

Contrôle n°2

*Barème approximatif : 1 point par question et 2 points de présentation supplémentaires.
Les résultats annoncés sans justification n'apporteront pas de points.*

Exercice I :

- 1) Déterminer l'expression de l'affixe $z' \in \mathbb{C}$ du point d'affixe $z \in \mathbb{C}$ par :
 - a) la translation de vecteur $\vec{u} = (0, 3)$.
 - b) la rotation de centre $A = (-1, 2)$ et d'angle $\frac{\pi}{5}$.
 - c) l'homothétie de centre $B = (3, 4)$ et de rapport -2 .
- 2) Identifier la transformation suivante : $z \mapsto 2z + 1$.

Exercice II :

- 1) Les vecteurs suivants sont-ils libres ou liés ? Justifier en utilisant la définition de base.
 - a) $\vec{u} = (1, 2)$ et $\vec{v} = (2, 3)$.
 - b) $\vec{u} = (1, 2, 3)$, $\vec{v} = (-1, 1, 2)$ et $\vec{w} = (3, 3, 5)$.
- 2) a) Calculer le déterminant de la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$.
b) Calculer le déterminant de la matrice $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$.
c) Calculer le déterminant de la matrice $C = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Les vecteurs $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ sont-ils liés ?

Exercice III :

- 1) Soit \mathcal{D} la droite d'équations paramétriques $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$.
 - a) Donner sans calcul un vecteur directeur de \mathcal{D} et un point A par lequel elle passe.
 - b) Déterminer un système d'équations cartésiennes de cette droite.

- 2) Soit \mathcal{D}' la droite passant par $A = (1, 2, 3)$ et $B = (2, 3, 5)$.
- Donner un vecteur directeur de cette droite.
 - Donner un système d'équations paramétriques de \mathcal{D}' .
 - En déduire un système d'équations cartésiennes de \mathcal{D}' .
- 3) Soit \mathcal{P} le plan d'équation $ax + by + cz = d$. Donner un vecteur normal à \mathcal{P} .
- 4) Soit \mathcal{P} le plan passant par $A = (2, 3, 4)$, $B = (3, 4, 5)$ et $C = (1, m, 1)$.
- Donner deux vecteurs engendrant \mathcal{P} ?
 - Donner un système d'équations paramétriques de \mathcal{P} .
 - On fixe ici $m = 4$, déduire de la question précédente une équation cartésienne de \mathcal{P} .
- 5) Soient \mathcal{P}' et \mathcal{P}'' les plans d'équations respectives : $x - y + z = 1$ et $2x + 3y - z = 2$.
- Ces deux plans s'intersectent-ils ? Justifier.
 - Si oui, calculer leur intersection.