

Contrôle n°1

---

*Le sujet est long, le barème sera adapté en fonction des copies.*

*Le but n'est **surtout pas** de faire le plus de choses possibles en se pressant mais plutôt de faire ce que vous pouvez tout en le rédigeant correctement !*

*Les résultats annoncés sans justification n'apporteront pas de points.*

*La lisibilité et la clarté ainsi que la présentation rentreront en compte dans la notation.*

**Exercice I :**

- 1) Déterminer, puis représenter, l'ensemble des points  $M$  du plan d'affixe  $z \in \mathbb{C}$  tels que :
  - a)  $\operatorname{Re}(iz + 2\bar{z}) \leq 1$ .
  - b)  $|z - 3i| \leq 2$ .
- 2) Ecrire sous forme  $a + ib$  le nombre complexe de module 2 et d'argument  $\frac{\pi}{3}$ .

**Exercice II :**

- 1) Mettre sous forme cartésienne  $\left(\frac{1+i}{2-i}\right)^2$ .
- 2) a) Calculer le module et l'argument de  $1 - i$ .
  - b) En déduire son écriture sous forme polaire et sous forme trigonométrique.
  - c) Ecrire  $(1 - i)^5$  sous forme trigonométrique, en déduire sa forme cartésienne.
- 3) Utiliser la même méthode que dans 2) pour mettre sous forme cartésienne  $(-1 + i\sqrt{3})^4$ .

**Exercice III :**

- 1) Calculer l'inverse de  $2 + i$ .
- 2) En déduire  $(2 + i)^{-3}$ .
- 3) Calculer l'inverse de  $\frac{3+i}{(2-i)^2}$ .

**Exercice IV :**

- 1) Linéariser  $\sin^3(\theta)$ .
- 2) Calculer  $\cos(4\theta)$  en fonction de  $\cos(\theta)$ .

**Exercice V :**

- 1) Calculer  $\sqrt{i}$ .
- 2) a) Déterminer les racines complexes du polynôme  $z^5 - 1$ , puis le factoriser.
  - b) Placer ces racines sur le cercle trigonométrique.
- 3) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^3 = 1 + i$ .
- 4) Calculer les racines carrées de  $2i + 5$ , c'est à dire calculer les  $z \in \mathbb{C}$  tels que  $z^2 = 2i + 5$ .