

# MAXI PIZZA

Progetto di Ricerca Operativa

Bile Ezanin Christian Prince Carlos  
Matricola: 1096677

2016-2017

# Contents

<b>1</b>	<b>PROBLEMA</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>ASSUNZIONI</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>MODELLO MATEMATICO</b>	<b>4</b>
3.1	Insiemi . . . . .	4
3.2	Variabili . . . . .	4
3.3	Parametri . . . . .	5
3.4	Funzione obiettivo . . . . .	6
3.5	Vincoli . . . . .	6
<b>4</b>	<b>MODELLAZIONE AMPL</b>	<b>7</b>
<b>5</b>	<b>SOLUZIONI</b>	<b>7</b>
5.1	Guadagno settimanale massimo . . . . .	8
5.2	Quantità ottimizzata di pizze . . . . .	8
5.3	Quantità ottimizzata di ingredienti principali da acquistare . . . . .	8
5.4	Orario ottimizzato dei dipendenti . . . . .	9
<b>6</b>	<b>ANALISI DELLE SOLUZIONI</b>	<b>10</b>
6.1	Variabili significative . . . . .	10
6.2	Parametri significativi . . . . .	10

# 1 PROBLEMA

Il signor Marco Rossi è il proprietario della nuova pizzeria d'asporto Maxi Pizza. Il guadagno settimanale non è soddisfacente e Marco desidera massimizzarlo. La tabella sotto riporta la domanda minima giornaliera per ogni tipo di pizza venduta nelle settimane lavorative scorse.

Domande minime							
Tipo di pizza	Prezzo in euro	Lunedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica
pizza1	5	15	15	18	17	18	19
pizza2	7	11	9	14	15	16	16
pizza3	8	17	13	14	9	18	12
pizza4	6.5	12	13	12	16	11	11
pizza5	9.6	10	8	11	10	13	14
pizza6	10	12	15	13	19	17	15
pizza7	11	8	12	10	9	16	8

Marco ha dei costi fissi mensili, comprensivi di affitto, corrente elettrica, acqua ecc., che ammontano a 3000 euro ogni mese commerciale. Partendo da un investimento iniziale di non più di 500 euro, egli deve valutare varie decisioni:

- Maxi Pizza ha dei costi di produzione comprensivi di costi per ingredienti. Marco ha la possibilità di ridurre solo i costi per farina, pomodoro e mozzarella, che sono gli ingredienti principali delle sue pizze. Egli è riuscito a trovare 5 fornitori a prezzi vantaggiosi e vuole sapere da chi fornirsi. La tabella sotto mostra i prezzi al chilo di ogni ingrediente principale rispetto al fornitore:

Fornitore	Pomodoro euro/kg	Farina euro/kg	Mozzarella euro/kg
A	0.45	1.29	11
B	0.42	1.39	12
C	0.51	1.19	13
D	0.47	1.39	14
E	0.44	1.25	13

Si deve sapere che: I fornitori permettono l'acquisto di un ingrediente solo per quantità superiori o uguali ad un chilo. Il fornitore B non permette di comprare separatamente pomodoro e farina; Il fornitore C offre uno sconto di 3 euro su una spesa di almeno 20 kg di pomodoro; Il fornitore D offre uno sconto di 15 euro su una spesa di almeno 80 euro in mozzarella; Una pizza Maxi Pizza richiede 125 grammi di farina, 150 grammi di pomodoro e 200 grammi di mozzarella; Le materie prime avanzate vengono usate il giorno dopo, tuttavia non si possono avere residui nell'ultimo giorno di lavoro della settimana. Per quanto riguarda gli ingredienti non principali, essi hanno costi fissi di 200 euro settimanali.

- Marco ha anche la possibilità di promuovere la vendita delle sue pizze facendo degli sconti di 10% su un massimo di 2 tipi di pizze, si stima un incremento medio massimo, che varia a seconda del tipo di pizza, riportato nella seguente tabella:

Tipo di pizza scontato	variazione in percentuale della domanda massima
pizza1	40%
pizza2	27%
pizza3	25%
pizza4	30%
pizza5	20%
pizza6	20%
pizza7	20%

- Per ridurre ulteriormente i costi variabili, comprensivi di costi per il personale e costi per materie prime principali, Marco può abbassare i costi per il personale composto da 3 pizzaioli, i quali hanno firmato un contratto a chiamata. Tale decisione consiste nel diminuire le loro ore lavorative sapendo che: Ogni pizzaiolo costa 7 euro l'ora; Marco stesso è pizzaiolo a costo zero; Ogni pizzaiolo (compreso Marco) è in grado di fare al massimo 20 pizze all'ora; La moglie di Marco può aiutare in caso di bisogno, anche lei pizzaiola a costo zero, in grado di fare 17 pizze all'ora. La densità di domanda giornaliera negli orari di apertura, è riportata nella seguente tabella:

	19h - 20h	20h - 21h	22h - 23h	23h - 00h
<b>Lunedì</b>	60%	30%	8%	2%
<b>Mercoledì</b>	50%	40%	9%	1%
<b>Giovedì</b>	55%	25%	12%	8%
<b>Venerdì</b>	65%	25%	5%	5%
<b>Sabato</b>	60%	30%	7%	3%
<b>Domenica</b>	60%	32%	7%	1%

Marco può usare al più, il 40% del guadagno del giorno precedente, per coprire i costi variabili del giorno successivo. Lo scopo di questo progetto è quello di poter dire a Marco quale decisione lo aiuterà a raggiungere il suo obiettivo.

## 2 ASSUNZIONI

Assumendo che:

- La domanda minima di pizza sia data dalla tabella 'Domande minime'.
- Ogni pizza richieda una quantità uguale di farina, pomodoro e mozzarella, cioè 125 gr, 150 gr e 200 gr rispettivamente.
- I prezzi più vantaggiosi per farina, pomodoro e mozzarella, siano dati dai fornitori A, B, C, D, E, riassunti nella tabella al punto 1.
- Ci possano essere residui di materie prime alla fine di ogni giornata lavorativa, tranne la Domenica.
- Le materie prime rimaste siano riutilizzabili il giorno dopo.
- Ogni pizzaiolo sia in grado di far 20 pizze all'ora, tranne la moglie di Marco che è in grado di farne 17.
- Ogni dipendente costa 7 euro l'ora.
- Il 40 % del guadagno giornaliero, venga utilizzato per coprire i costi del giorno dopo.

Il modello matematico è il seguente:

## 3 MODELLO MATEMATICO

### 3.1 Insiemi

- $Pizze = \{ pizza1, pizza2, pizza3, pizza4, pizza5, pizza6, pizza7 \}$  : Insieme delle tipologie di pizze vendute
- $Giorni = \{ Lun, Mer, Gio, Ven, Sab, Dom \}$  : insieme dei giorni lavorativi della pizzeria
- $Fornitori = \{ A, B, C, D, E \}$  : insieme dei fornitori
- $Materie = \{ pom, fa, moz \}$  : insieme delle materie prime principali
- $Orari = \{ 1, 2, 3, 4 \}$  : insieme degli orari di apertura
- $Lavoratori = \{ worker1, worker2, worker3, Marco, MarcoWife \}$  : insieme dei lavoratori

### 3.2 Variabili

- $g_j$ : guadagno in euro del giorno  $j \in Giorni$
- $q_{i,j}$ : quantità massima di  $i \in Pizze$  venduta il giorno  $j \in Giorni$
- $\tilde{q}_{f,m,j}$ : quantità in kg di  $m \in Materie$  da acquistare da  $f \in Fornitori$ , il giorno  $j \in Giorni$
- $b_{f,m,j} = \begin{cases} 1 & \text{se compra } m \in Materie \text{ da } f \in Fornitori, \text{ il giorno } j \in Giorni \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

- $\tilde{s}_{C,j} = \begin{cases} 1 & \text{se aderisce allo sconto del fornitore } C \text{ il giorno } j \in \textit{Giorni} \\ 0 & \text{altimenti} \end{cases}$
- $\tilde{s}_{D,j} = \begin{cases} 1 & \text{se aderisce allo sconto del fornitore } D \text{ il giorno } j \in \textit{Giorni} \\ 0 & \text{altimenti} \end{cases}$
- $r_{m,j}$ : quantità in grammi di  $m \in \textit{Materie}$  non utilizzata il giorno  $j \in \textit{Giorni}$
- $s_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se sconta } i \in \textit{Pizze} \text{ il giorno } j \in \textit{Giorni} \\ 0 & \text{altimenti} \end{cases}$
- $\varphi_{i,j}$ : differenza di ricavo di  $i \in \textit{Pizze}$  scontato il giorno  $j \in \textit{Giorni}$
- $l_{w,h,j} = \begin{cases} 1 & \text{se lavora } w \in \textit{Lavoratori} \text{ nell'orario } h \in \textit{Orari} \text{ il giorno } j \in \textit{Giorni} \\ 0 & \text{altimenti} \end{cases}$
- $c_j$ : totale costi variabili del giorno  $j \in \textit{Giorni}$

**Dominio:**  $g_j, c_j, \tilde{q}_{f,m,j}, r_{m,j}, \varphi_{i,j} \in \mathbb{R}_{\geq 0}; \quad q_{i,j} \in \mathbb{Z}_{\geq 0}; \quad b_{f,m,j}, \tilde{s}_{C,j}, \tilde{s}_{D,j}, s_{i,j}, l_{w,h,j} \in \{0, 1\}$

### 3.3 Parametri

- $G = 500$ : investimento iniziale in euro
- $C = 3000$ : costo fisso mensile in euro
- $\theta = 200$ : costo fisso settimanale in euro per materie prime
- $P_i$ : prezzo in euro di  $i \in \textit{Pizze}$
- $Q_{i,j}$ : domanda minima, corrispondente alla quantità minima di  $i \in \textit{Pizze}$ , venduta il giorno  $j \in \textit{Giorni}$
- $M_{i,j} \geq P_i \times q_{i,j}$ : parametro big M
- $\tilde{P}_{f,m}$ : prezzo in euro di  $m \in \textit{Materie}$ , da fornitore  $f \in \textit{Fornitori}$
- $\chi_m$ : quantità in grammi di  $m \in \textit{Materie}$ , necessaria alla preparazione di una pizza
- $M_{f,m,j} \geq \chi_m \times \sum_{i \in \textit{Pizze}} q_{i,j}$ : parametro big M
- $\zeta = 0.4$ : porzione massima da detrarre dal guadagno di  $j - 1$  per coprire i costi di  $j$ ,  $\forall j \in \textit{Giorni}$
- $S = 0.1$ : percentuale di sconto su pizze
- $\sigma = 2$ : numero massimo di tipologie di pizza che può scontare
- $\tilde{D}_i$ : percentuale massima di aumento della domanda per  $i \in \textit{Pizze}$  scontato
- $\tilde{S}_C = 3$ : sconto in euro offerto dal fornitore  $C$

- $\Theta_C = 20$ : quantità minima in kg di pomodoro da acquistare per lo sconto del fornitore  $C$
- $T = 1000$ : parametro di conversione da chilogrammi a grammi
- $\tilde{S}_D = 15$ : sconto in euro offerto dal fornitore  $D$
- $\Theta_D = 80$ : spesa, in euro, in mozzarella richiesta per lo sconto del fornitore  $D$
- $\Phi_{h,j}$ : densità della domanda nell'orario  $h$  del giorno  $j$
- $\Gamma = 7$ : stipendio in euro/ora del pizzaiolo dipendente
- $K_w$ : quantità massima all'ora, di pizze che può fare il pizzaiolo  $w \in \text{Lavoratori}$

### 3.4 Funzione obiettivo

$$\max : \sum_{j \in \text{Giorni}} g_j - \frac{C}{4} - \theta$$

I costi fissi mensili  $C$  sono divisi per 4 piuttosto che per 30, in quanto la pizzeria non è aperta tutti i giorni e quindi è più sicuro ripartire tale costo nelle 4 settimane lavorative del mese.

### 3.5 Vincoli

1. Guadagno giornaliero  $\forall j \in \text{Giorni}$ :  $g_j = \sum_{i \in \text{Pizze}} (P_i \times q_{i,j} - \varphi_{i,j}) - c_j$
2. Totale costi variabili giornalieri  $\forall j \in \text{Giorni}$ :

$$c_j = \underbrace{\Gamma \times \sum_{w \in \text{Lavoratori} - \{\text{Marco}, \text{MarcoWife}\}} \sum_{h \in \text{Orari}} l_{w,h,j}}_{\text{costo per il personale}} + \underbrace{\sum_{f \in \text{Fornitori}} \sum_{m \in \text{Materie}} \tilde{q}_{f,m,j} \times \tilde{P}_{f,m}}_{\text{costo per ingredienti principali}} - \underbrace{\tilde{s}_{C,j} \times \tilde{S}_C - \tilde{s}_{D,j} \times \tilde{S}_D}_{\substack{\text{sconti} \\ \text{fornitori}}}$$

3. Upper bound costo totale giornaliero  $\forall j \in \text{Giorni}$ :

$$c_j \leq \zeta \times g_{j-1}$$

$$c_{Lun} \leq G$$

Se siamo lunedì allora i costi totali devono essere non maggiori dell'investimento iniziale, altrimenti non devono essere non maggiori del 40% del guadagno del giorno precedente.

4. Vincoli sullo sconto pizza che genera una variazione di ricavo  $\forall i \in \text{Pizze}, \forall j \in \text{Giorni}$ :

$$\varphi_{i,j} \geq S \times P_i \times q_{i,j} - (1 - s_{i,j}) \times M_{i,j}$$

$$\varphi_{i,j} \leq S \times P_i \times q_{i,j}$$

$M_{i,j}$  è un classico parametro big M  $\geq P_i \times q_{i,j}$ . Se c'è sconto su  $i$  il giorno  $j$ , allora questi vincoli costringeranno la variazione di ricavo ad essere pari alla differenza tra il ricavo atteso e il ricavo ottenuto su  $i$ , altrimenti sarà 0, essendo definito sui reali positivi sarà sempre non negativo.

5. Vincolo sul massimo di tipologie di pizze che può scontare  $\forall j \in \text{Giorni}$ :  $\sum_{i \in \text{Pizze}} s_{i,j} \leq \sigma$

6. Ingredienti necessari  $\forall m \in Materie, \forall j \in Giorni$ :

$$\overbrace{\chi_m \times \sum_{i \in Pizze} q_{i,j}}^{\text{in grammi}} \leq T \times \sum_{f \in Fornitori} \tilde{q}_{f,m,j} + r_{m,j-1}$$

7. Vincoli sull'acquisto di ingredienti principali  $\forall f \in Fornitori, \forall m \in Materie, \forall j \in Giorni$ :

$$\begin{aligned} \tilde{q}_{f,m,j} &\leq b_{f,m,j} \times M_{f,m,j} \\ \tilde{q}_{f,m,j} &\geq b_{f,m,j} \\ b_{B,fa,j} &= b_{B,pom,j} \end{aligned}$$

$M_{f,m,j}$  è un classico parametro big M che fa funzionare il vincolo  $sse \geq \chi_m \times \sum_{i \in Pizze} q_{i,j}$ . Infatti, supponendo di comprare  $m$  da  $f$  il giorno  $j$ , si può comprare una quantità variabile di  $m$  basta che il vincolo 6 sia soddisfatto. Un  $M_{m,f,j} > \chi_m \times \sum_{i \in Pizze} q_{i,j}$  permette a  $\tilde{q}_{f,m,j}$  di avere un upperbound maggiore, e quindi più libertà di crescere, e sapendo che i residui del giorno sono riutilizzabili il giorno dopo, ciò non pone nessun problema al modello. I vincoli sono rispettivamente per decidere se Marco compra  $m$  da  $f$  il giorno  $j$ , se sì allora deve essere almeno un chilo, e se compra farina da B deve comprare pomodoro da B e viceversa.

8. Vincoli sugli sconti offerti da alcuni fornitori  $\forall j \in Giorni$ :

$$\begin{aligned} \tilde{q}_{C,pom,j} &\geq \tilde{s}_{C,j} \times \Theta_C \\ \tilde{q}_{D,moz,j} \times \tilde{P}_{f,m} &\geq \tilde{s}_{D,j} \times \Theta_D \end{aligned}$$

9. Vincoli sulla quantità di pizza che si desidera vendere  $\forall i \in Pizze \forall j \in Giorni$ :

$$\begin{aligned} q_{i,j} &\geq Q_{i,j} \\ q_{i,j} \times &\leq Q_{i,j} + \underbrace{\tilde{D}_i \times Q_{i,j} \times s_{i,j}}_{\text{incremento causato da sconto}} \end{aligned}$$

10. Vincolo sui lavoratori  $\forall h \in Orari, \forall j \in Giorni$ :

$$\underbrace{\Phi_{h,j} \times \sum_{i \in Pizze} q_{i,j}}_{\text{ammontare domanda in } h.} \leq \underbrace{\sum_{w \in Lavoratori} K_w \times l_{w,h,j}}_{\text{capacità produttiva manodopera ogni ora.}}$$

11. Vincoli sui residui  $\forall m \in Materie, \forall j \in Giorni$ :

$$\begin{aligned} r_{m,j} &= T \times \sum_{f \in Fornitori} \tilde{q}_{f,m,j} - \chi_m \times \sum_{i \in Pizze} q_{i,j} + r_{m,j-1} \\ r_{m,Dom} &= 0 \end{aligned}$$

I residui sono convertiti in grammi, e non ci devono essere residui la domenica che è l'ultimo giorno lavorativo della settimana.

## 4 MODELLAZIONE AMPL

Sono stati consegnati assieme a questa relazione, i file modello.mod, dati.dat e esegui.run che sono rispettivamente per il modello, i dati e le istruzioni per la risoluzione del problema in Ampl. Nel modello i parametri big M sono sostituiti con un solo parametro big M molto grande (1000000), ciò non pone nessun problema al modello come spiegato precedentemente.

## 5 SOLUZIONI

Avviando il file esegui.run Ampl chiama il risolutore CPLEX che risolve il problema dopo un certo numero di iterazioni del metodo del simplesso, e ci dà tutte le informazioni sulle decisioni che vuole prendere Marco.

## 5.1 Guadagno settimanale massimo

Sotto l'ipotesi di tutto quello che mi è stato detto da Marco, il guadagno massimo di ogni settimana lavorativa è 2160.02 euro. I guadagni giornalieri massimi in euro sono:

Lunedì: 204.7  
Mercoledì: 626.62  
Giovedì: 504.252  
Venerdì: 571.679  
Sabato: 687.459  
Domenica: 515.214

Per dei costi variabili giornalieri in euro che sono:

Lunedì: 500  
Mercoledì: 81.88  
Giovedì: 250.648  
Venerdì: 201.701  
Sabato: 227.341  
Domenica: 265.586

## 5.2 Quantità ottimizzata di pizze

Le quantità di pizze che riuscirà a vendere Marco ogni giorno per raggiungere l'importo del guadagno massimo, è riassunto nella seguente tabella:

Tipo di pizza	Lunedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica
pizza1	21	15	25	17	18	26
pizza2	11	9	14	19	16	16
pizza3	21	16	14	9	22	15
pizza4	12	13	12	16	11	11
pizza5	10	8	11	12	13	14
pizza6	12	18	13	19	17	15
pizza7	8	12	12	9	19	8

Le quantità aumentate sono dovute agli sconti giornalieri. La seguente tabella dice se sì o no lo sconto va applicato ad un tipo di pizza in un determinato giorno:

Tipo di pizza	Lunedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica
pizza1	sì	no	sì	no	no	sì
pizza2	no	no	no	sì	no	no
pizza3	sì	sì	no	no	sì	sì
pizza4	no	no	no	no	no	no
pizza5	no	no	no	sì	no	no
pizza6	no	sì	no	no	no	no
pizza7	no	no	sì	no	sì	no

## 5.3 Quantità ottimizzata di ingredienti principali da acquistare

La tabella sottostante mostra per ogni giorno lavorativo da chi fornirsi per l'ingrediente richiesto al fine di avere la soluzione ottima.



Fornitore	Giorno	Farina in kg	Mozzarella in kg	Pomodoro in kg
<b>A</b>	Lun	0	40.2826	0
	Mer	0	6.15273	0
	Gio	0	21.4953	0
	Ven	0	15.6979	0
	Sab	0	17.1715	0
	Dom	0	21	0
<b>B</b>	Lun	0	0	0
	Mer	0	0	0
	Gio	0	0	0
	Ven	0	0	0
	Sab	0	0	0
	Dom	1	0	11.35
<b>C</b>	Lun	35.875	0	20
	Mer	0	0	20
	Gio	0	0	20
	Ven	12.625	0	0
	Sab	14.5	0	20
	Dom	12.125	0	0
<b>D</b>	Lun	0	0	0
	Mer	0	0	0
	Gio	0	0	0
	Ven	0	0	0
	Sab	0	0	0
	Dom	0	0	0
<b>E</b>	Lun	0	0	0
	Mer	0	0	0
	Gio	0	0	0
	Ven	0	0	0
	Sab	0	0	0
	Dom	0	0	0

Si nota che i fornitori D ed E non sono propensi al guadagno massimo sotto le ipotesi date dal modello. Infatti la quantità di mozzarella non arriva mai a 80 euro, perciò risulta più vantaggioso fornirsi da A per la mozzarella.

## 5.4 Orario ottimizzato dei dipendenti

La tabella sotto dice chi deve lavorare nell'orario  $h \in \text{Orari}$  del giorno  $j \in \text{Giorni}$  per avere la soluzione ottima:

	19h - 20h	20h - 21h	22h - 23h	23h - 00h
<b>Lunedì</b>	1 dipendente; Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;
<b>Mercoledì</b>	1 dipendente; Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;
<b>Giovedì</b>	1 dipendente; Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;
<b>Venerdì</b>	2 dipendenti; Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;
<b>Sabato</b>	2 dipendenti; Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;
<b>Domenica</b>	2 dipendenti; Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;	Marco; Moglie di Marco;

## 6 ANALISI DELLE SOLUZIONI

Guardando le soluzioni, osservo che alcune variabili e alcuni parametri hanno un peso significativo sul risultato finale del guadagno massimo.

### 6.1 Variabili significative

Le variabili di peso maggiore sono: la disponibilità di Marco e della moglie a lavorare, i residui di materie prime.

Non essendoci nessun vincolo sulla disponibilità settimanale della coppia Rossi, la soluzione data ci dice che deve lavorare tutti i giorni e a tutte le ore di apertura. Ciò è comprensibile perché sono pizzaioli a costo zero e possono fare insieme 37 pizze all'ora. Tenendo fermi gli altri vincoli, la soluzione cambia in modo proporzionale alla loro disponibilità, più precisamente dirò a Marco che, lasciando inalterati gli altri vincoli, il guadagno massimo diminuisce con il diminuire della loro disponibilità a lavorare, mentre aumenta fino ad un massimo di 2160.02 se sono sempre disponibili a lavorare.

I residui influenzano molto i costi totali giornalieri, che a loro volta influenzano il guadagno giornaliero, che a sua volta incide sul guadagno settimanale. Se non fosse stato permesso il riuso delle risorse, i costi sarebbero aumentati e il guadagno massimo sarebbe diminuito notevolmente forzando le quantità minime da vendere a diminuire in quanto i costi diventerebbero maggiori dei ricavi, e per compensarli bisognerebbe abbassare la quantità di pizza prodotta. Infatti se vogliamo aggiungere questo vincolo, ampl ci dà nessuna soluzione in quanto gli abbiamo detto che vogliamo avere una quantità minima da vendere e lui non può abbassarla per compensare i costi elevati. Diremo quindi a Marco di permettere sempre il riuso delle risorse se vuole vendere una quantità minima di pizze ed avere un guadagno massimo elevato.

### 6.2 Parametri significativi

I costi fissi mensili e settimanali sono inversamente proporzionali al guadagno settimanale. Se Marco può in futuro abbassarli, il guadagno massimo aumenterà.

Essendo gli sconti pizze l'unico modo per aumentare la domanda di pizze, le percentuali di aumento garantite in caso di sconto hanno un forte impatto sulla soluzione fino ad un certo limite definito dalle risorse disponibili (mano d'opera e materie prime). Infatti si osserva che il guadagno cresce al loro crescere fino ad un certo punto.

La percentuale di sconto, attualmente di 10% ha un comportamento interessante: Se teniamo fermi gli altri parametri e vincoli, l'aumentare della percentuale di sconto spingerà gli sconti ad essere frequenti sulle pizze che garantiscono un incremento della domanda maggiore, fino a raggiungere il punto dove non è più conveniente fare uno sconto a causa dei costi variabili e della domanda minima da soddisfare, mentre se la abbassiamo sempre di più, gli sconti tenderanno ad essere più o meno frequenti su tutte le pizze fino a raggiungere il punto limite dato dalle risorse disponibili. Infatti più alzo la percentuale di sconto, e più lo sconto sulla pizza 1 diventa frequente nella settimana fino ad essere l'unica tipologia di pizza che Marco deve scontare 4 volte alla settimana al 14%, per guadagnare 2113.64 euro. Quando ci allontaniamo dai 14% e ci avviciniamo ai 15% di sconto, la frequenza settimanale di sconto su tale pizza si riduce fino ad annullarsi quando giungiamo i 15%, obbligando Marco ad avere un guadagno settimanale massimo senza sconti su pizze, cioè 2110.83 euro, per percentuali di sconto  $\geq 15\%$ . Se invece cominciamo ad abbassare la percentuale di sconto, la frequenza settimanale di sconti si distribuisce un po' su tutte le pizze, ma poi quando arriviamo a 0% si fissa sulle pizze 6, 7, 3 e 1, permettendo a Marco di guadagnare al massimo 2347.59 a settimana. Si nota che la frequenza di sconto è maggiore sulle pizze 6 e 7 quando siamo a 0%, questo comportamento è comprensibile perché in caso di limitatezza delle risorse, per guadagnare di più è necessario aumentare i prezzi. La pizza 6 e la pizza 7 hanno i prezzi più alti, e basta vendere un po' di più di queste per aumentare il guadagno, infatti date le assunzioni fatte sugli ingredienti necessari alla loro produzione, la manodopera e gli incrementi di domanda in caso di sconti, basterebbero poche risorse per raggiungere questo obiettivo. Per invece guadagnare sulle pizze che costano meno, bisogna venderne tante, ciò implica avere un numero elevato di risorse che non abbiamo.

Il numero di sconti fattibili al giorno, attualmente 2, rappresenta un limite allo sfruttamento massimo delle risorse disponibili. Tenendo fermi gli altri parametri e vincoli, e aumentando tale valore, si aumenta il guadagno settimanale. Si fa notare che aumentando questo numero, gli sconti su certe pizze diventano talmente frequenti che potrebbe essere un suggerimento per ridurre il prezzo di tali pizze.

La soluzione ci suggerisce di assumere un certo numero di dipendenti nell'orario di lavoro dove la domanda è più densa. Se Marco desidera risparmiare ancora sui costi per il personale, potrebbe lui e la moglie allenarsi a produrre più pizze al fine di soddisfare la domanda, oppure potrebbe assumere un solo dipendente e tutti e tre cercare di soddisfare la domanda giornaliera. Si fa notare che l'aumento della capacità produttiva dei pizzaioli

è significativo se solo se c'è aumento di domanda. Infatti se teniamo fermi tutti i parametri e vincoli, e aumentiamo sempre di più la capacità produttiva dei pizzaioli, a pagamento o a costo zero, si raggiunge un guadagno massimo di circa 2226 euro, per andare oltre questa soglia c'è bisogno che ci sia aumento della domanda.

I prezzi delle pizze non influenzano in nessun modo il risultato finale, in questo modello non c'è nessuna traccia di una certa influenza dei prezzi, l'attenzione è concentrata sul numero di pizze vendute, infatti vendere 5 pizze da 5 euro è più conveniente che vendere 2 pizze da 10 euro. Tuttavia l'influenza dei prezzi sul guadagno, si fa solo sentire quando le risorse sono poche, come osservato precedentemente nell'abbassamento della percentuale di sconto.