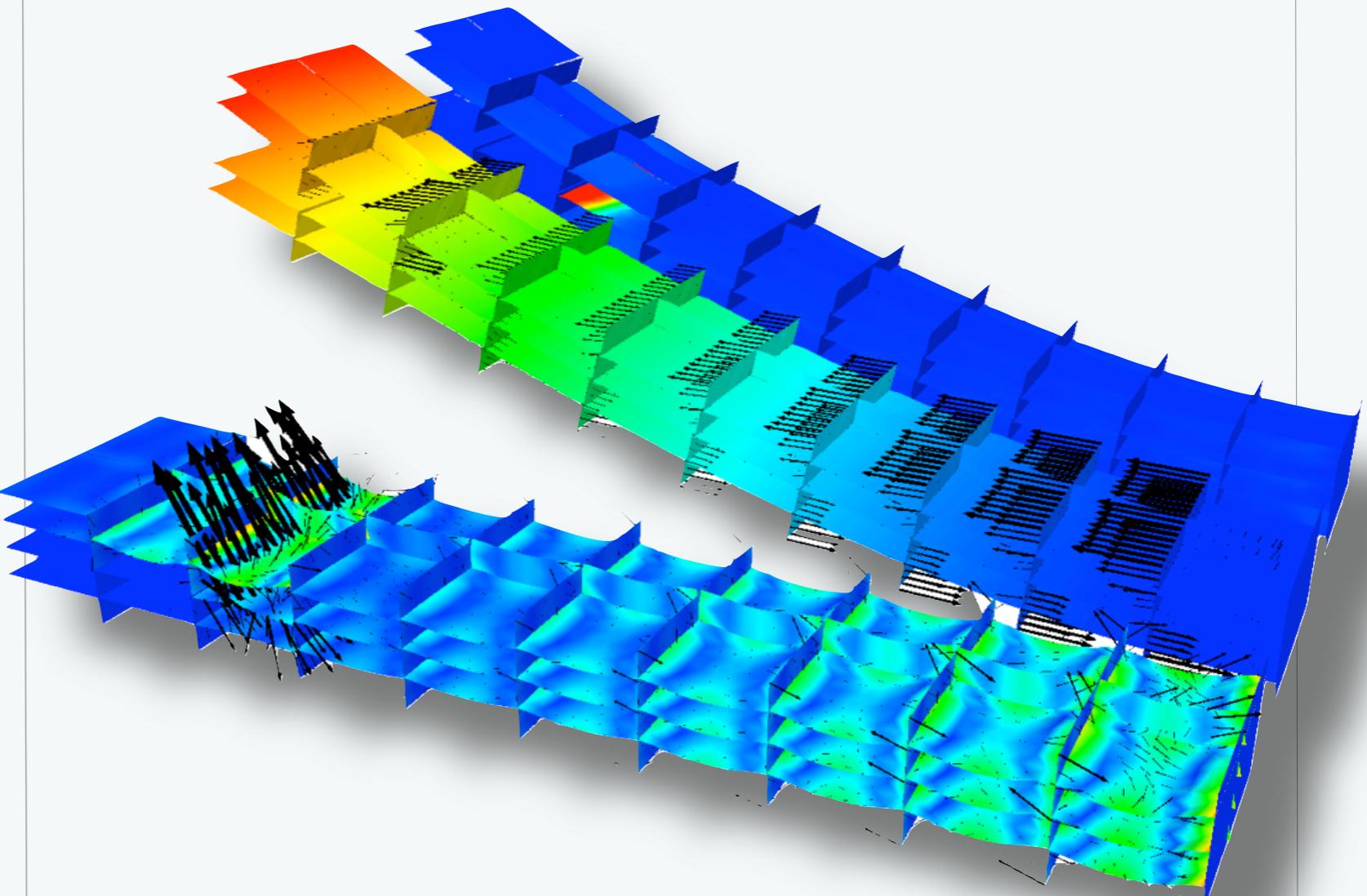
- ( $F^M, W^M$ ) recherchés dans un espace de dimension finie
- Découplage des échelles :

$$\int_{\Gamma_{EE'}} \underline{F} \cdot \underline{W} \, d\Gamma = \int_{\Gamma_{EE'}} \underline{F}^M \cdot \underline{W}^M \, d\Gamma + \int_{\Gamma_{EE'}} \underline{F}^m \cdot \underline{W}^m \, d\Gamma$$

→ permet la définition d'un projecteur, assure l'unicité de la décomposition

- Choix de l'espace macroscopique
  - Dimension faible
  - Doit au moins contenir les moments et résultantes [Ladevèze, Loiseau et Dureisseix 01] des efforts d'interface (Principe de Saint-Venant)

→ **espace des fonctions linéaire par interface (9 vecteurs de base pour des interfaces planes)**



# Algorithme LaTIn pour la résolution du problème sous-structuré

- Recherche itérative de la solution d'interface par l'algorithme LaTIn [Ladevèze 85]

$$s = (s_E)_{E \in \mathbf{E}} = (\underline{W}_E, \underline{F}_E)_{E \in \mathbf{E}}$$

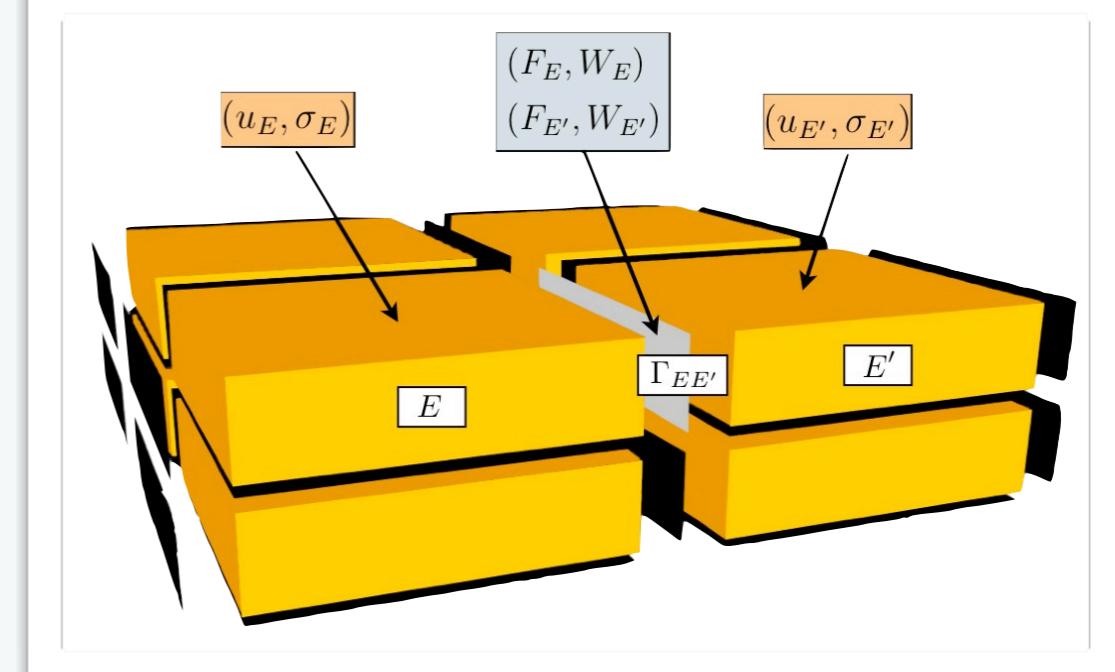
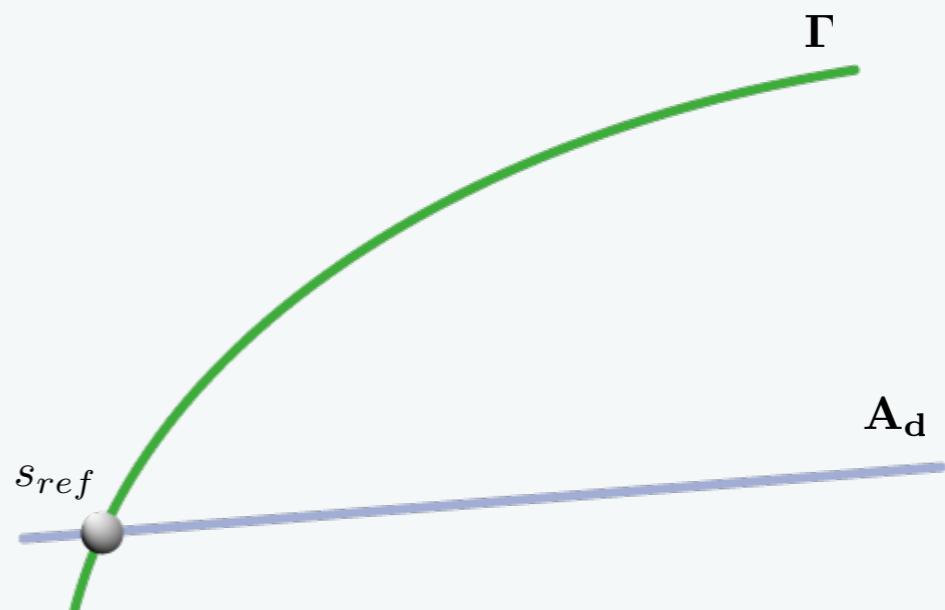
- Deux espaces d'admissibilité

 $\Gamma$ 

- espace des solutions vérifiant les relation de **comportement locales des interfaces**

 $A_d$ 

- espace des solutions vérifiant les équations linéaires suivantes :
  - problèmes sur chaque sous-structure, condensé aux interfaces**
  - équilibre macroscopiques** aux interfaces



# Algorithme LaTIn pour la résolution du problème sous-structuré

- Recherche itérative de la solution d'interface par l'algorithme LaTIn [Ladevèze 85]

$$s = (s_E)_{E \in \mathbf{E}} = (\underline{W}_E, \underline{F}_E)_{E \in \mathbf{E}}$$

- Deux espaces d'admissibilité

 $\Gamma$ 

- espace des solutions vérifiant les relation de **comportement locales des interfaces**

 $\mathbf{A}_d$ 

- espace des solutions vérifiant les équations linéaires suivantes :
  - problèmes sur chaque sous-structure, condensé aux interfaces**
  - équilibre macroscopiques** aux interfaces

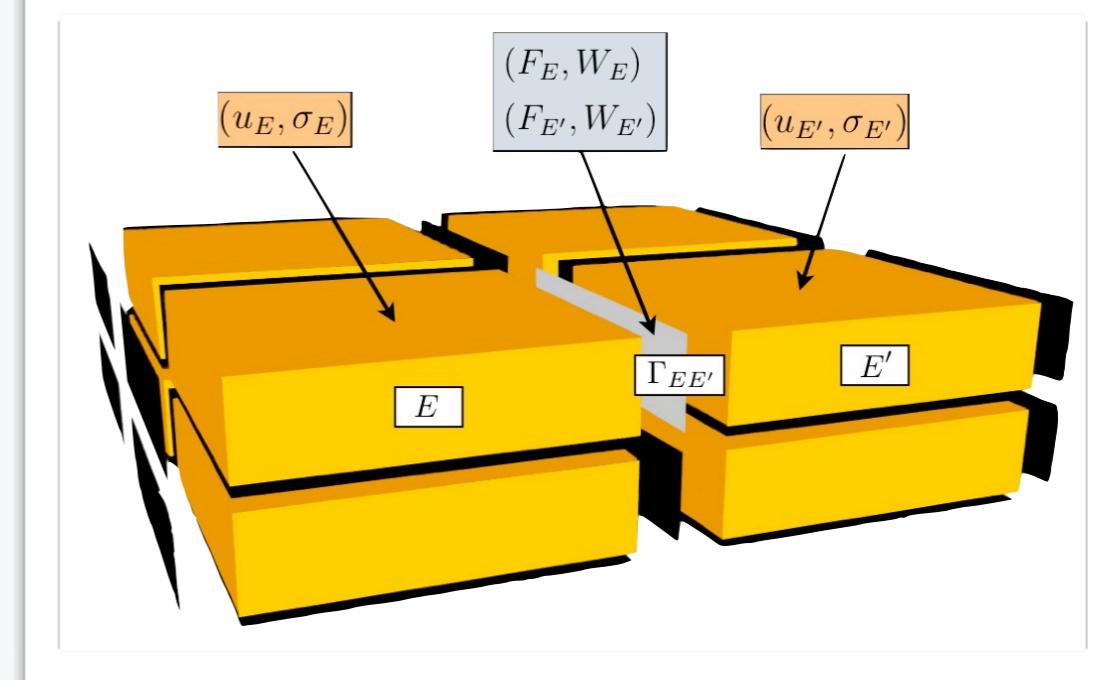
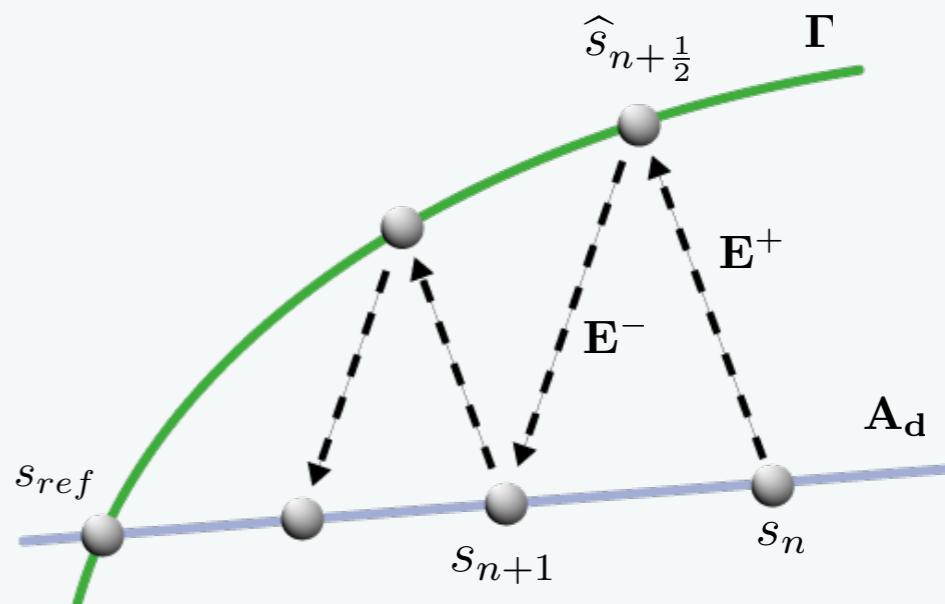
- Problèmes de recherche de solutions successives :

- **étape locale :**

$$\text{Trouver } \hat{s}_{n+\frac{1}{2}} \in \Gamma \text{ tel que } \left( \hat{s}_{n+\frac{1}{2}} - s_n \right) \in \mathbf{E}^+$$

- **étape linéaire :**

$$\text{Trouver } s_{n+1} \in \mathbf{A}_d \text{ tel que } \left( s_{n+1} - \hat{s}_{n+\frac{1}{2}} \right) \in \mathbf{E}^-$$



# Etape locale

- Problèmes locaux sur chaque interface  $\Gamma_{EE'}$

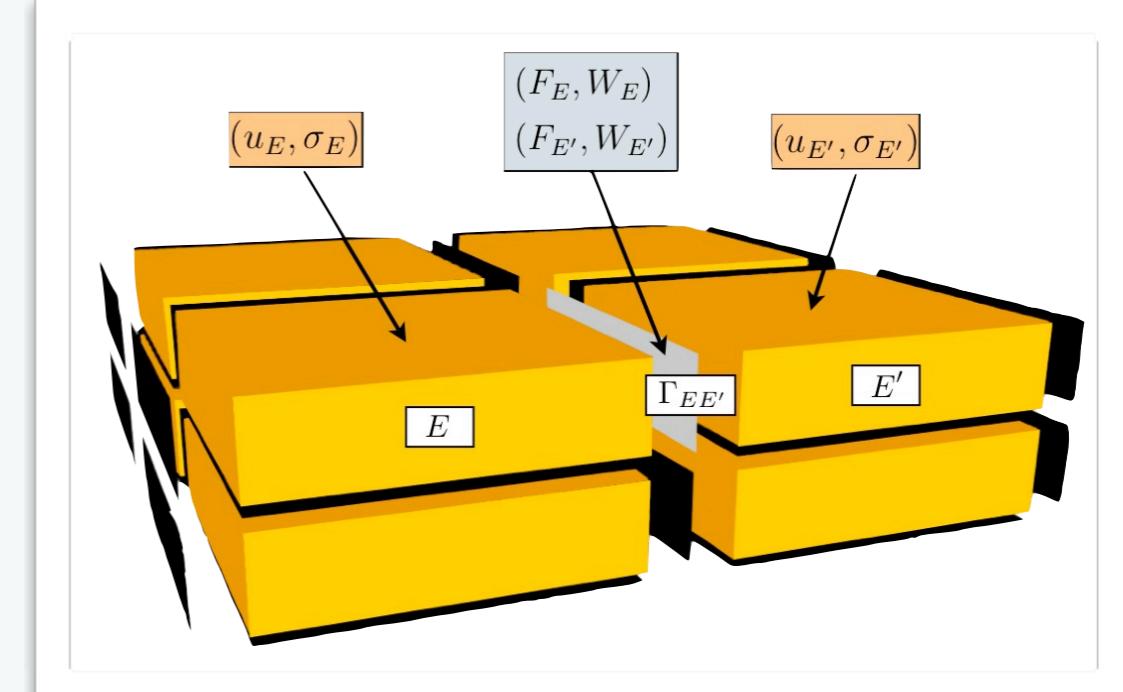
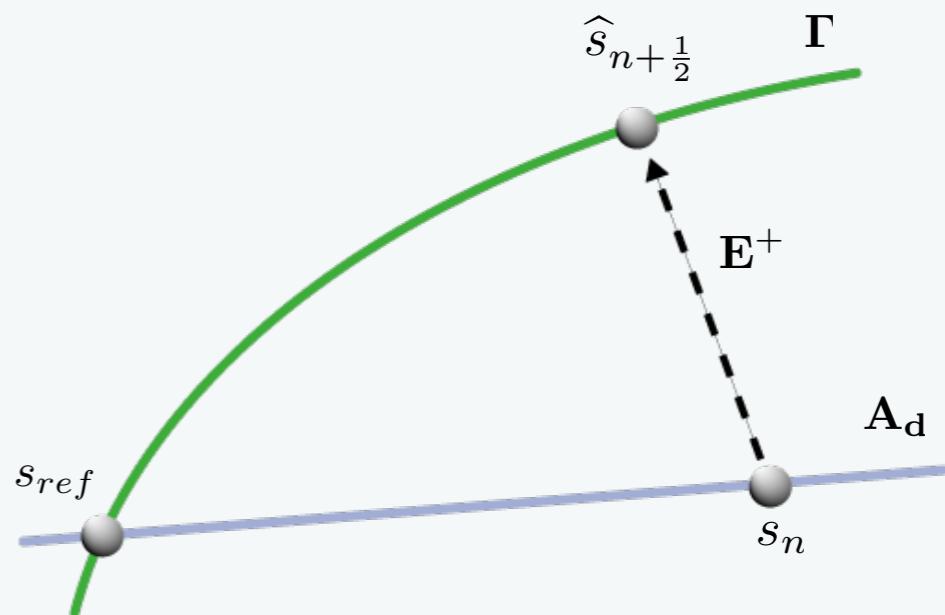
Trouver  $\hat{s} = (\widehat{W}_E, \widehat{F}_E, \widehat{W}_{E'}, \widehat{F}_{E'})_{(E, E') \in \mathbf{E}^2}$  et  $E' \in \mathbf{V}_E$  vérifiant :

- Direction de recherche  $\mathbf{E}^+$  :

$$\begin{cases} (\widehat{F}_E - \underline{F}_E) - k_E^+ (\widehat{W}_E - \underline{W}_E) = 0 \\ (\widehat{F}_{E'} - \underline{F}_{E'}) - k_{E'}^+ (\widehat{W}_{E'} - \underline{W}_{E'}) = 0 \end{cases}$$

- Comportement des interfaces

$$\mathcal{R}(\underline{W}_E, \underline{W}_{E'}, \underline{F}_E, \underline{F}_{E'}) = 0$$



# Etape locale

- Problèmes locaux sur chaque interface  $\Gamma_{EE'}$

Trouver  $\hat{s} = (\hat{W}_E, \hat{F}_E, \hat{W}_{E'}, \hat{F}_{E'})_{(E, E') \in \mathbf{E}^2}$  et  $E' \in \mathbf{V}_E$  vérifiant :

- Direction de recherche  $\mathbf{E}^+$  :

$$\begin{cases} (\hat{F}_E - \underline{F}_E) - k_E^+ (\hat{W}_E - \underline{W}_E) = 0 \\ (\hat{F}_{E'} - \underline{F}_{E'}) - k_{E'}^+ (\hat{W}_{E'} - \underline{W}_{E'}) = 0 \end{cases}$$

- Comportement des interfaces

$$\mathcal{R}(\underline{W}_E, \underline{W}_{E'}, \underline{F}_E, \underline{F}_{E'}) = 0$$

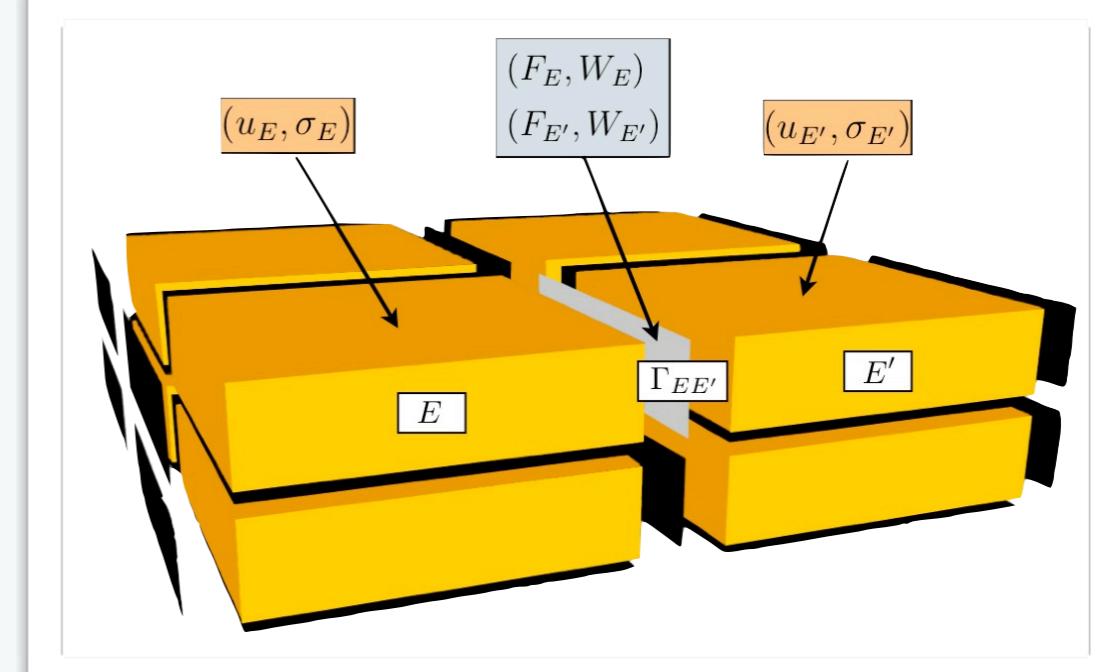
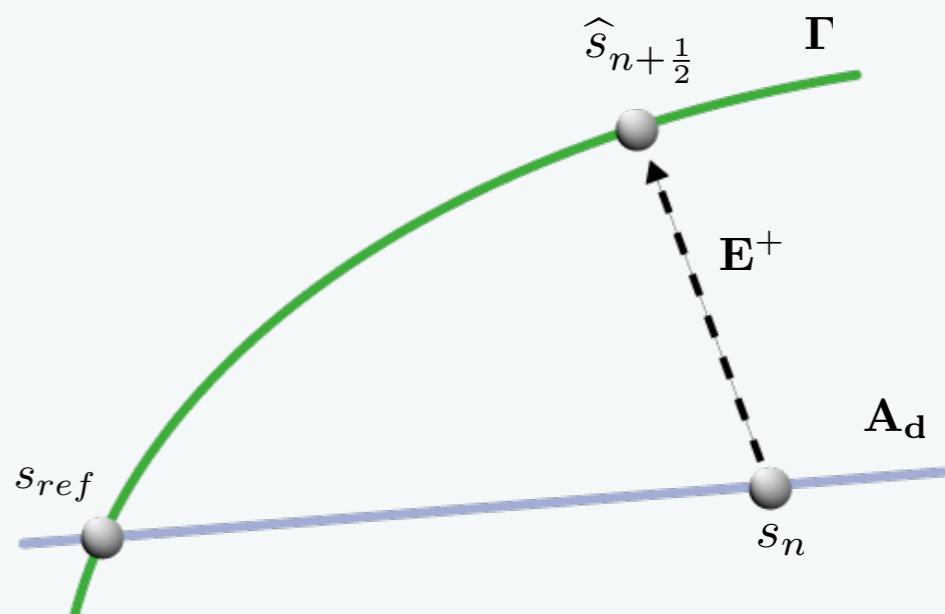
- Comportement d'interface parfaite

$$\begin{cases} \underline{F}_E + \underline{F}_{E'} = 0 \\ \underline{W}_E - \underline{W}_{E'} = 0 \end{cases}$$

- Comportement d'interface cohésive

$$\begin{cases} \underline{F}_E - \mathbf{K}_{EE'} \left( ([\hat{W}]_{EE'}|_\tau)_{\tau \leq t_n} \right) \cdot [\hat{W}]_{EE'} = 0 \\ \underline{F}_E + \hat{F}_{E'} = 0 \end{cases}$$

→ résolution par un algorithme de **Newton-Raphson** sécant en chaque point d'intégration.



# Etape linéaire (1/2)

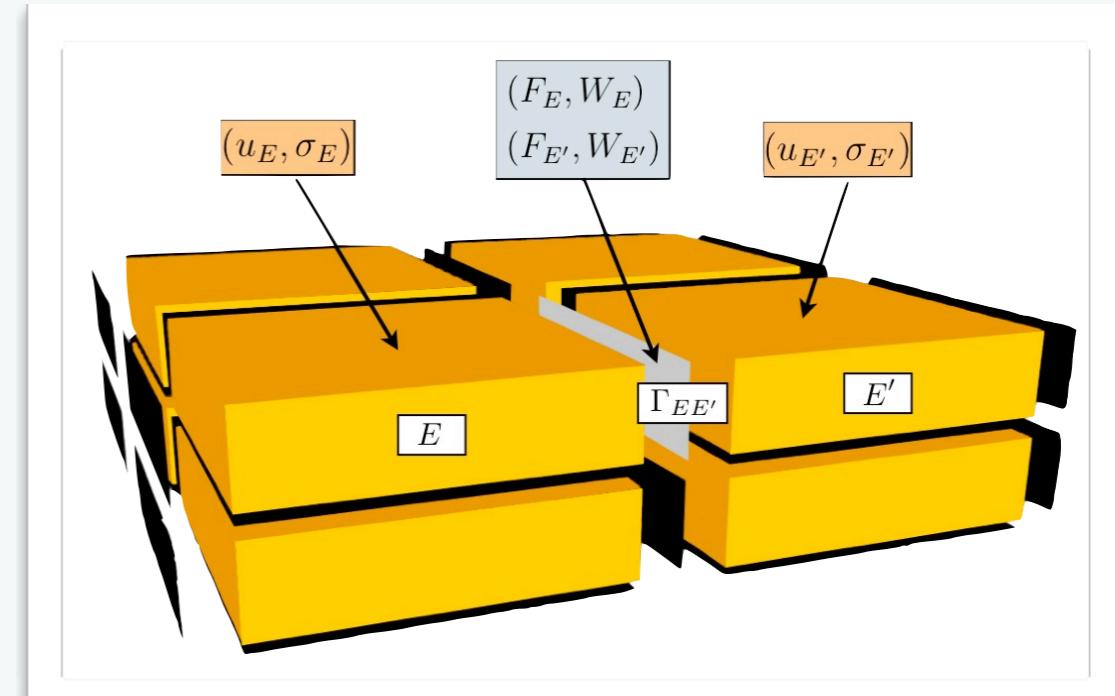
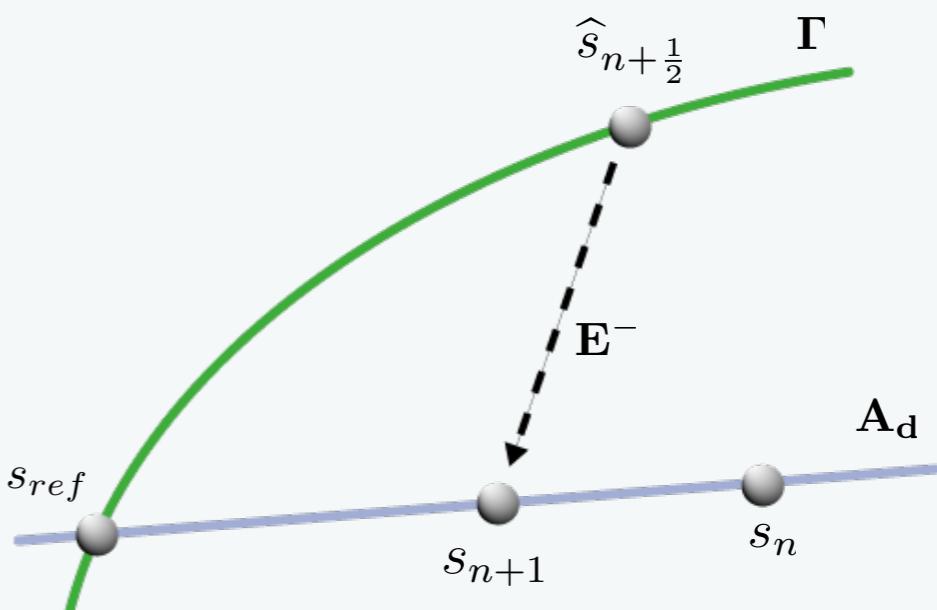
- Problèmes linéaires sur la structure

Trouver  $s = (s_E)_{E \in \mathbf{E}} = (\underline{W}_E, \underline{F}_E)_{E \in \mathbf{E}}$   
vérifiant :

- Problème sur chaque sous-structure
- Equilibre macroscopique aux interfaces
- Direction de recherche  $\mathbf{E}^-$ , locale sur les interfaces d'une sous-structure  $E$

$$(\underline{F}_E - \widehat{\underline{F}}_E) + \boxed{k_E^-} (\underline{W}_E - \widehat{\underline{W}}_E) = 0$$

Opérateur de direction de descente :  
“rigidité locale” de l'environnement



# Etape linéaire (1/2)

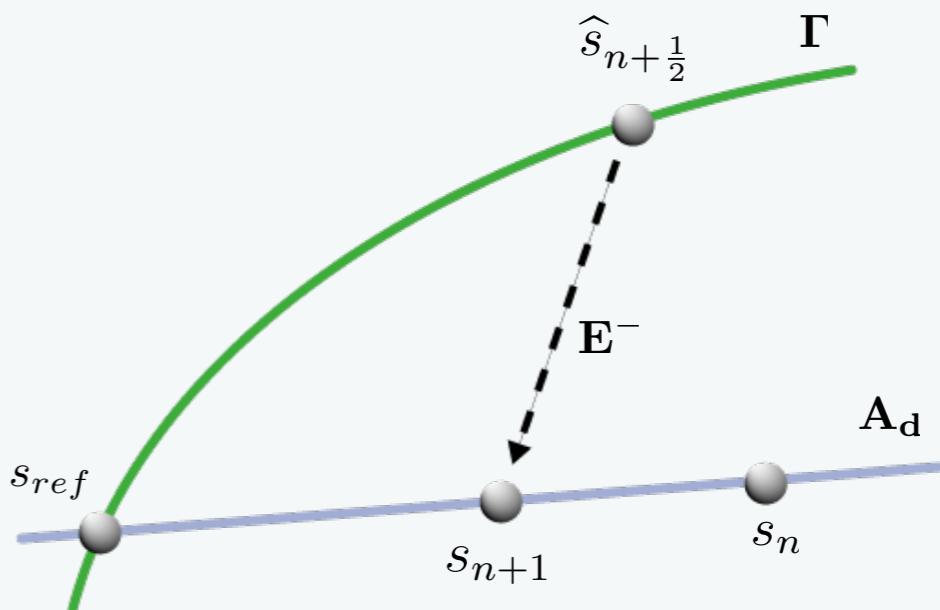
- Problèmes linéaires sur la structure

Trouver  $s = (s_E)_{E \in \mathbf{E}} = (\underline{W}_E, \underline{F}_E)_{E \in \mathbf{E}}$   
vérifiant :

- ▶ Problème sur chaque sous-structure
- ▶ Equilibre macroscopique aux interfaces
- ▶ Direction de recherche  $\mathbf{E}^-$ , locale sur les interfaces d'une sous-structure  $E$

$$(\underline{F}_E - \widehat{\underline{F}}_E) + \boxed{k_E^-} (\underline{W}_E - \widehat{\underline{W}}_E) = 0$$

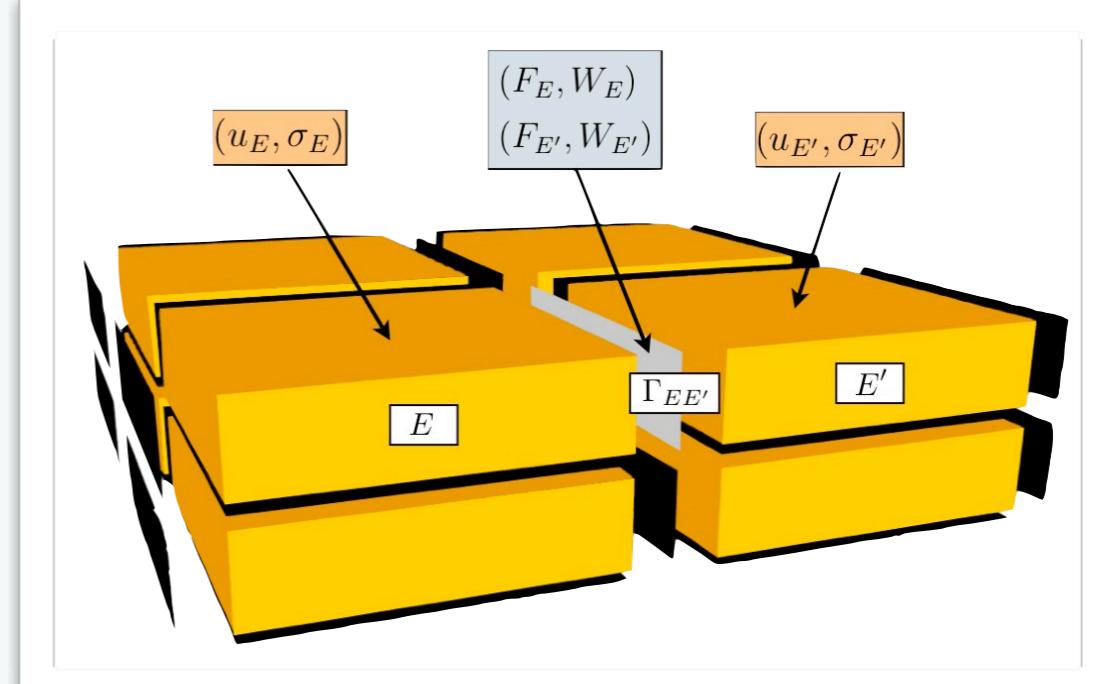
Opérateur de direction de descente :  
“rigidité locale” de l'environnement



- Résolution du problème mal posé [Ladevèze et Nouy 03]

- ▶ Reformulation du problème : minimisation sous contrainte d'admissibilité macroscopique

→ introduction d'une inconnue  
macroscopique d'interface  
supplémentaire : multiplicateur de  
Lagrange  $\widetilde{W}^M$



## Etape linéaire (2/2)

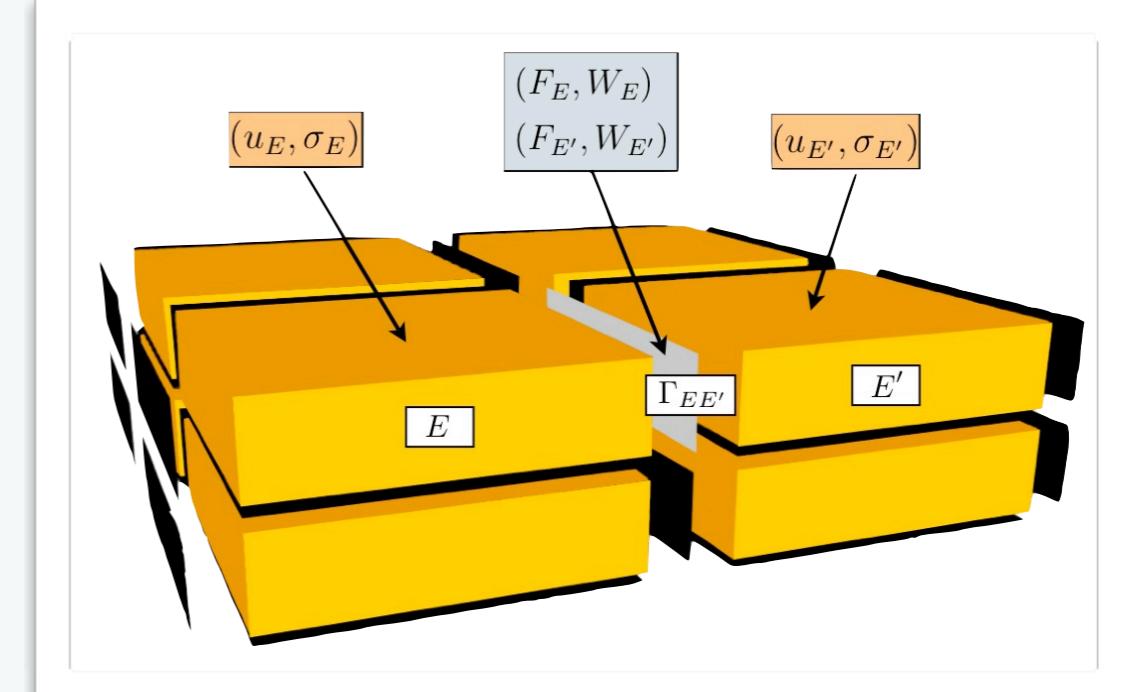
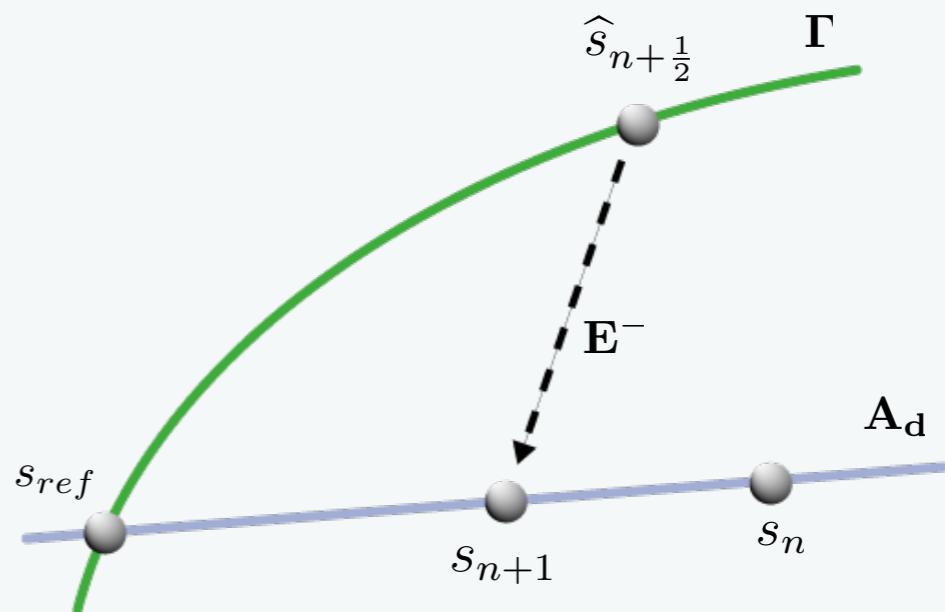
- Problèmes microscopiques indépendant sur les sous-structures

Trouver  $(\underline{W}_E, \underline{F}_E)_{E \in \mathbf{E}}$  vérifiant :

- ▶ Problème sur chaque sous-structure
- ▶ Direction de recherche modifiée, locale sur les interfaces :

$$(\underline{F}_E - \widehat{\underline{F}}_E) + k_E^- (\underline{W}_E - \widehat{\underline{W}}_E) - k_E^- \widetilde{\underline{W}}_E^M = 0$$

➡ résolus par éléments finis



## Etape linéaire (2/2)

- Problèmes microscopiques indépendant sur les sous-structures

Trouver  $(\underline{W}_E, \underline{F}_E)_{E \in \mathbf{E}}$  vérifiant :

- ▶ Problème sur chaque sous-structure
- ▶ Direction de recherche modifiée, locale sur les interfaces :

$$(\underline{F}_E - \widehat{\underline{F}}_E) + k_E^- (\underline{W}_E - \widehat{\underline{W}}_E) - k_E^- \widetilde{\underline{W}}_E^M = 0$$

➡ résolus par éléments finis

- Problème global sur la structure portant sur les degrés de liberté macroscopiques

Trouver  $(\underline{F}_E^M, \widetilde{\underline{W}}_E^M)_{E \in \mathbf{E}}$  vérifiant :

- ▶ Admissibilité cinématique macroscopique de  $\widetilde{\underline{W}}_E^M$
- ▶ Equilibre macroscopique aux interfaces
- ▶ Relation de comportement homogénéisée

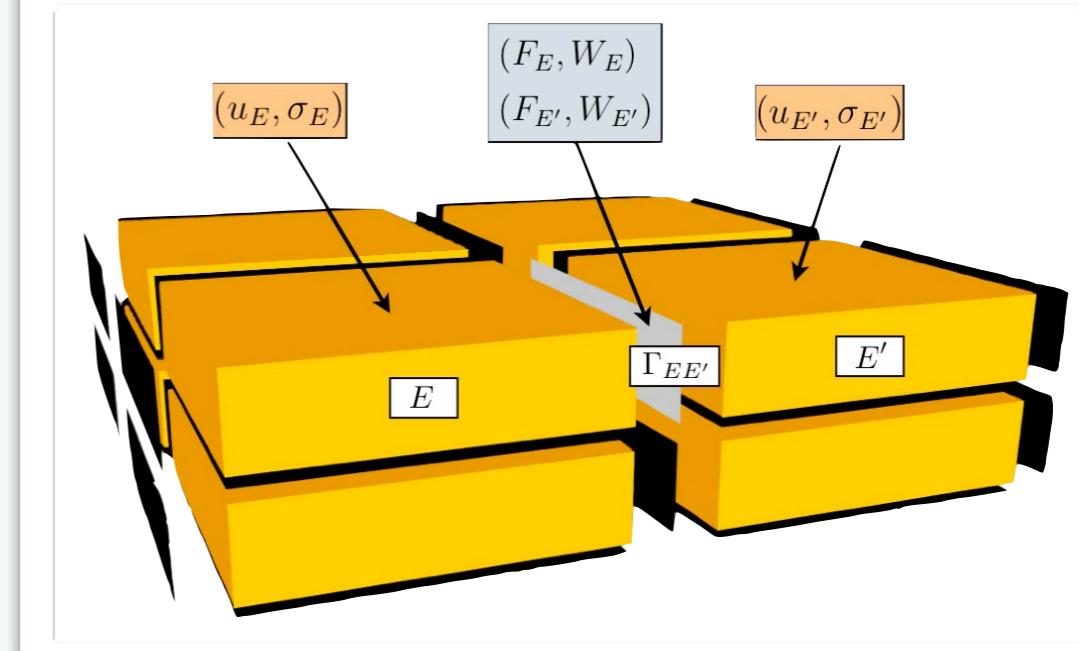
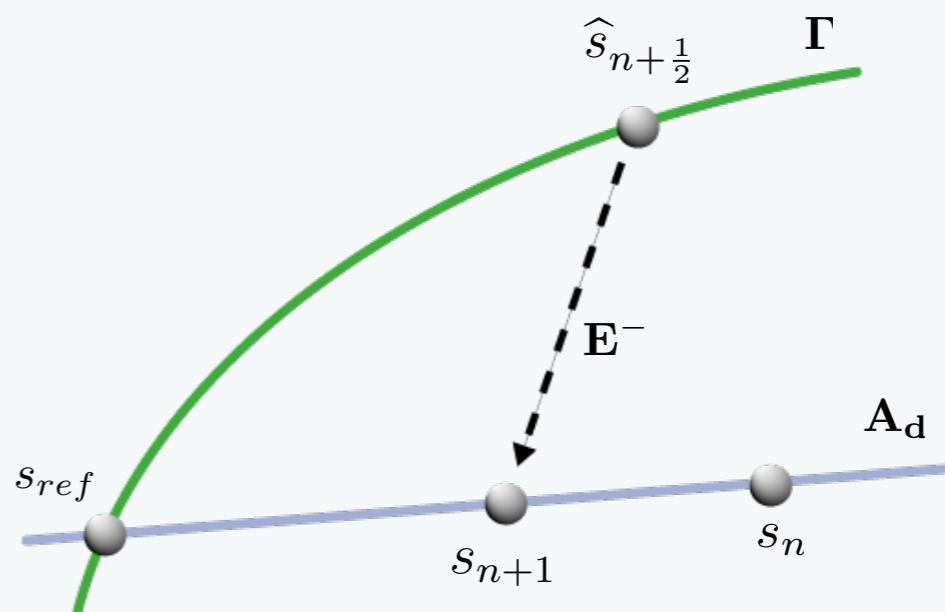
$$\underline{F}_E^M = \mathbf{L}_E \widetilde{\underline{W}}_E^M + \widetilde{\underline{F}}_E^M$$

- obtenue par résolution préliminaire de problèmes microscopiques

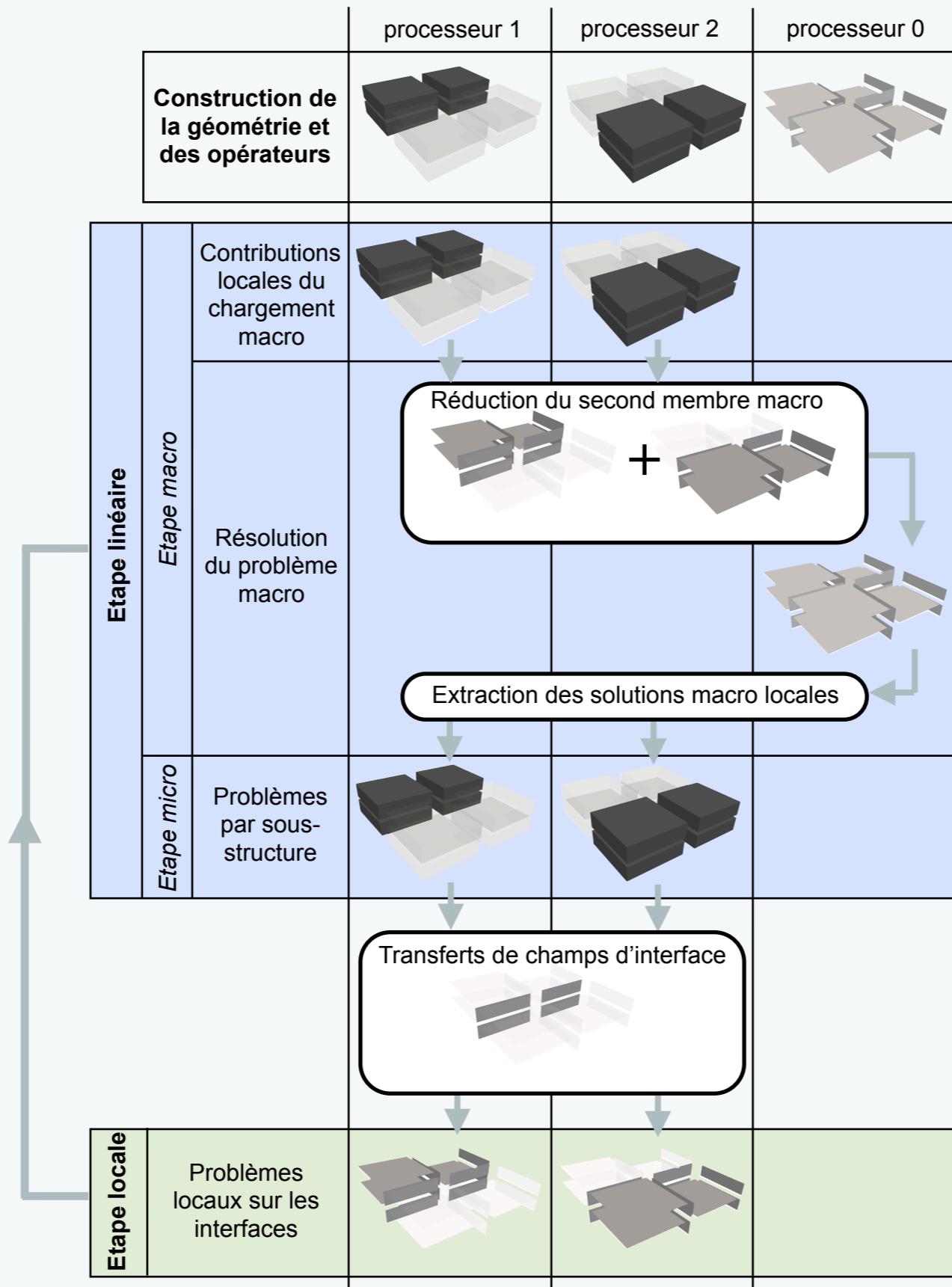
➡ “naturellement” discret

➡ résolu de manière directe

$$\mathbf{L}^M \widetilde{\underline{W}}^M = \widetilde{\underline{F}}^M$$



# Bilan : résolution parallèle par la stratégie micro/macro

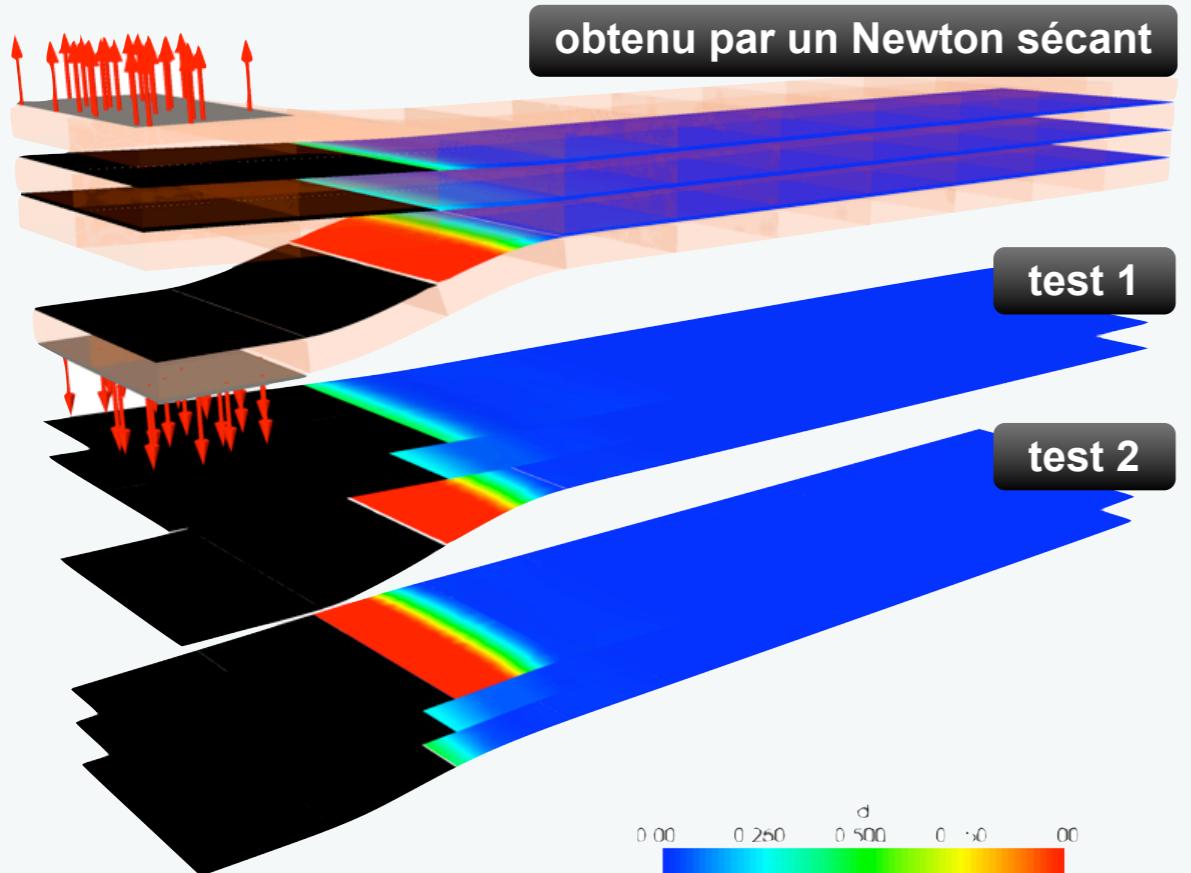


# Utilisation directe de la méthode pour les calculs de délaminaison

- Difficultés de convergence dues au **traitement du comportement adoucissant**
  - Convergence non-assurée par l'utilisation des paramètres LaTIn usuels
  - Instabilités globales
  - Non-unicité de la solution

- Adéquation des **paramètres de la stratégie micro/macro incrémentale** ?
  - Direction de recherche
  - Pas de chargement

- Sous-structuration et base macroscopique

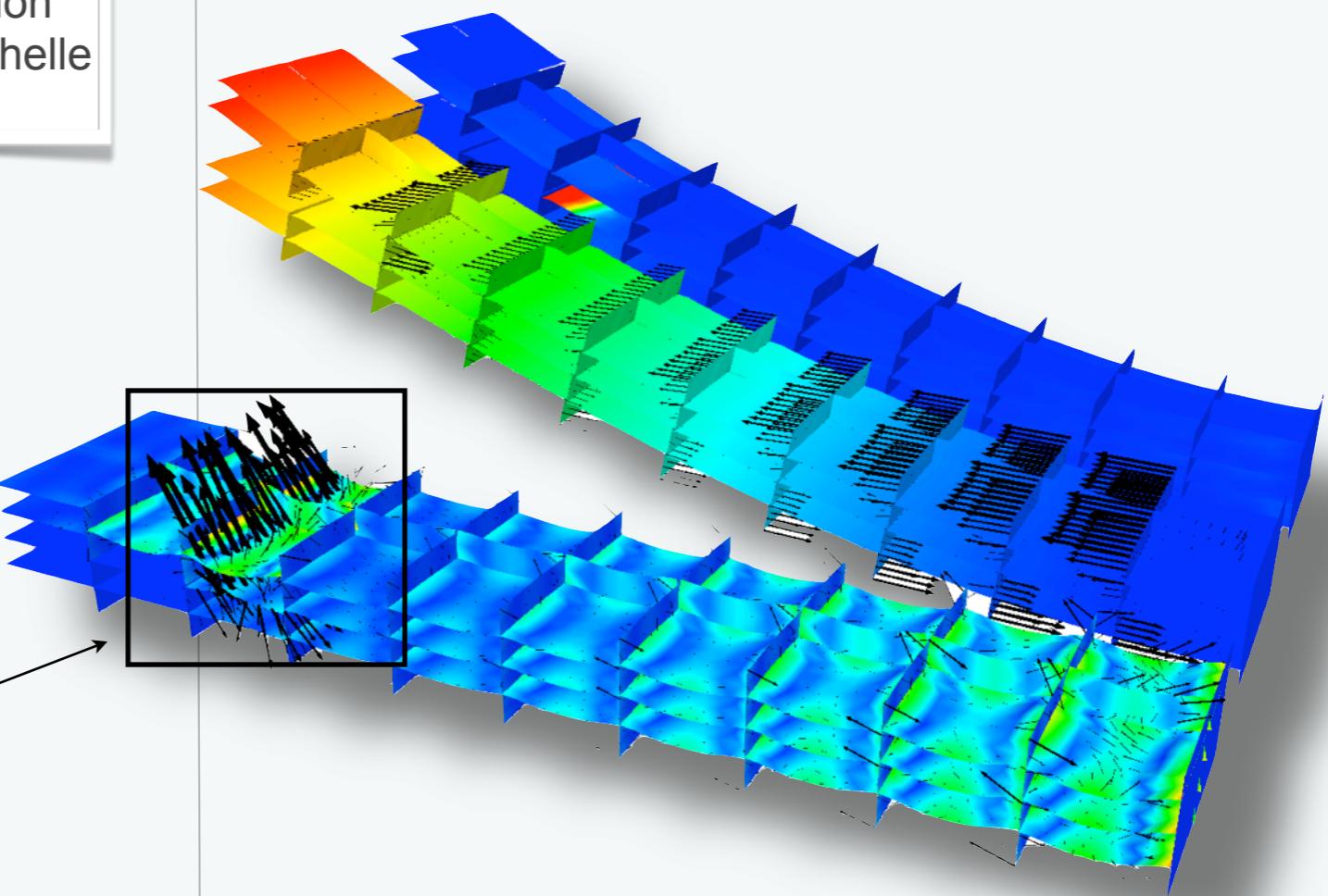


# Utilisation directe de la méthode pour les calculs de délaminaison

- Difficultés de convergence dues au **traitement du comportement adoucissant**
  - ▶ Convergence non-assurée par l'utilisation des paramètres LaTIn usuels
  - ▶ Instabilités globales
  - ▶ Non-unicité de la solution
  
- Difficultés liées au **choix de l'espace macroscopique**
  - ▶ Taille du problème macroscopique liée au nombre élevé de sous-structures
  - ▶ Chute de convergence lors de la propagation du délaminaison : mauvaise séparation d'échelle sur le front de délaminaison

- Adéquation des **paramètres de la stratégie micro/macro incrémentale** ?
  - ▶ Direction de recherche
  - ▶ Pas de chargement

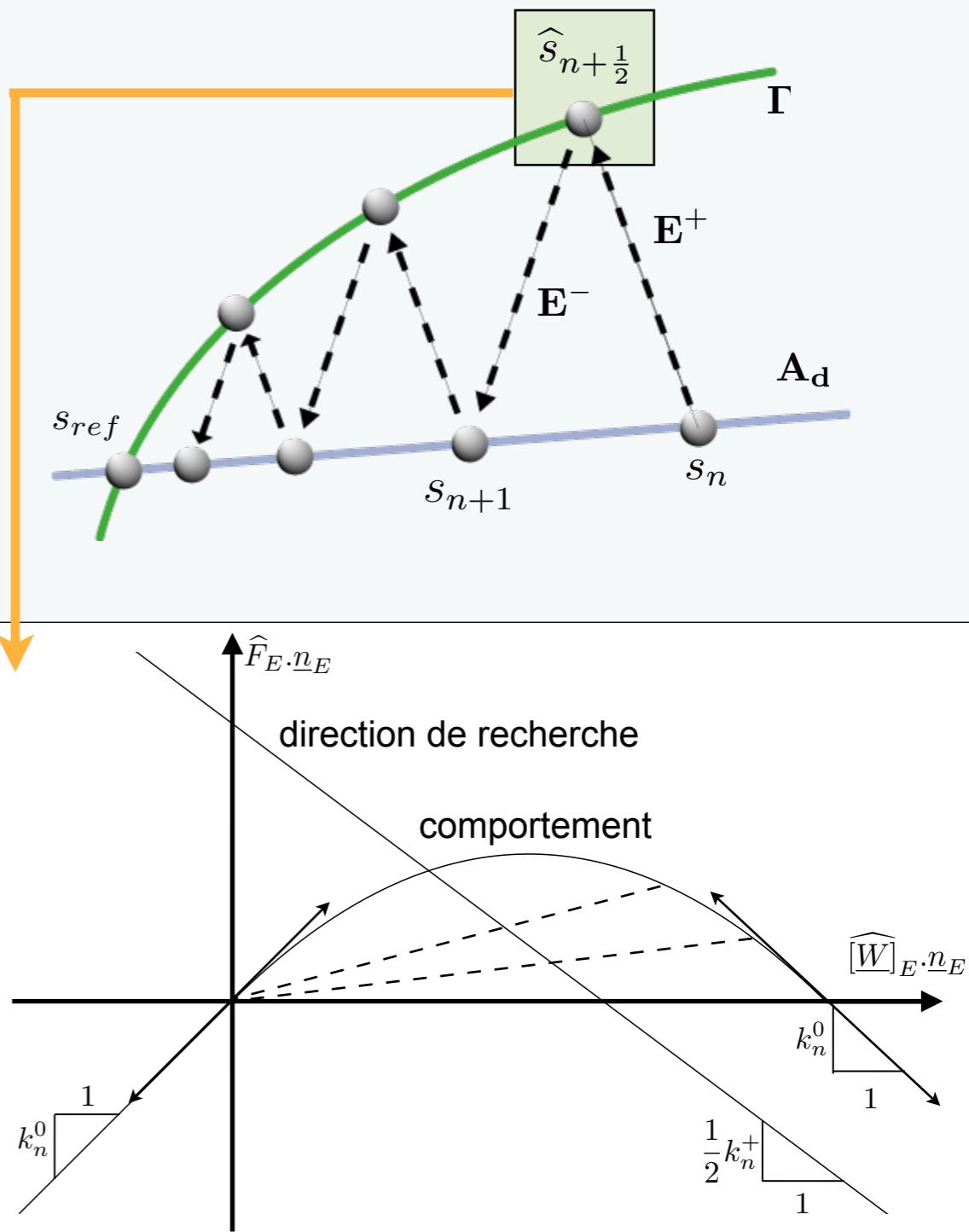
- ▶ Sous-structuration et base macroscopique



- Introduction
  - État de l'art
  - Stratégie micro/macro de décomposition de domaine pour les stratifiés
- Adaptation aux non-linéarités traitées
    - ▶ Robustesse du schéma itératif de résolution
    - ▶ Passage des instabilités globales
- Adéquation du problème homogénéisé au problème traité
    - ▶ Troisième niveau de résolution
    - ▶ Traitement spécifique du front de délamination
  - Conclusion

# Difficultés de convergence pour les comportements adoucissant

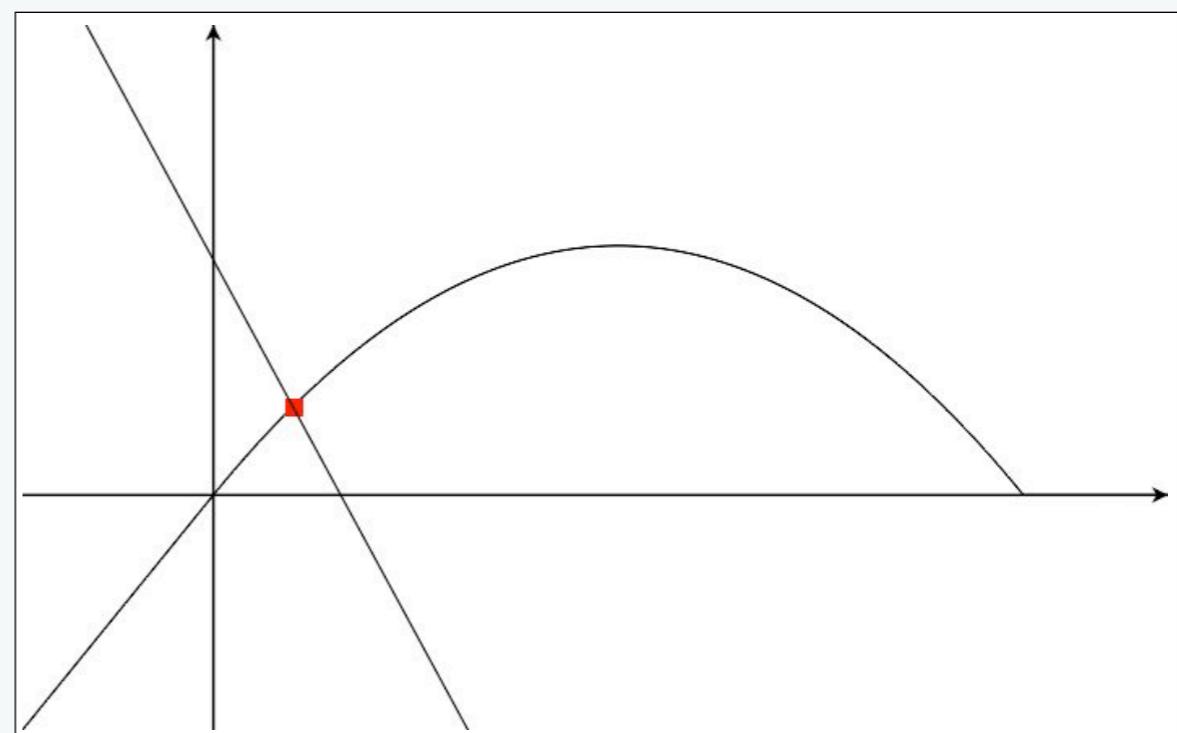
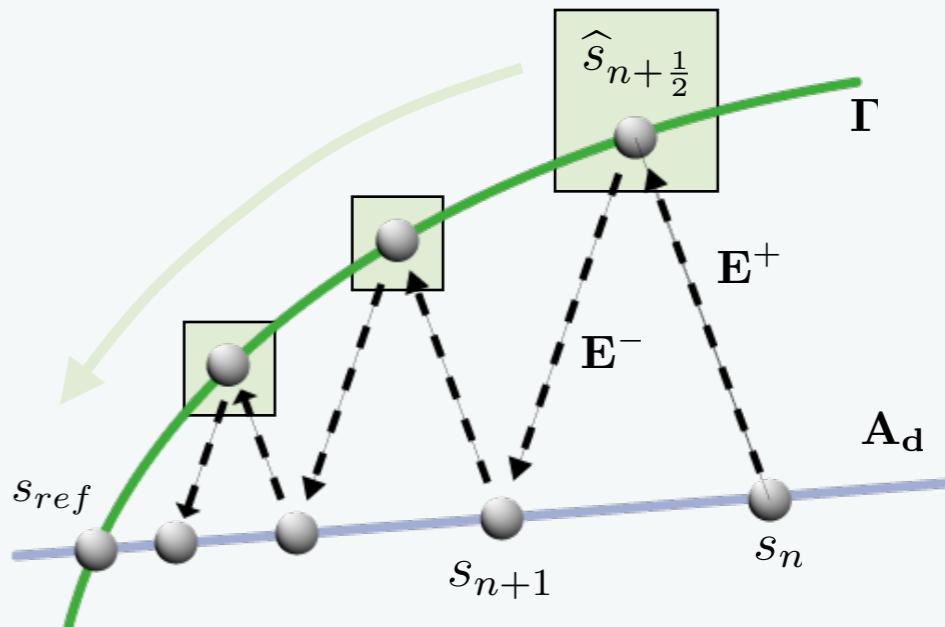
- Convergence non assurée pour un comportement adoucissant en utilisant les paramètres LaTIn usuels :
  - Directions de recherche conjuguées
  - Paramètres de directions de recherche reliés aux propriétés de rigidité locale



Problèmes non-linéaires posés à l'étape locale sur les interfaces cohésives

# Difficultés de convergence pour les comportements adoucissant

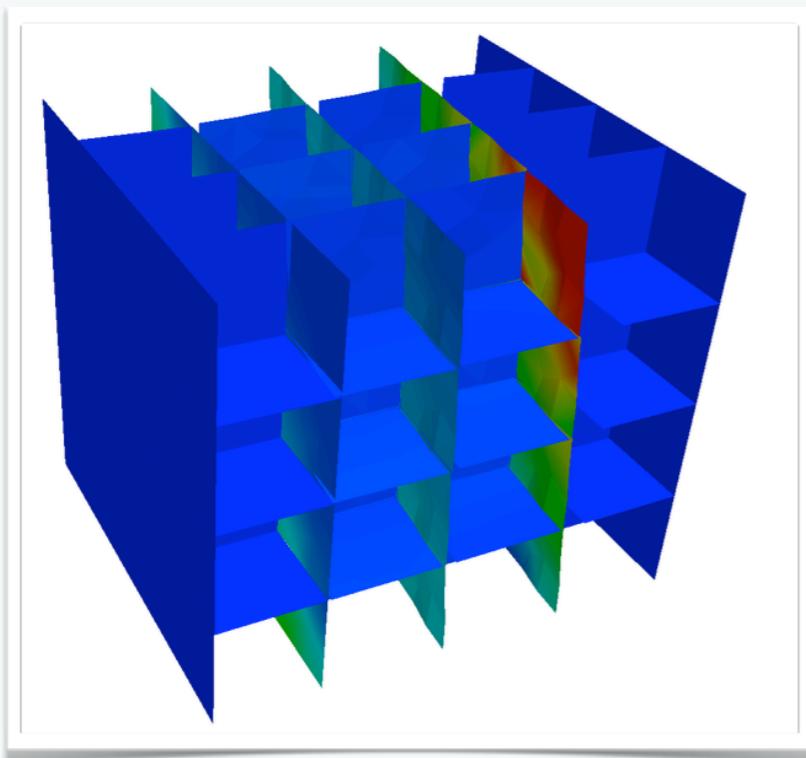
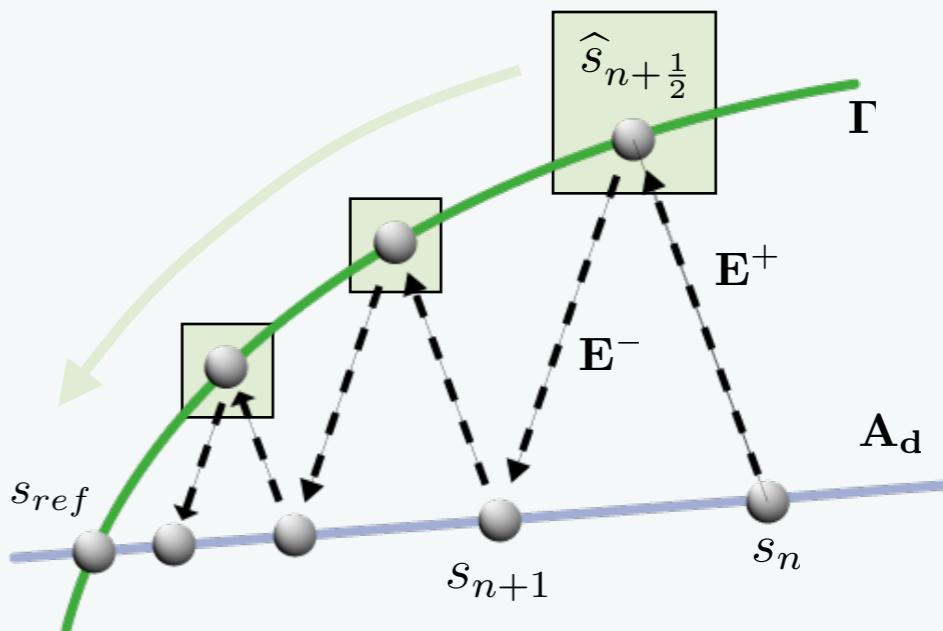
- Convergence non assurée pour un comportement adoucissant en utilisant les paramètres LaTIn usuels :
  - Directions de recherche conjuguées
  - Paramètres de directions de recherche reliés aux propriétés de rigidité locale



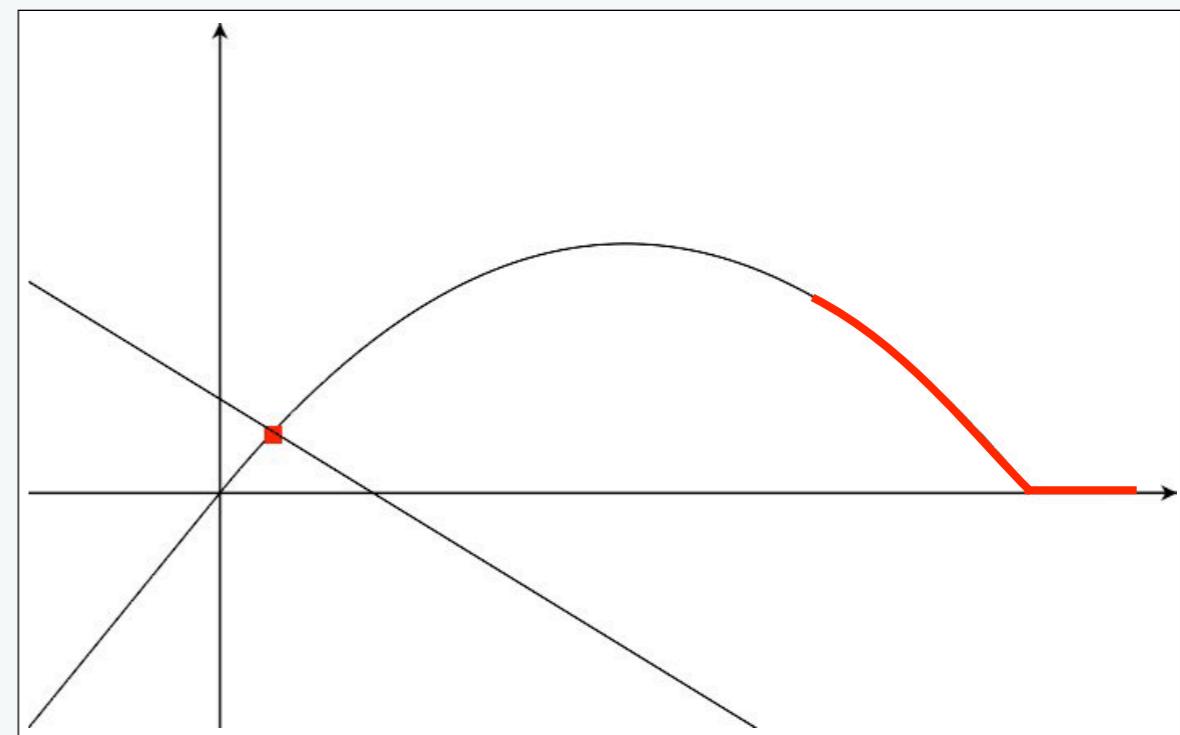
*Problèmes non-linéaires posés à l'étape locale sur les interfaces cohésives*

# Difficultés de convergence pour les comportements adoucissant

- Convergence non assurée pour un comportement adoucissant en utilisant les paramètres LaTIn usuels :
  - Directions de recherche conjuguées
  - Paramètres de directions de recherche reliés aux propriétés de rigidité locale



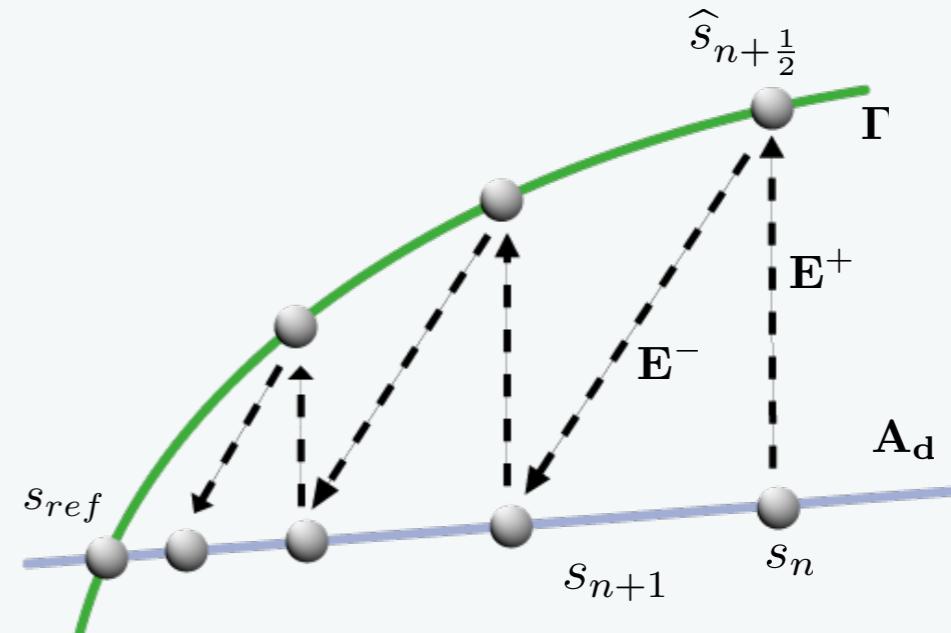
*Stagnation du processus itératif global*



*Problèmes non-linéaires posés à l'étape locale sur les interfaces cohésives*

# Directions de recherche pour les interfaces cohésives (1/2)

- Convergence non assurée pour un comportement adoucissant en utilisant les paramètres LaTIn usuels :
  - ▶ Directions de recherche conjuguées
  - ▶ Paramètres de directions de recherche reliés aux propriétés de rigidité locale
    - ➡ direction de montée modifiée sur les interfaces cohésives : problèmes locaux résolus à déplacements donnés



# Directions de recherche pour les interfaces cohésives (1/2)

- Convergence non assurée pour un comportement adoucissant en utilisant les paramètres LaTIn usuels :
  - Directions de recherche conjuguées
  - Paramètres de directions de recherche reliés aux propriétés de rigidité locale
    - direction de montée modifiée sur les interfaces cohésives : problèmes locaux résolus à déplacements donnés

- Interprétation de la direction de descente pour les quantités macroscopiques :

- Sur une interface  $\Gamma_{EE'}$  :
 
$$(\underline{F}_E^M - \widehat{\underline{F}}_E^M) + k_{EE'}^- (\underline{W}_E^M - \widehat{\underline{W}}_E^M) + k_{EE'}^- \widetilde{\underline{W}}_E^M = 0$$

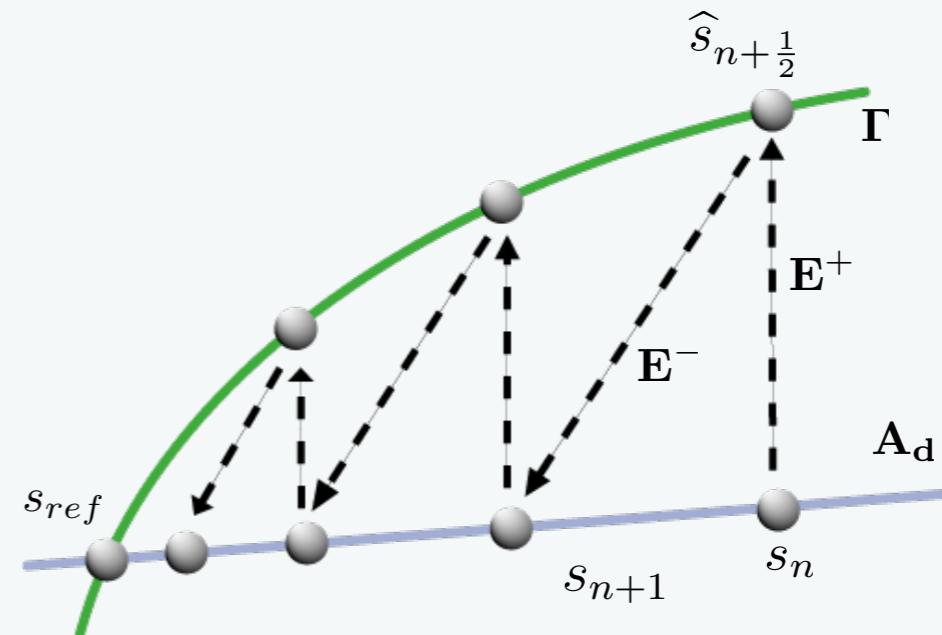
$$(\underline{F}_{E'}^M - \widehat{\underline{F}}_{E'}^M) + k_{EE'}^- (\underline{W}_{E'}^M - \widehat{\underline{W}}_{E'}^M) + k_{EE'}^- \widetilde{\underline{W}}_{E'}^M = 0$$

$$\begin{aligned} & \underline{F}_E^M - \frac{1}{2} k_{EE'}^- (\underline{W}_{E'}^M - \underline{W}_E^M) \\ &= \widehat{\underline{F}}_{E'}^M - \frac{1}{2} k_{EE'}^- (\widehat{\underline{W}}_{E'}^M - \widehat{\underline{W}}_E^M) \end{aligned}$$

- En prenant  $k_{EE'}^- = 2 \mathbf{K}_{EE'}$ , on obtient à l'étape linéaire :

$$\underline{F}_E^M - \mathbf{K}_{EE'} (\underline{W}_{E'}^M - \underline{W}_E^M) = 0$$

→ vérification du comportement linéarisé par les champs macroscopiques



# Directions de recherche pour les interfaces cohésives (1/2)

- Convergence non assurée pour un comportement adoucissant en utilisant les paramètres LaTIn usuels :
  - Directions de recherche conjuguées
  - Paramètres de directions de recherche reliés aux propriétés de rigidité locale
    - direction de montée modifiée sur les interfaces cohésives : problèmes locaux résolus à déplacements donnés

- Interprétation de la direction de descente pour les quantités macroscopiques :

- Sur une interface  $\Gamma_{EE'}$  :
 
$$(\underline{F}_E^M - \widehat{\underline{F}}_E^M) + k_{EE'}^- (\underline{W}_E^M - \widehat{\underline{W}}_E^M) + k_{EE'}^- \widetilde{\underline{W}}_E^M = 0$$

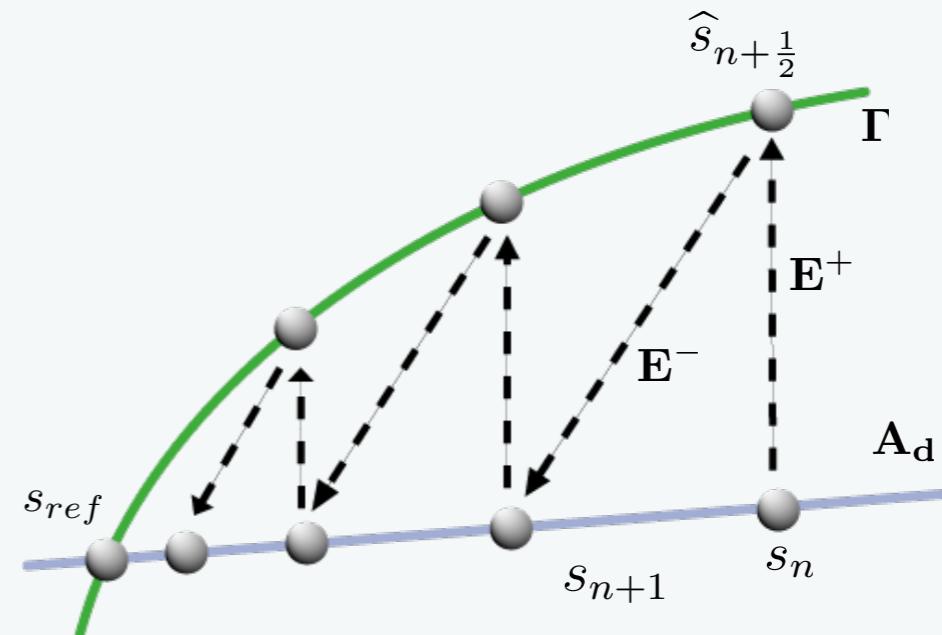
$$(\underline{F}_{E'}^M - \widehat{\underline{F}}_{E'}^M) + k_{EE'}^- (\underline{W}_{E'}^M - \widehat{\underline{W}}_{E'}^M) + k_{EE'}^- \widetilde{\underline{W}}_{E'}^M = 0$$

$$\begin{aligned} & \rightarrow \underline{F}_E^M - \frac{1}{2} k_{EE'}^- (\underline{W}_{E'}^M - \underline{W}_E^M) \\ & = \widehat{\underline{F}}_{E'}^M - \frac{1}{2} k_{EE'}^- (\widehat{\underline{W}}_{E'}^M - \widehat{\underline{W}}_E^M) \end{aligned}$$

- En prenant  $k_{EE'}^- = 2 \mathbf{K}_{EE'}$ , on obtient à l'étape linéaire :

$$\underline{F}_E^M - \mathbf{K}_{EE'} (\underline{W}_{E'}^M - \underline{W}_E^M) = 0$$

→ vérification du comportement linéarisé par les champs macroscopiques



# Directions de recherche pour les interfaces cohésives (1/2)

- Convergence non assurée pour un comportement adoucissant en utilisant les paramètres LaTIn usuels :
  - Directions de recherche conjuguées
  - Paramètres de directions de recherche reliés aux propriétés de rigidité locale
    - direction de montée modifiée sur les interfaces cohésives : problèmes locaux résolus à déplacements donnés

- Interprétation de la direction de descente pour les quantités macroscopiques :

Sur une interface  $\Gamma_{EE'}$  :

$$(\underline{F}_E^M - \widehat{\underline{F}}_E^M) + k_{EE'}^- (\underline{W}_E^M - \widehat{\underline{W}}_E^M) + k_{EE'}^- \widetilde{\underline{W}}^M = 0$$

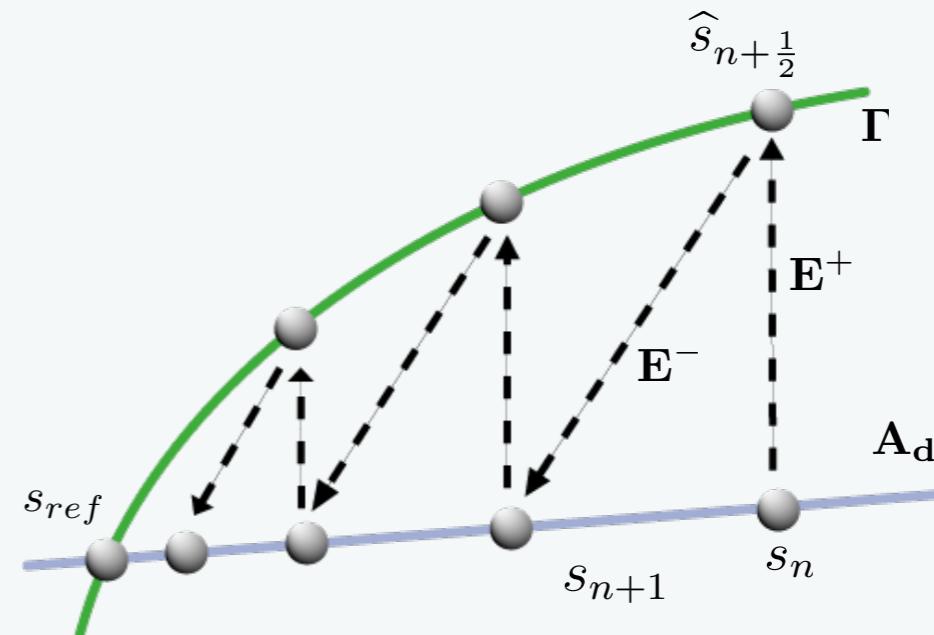
$$(\underline{F}_{E'}^M - \widehat{\underline{F}}_{E'}^M) + k_{EE'}^- (\underline{W}_{E'}^M - \widehat{\underline{W}}_{E'}^M) + k_{EE'}^- \widetilde{\underline{W}}^M = 0$$

→  $\underline{F}_E^M - \frac{1}{2}k_{EE'}^- (\underline{W}_{E'}^M - \underline{W}_E^M)$   
 $= \widehat{\underline{F}}_{E'}^M - \frac{1}{2}k_{EE'}^- (\widehat{\underline{W}}_{E'}^M - \widehat{\underline{W}}_E^M)$

- En prenant  $k_{EE'}^- = 2 \mathbf{K}_{EE'}$ , on obtient à l'étape linéaire :

$$\underline{F}_E^M - \mathbf{K}_{EE'} (\underline{W}_{E'}^M - \underline{W}_E^M) = 0$$

→ vérification du comportement linéarisé par les champs macroscopiques



- Bilan :

- $E^+$  : infiniment "rigide"
- $E^-$  : vérification du comportement sécant par les quantités macroscopiques

→ Algorithme de Newton sécant sur les parties macroscopiques des champs d'interface

# Directions de recherche pour les interfaces cohésives (1/2)

- Convergence non assurée pour un comportement adoucissant en utilisant les paramètres LaTIn usuels :
  - Directions de recherche conjuguées
  - Paramètres de directions de recherche reliés aux propriétés de rigidité locale
    - direction de montée modifiée sur les interfaces cohésives : problèmes locaux résolus à déplacements donnés

- Interprétation de la direction de descente pour les quantités macroscopiques :

- Sur une interface  $\Gamma_{EE'}$  :
 
$$(\underline{F}_E^M - \widehat{\underline{F}}_E^M) + k_{EE'}^- (\underline{W}_E^M - \widehat{\underline{W}}_E^M) + k_{EE'}^- \widetilde{\underline{W}}^M = 0$$

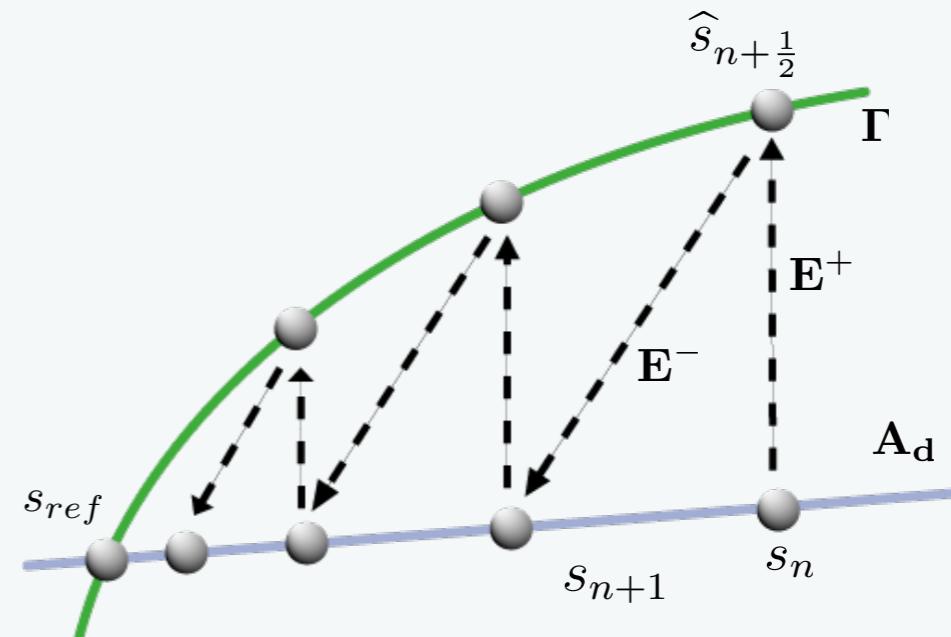
$$(\underline{F}_{E'}^M - \widehat{\underline{F}}_{E'}^M) + k_{EE'}^- (\underline{W}_{E'}^M - \widehat{\underline{W}}_{E'}^M) + k_{EE'}^- \widetilde{\underline{W}}^M = 0$$

$$\begin{aligned} & \rightarrow \underline{F}_E^M - \frac{1}{2} k_{EE'}^- (\underline{W}_{E'}^M - \underline{W}_E^M) \\ & = \widehat{\underline{F}}_{E'}^M - \frac{1}{2} k_{EE'}^- (\widehat{\underline{W}}_{E'}^M - \widehat{\underline{W}}_E^M) \end{aligned}$$

- En prenant  $k_{EE'}^- = 2 \mathbf{K}_{EE'}$ , on obtient à l'étape linéaire :

$$\underline{F}_E^M - \mathbf{K}_{EE'} (\underline{W}_{E'}^M - \underline{W}_E^M) = 0$$

→ vérification du comportement linéarisé par les champs macroscopiques



- Bilan :

- $E^+$  : infiniment "rigide"
- $E^-$  : vérification du comportement sécant par les quantités macroscopiques

→ Algorithme de Newton sécant sur les parties macroscopiques des champs d'interface

- En pratique :  $k_{EE'}^- = 2 \mathbf{K}_{EE'}^0$

soit :  $k_{EE'}^- = \begin{pmatrix} 2k_n^0 & 0 & 0 \\ 0 & 2k_t^0 & 0 \\ 0 & 0 & 2k_t^0 \end{pmatrix}_{(n_E, t_{E_1}, t_{E_2})}$

→ suivi du comportement global macroscopique au cours du processus itératif

## Directions de recherche pour les interfaces cohésives (2/2)

- **Interfaces délaminée**

- ▶ Propriétés de rigidité
  - nulle en traction et en cisaillement
  - élevée en compression
- ▶ Usuellement : directions de recherche liées au comportement en compression
  - ➡ Dégradation du taux de convergence

# Directions de recherche pour les interfaces cohésives (2/2)

- **Interfaces délaminée**

- ▶ Propriétés de rigidité
  - nulle en traction et en cisaillement
  - élevée en compression
- ▶ Usuellement : directions de recherche liées au comportement en compression
  - ➡ Dégradation du taux de convergence

- Méthode adoptée : lier les directions de descente au **statut des interfaces** :

- ▶ Ouverture de fissure :

$$k_{EE'}^- = \begin{pmatrix} \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon \end{pmatrix}_{(\underline{n}_E, \underline{t}_{E_1}, \underline{t}_{E_2})}$$

- ▶ Fermeture de fissure :

$$k_{EE'}^- = \begin{pmatrix} 2k_n^0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon \end{pmatrix}_{(\underline{n}_E, \underline{t}_{E_1}, \underline{t}_{E_2})}$$

# Directions de recherche pour les interfaces cohésives (2/2)

- **Interfaces délamинée**

- ▶ Propriétés de rigidité
  - nulle en traction et en cisaillement
  - élevée en compression
- ▶ Usuellement : directions de recherche liées au comportement en compression

➡ Dégradation du taux de convergence

- Méthode adoptée : lier les directions de descente au **statut des interfaces** :

- ▶ Ouverture de fissure :

$$k_{EE'}^- = \begin{pmatrix} \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon \end{pmatrix}_{(\underline{n}_E, \underline{t}_{E_1}, \underline{t}_{E_2})}$$

- ▶ Fermeture de fissure :

$$k_{EE'}^- = \begin{pmatrix} 2k_n^0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon \end{pmatrix}_{(\underline{n}_E, \underline{t}_{E_1}, \underline{t}_{E_2})}$$

- ▶ **En pratique** : mise à jour des rigidités après un certain nombre d'itérations effectuées avec un comportement macroscopique linéarisé donné

➡ nécessite le réassemblage de l'opérateur de rigidité macroscopique global

# Directions de recherche pour les interfaces cohésives (2/2)

- Interfaces délamинée

- ▶ Propriétés de rigidité
  - nulle en traction et en cisaillement
  - élevée en compression
- ▶ Usuellement : directions de recherche liées au comportement en compression

➡ Dégradation du taux de convergence

- Méthode adoptée : lier les directions de descente au **statut des interfaces** :

- ▶ Ouverture de fissure :

$$k_{EE'}^- = \begin{pmatrix} \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon \end{pmatrix}_{(n_E, t_{E_1}, t_{E_2})}$$

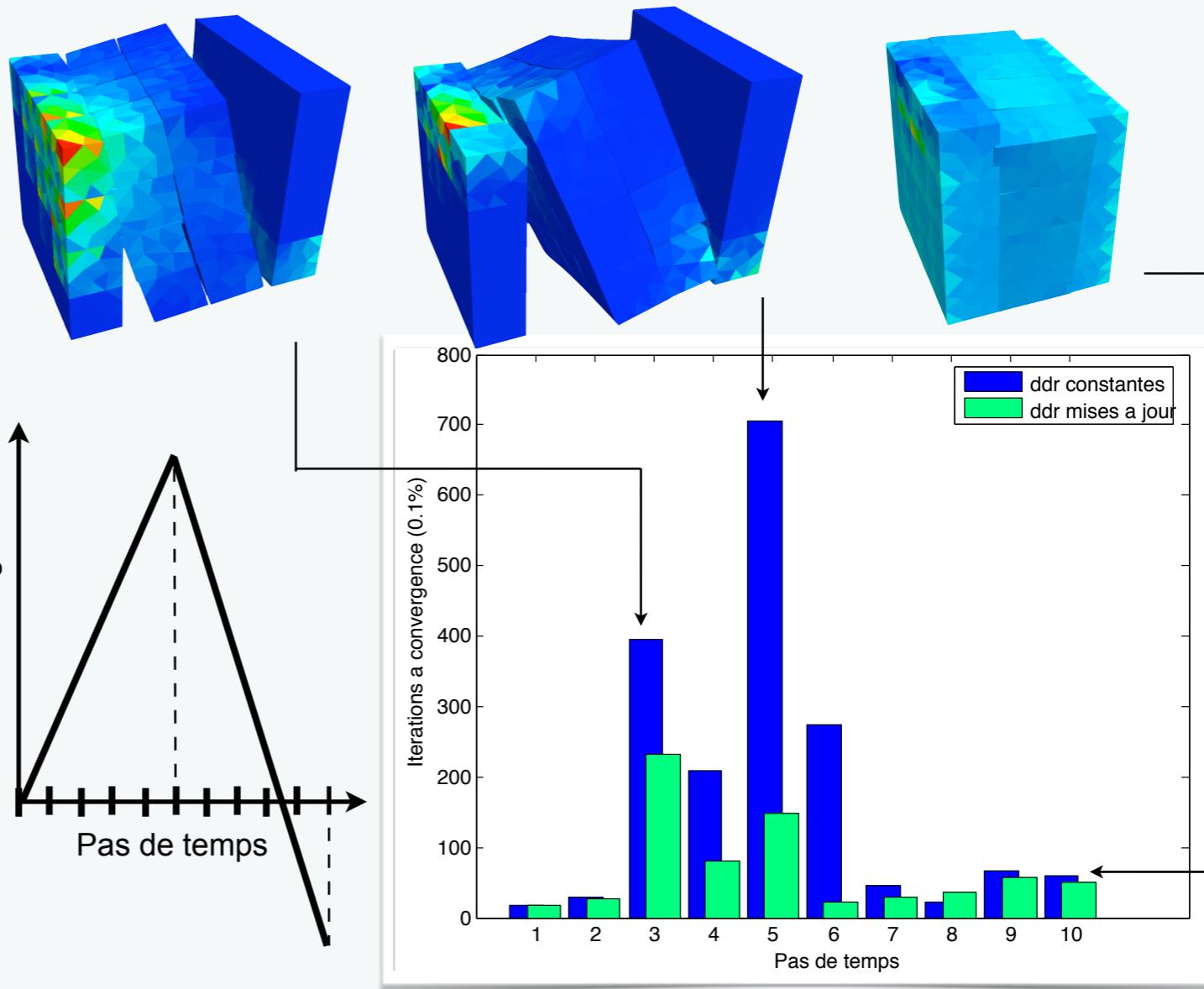
- ▶ Fermeture de fissure :

$$k_{EE'}^- = \begin{pmatrix} 2k_n^0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon \end{pmatrix}_{(n_E, t_{E_1}, t_{E_2})}$$

- ▶ En pratique : mise à jour des rigidités après un certain nombre d'itérations effectuées avec un comportement macroscopique linéarisé donné

➡ nécessite le r\u00e9assemblage de l'op\u00e9rateur de rigidit\u00e9 macroscopique global

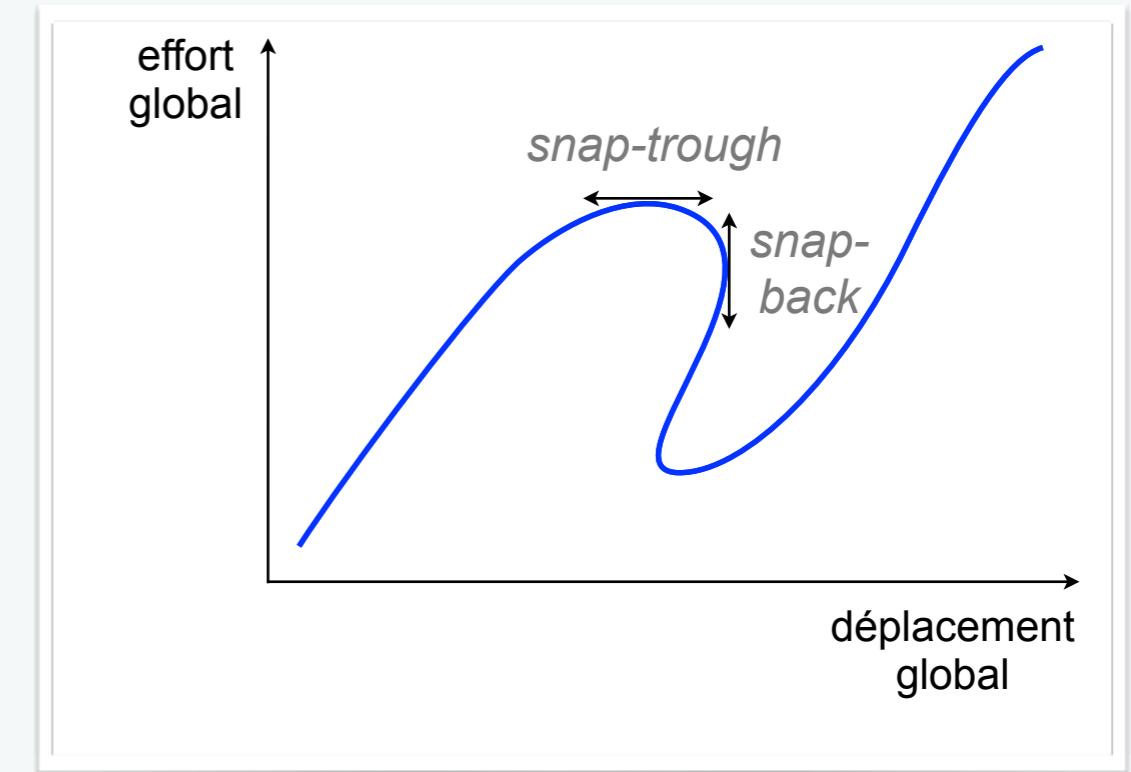
- ▶ r\u00e9sultats :



- Introduction
  - État de l'art
  - Stratégie micro/macro de décomposition de domaine pour les stratifiés
- Adaptation aux non-linéarités traitées
    - ▶ Robustesse du schéma itératif de résolution
    - ▶ Passage des instabilités globales
- Adéquation du problème homogénéisé au problème traité
    - ▶ Troisième niveau de résolution
    - ▶ Traitement spécifique du front de délamination
  - Conclusion

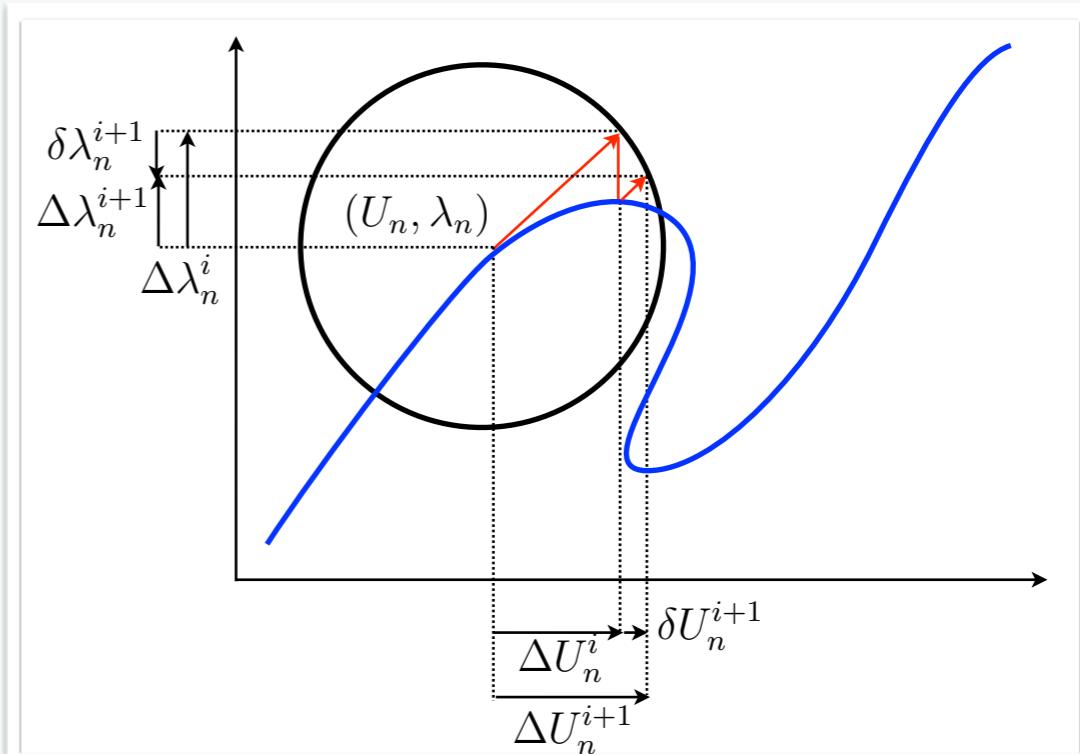
# Algorithme de contrôle local à longueur d'arc

- Motivations : passage des **instabilités globales** liées à l'intégration quasi-statique du comportement adoucissant



# Algorithme de contrôle local à longueur d'arc

- Motivations : passage des **instabilités globales** liées à l'intégration quasi-statique du comportement adoucissant
- Solutions classiques : **algorithmes à longueur d'arc** [Riks 72, Crisfield 81] :
  - Inconnue de chargement au piquet de temps  $t_n$  :  $\mathbf{K}((U_m)_{m \leq n}) U_n = \lambda_n F$  (1)
  - Contrôle du chargement :  $g(U_n, \lambda_n) = 0$  (2)
    - globales (sphérique, cylindrique)
    - ➡ inadéquates pour les instabilités "matériaux"



# Algorithme de contrôle local à longueur d'arc

- Motivations : passage des **instabilités globales** liées à l'intégration quasi-statique du comportement adoucissant
- Solutions classiques : **algorithmes à longueur d'arc** [Riks 72, Crisfield 81] :

- Inconnue de chargement au piquet de temps  $t_n$  :  $\mathbf{K}((U_m)_{m \leq n}) U_n = \lambda_n F$  (1)
- Contrôle du chargement :  $g(U_n, \lambda_n) = 0$  (2)
  - globales (sphérique, cylindrique)
    - ➡ inadéquates pour les instabilités "matériaux"

- locales [Schellekens et De Borst 93, Allix et Corigliano 93, Geers 99, Alfano et Crisfield 03] :

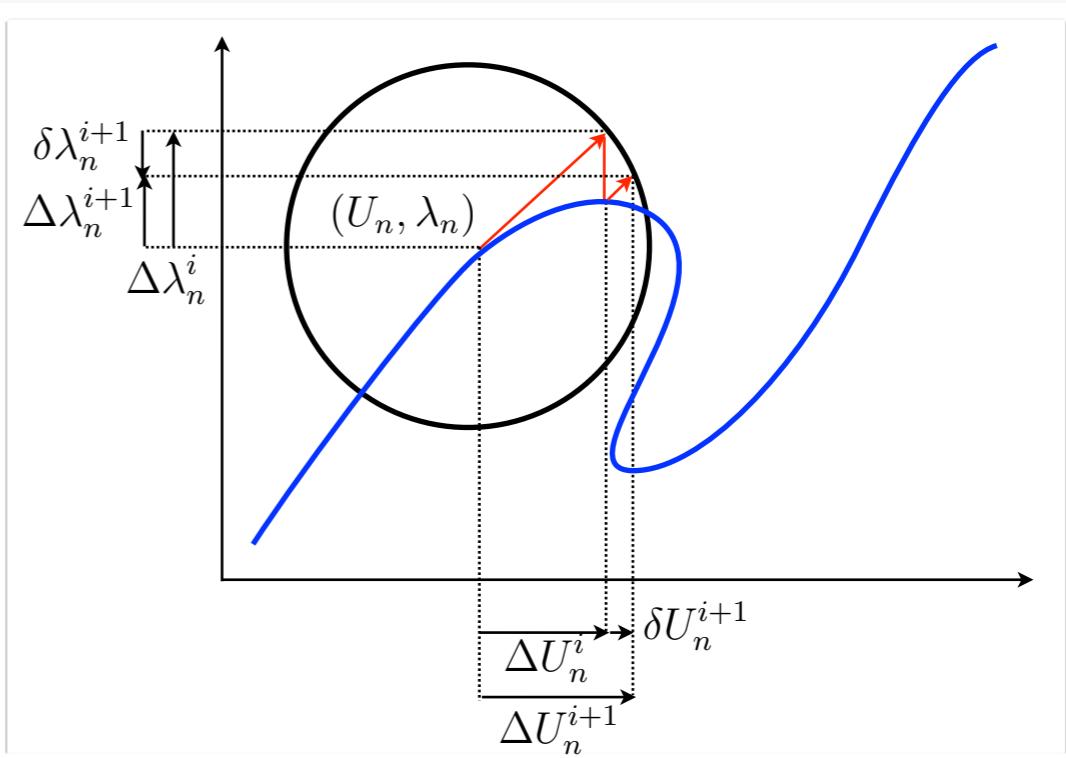
$$\mathbf{c}(U_n) \Delta U_n = \Delta l_n$$

$\Delta U_n$  : incrément de solution

$\Delta l_n$  : paramètre de la méthode

$\mathbf{c}(U_n)$  : opérateur d'extraction du saut de déplacement local maximum sur les interfaces cohésives

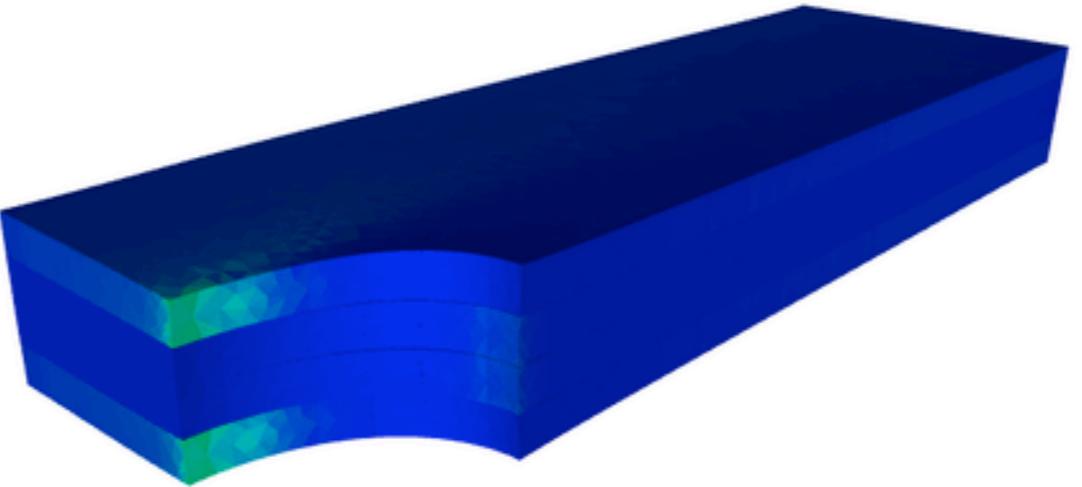
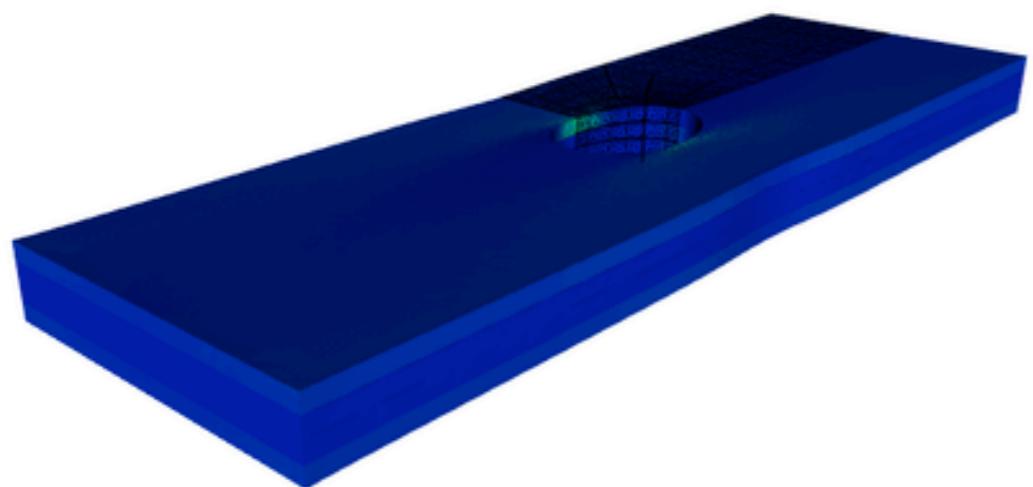
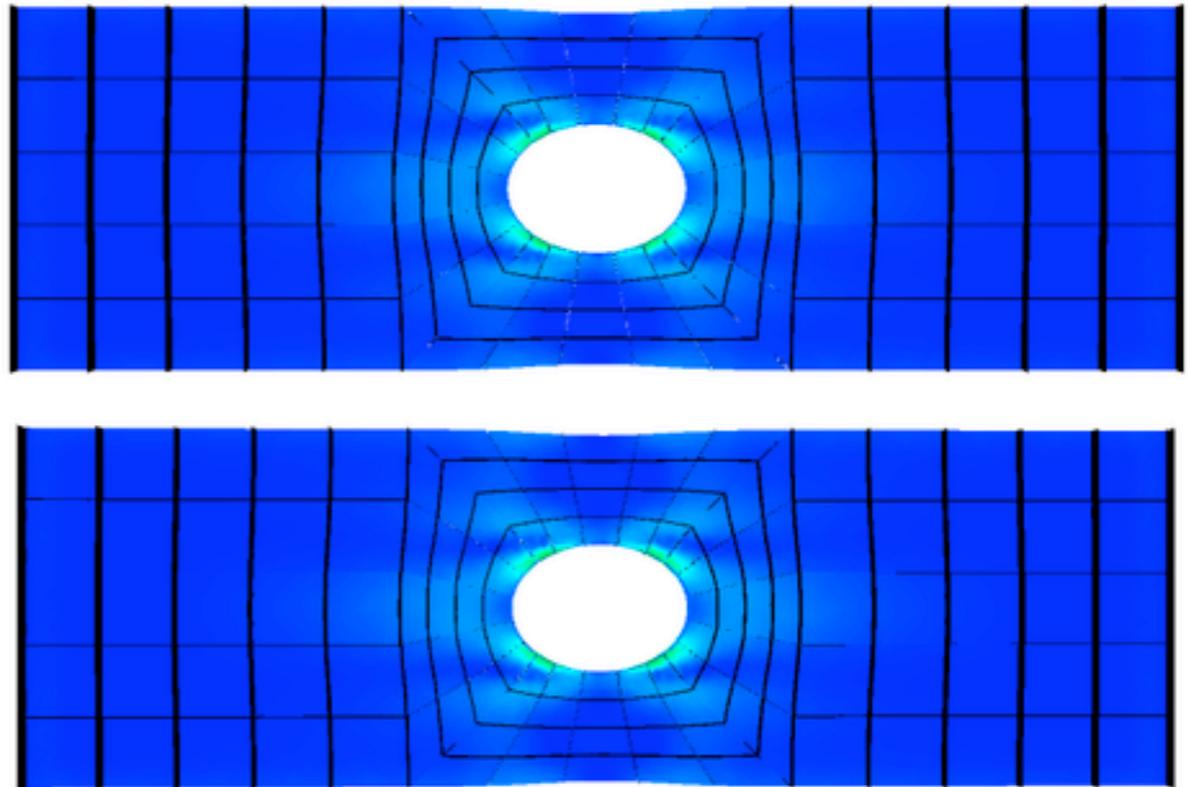
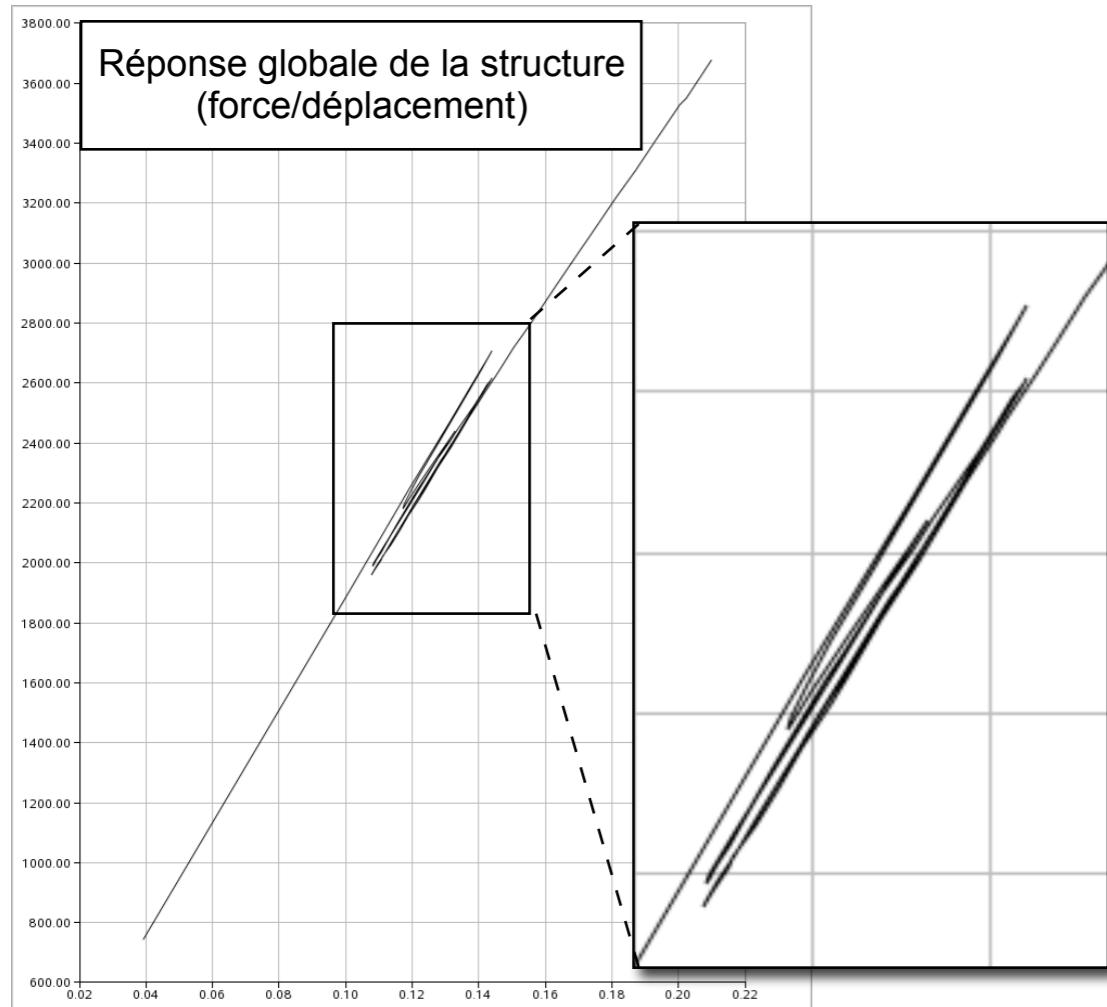
➡ incrément d'ouverture de fissure fixé à chaque pas de temps



# Algorithme de contrôle local à longueur d'arc

- Motivations : passage des **instabilités globales** liées à l'intégration quasi-statique du comportement adoucissant
  - Solutions classiques : **algorithmes à longueur d'arc** [Riks 72, Crisfield 81] :
    - ▶ Inconnue de chargement au piquet de temps  $t_n$  :  $\mathbf{K}((U_m)_{m \leq n}) U_n = \lambda_n F$  (1)
    - ▶ Contrôle du chargement :  $g(U_n, \lambda_n) = 0$  (2)
      - globales (sphérique, cylindrique)
      - ➡ inadéquates pour les instabilités "matériaux"
    - locales [Schellekens et De Borst 93, Allix et Corigliano 93, Geers 99, Alfano et Crisfield 03] :
 
$$\mathbf{c}(U_n) \Delta U_n = \Delta l_n$$
      - $\Delta U_n$  : incrément de solution
      - $\Delta l_n$  : paramètre de la méthode
      - $\mathbf{c}(U_n)$  : opérateur d'extraction du saut de déplacement local maximum sur les interfaces cohésives
- ➡ incrément d'ouverture de fissure fixé à chaque pas de temps
- Résolution :
    - ▶ séparation équations locales / équations linéaires n'est plus possible
    - ➡ résolution "LaTIn non-linéaire" délicate
    - ▶ Newton sécant et résolution des étapes de prédictions par la stratégie micro/macro
      - mêmes performances que pour les résolutions "LaTIn non-linéaire" : **pas de réassemblage des opérateurs microscopiques et macroscopiques**
      - passage LaTIn / *arc-length* immédiat
      - optimisation de l'algorithme de Newton

# Application : plaque trouée [0/90]<sub>s</sub>

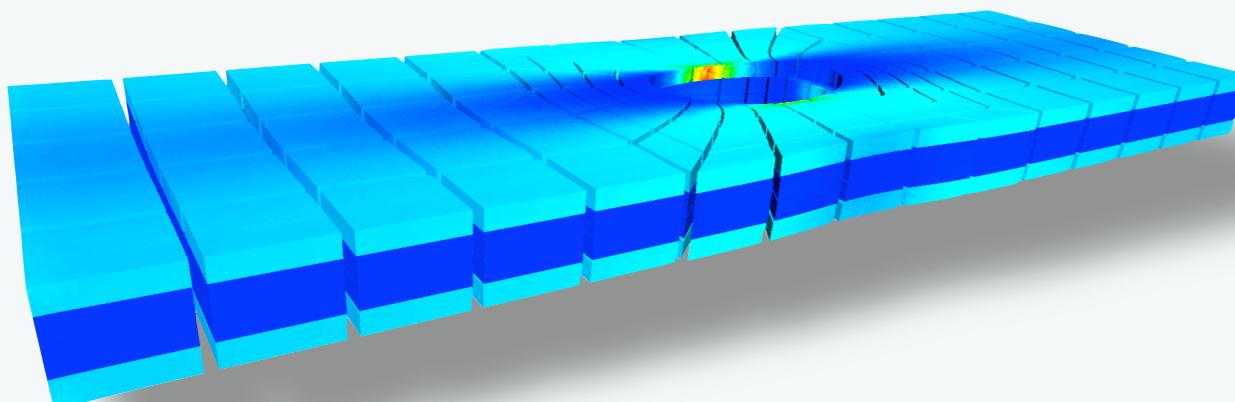


- Introduction
- État de l'art
- Stratégie micro/macro de décomposition de domaine pour les stratifiés
- Adaptation aux non-linéarités traitées
  - ▶ Robustesse du schéma itératif de résolution
  - ▶ Passage des instabilités globales
- Adéquation du problème homogénéisé au problème traité
  - ▶ Troisième niveau de résolution
  - ▶ Traitement spécifique du front de délamination
- Conclusion

# Résolution parallèle du problème macroscopique

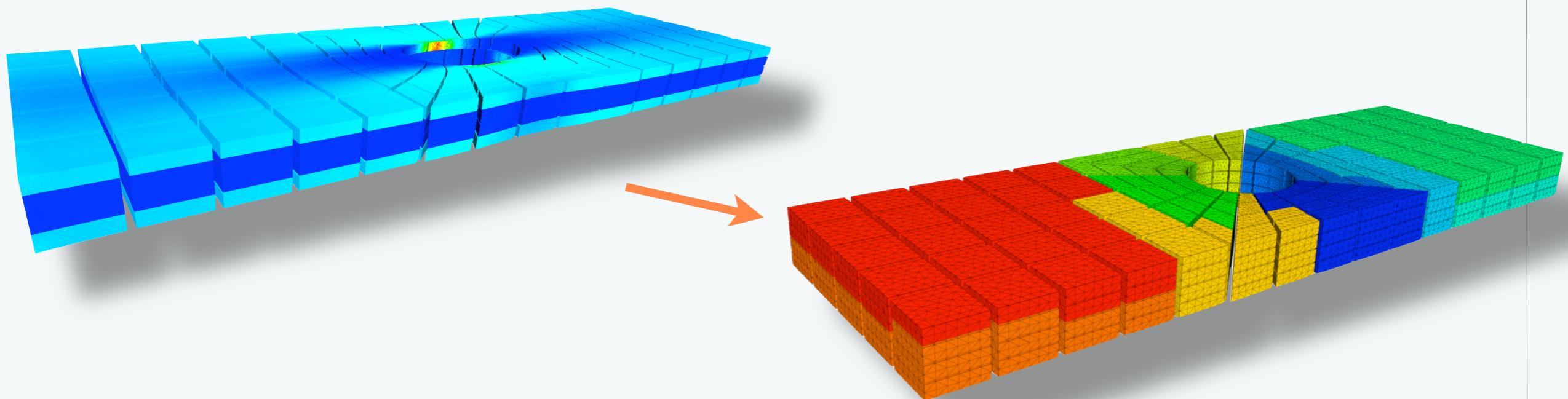
- Motivations :

- ▶ Discrétisation macroscopique fixée dans l'épaisseur du stratifié (sous-structuration "topologique") et dans le plan (optimisation numérique)
  - ➡ augmentation du nombre de degrés de liberté macroscopiques avec les dimensions de la structure
    - ➡ assemblage monoprocesseur très coûteux
    - ➡ communications "tous vers un" pour le résolution du problème macroscopique difficilement optimisables
- ▶ Nécessité de la résolution exacte ?

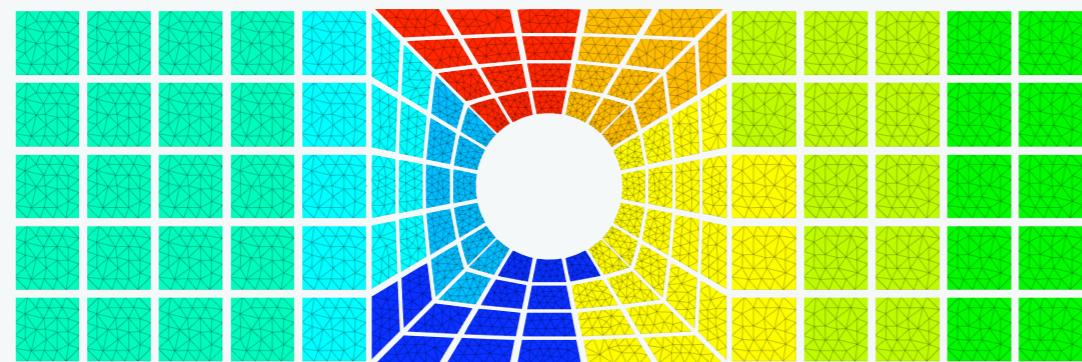


# Résolution parallèle du problème macroscopique

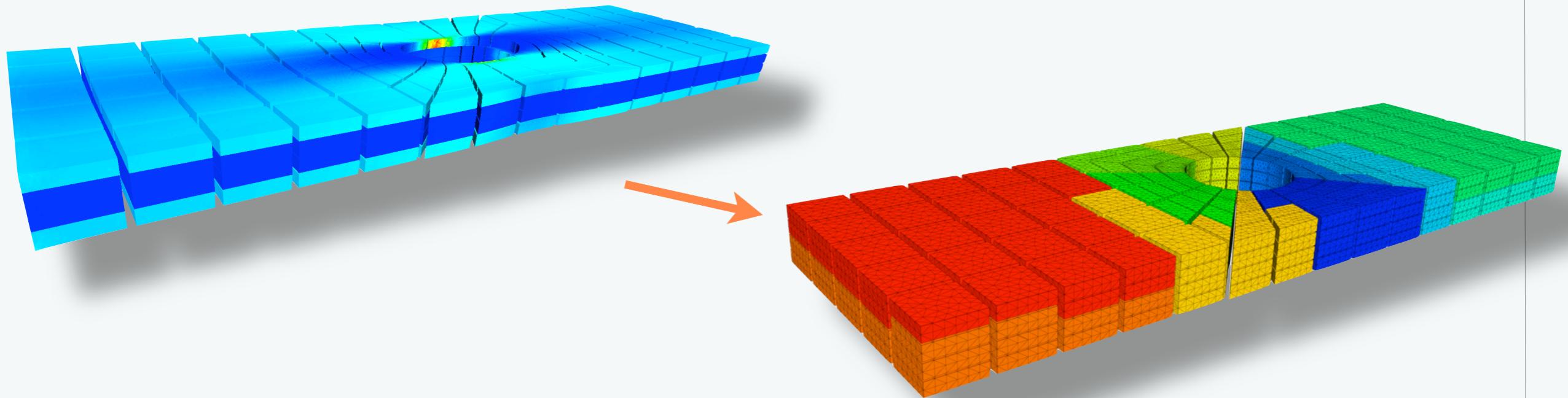
- Motivations :
  - ▶ Discrétisation macroscopique fixée dans l'épaisseur du stratifié (sous-structuration "topologique") et dans le plan (optimisation numérique)
  - ➡ augmentation du nombre de degrés de liberté macroscopiques avec les dimensions de la structure
    - ➡ assemblage monoprocesseur très coûteux
    - ➡ communications "tous vers un" pour le résolution du problème macroscopique difficilement optimisables
  - ▶ Nécessité de la résolution exacte ?
- Idée : résolution parallèle par la méthode BDD [Mandel 93, Le Tallec 94]



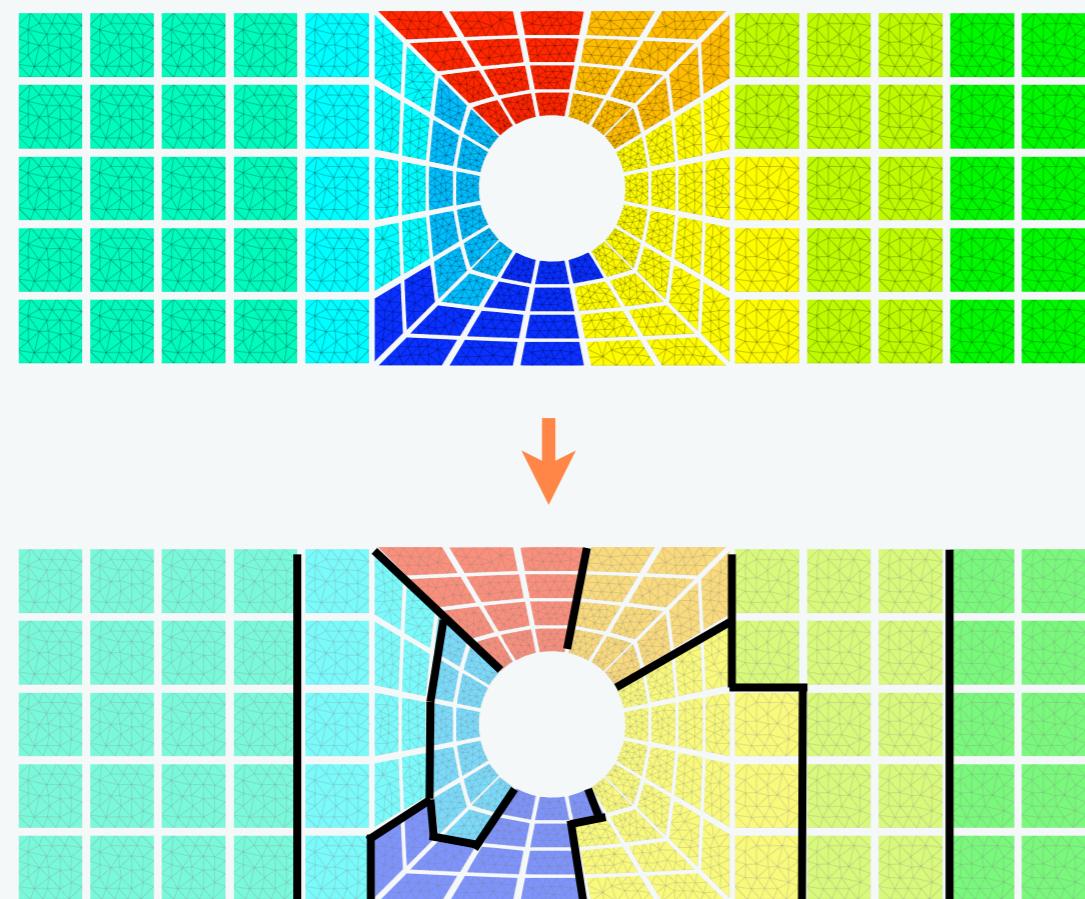
# Résolution parallèle du problème macroscopique



- Idée : résolution parallèle par la méthode **BDD** [Mandel 93, Le Tallec 94]
  - ▶ Regroupement des sous-structures en **super-sous-structures**

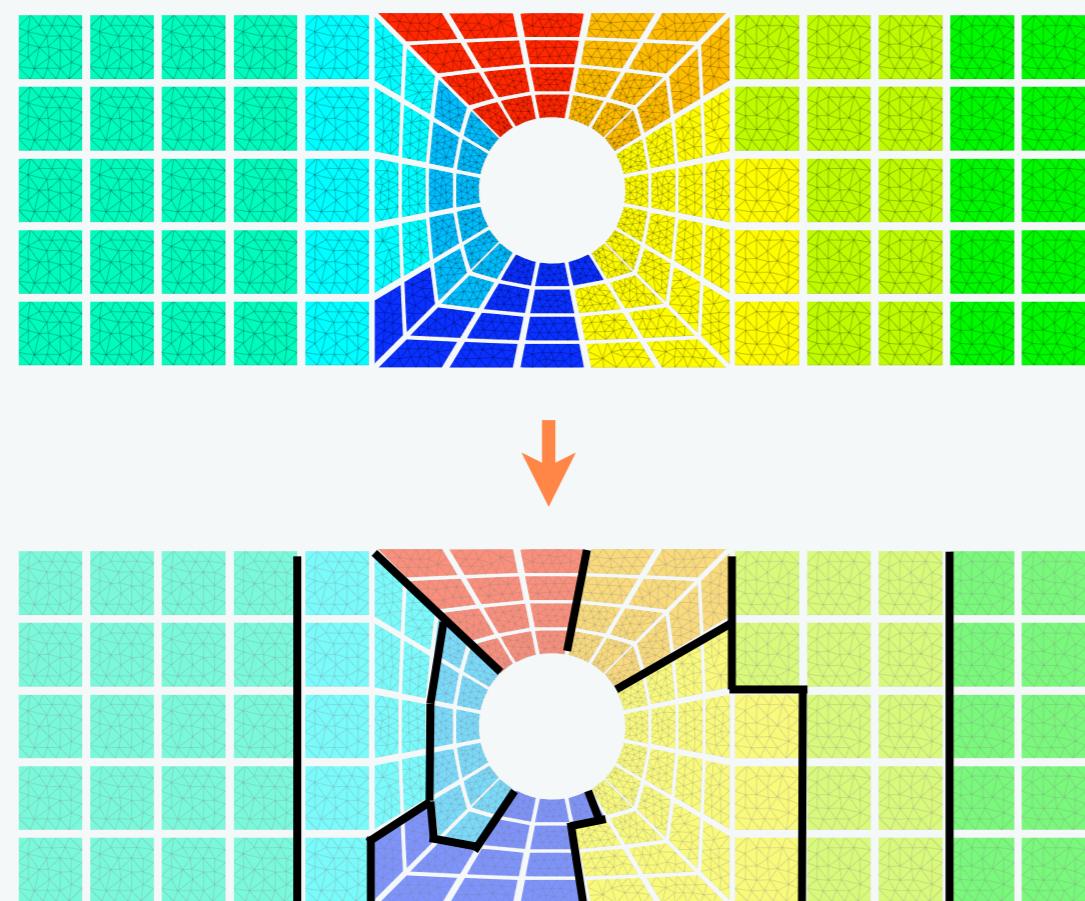


# Résolution parallèle du problème macroscopique



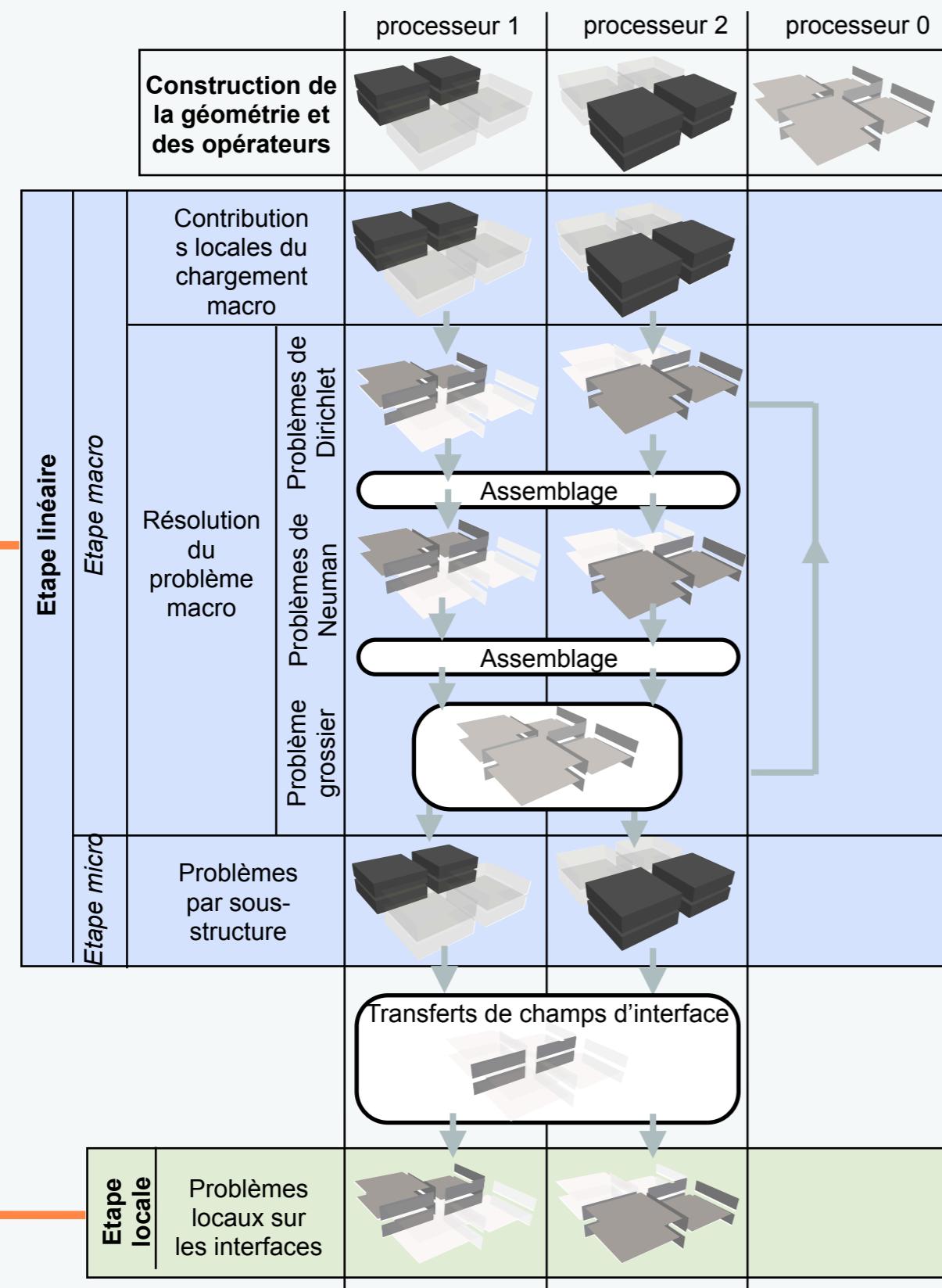
- Idée : résolution parallèle par la méthode **BDD** [Mandel 93, Le Tallec 94]
  - ▶ Regroupement des sous-structures en **super-sous-structures**
  - ▶ Condensation statique primaire des problèmes macroscopiques locaux sur les super-interfaces

# Résolution parallèle du problème macroscopique

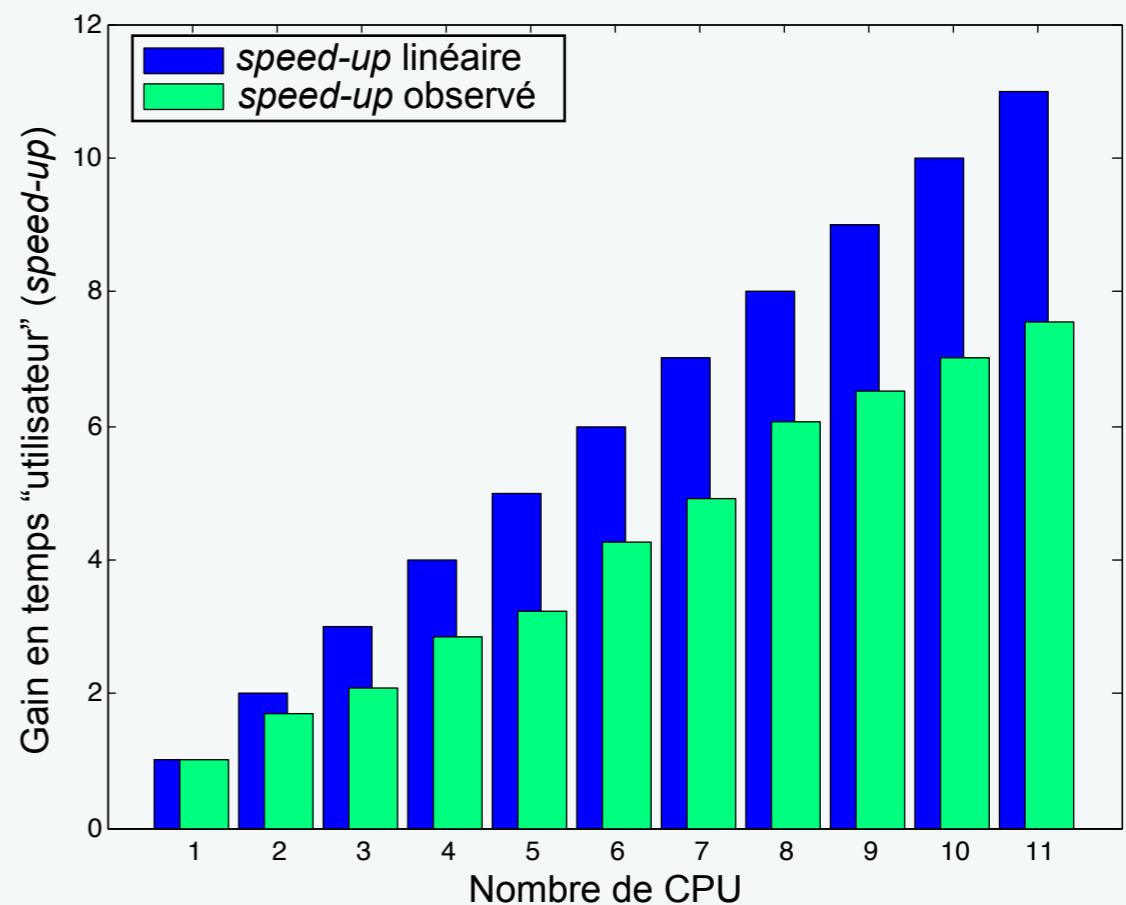
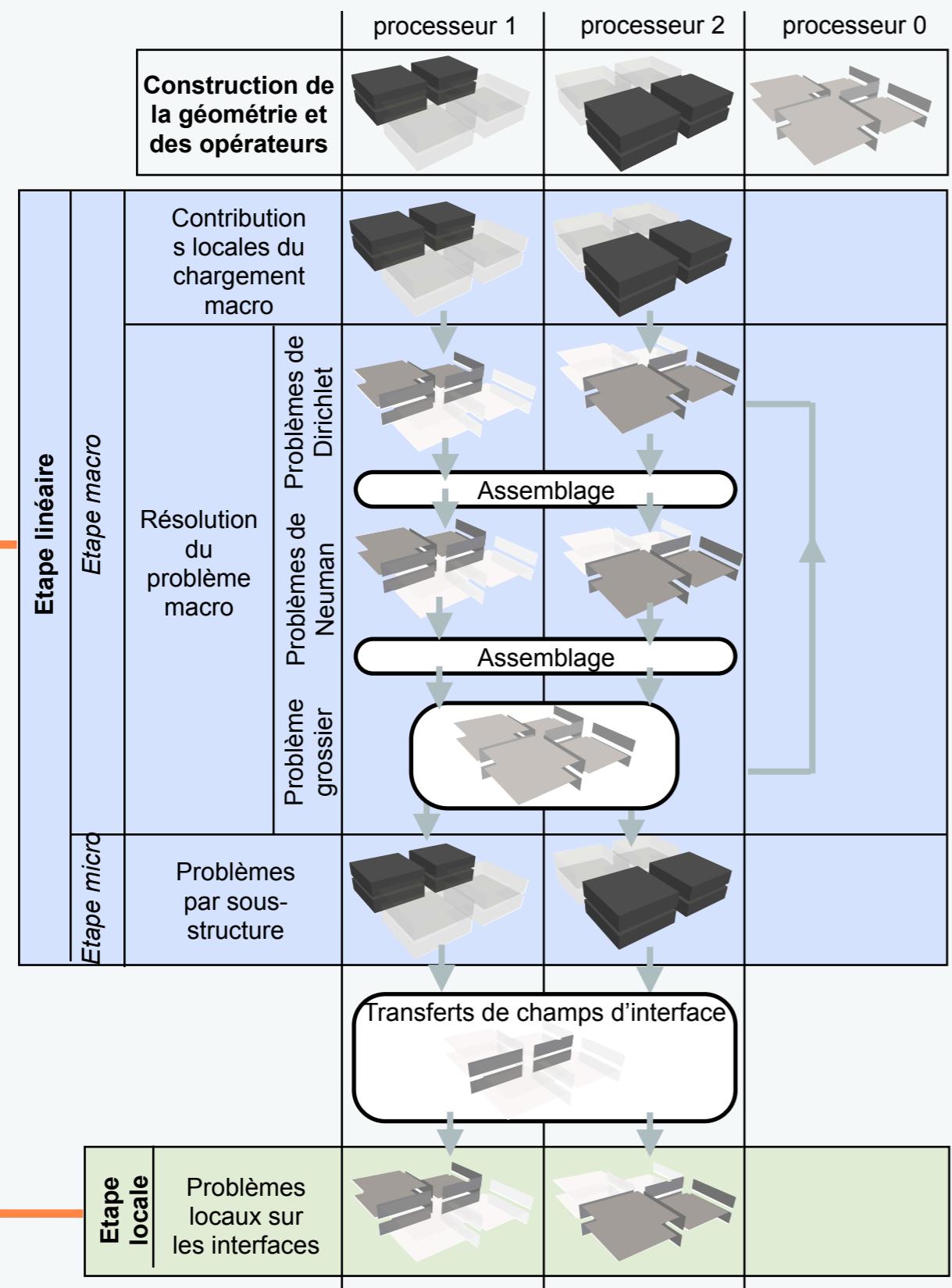


- Idée : **résolution parallèle par la méthode BDD** [Mandel 93, Le Tallec 94]
    - ▶ Regroupement des sous-structures en **super-sous-structures**
    - ▶ Condensation statique primaire des problèmes macroscopiques locaux sur les super-interfaces
    - ▶ Résolution itérative du problème condensé par un gradient conjugué
      - préconditionneur de Neuman
      - problème grossier associé aux contraintes d'auto-équilibre des super-sous-structures flottantes
- ➡ troisième niveau de résolution

# Résolution en parallèle

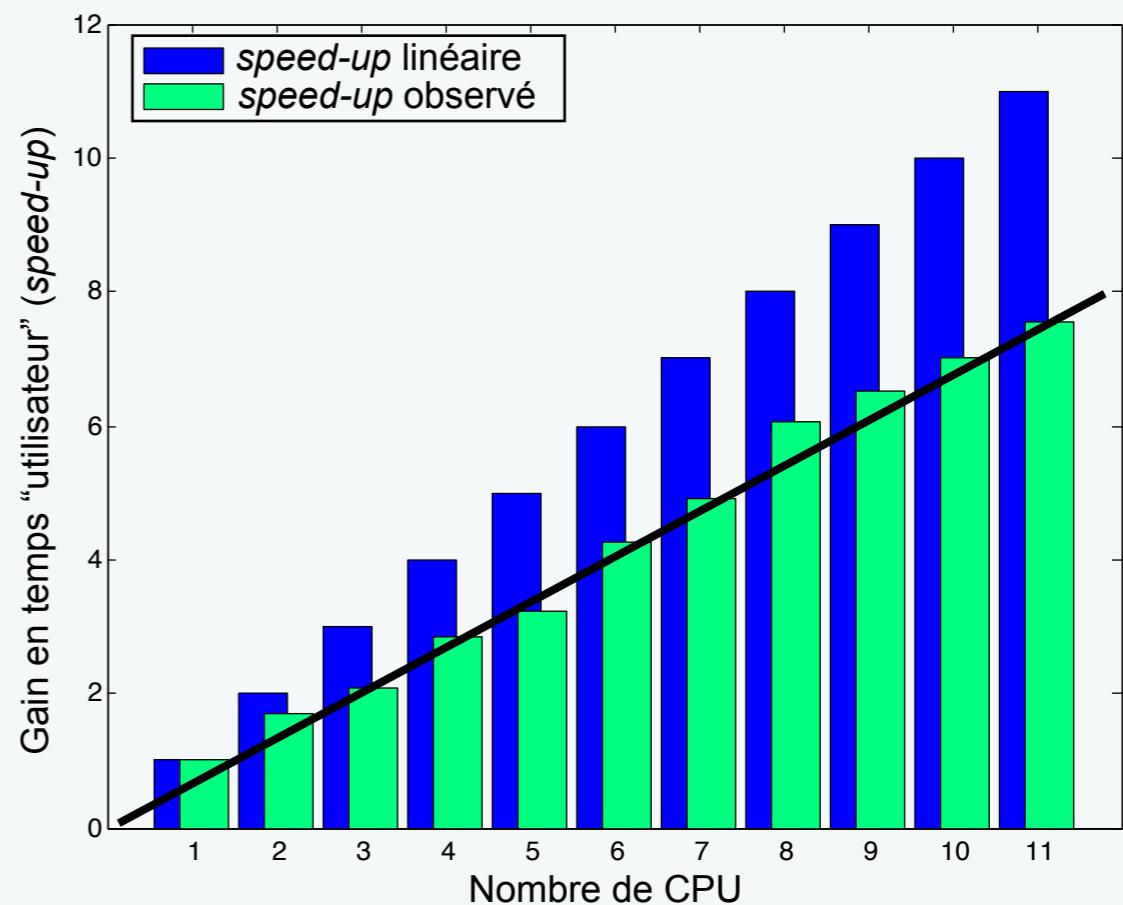
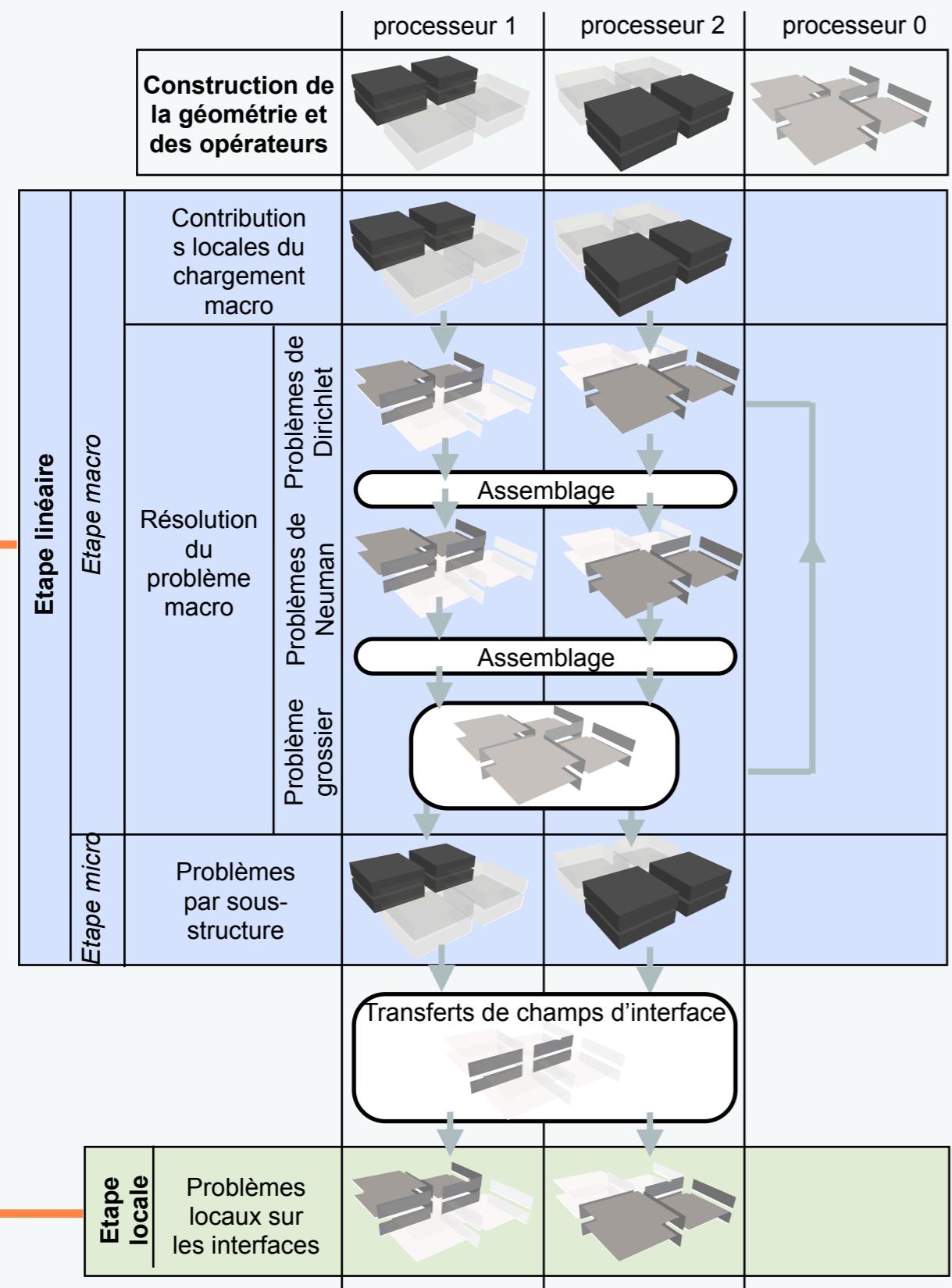


# Résolution en parallèle : performances



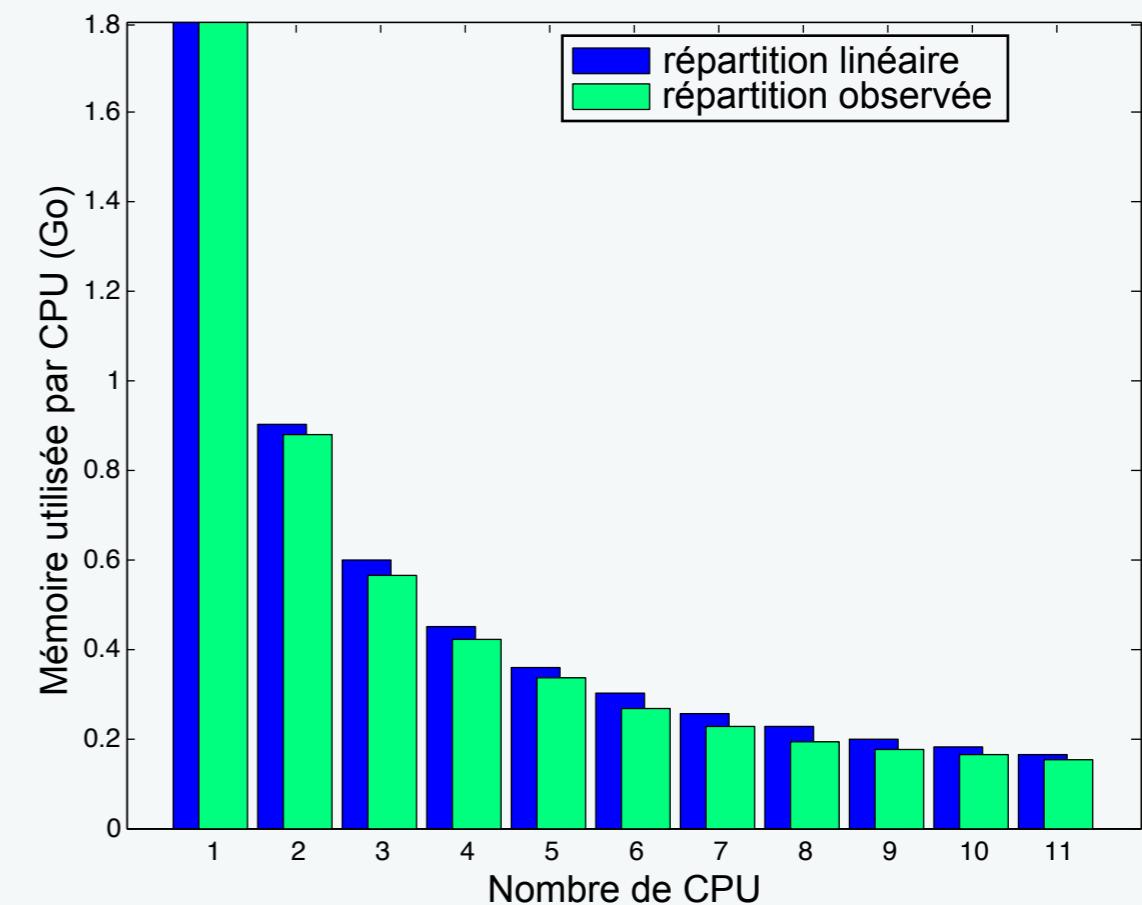
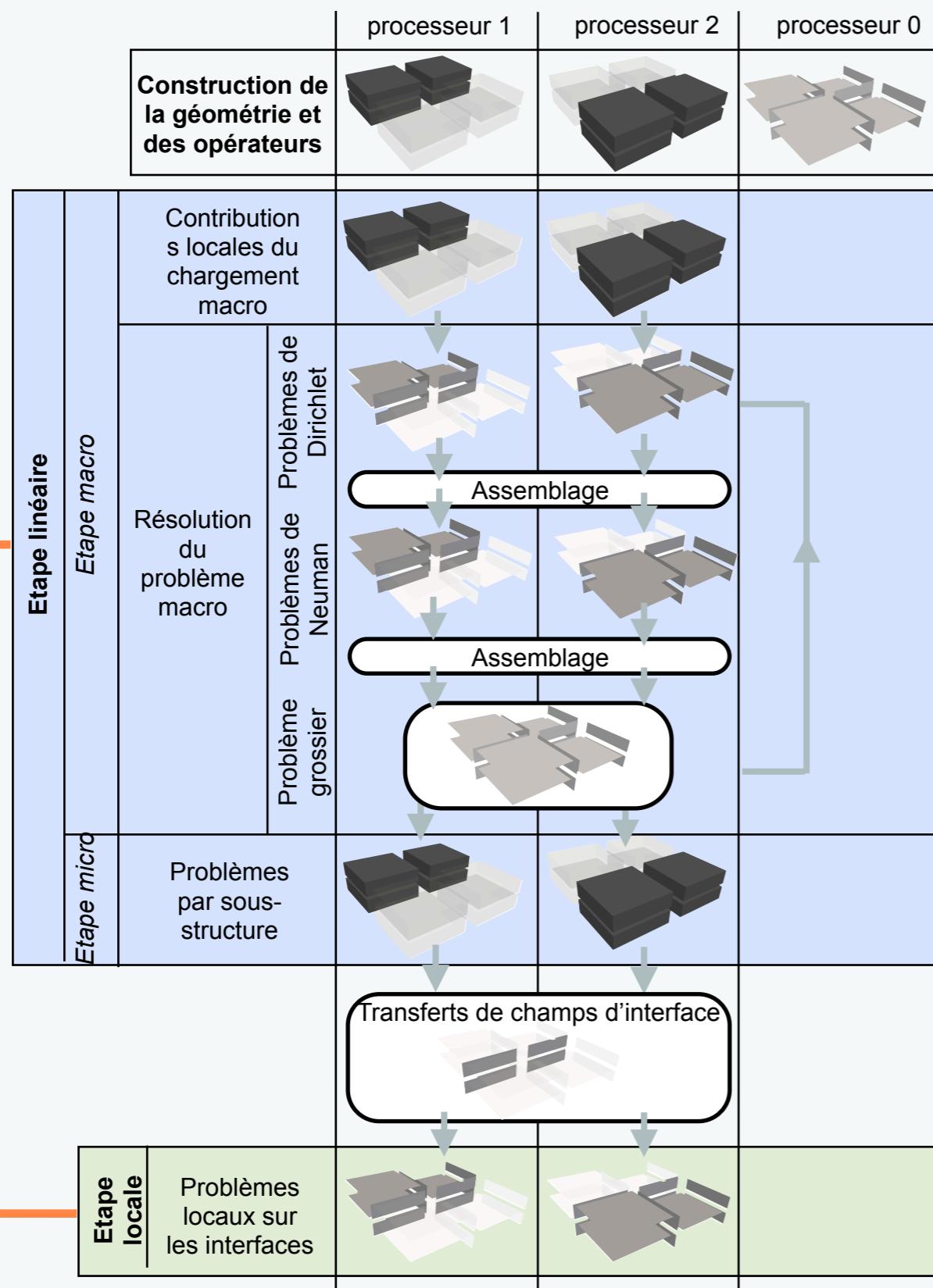
gain en temps de calcul (speed-up)

# Résolution en parallèle : performances



gain en temps de calcul (speed-up)

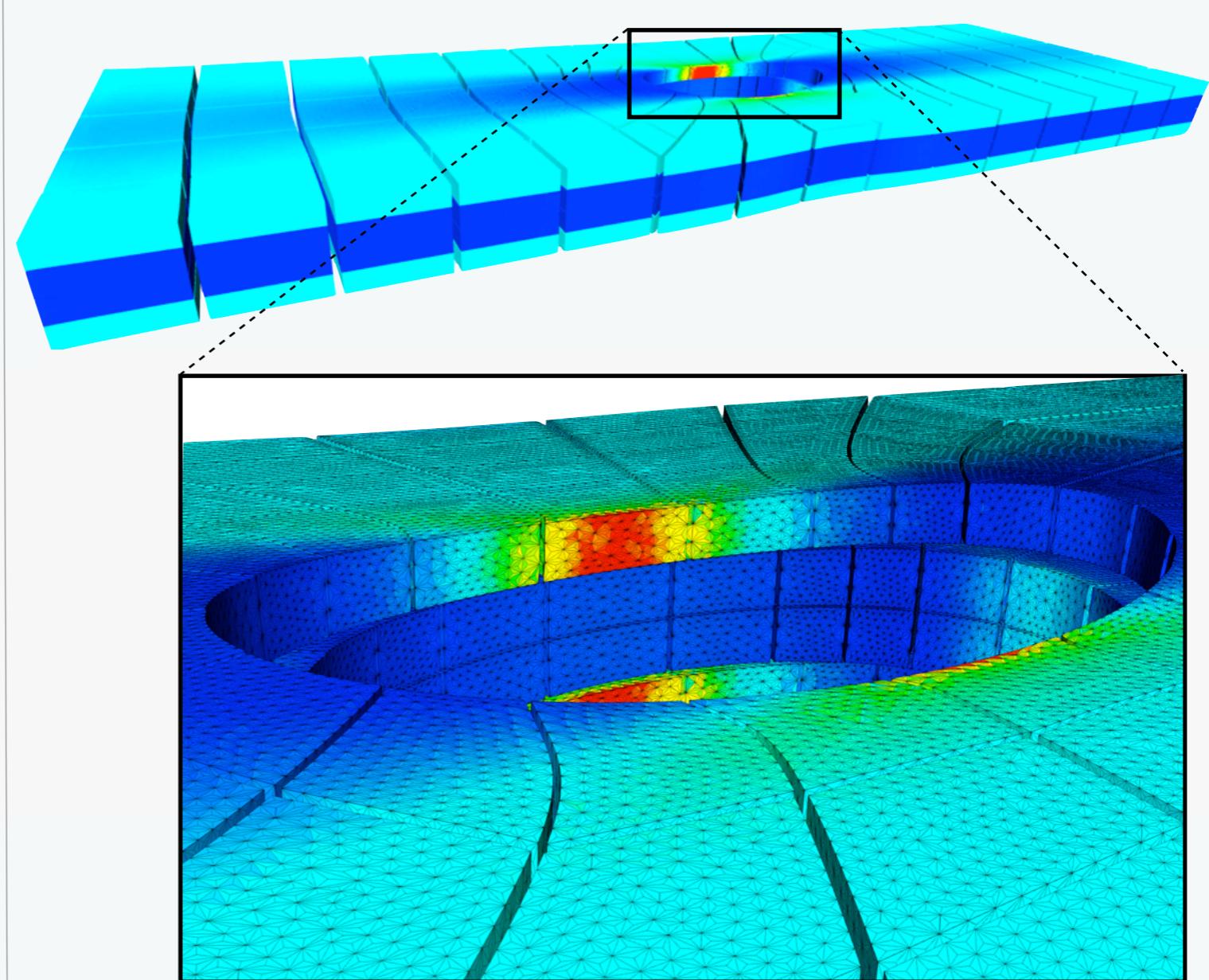
# Résolution en parallèle : performances



mémoire utilisée par processeur

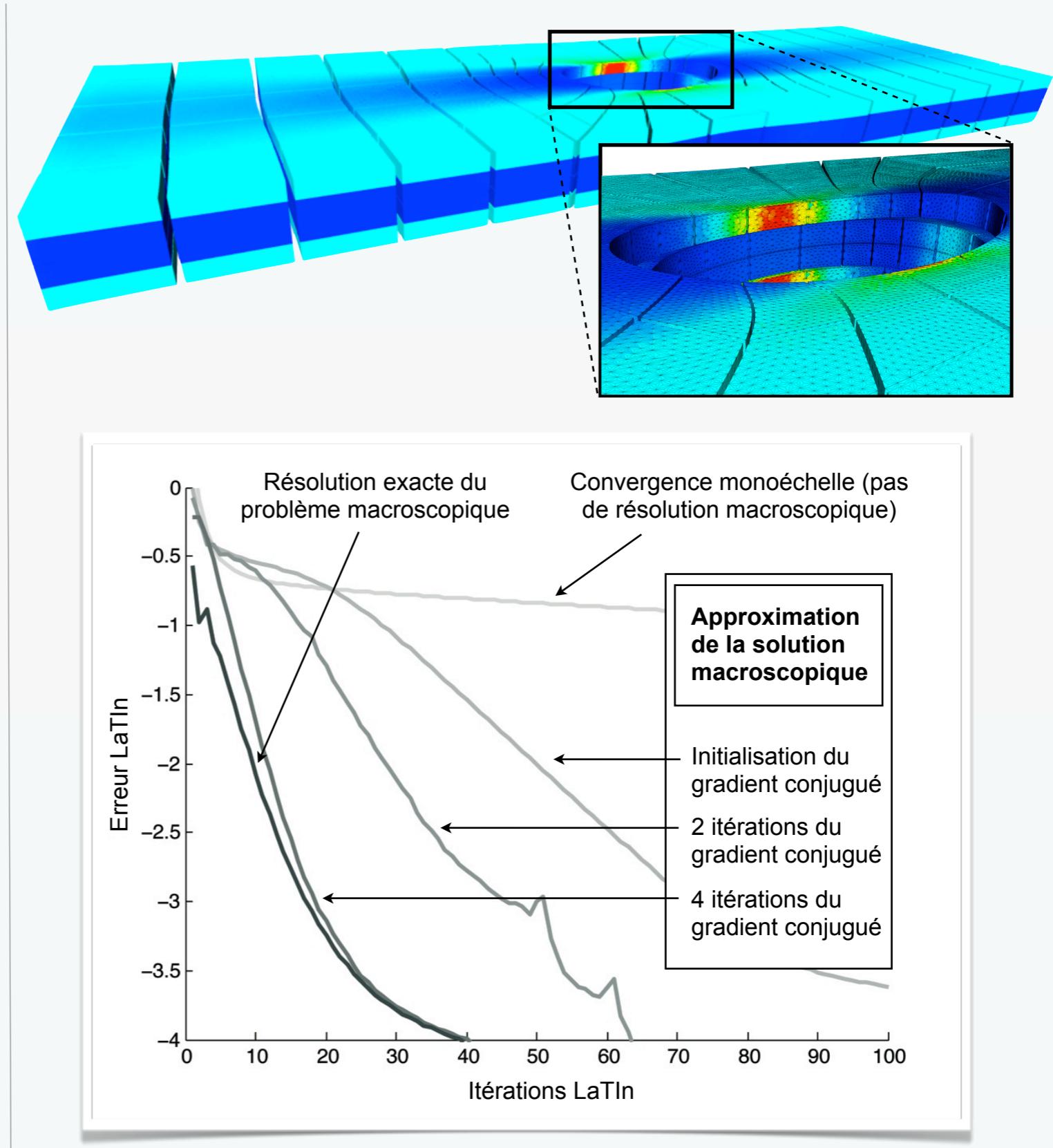
# Approximation de la solution macroscopique

- **Exemple traité :** plaque trouée  $[0/90]_s$  en traction
  - ▶ Echelle microscopique :  $3,4 \cdot 10^6$  degrés de liberté
  - ▶ Echelle macroscopique :  $12 \cdot 10^3$  degrés de liberté
  - ▶ Résolution sur 12 processeurs



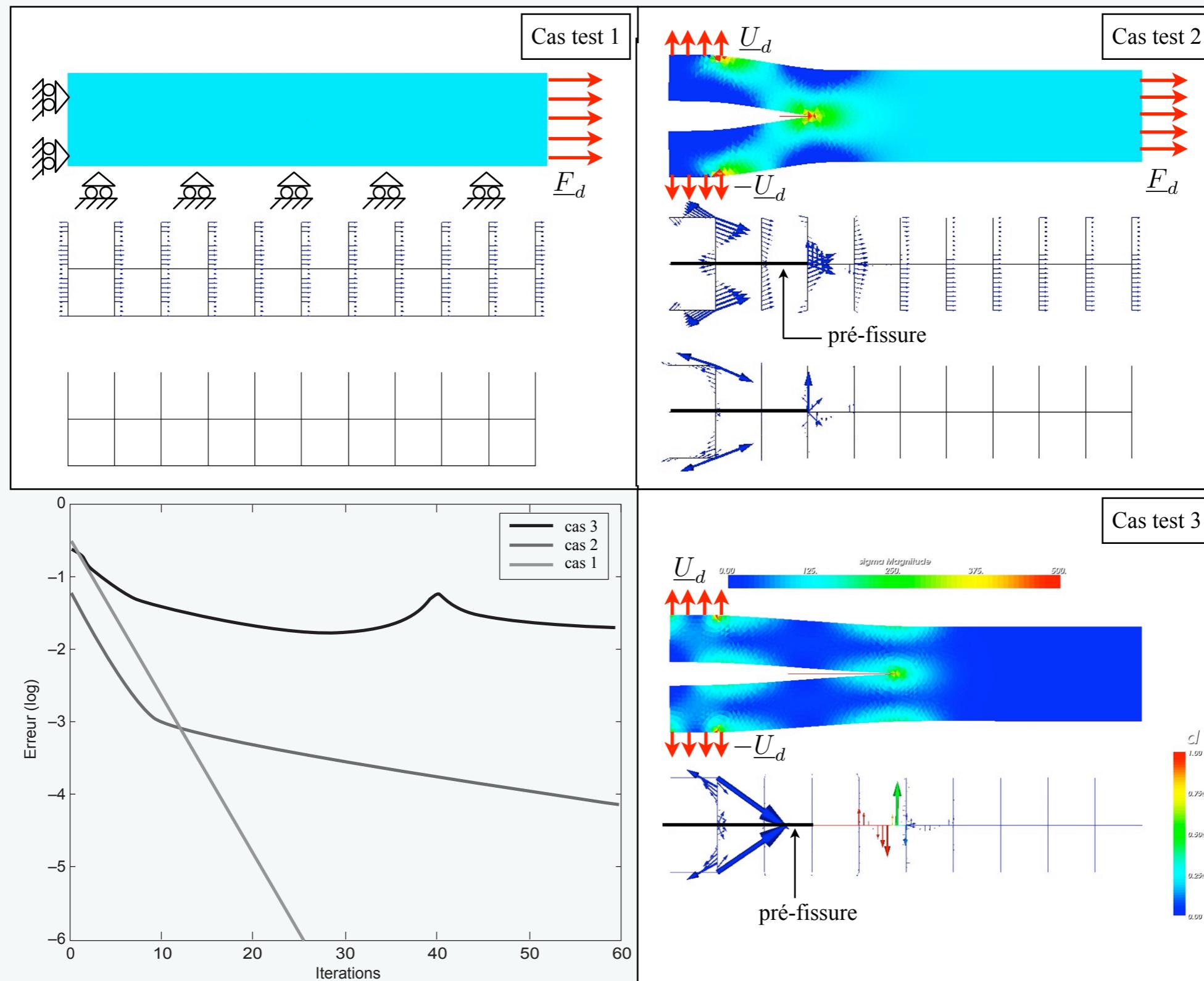
# Approximation de la solution macroscopique

- **Exemple traité :** plaque trouée  $[0/90]_s$  en traction
  - ▶ Echelle microscopique :  $3,4 \cdot 10^6$  degrés de liberté
  - ▶ Echelle macroscopique :  $12 \cdot 10^3$  degrés de liberté
  - ▶ Résolution sur 12 processeurs
- **Résolution itérative du problème macroscopique**
  - ▶ Bonne approximation de la solution macroscopique par l'initialisation de BDD
  - ▶ Obtention rapide de l'information macroscopique à propager dans la structure
  - ▶ **résolution approchée du problème macroscopique**



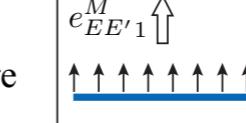
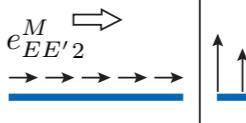
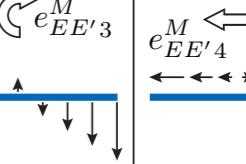
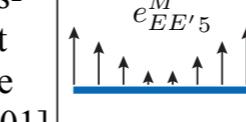
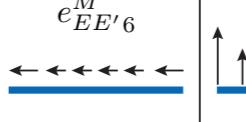
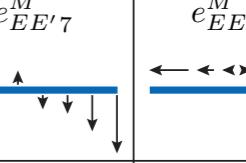
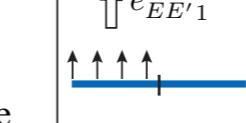
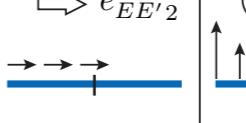
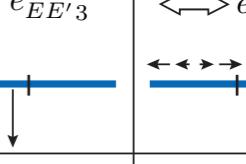
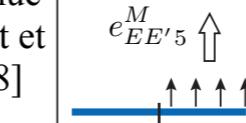
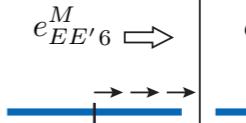
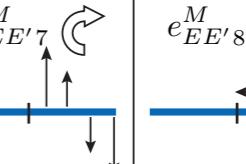
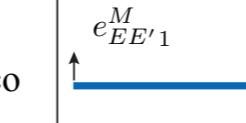
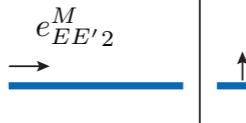
- Introduction
- État de l'art
- Stratégie micro/macro de décomposition de domaine pour les stratifiés
- Adaptation aux non-linéarités traitées
  - ▶ Robustesse du schéma itératif de résolution
  - ▶ Passage des instabilités globales
- Adéquation du problème homogénéisé au problème traité
  - ▶ Troisième niveau de résolution
  - ▶ Traitement spécifique du front de délaminage
- Conclusion

# Extensibilité pour la fissuration interlaminaire ?



# Approche pour la restauration de l'extensibilité

- Deux causes au mauvais taux de convergence observé :
  - Solution mal représentée** en pointe de fissure dans l'espace macroscopique
    - effets globaux de la “singularité” de contrainte transmis aux structures lointaines par des problèmes locaux
  - Nombreux états d'équilibre intermédiaires** à atteindre pour la propagation du délaminate

Type de base	Vecteurs de base macroscopique en 2D			
Linéaire	$e_{EE'}^M 1 \uparrow$ 	$e_{EE'}^M 2 \Rightarrow$ 	$e_{EE'}^M 3 \curvearrowleft$ 	$e_{EE'}^M \leftrightarrow$ 
Enrichissement cubique [Loiseau 01]	$e_{EE'}^M 5 \uparrow$ 	$e_{EE'}^M 6 \leftarrow$ 	$e_{EE'}^M 7 \downarrow$ 	$e_{EE'}^M 8$ 
Base linéaire discontinue [Guidault et Allix 08]	$\uparrow e_{EE'}^M 1$ 	$\Rightarrow e_{EE'}^M 2$ 	$\curvearrowleft e_{EE'}^M 3$ 	$\leftrightarrow e_{EE'}^M 4$ 
Base microscopique	$e_{EE'}^M 5 \uparrow$ 	$e_{EE'}^M 6 \Rightarrow$ 	$e_{EE'}^M 7 \curvearrowleft$ 	$e_{EE'}^M 8 \leftrightarrow$ 
	$e_{EE'}^M 1$ 	$e_{EE'}^M 2$ 	$e_{EE'}^M 3$ 	$e_{EE'}^M 4$  ...

# Approche pour la restauration de l'extensibilité

- Deux causes au mauvais taux de convergence observé :
  - Solution mal représentée en pointe de fissure dans l'espace macroscopique**
    - effets globaux de la “singularité” de contrainte transmis aux structures lointaines par des problèmes locaux
  - Nombreux états d'équilibre intermédiaires** à atteindre pour la propagation du délaminateur
- Enrichissement local** de la base macroscopique :
  - But : capter les composantes de la solution d'interface ayant à **influence non locale** sur la solution
  - Difficultés :
    - solution à **fort gradient** sur le front de délaminateur

Type de base	Vecteurs de base macroscopique en 2D			
Linéaire	$e_{EE'}^M 1 \uparrow$	$e_{EE'}^M \Rightarrow$	$e_{EE'}^M 3 \curvearrowleft$	$e_{EE'}^M \Leftarrow$
Enrichissement cubique [Loiseau 01]	$e_{EE'}^M 5 \uparrow$	$e_{EE'}^M 6 \Rightarrow$	$e_{EE'}^M 7 \curvearrowleft$	$e_{EE'}^M 8 \Leftarrow$
Base linéaire discontinue [Guidault et Allix 08]	$\uparrow e_{EE'}^M 1$	$\Rightarrow e_{EE'}^M 2$	$\curvearrowleft e_{EE'}^M 3$	$\Leftarrow e_{EE'}^M 4$
Base microscopique	$e_{EE'}^M 5 \uparrow$	$e_{EE'}^M 6 \Rightarrow$	$e_{EE'}^M 7 \curvearrowleft$	$e_{EE'}^M 8 \Leftarrow$
				...

# Approche pour la restauration de l'extensibilité

- Deux causes au mauvais taux de convergence observé :
  - Solution mal représentée en pointe de fissure dans l'espace macroscopique**
    - effets globaux de la “singularité” de contrainte transmis aux structures lointaines par des problèmes locaux
  - Nombreux états d'équilibre intermédiaires** à atteindre pour la propagation du délaminateur
- Enrichissement local** de la base macroscopique :
  - But : capter les composantes de la solution d'interface ayant à **influence non locale** sur la solution
  - Difficultés :
    - solution à **fort gradient** sur le front de délaminateur
    - position variable** du front de fissuration au cours du processus incrémental

Type de base	Vecteurs de base macroscopique en 2D			
Linéaire	$e_{EE'}^M 1 \uparrow$	$e_{EE'}^M \Rightarrow$	$e_{EE'}^M 3 \curvearrowleft$	$e_{EE'}^M \Leftarrow \Rightarrow$
Enrichissement cubique [Loiseau 01]	$e_{EE'}^M 5 \uparrow$	$e_{EE'}^M 6 \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow$	$e_{EE'}^M 7 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$	$e_{EE'}^M 8 \leftarrow \leftarrow \leftarrow \rightarrow$
Base linéaire discontinue [Guidault et Allix 08]	$\uparrow e_{EE'}^M 1$	$\Rightarrow e_{EE'}^M 2$	$\curvearrowleft e_{EE'}^M 3$	$\Leftarrow \Rightarrow e_{EE'}^M 4$
Base microscopique	$e_{EE'}^M 5 \uparrow$	$e_{EE'}^M 6 \Rightarrow$	$e_{EE'}^M 7 \curvearrowleft$	$e_{EE'}^M 8 \Leftarrow \Rightarrow$
				...

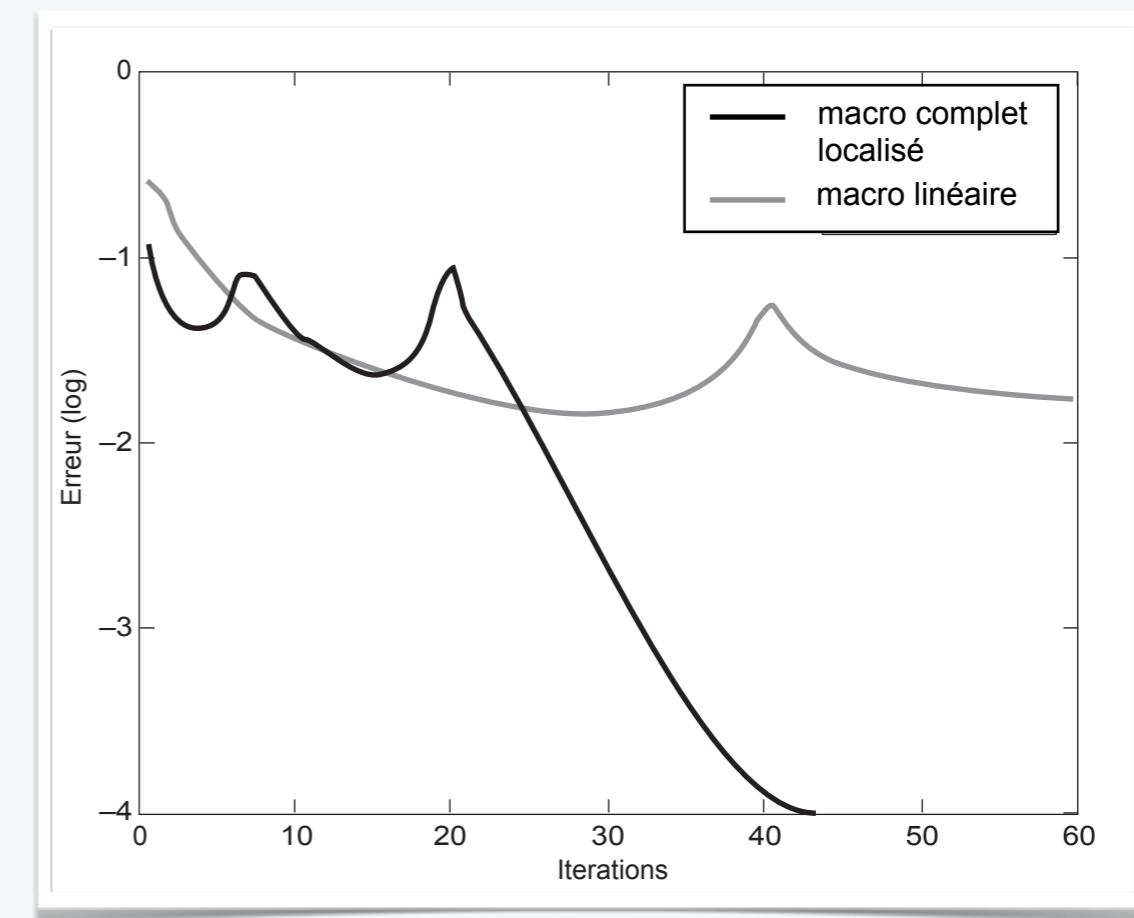
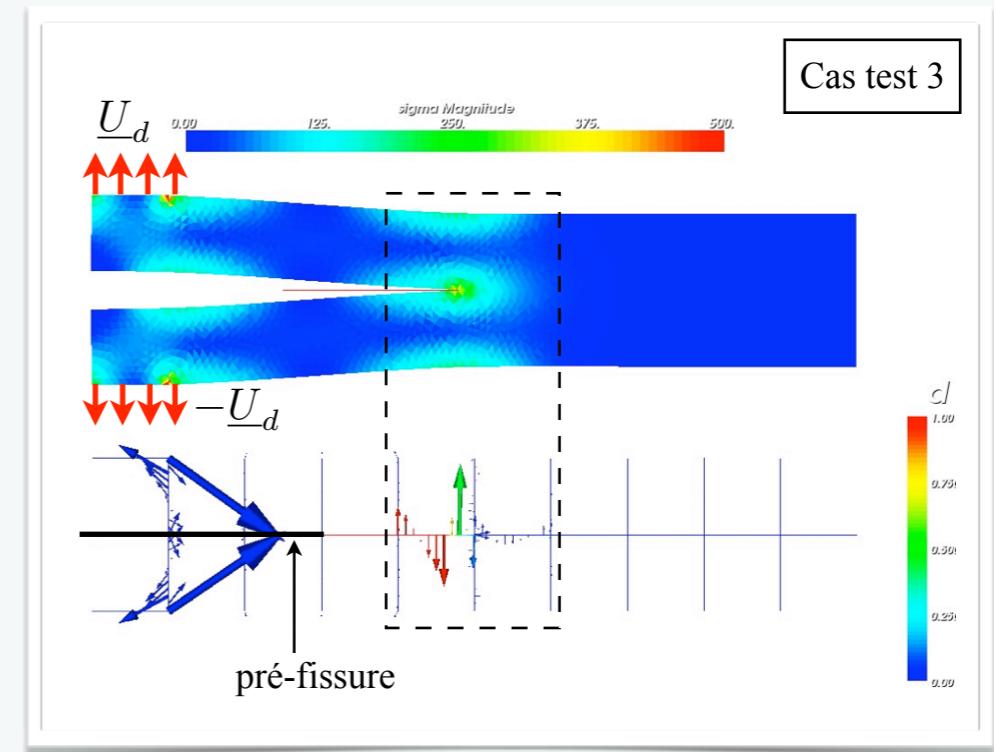
# Approche pour la restauration de l'extensibilité

- Deux causes au mauvais taux de convergence observé :
  - Solution mal représentée en pointe de fissure dans l'espace macroscopique**
    - effets globaux de la “singularité” de contrainte transmis aux structures lointaines par des problèmes locaux
  - Nombreux états d'équilibre intermédiaires** à atteindre pour la propagation du délaminateur
- Enrichissement local** de la base macroscopique :
  - But : capter les composantes de la solution d'interface ayant à **influence non locale** sur la solution
  - Difficultés :
    - solution à **fort gradient** sur le front de délaminateur
    - position variable** du front de fissuration au cours du processus incrémental
  - Enrichissement de la base macroscopique **par les fonctions microscopiques** en pointe de fissure

Type de base	Vecteurs de base macroscopique en 2D			
Linéaire	$e_{EE'}^M 1 \uparrow$	$e_{EE'}^M 2 \rightarrow$	$e_{EE'}^M 3 \curvearrowleft$	$e_{EE'}^M 4 \leftrightarrow$
Enrichissement cubique [Loiseau 01]	$e_{EE'}^M 5 \uparrow$	$e_{EE'}^M 6 \leftarrow$	$e_{EE'}^M 7 \downarrow$	$e_{EE'}^M 8 \rightarrow$
Base linéaire discontinue [Guidault et Allix 08]	$\uparrow e_{EE'}^M 1$	$\rightarrow e_{EE'}^M 2$	$\curvearrowleft e_{EE'}^M 3$	$\leftrightarrow e_{EE'}^M 4$
Base microscopique	$e_{EE'}^M 1 \uparrow$	$e_{EE'}^M 2 \rightarrow$	$e_{EE'}^M 3 \downarrow$	$e_{EE'}^M 4 \leftrightarrow$

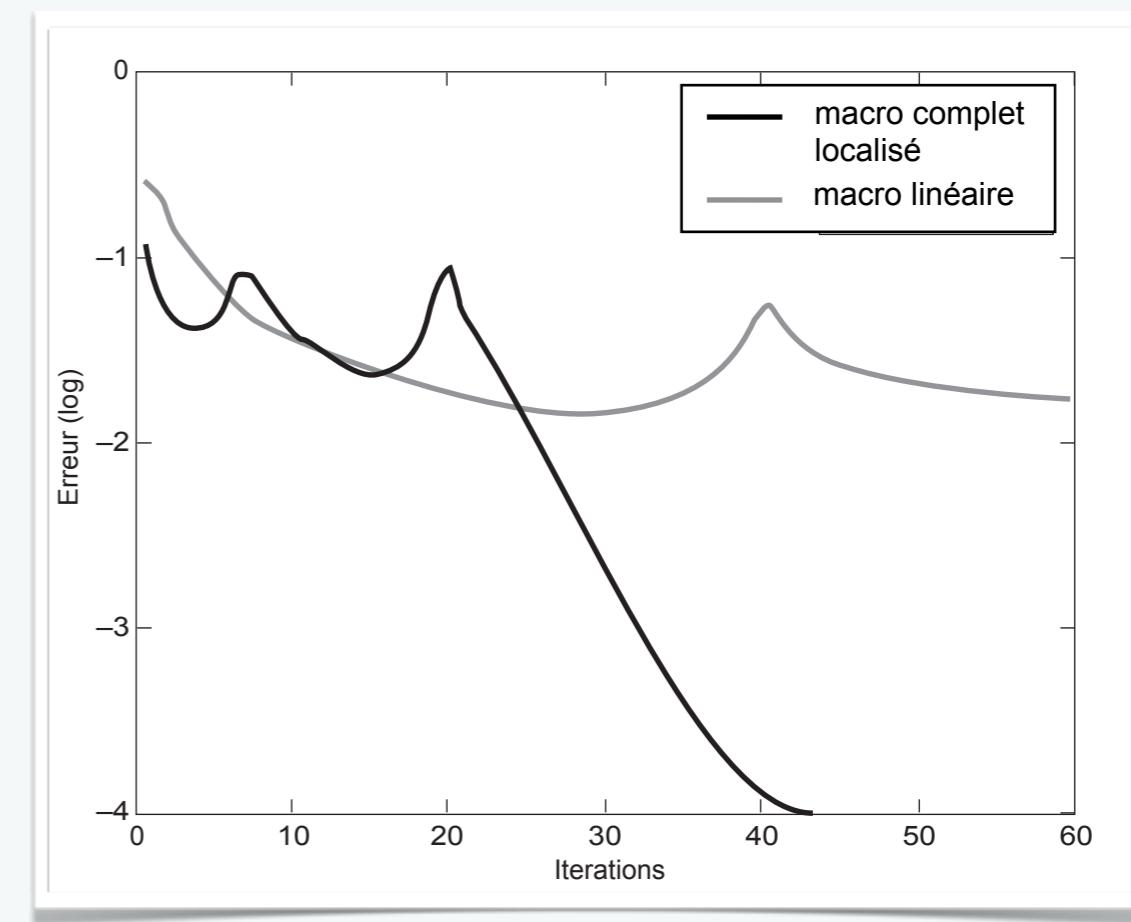
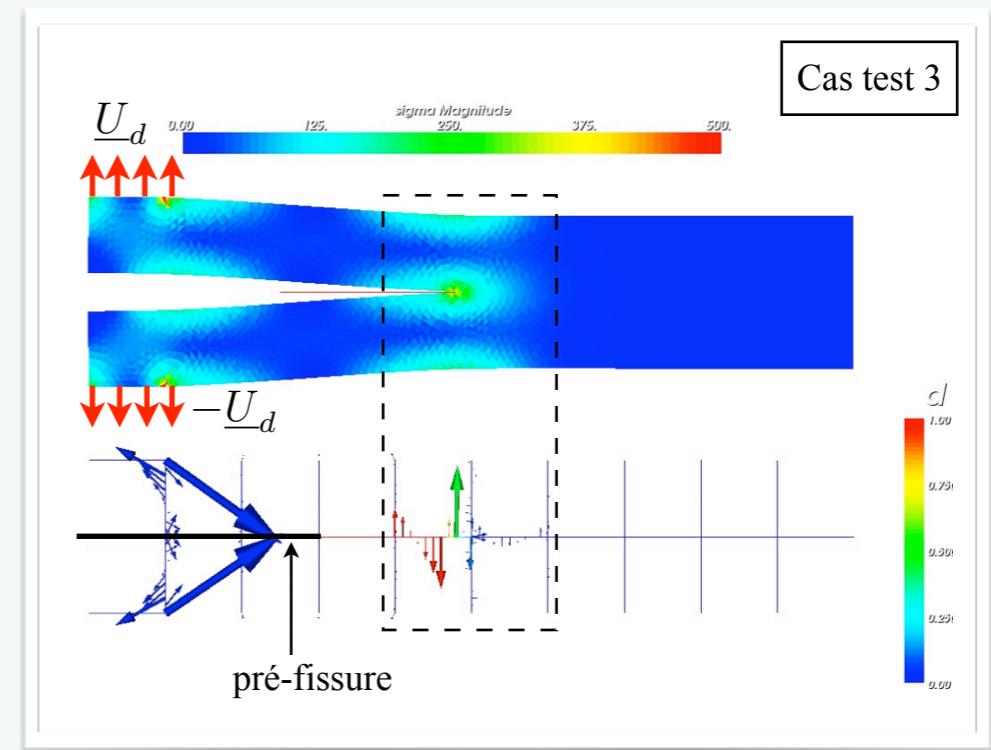
# Approche pour la restauration de l'extensibilité

- Deux causes au mauvais taux de convergence observé :
  - Solution mal représentée en pointe de fissure dans l'espace macroscopique**
    - effets globaux de la “singularité” de contrainte transmis aux structures lointaines par des problèmes locaux
  - Nombreux états d'équilibre intermédiaires** à atteindre pour la propagation du délaminage
- Enrichissement local** de la base macroscopique :
  - But : capter les composantes de la solution d'interface ayant à **influence non locale** sur la solution
  - Difficultés :
    - solution à **fort gradient** sur le front de délaminage
    - position variable** du front de fissuration au cours du processus incrémental
  - Enrichissement de la base macroscopique **par les fonctions microscopiques** en pointe de fissure



# Approche pour la restauration de l'extensibilité

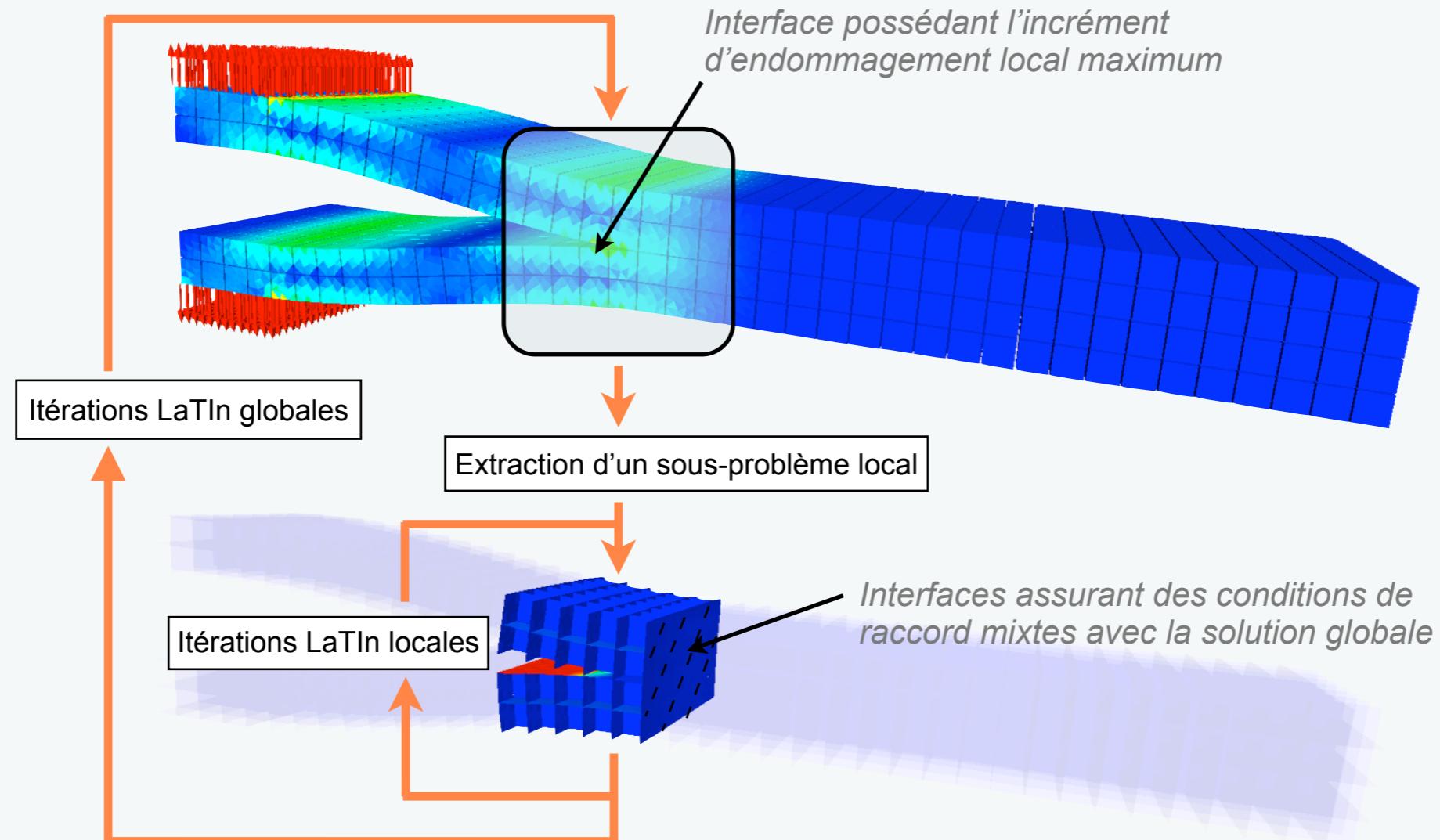
- Interprétation : **résolution microscopique exacte** locales à chaque itération LaTIn
- **Difficultés pratiques**
  - ▶ Calcul explicite des compléments de Schur primaux des sous-domaines
  - ▶ Explosion du nombre de degrés de liberté macroscopiques



# Approche pour la restauration de l'extensibilité

- Interprétation : **résolution microscopique exacte** locales à chaque itération LaTIn
- **Difficultés pratiques**
  - ▶ Calcul explicite des compléments de Schur primaux des sous-domaines
  - ▶ Explosion du nombre de degrés de liberté macroscopiques

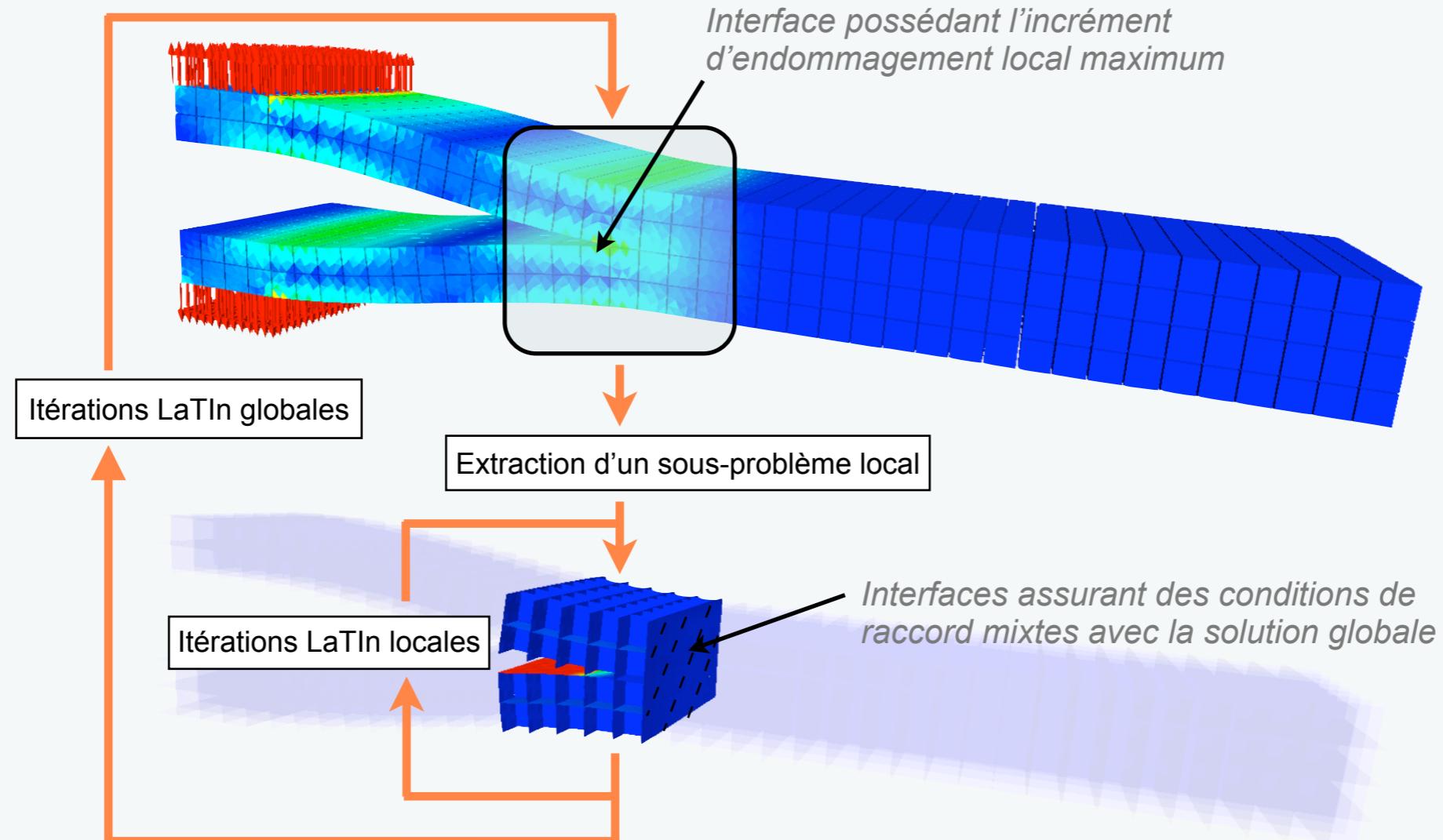
- Solution alternative : **résolution itérative** par la **stratégie micro/macro de décomposition de domaine**



# Approche pour la restauration de l'extensibilité

- Interprétation : **résolution microscopique exacte** locales à chaque itération LaTIn
- **Difficultés pratiques**
  - ▶ Calcul explicite des compléments de Schur primaux des sous-domaines
  - ▶ Explosion du nombre de degrés de liberté macroscopiques

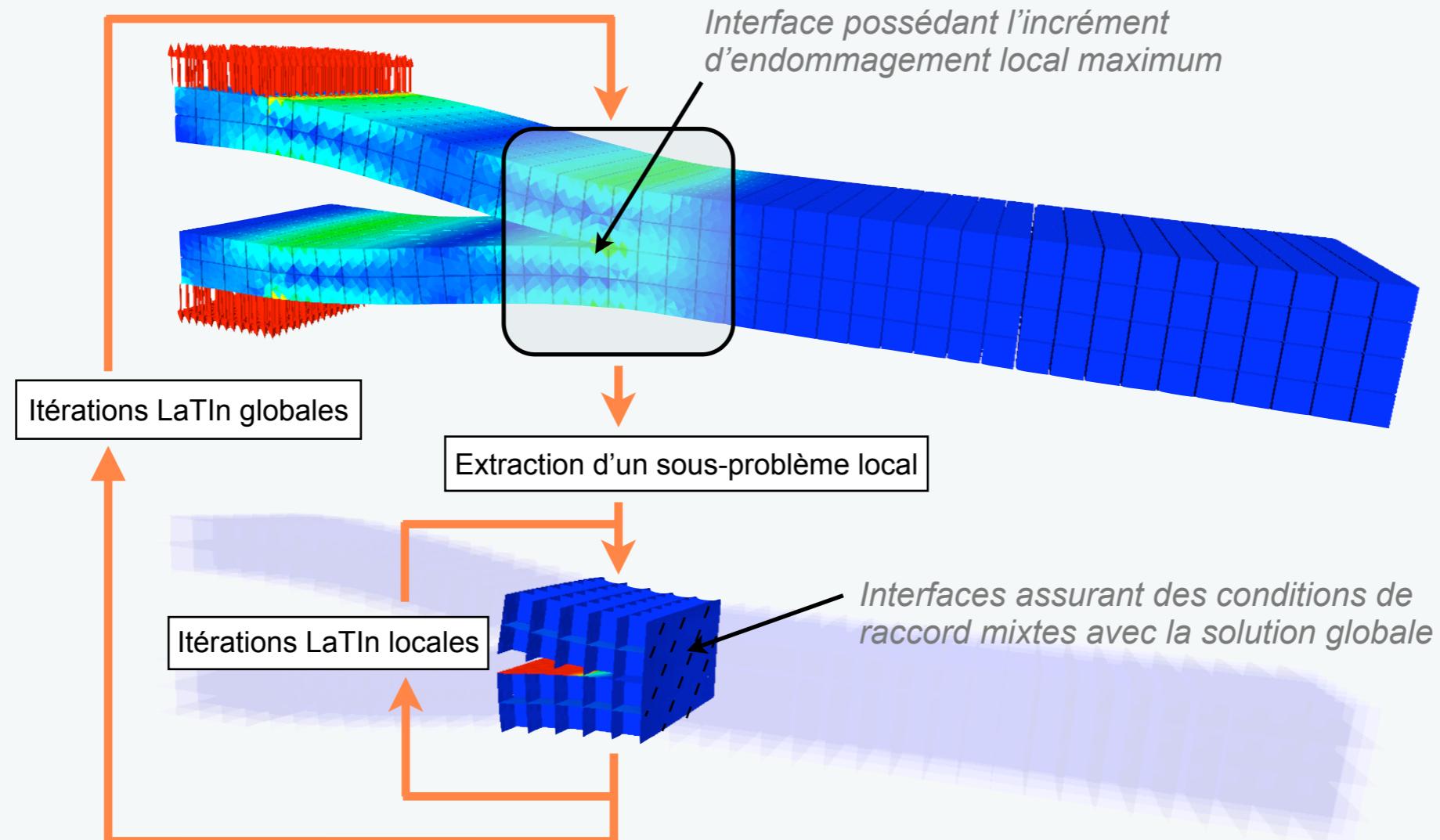
- Solution alternative : **résolution itérative** par la **stratégie micro/macro de décomposition de domaine**
  - ▶ Problème sous-structuré local et raccord mixte avec la solution globale



# Approche pour la restauration de l'extensibilité

- Interprétation : **résolution microscopique exacte** locales à chaque itération LaTIn
- **Difficultés pratiques**
  - ▶ Calcul explicite des compléments de Schur primaux des sous-domaines
  - ▶ Explosion du nombre de degrés de liberté macroscopiques

- Solution alternative : **résolution itérative** par la **stratégie micro/macro de décomposition de domaine**
  - ▶ Problème sous-structuré local et raccord mixte avec la solution globale
  - ▶ Construction d'un problème macroscopique local

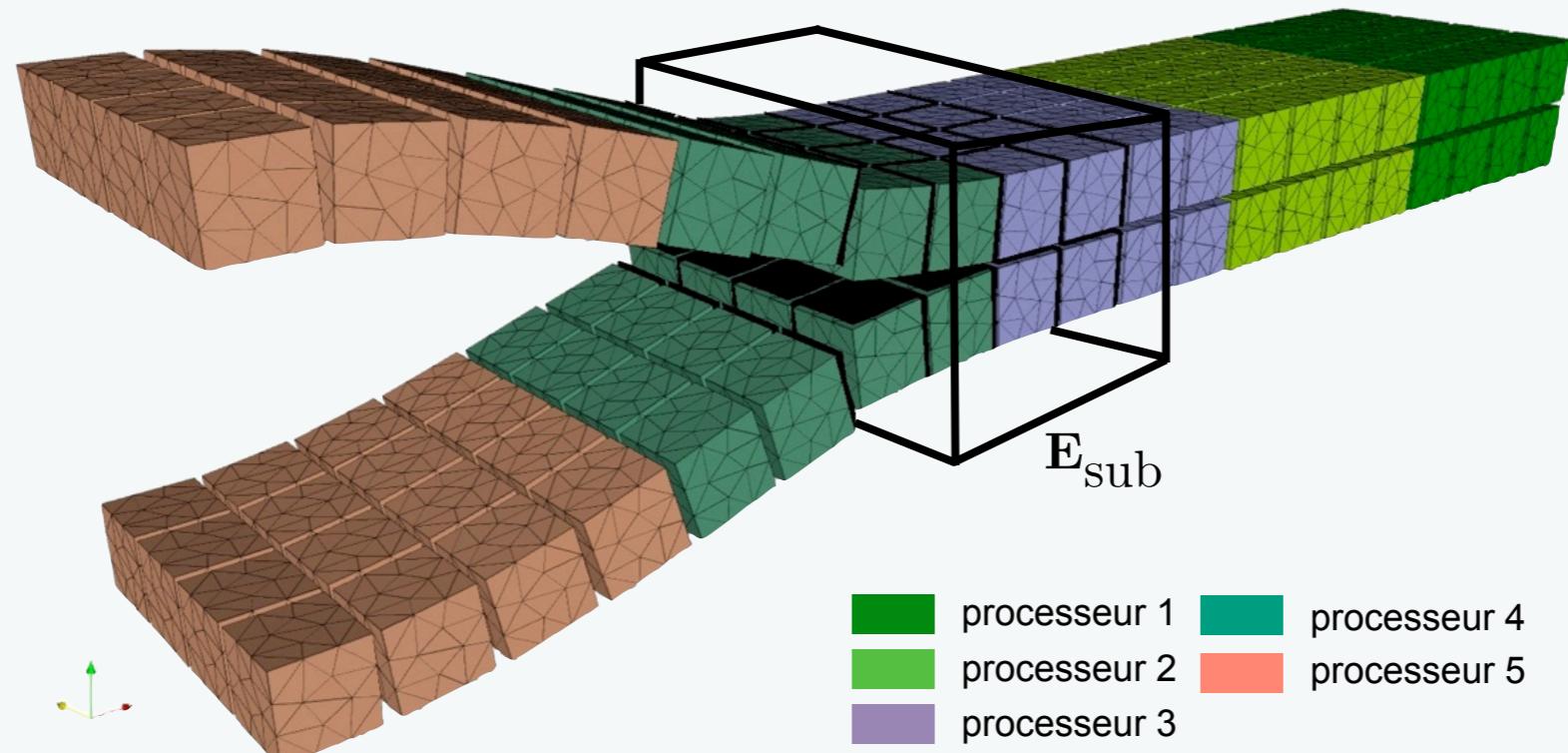


# Approche pour la restauration de l'extensibilité

- Interprétation : **résolution microscopique exacte** locales à chaque itération LaTIn
- **Difficultés pratiques**
  - ▶ Calcul explicite des compléments de Schur primaux des sous-domaines
  - ▶ Explosion du nombre de degrés de liberté macroscopiques

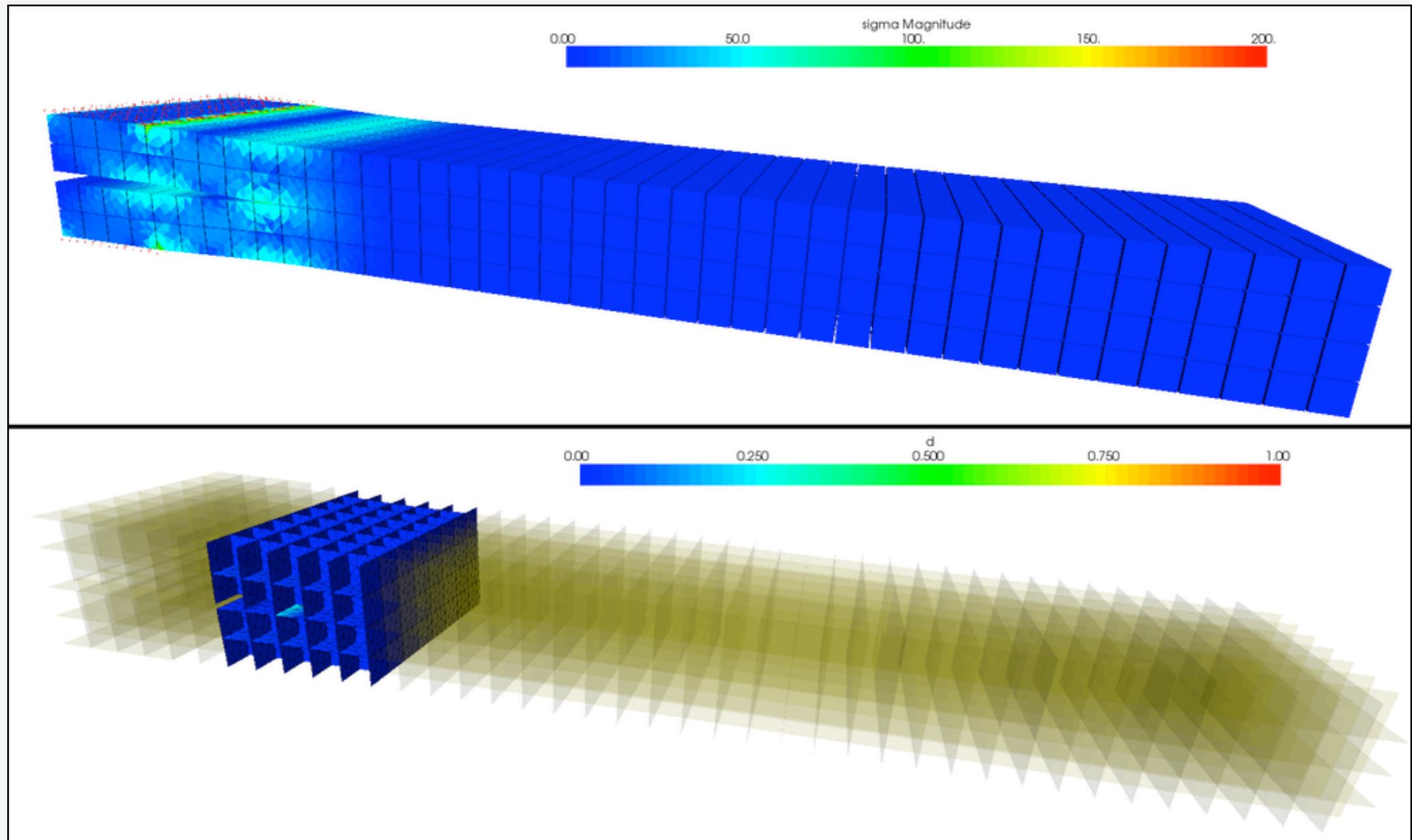
- Solution alternative : **résolution itérative** par la **stratégie micro/macro de décomposition de domaine**
  - ▶ Problème sous-structuré local et raccord mixte avec la solution globale
  - ▶ Construction d'un problème macroscopique local
  - ▶ Assignation initiale des sous-structures aux processeurs de l'architecture parallèle

➡ aucune reconstruction d'opérateur microscopique nécessaire



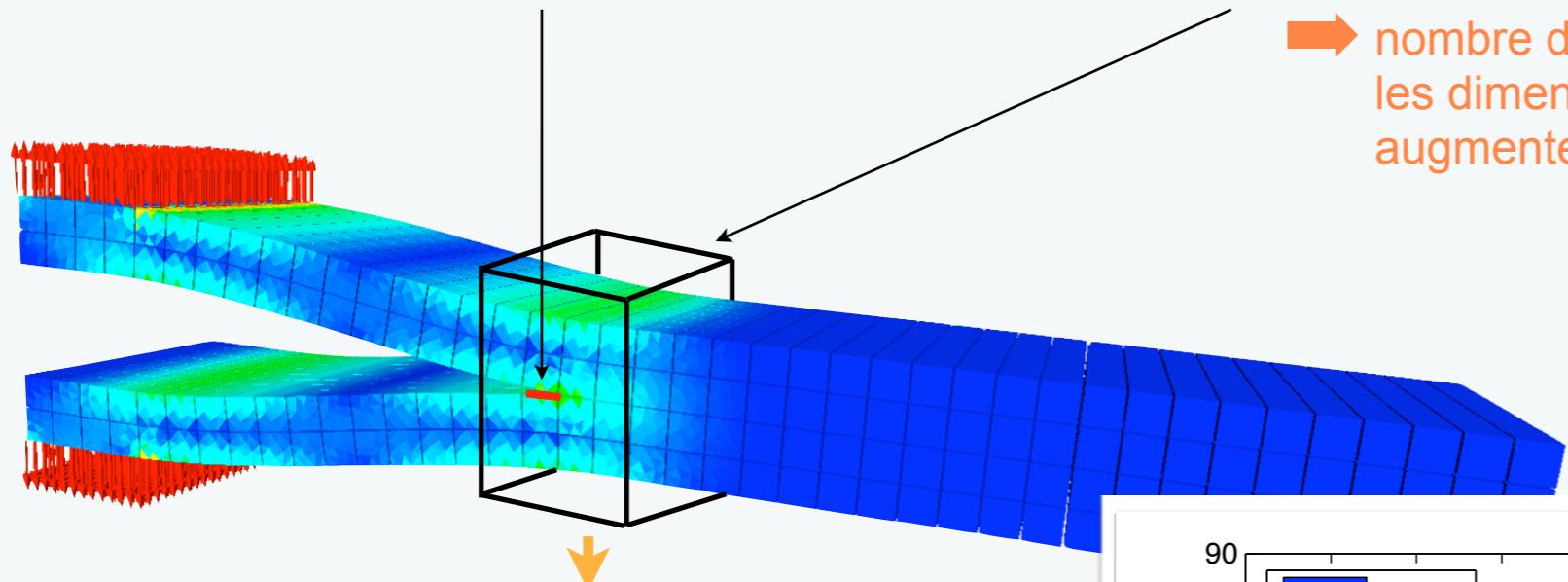
# Extraction du sous-problème local

- **Interface d'interêt** (erreur locale maximale ou incrément d'endommagement maximum)

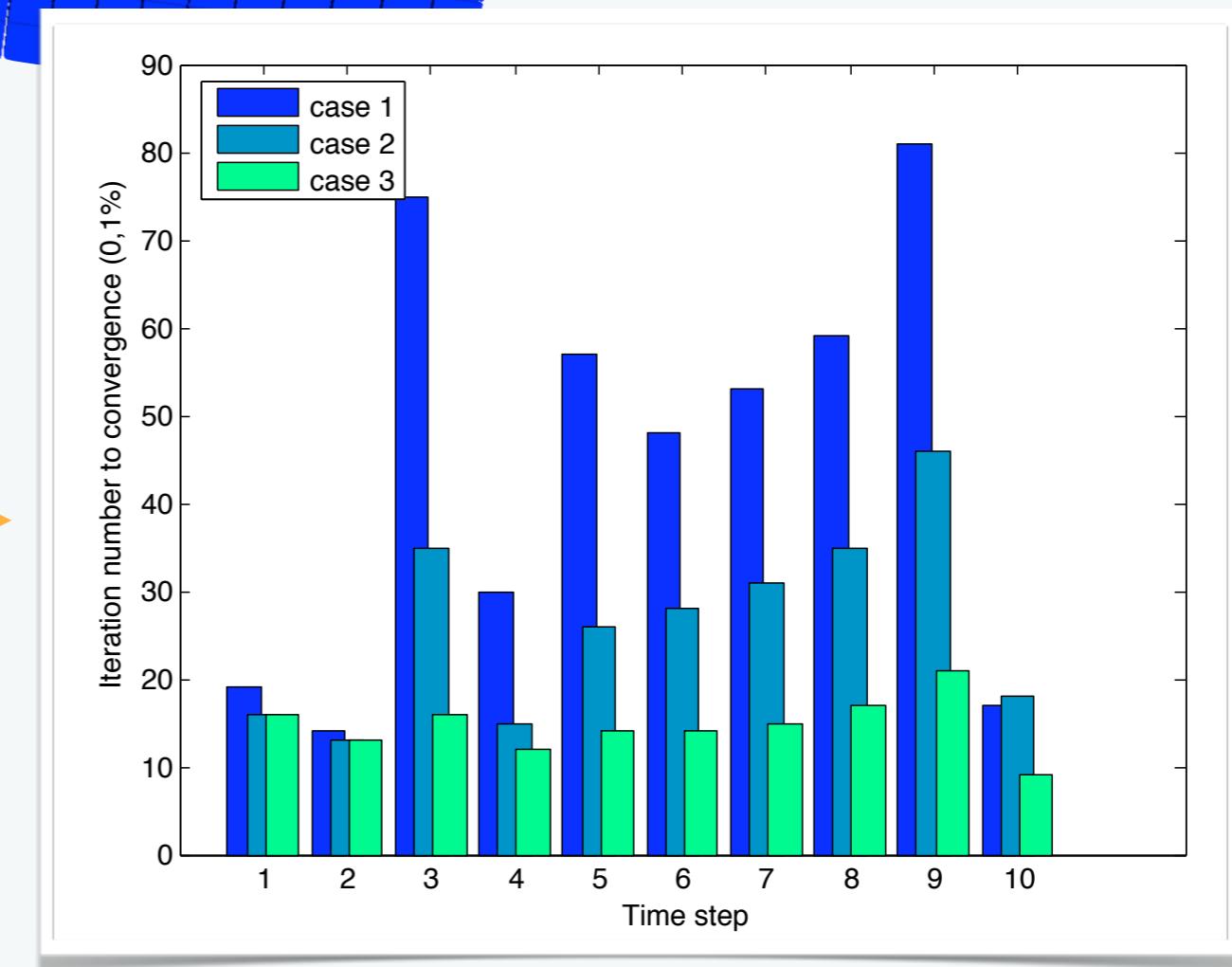
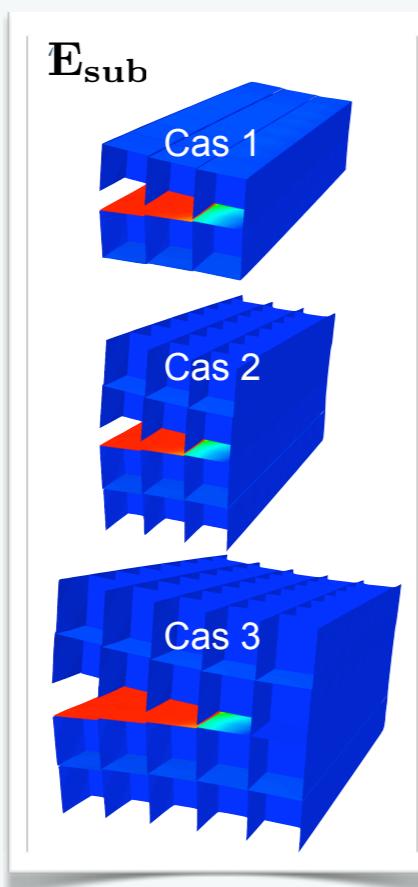


# Extraction du sous-problème local

- Interface d'intérêt (erreur locale maximale ou incrément d'endommagement maximum)

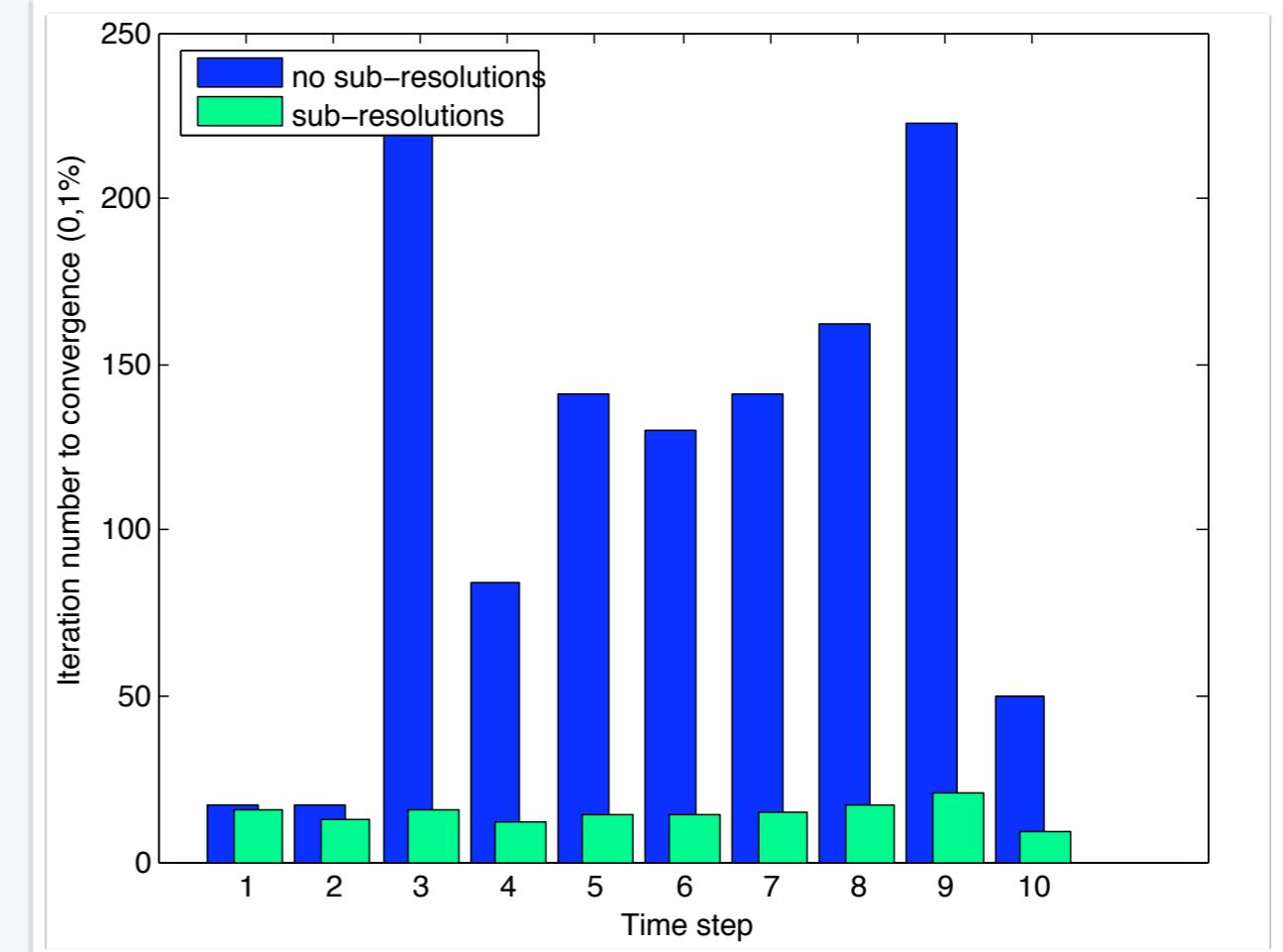


- Extraction d'un ensemble  $E_{\text{sub}}$  de sous-structures autour de l'interface d'intérêt
  - ➡ nombre d'itérations globales diminue lorsque les dimensions du sous-problème augmentent



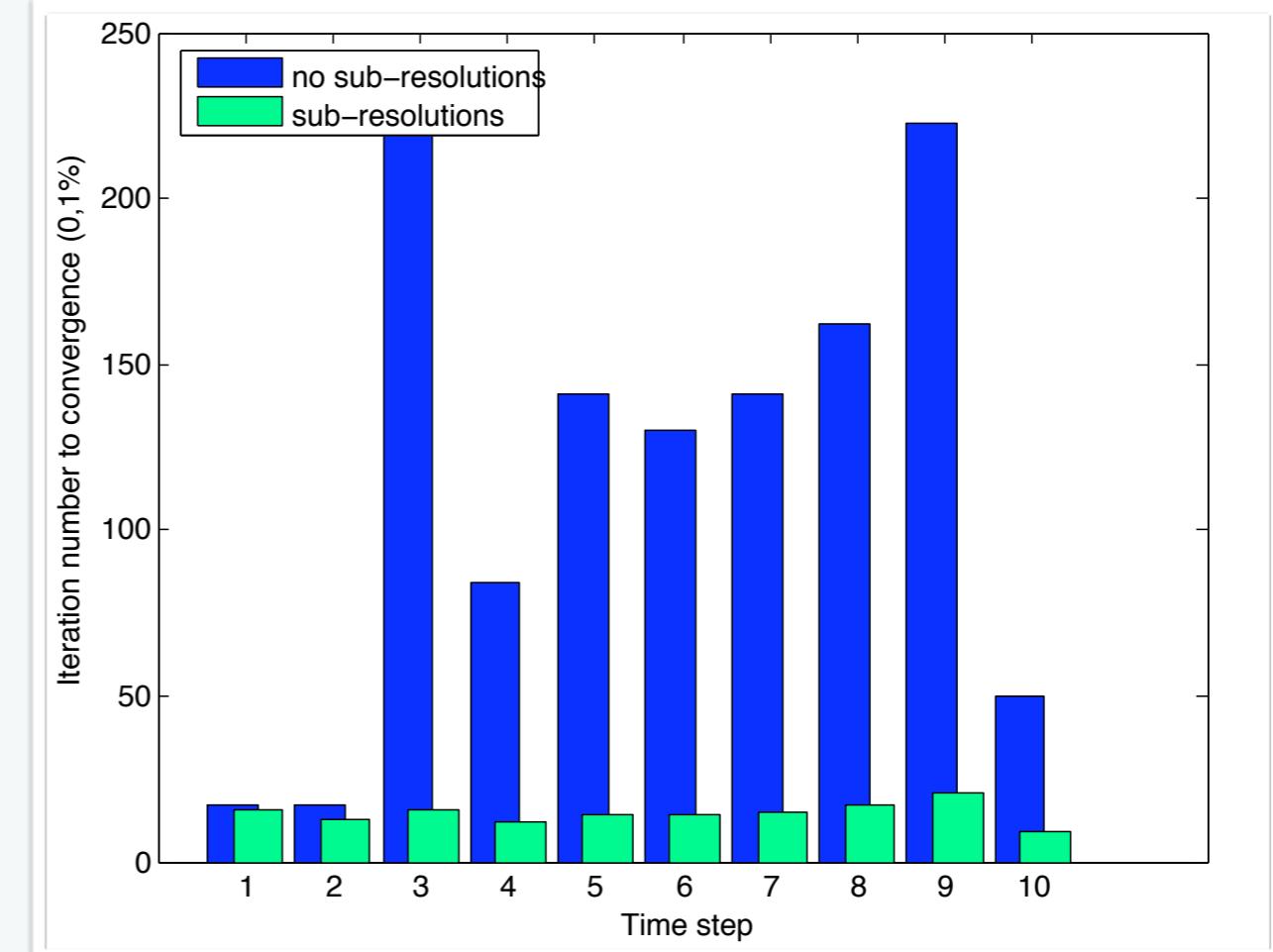
# Résolution d'un sous-problème local : résultats

- **Indépendance du nombre d'itérations globales aux non-linéarité localisées traitées**
  - ➡ extensibilité recouvrée
  - ➡ traitement adapté des non-linéarités localisées



# Résolution d'un sous-problème local : résultats

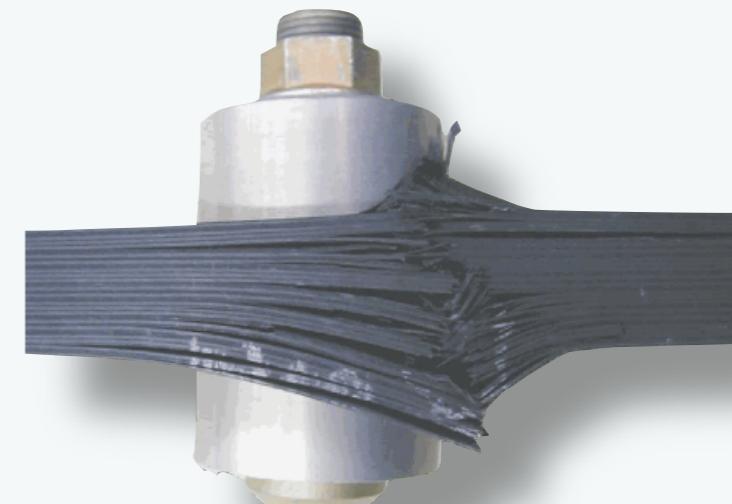
- **Indépendance du nombre d'itérations globales aux non-linéarités localisées traitées**
  - ➡ extensibilité recouvrée
  - ➡ traitement adapté des non-linéarités localisées
- **Baisse significative du nombre de problèmes microscopiques**
  - ▶ gain en temps CPU “total”
  - ▶ **Gain augmente avec la taille de la structure** (taille optimale du sous-problème indépendante de la taille de la structure)



- Introduction
- État de l'art
- Stratégie micro/macro de décomposition de domaine pour les stratifiés
- Adaptation aux non-linéarités traitées
  - ▶ Robustesse du schéma itératif de résolution
  - ▶ Passage des instabilités globales
- Adéquation du problème homogénéisé au problème traité
  - ▶ Troisième niveau de résolution
  - ▶ Traitement spécifique du front de délamination
- Conclusion

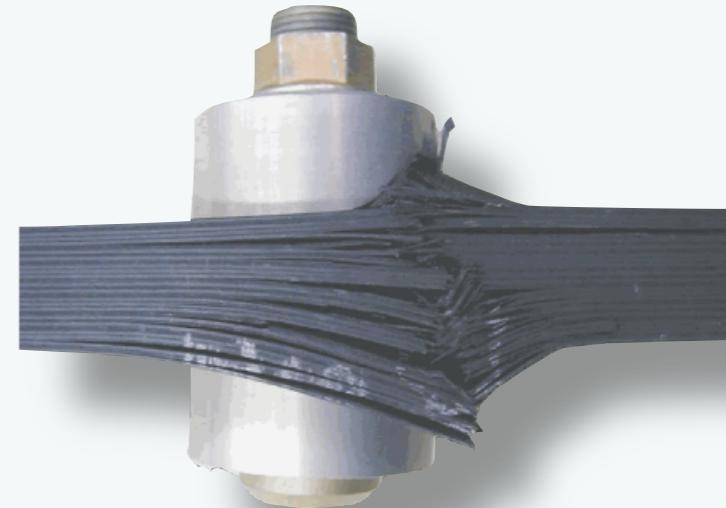
# Conclusions

- Implantation d'un modèle “méso” d'interface cohésive dans la stratégie micro/macro de décomposition de domaine



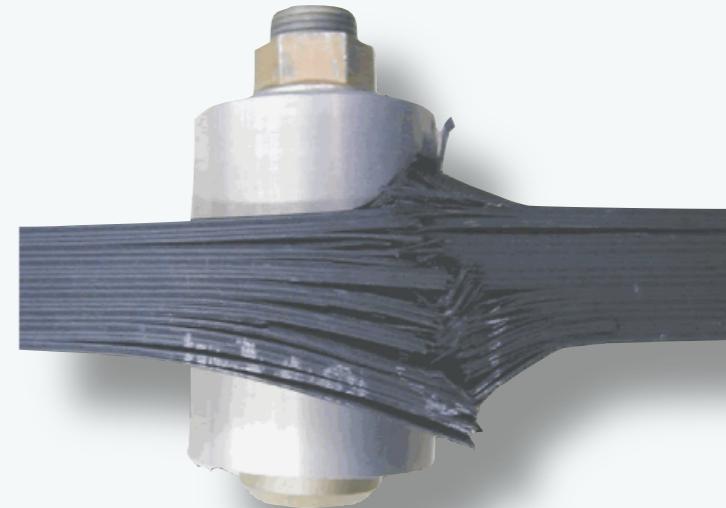
# Conclusions

- Implantation d'un modèle "méso" d'interface cohésive dans la stratégie micro/macro de décomposition de domaine
- **Robustesse pour les comportements adoucissant d'interface**
  - ▶ Suivi du comportement macroscopique au cours des itérations (choix de la direction de descente LaTIn)
  - ▶ Passage des instabilités globales (*arc-length*)



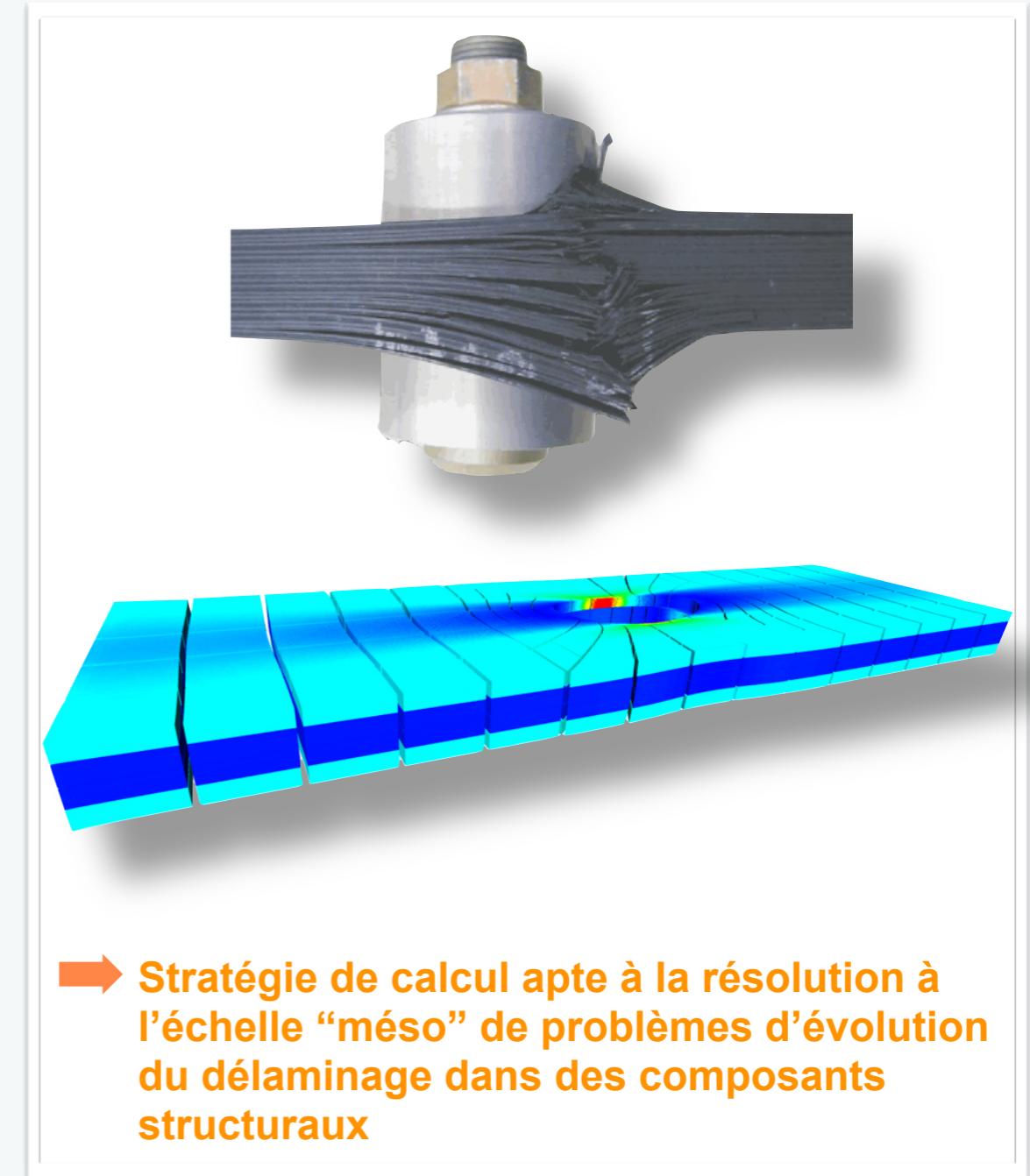
# Conclusions

- Implantation d'un modèle "méso" d'interface cohésive dans la stratégie micro/macro de décomposition de domaine
- **Robustesse pour les comportements adoucissant d'interface**
  - ▶ Suivi du comportement macroscopique au cours des itérations (choix de la direction de descente LaTIn)
  - ▶ Passage des instabilités globales (*arc-length*)
- **Extensibilité numérique et performances parallèles**
  - ▶ Transmission rapide des composantes à effets lointains des concentrations de contrainte sur le front de délamination (sous-itérations locales)
  - ▶ Résolution parallèle (BDD) et approchée du problème macroscopique



# Conclusions

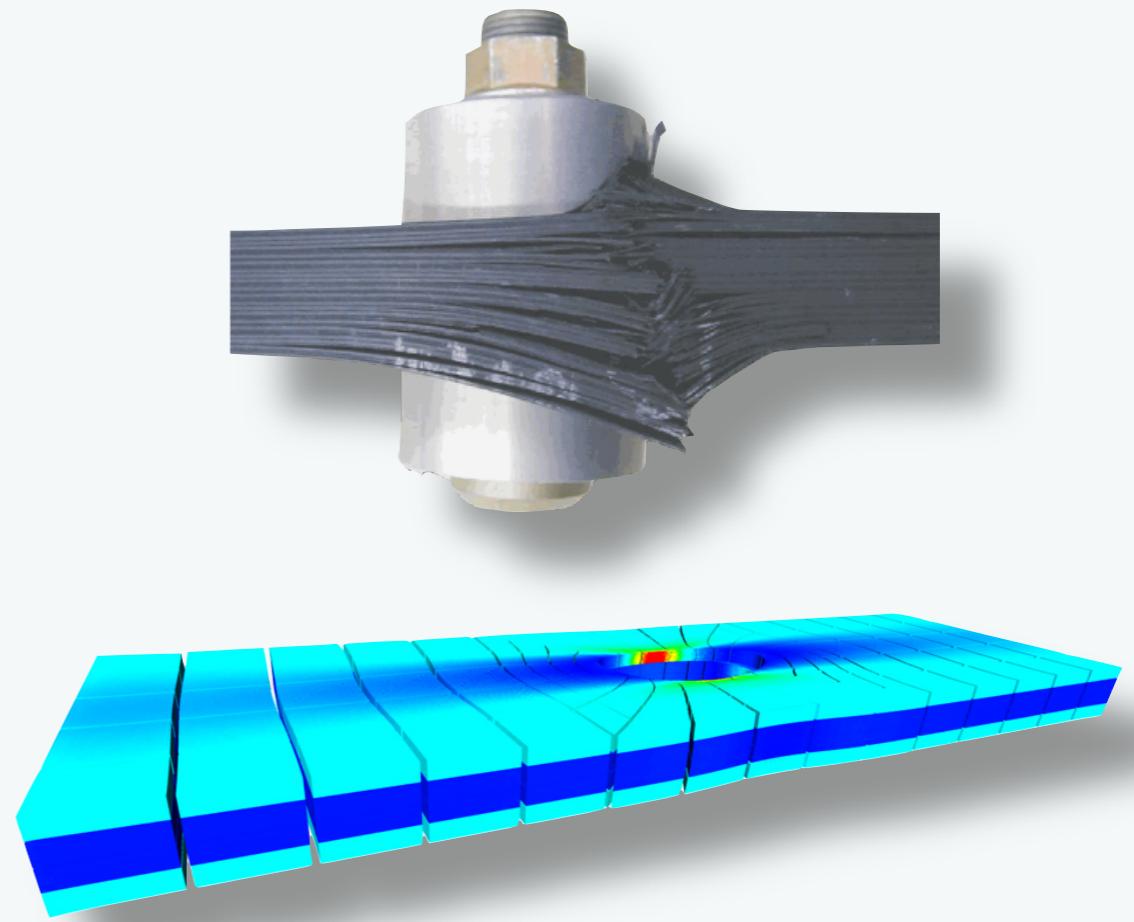
- Implantation d'un modèle "méso" d'interface cohésive dans la stratégie micro/macro de décomposition de domaine
- **Robustesse pour les comportements adoucissant d'interface**
  - ▶ Suivi du comportement macroscopique au cours des itérations (choix de la direction de descente LaTIn)
  - ▶ Passage des instabilités globales (*arc-length*)
- **Extensibilité numérique et performances parallèles**
  - ▶ Transmission rapide des composantes à effets lointains des concentrations de contrainte sur le front de délaminage (sous-itérations locales)
  - ▶ Résolution parallèle (BDD) et approchée du problème macroscopique



# Perspectives

- **A court terme**

- ▶ Utilisation de la technique de sous-itérations pour améliorer l'efficacité de la stratégie parallèle pour les non-linéarités localisées
- ▶ **Troisième échelle “mécanique” pour les stratifiés à grand nombre de plis**



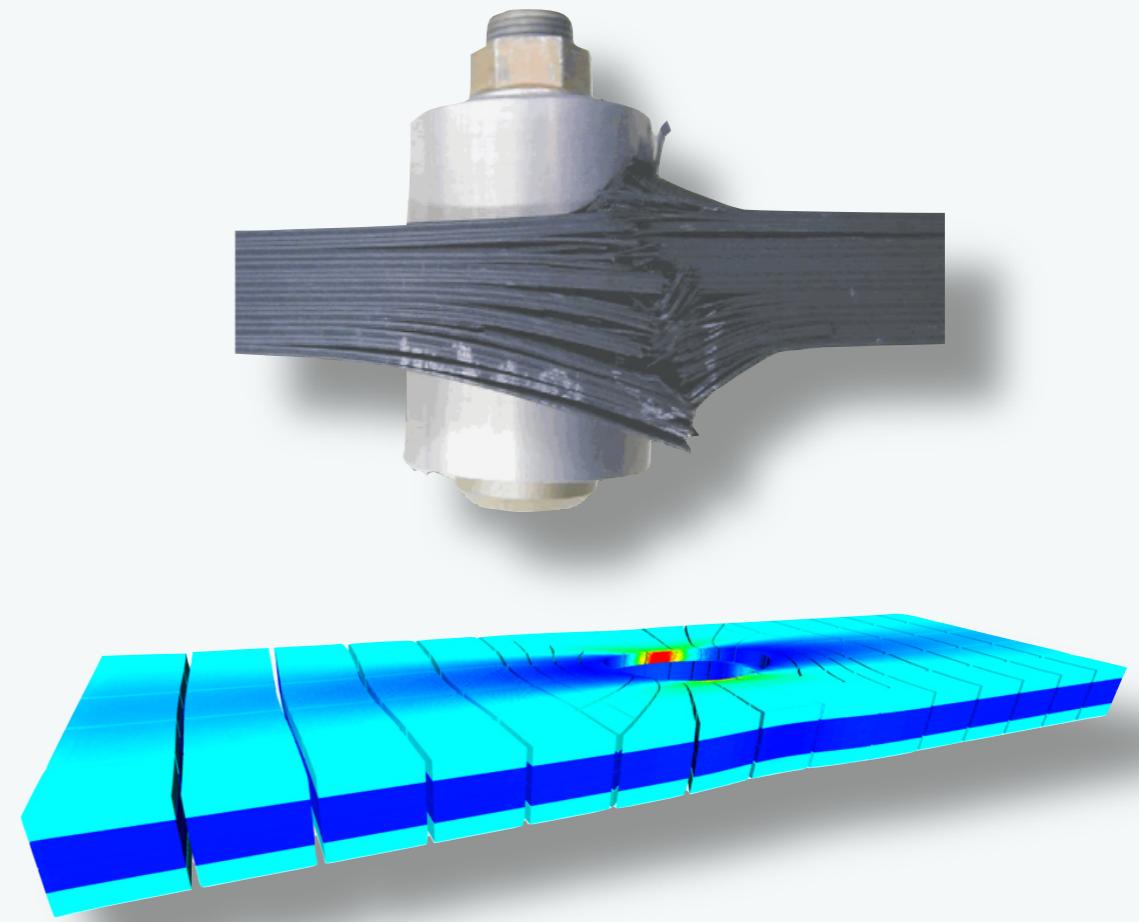
# Perspectives

- **A court terme**

- ▶ Utilisation de la technique de sous-itérations pour améliorer l'efficacité de la stratégie parallèle pour les non-linéarités localisées
- ▶ **Troisième échelle “mécanique”** pour les stratifiés à grand nombre de plis

- **A moyen terme**

- ▶ Simulation des dégradations dans les plis, implantation de **modèles “mésos” non locaux**
- ▶ Couplage délaminage non-linéarité géométriques (thèse de K. Saavedra)
- ▶ **Raccord de la solution 3D avec une solution issue d'un modèle plaque**



Merci de votre attention.

