



MATH 60617

Mise en œuvre de modèles d'optimisation en gestion

## **Travail 2**

Présenté à

Pr. Sylvain Perron

Par

Christelle GEORGE – 11288106

Samy SENOUNE – 11290255

Joe YOUNES – 11285603

Le 3 mai 2021

À Montréal

## Table des matières

Introduction.....	1
Mise en contexte .....	2
Définition du problème .....	3
Données.....	3
Variables de décision.....	3
Fonctions objectif .....	4
Contraintes .....	5
Analyse des résultats.....	8
Conclusion .....	11
Référence .....	11
Annexes .....	12
Données du problème du programme OPL .....	12
Variable de décision du programme OPL.....	12
Fonction objectif du programme OPL .....	12
Contraintes du programme OPL.....	13

## Liste des figures

Figure 1 : Déplacement de l'équipe d'Ottawa.....	9
Figure 2 : Déplacement de l'équipe d'Edmonton.....	9

## Liste des tableaux

Tableau 1 : Calendrier des matchs de la saison régulière .....	8
Tableau 2 : Tableau des distances parcourues par chaque équipe.....	8
Tableau 3 : Occupation des arénas .....	9
Tableau 4 : Nombre de long home stands et road trips.....	10
Tableau 5 : Analyse de sensibilité de la contrainte de la limite de matchs consécutifs .....	10

# Introduction

La Ligne Nationale de Hockey (LNH) est une association sportive professionnelle nord-américaine qui prend place de septembre à juin, chaque année. Elle se déroule en 2 temps : d'une part, la saison régulière (octobre-avril) pendant laquelle toutes les équipes s'affrontent et d'autre part, la série éliminatoire (*playoff*, avril-juin) qui se déroule entre les meilleures équipes issues de la première phase.

Ce rapport se concentre uniquement sur la première phase du tournoi, soit la saison régulière. Il s'agit de concevoir un horaire de jeu pour les équipes sportives qui permet de respecter les règles propres à la LNH. La particularité de cette étude relève du contexte sanitaire de la Covid-19, qui a donc modifié certaines règles, notamment les équipes impliquées dans le tournoi : dans ce cas, les équipes américaines sont écartées. Seules les 7 équipes canadiennes sont considérées. Il s'agit des *Canadiens* de Montréal, *Maple Leafs* de Toronto, *Sénateurs* d'Ottawa, *Jets* de Winnipeg, *Flames* de Calgary, *Oilers* d'Edmonton et *Canucks* de Vancouver.

La saison régulière se déroule selon un tournoi « double round robin » : chacune de ses 7 équipes va affronter les autres 2 fois ; 1 fois à domicile et 1 fois à l'extérieur. Ainsi, chaque équipe disputera un total de 12 matchs. Globalement, 42 matchs se dérouleront pendant la saison régulière. Finalement, l'attribution des points se fait de la façon suivante : une victoire correspond à 2 points, une défaite en prolongation ou lors des tirs de fusillade vaut 1 point et une défaite lors du temps réglementaire 0 point.

Avec cette approche de « double round robin », le hasard est minimisé puisque toutes les équipes se rencontrent et ont l'opportunité de gagner malgré une mauvaise performance antérieure. Ceci dit, une certaine asymétrie est susceptible de surgir en fin de tournoi, lorsque par exemple une équipe ayant déjà accumulé un bon nombre de points – donc une qualification assurée – pourrait choisir de perdre délibérément. Une question d'équité se pose alors.

Somme toute, concevoir l'horaire de jeu pour les 7 équipes canadiennes de la LNH relève d'un problème de « Traveling Tournament Problem » (TTP) qui s'articule autour de 2 contraintes traditionnelles fondamentales.

Dans un premier temps, il est important de tenir compte de la question de faisabilité : les déplacements des équipes selon l'horaire obtenu doivent éviter une longue période de jeu à domicile (*home stands*) ainsi qu'une longue période successive de déplacement à l'extérieur (*road trips*). En fait, une courte période à domicile est cruciale pour permettre l'entretien de la glace de l'aréna qui se dégrade après 3 matchs successifs. De même, une courte période à l'extérieur permet d'optimiser la performance des athlètes qui ne seraient donc pas épuisés par une longue route.

Dans un deuxième temps, il est primordial d'éviter des voyages excessifs. En d'autres termes, il s'agit de minimiser la distance totale parcourue par les équipes.

## Mise en contexte

La revue de littérature a mis en évidence une approche combinatoire pour la résolution de ce type de problème TTP : il s'agit d'utiliser la programmation en nombres entiers ainsi que la programmation par contrainte. Lorsqu'utilisées indépendamment, la programmation en nombres entiers permet de résoudre le problème de « Traveling Salesman » (TSP) , soit de réduire la distance totale parcourue. Ce problème classique a d'ailleurs fait l'objet d'une séance du cours d'optimisation et les similitudes entre le problème du TSP et ce rapport seront identifiées au fur et à mesure. La programmation par contrainte, quant à elle, est très pratique lorsqu'il s'agit d'obtenir les combinaisons adéquates de jeux à domicile et à l'extérieur. C'est en combinant les deux approches que des résultats plus rapides sont obtenus, dans le cadre d'un problème de TTP. Ainsi, dans le cadre de cette étude, c'est également une approche combinatoire qui est employée.

D'autre part, il est important de mentionner que le tournoi « double round robin » suppose un nombre paire d'équipe pour l'appariement, sans quoi une équipe serait mise de côté à chaque étape. Ainsi, l'étude étant une simplification d'un problème plus complexe, l'équipe de Vancouver est écartée de l'analyse afin d'assurer un nombre paire de 6 équipes.

Les hypothèses de notre étude sont les suivantes :

- Chaque équipe dispute exactement 1 match par jour ;
- Chaque équipe joue une fois à domicile et une fois à l'extérieur contre tous ses adversaires ;
- Chaque équipe commence sa tournée et termine sa tournée à domicile. Attention, ceci n'implique pas forcément que l'équipe dispute son premier match à domicile mais assure que le calcul des distances s'effectue à partir du domicile ;
- Chaque équipe dispute un maximum de 3 matchs consécutifs à domicile – soit des *home stands* de 3 jours maximum ;
- Chaque équipe dispute un maximum de 3 matchs consécutifs à l'extérieur – soit des *road trips* de 3 jours maximum ;
- La compétition se déroule sur une période de 10 jours et les équipes n'ont aucun jour de repos.

Finalement, le temps d'exécution sur OPL est limité à 10 minutes.

# Définition du problème

## Données

Les données du problèmes sont les suivantes :

- L'ensemble des équipes :  
 $Teams = \{1 = \text{« Montréal »}, 2 = \text{« Toronto »}, 3 = \text{« Ottawa »}, 4 = \text{« Winnipeg »}, 5 = \text{« Calgary »}, 6 = \text{« Edmonton »}\}$
- Le nombre de match joué par équipe :  $N_i = 10$
- L'ensemble I des matchs joués par équipe :  $I = 1 \dots N_i$
- L'ensemble S des déplacements incluant le départ à domicile :  $S = 1 \dots N_i + 1$
- Un indicateur indiquant si le match a lieu à l'extérieur ou à domicile :  
 $Home = \{Extérieur = \text{«0 »}, Domicile = \text{«1 »}\}$

- La matrice des distances en km entre les arénas des équipes :

$$D_{Teams, Teams} = \begin{bmatrix} 0 & 547.6 & 198.2 & 2269.1 & 3526.2 & 3572.1 \\ 547.6 & 0 & 402.0 & 2222.7 & 3406.0 & 3465.3 \\ 198.2 & 402.0 & 0 & 2139.7 & 3330.3 & 3442.7 \\ 2269.1 & 2222.7 & 2139.7 & 0 & 1329.1 & 1304.9 \\ 3526.2 & 3406.0 & 3330.3 & 1329.1 & 0 & 299.5 \\ 3572.1 & 3465.3 & 3442.7 & 1304.9 & 299.5 & 0 \end{bmatrix}$$

Par rapport au problème du TSP vu dans le cours, on voit que la matrice des distances ainsi que l'ensemble des équipes (ou clients) sont des éléments communs aux 2 problèmes. Cependant, notre problème considère davantage de données, telles que le nombre de match joué par équipe et le lieu du match (à domicile ou à l'extérieur).

## Variables de décision

12 variables de décisions sont définies dans l'étude, soit 2 par équipe. Pour chaque équipe, une variable permet de retracer les déplacement de son parcours et une variable binaire indique ses matchs :

- $Ville\_precedente\_Mtl_S \in N^+$ , ville dans laquelle se situe Montréal avant le déplacement S
- $Ville\_precedente\_Tor_S \in N^+$ , ville dans laquelle se situe Toronto avant le déplacement S
- $Ville\_precedente\_Ott_S \in N^+$ , ville dans laquelle se situe Ottawa avant le déplacement S
- $Ville\_precedente\_Win_S \in N^+$ , ville dans laquelle se situe Winnipeg avant le déplacement S
- $Ville\_precedente\_Cal_S \in N^+$ , ville dans laquelle se situe Calgary avant le déplacement S
- $Ville\_precedente\_Edm_S \in N^+$ , ville dans laquelle se situe Edmonton avant le déplacement S
- $Mtl_{I, Teams, Home} \in \{0,1\}$ , vaut 1 si Montréal affronte l'équipe Teams à l'aréna Home lors du match I
- $Tor_{I, Teams, Home} \in \{0,1\}$ , vaut 1 si Toronto affronte l'équipe Teams à l'aréna Home lors du match I
- $Ott_{I, Teams, Home} \in \{0,1\}$ , vaut 1 si Ottawa affronte l'équipe Teams à l'aréna Home lors du match I
- $Win_{I, Teams, Home} \in \{0,1\}$ , vaut 1 si Winnipeg affronte l'équipe Teams à l'aréna Home lors du match I
- $Cal_{I, Teams, Home} \in \{0,1\}$ , vaut 1 si Calgary affronte l'équipe Teams à l'aréna Home lors du match I
- $Edm_{I, Teams, Home} \in \{0,1\}$ , vaut 1 si Edmonton affronte l'équipe Teams à l'aréna Home lors du match I

Pour établir un parallèle avec le problème de TSP étudié dans le cours, le TSP possède une logique d'exécution qui sera reprise dans ce rapport. Dans le TSP, une variable binaire est employée pour retracer le parcours du voyageur, soit  $x_{ij}$  qui vaut 1 si le nœud  $j$  suit immédiatement le nœud  $i$  dans le circuit, 0 sinon. Dans ce rapport, c'est la variable *Ville\_precedente* qui est privilégiée. Elle prend les valeurs entre 1 et 6 représentant les 6 villes des 6 équipes à l'étude et permet de situer à chaque déplacement  $S$  la position géographique de l'équipe en question.

Ceci dit, le problème de TSP est trop simple pour contenir toute l'information à représenter dans le problème du tournoi des matchs TTP. À titre d'exemple, le TSP permet d'indiquer les adversaires d'un match lorsque celui-ci se déroule à l'extérieur puisque l'adversaire correspond à la ville en question. Malheureusement, une de ses limitations serait lors d'un match à domicile puisque dans ce cas, l'adversaire serait inconnu. Pour remédier à ce problème, la variable binaire  $Ville_{l,Teams,Home}$  est définie dans le TTP. Pour chaque équipe, il est alors possible de connaître son adversaire ainsi que le lieu de chaque match, soit à domicile ou à l'extérieur.

## Fonctions objectif

Comme mentionné dans l'introduction, l'objectif le plus important est de minimiser la somme des distances parcourues par l'ensemble des équipes lors de leurs déplacements :

$$\begin{aligned}
 \text{Min } & \sum_{t=2}^{N_i+1} D_{\text{Ville\_precedente\_Mtl}_{t-1}, \text{Ville\_precedente\_Mtl}_t} + D_{\text{Ville\_precedente\_Mtl}_{N_i+1}, 1} \\
 & + \sum_{t=2}^{N_i+1} D_{\text{Ville\_precedente\_Tor}_{t-1}, \text{Ville\_precedente\_Tor}_t} + D_{\text{Ville\_precedente\_Tor}_{N_i+1}, 2} \\
 & + \sum_{t=2}^{N_i+1} D_{\text{Ville\_precedente\_Ott}_{t-1}, \text{Ville\_precedente\_Ott}_t} + D_{\text{Ville\_precedente\_Ott}_{N_i+1}, 3} \\
 & + \sum_{t=2}^{N_i+1} D_{\text{Ville\_precedente\_Win}_{t-1}, \text{Ville\_precedente\_Win}_t} + D_{\text{Ville\_precedente\_Win}_{N_i+1}, 4} \\
 & + \sum_{t=2}^{N_i+1} D_{\text{Ville\_precedente\_Cal}_{t-1}, \text{Ville\_precedente\_Cal}_t} + D_{\text{Ville\_precedente\_Cal}_{N_i+1}, 5} \\
 & + \sum_{t=2}^{N_i+1} D_{\text{Ville\_precedente\_Edm}_{t-1}, \text{Ville\_precedente\_Edm}_t} + D_{\text{Ville\_precedente\_Edm}_{N_i+1}, 6}
 \end{aligned}$$

La fonction objectif est donc identique à celle défini dans le cours portant sur le TSP. Elle est bien entendu adaptée aux variables de décisions du TTP. Grâce à la programmation par contrainte, les indices de la matrice de distance correspondent directement aux trajets en question avec les variables de décision aux indices  $t-1$  et  $t$ . Pour chaque déplacement, il s'agit de sommer sur toutes les équipes la distance liant la ville précédente à la ville actuelle de l'équipe pour ensuite additionner tous les pas de déplacements. Il est important de noter qu'une dernière distance est additionnée : celle de la dernière ville dans laquelle se trouve l'équipe avec son domicile. Ceci permet, dans le cas où une équipe dispute

son dernier match à l'extérieur, de prendre en compte son déplacement de retour à domicile dans l'analyse.

## Contraintes

Il y a donc une multitude de contraintes à implémenter afin de respecter les hypothèses énoncées plus haut dans la mise en contexte, et d'assurer une certaine logique dans la résolution.

Les contraintes du problème du TTP sont différentes de celles du TSP, et ceci est en parti lié à la définition des variables de décision ainsi qu'au contexte propre au problème étudié. À titre d'exemple, les contraintes pour éliminer les arcs impossibles du TSP de s'appliquent pas dans ce rapport. Il est en effet possible pour les équipes de hockey de rentrer dans leur « nœud » de départ ou de sortir de leur « nœud » d'arrivée, c'est à dire de devoir disputer un match à domicile pendant le tournoi. Également, il est probable que des équipes entrent et sortent plusieurs fois dans chaque nœud, soit dans chaque ville, pour disputer des matchs.

Les contraintes à considérées sont donc présentées ci bas.

Chaque équipe commence son parcours à domicile :

- $Ville\_precedente\_Mtl_1 = 1$
- $Ville\_precedente\_Tor_1 = 2$
- $Ville\_precedente\_Ott_1 = 3$
- $Ville\_precedente\_Win_1 = 4$
- $Ville\_precedente\_Cal_1 = 5$
- $Ville\_precedente\_Edm_1 = 6$

Si une équipe a joué son match précédent à l'extérieur, alors son déplacement se poursuit à partir de cette ville extérieure :

$$- \quad \forall i \in \{2..N_i + 1\}, j \in Teams \quad \left\{ \begin{array}{l} Mtl_{i-1,j,"0"} = 1 \Rightarrow Ville\_precedente\_Mtl_i = j \\ Tor_{i-1,j,"0"} = 1 \Rightarrow Ville\_precedente\_Tor_i = j \\ Ott_{i-1,j,"0"} = 1 \Rightarrow Ville\_precedente\_Ott_i = j \\ Win_{i-1,j,"0"} = 1 \Rightarrow Ville\_precedente\_Win_i = j \\ Cal_{i-1,j,"0"} = 1 \Rightarrow Ville\_precedente\_Cal_i = j \\ Edm_{i-1,j,"0"} = 1 \Rightarrow Ville\_precedente\_Edm_i = j \end{array} \right.$$

Si une équipe a joué son match précédent à la maison, alors son déplacement se poursuit à partir de son domicile :

$$- \quad \forall i \in \{2..N_i + 1\}, j \in Teams \quad \left\{ \begin{array}{l} Mtl_{i-1,j,"1"} = 1 \Rightarrow Ville\_precedente\_Mtl_i = 1 \\ Tor_{i-1,j,"1"} = 1 \Rightarrow Ville\_precedente\_Tor_i = 2 \\ Ott_{i-1,j,"1"} = 1 \Rightarrow Ville\_precedente\_Ott_i = 3 \\ Win_{i-1,j,"1"} = 1 \Rightarrow Ville\_precedente\_Win_i = 4 \\ Cal_{i-1,j,"1"} = 1 \Rightarrow Ville\_precedente\_Cal_i = 5 \\ Edm_{i-1,j,"1"} = 1 \Rightarrow Ville\_precedente\_Edm_i = 6 \end{array} \right.$$

Chaque équipe ne peut pas jouer contre elle-même :

$$- \quad \forall i \in \{1..N_i\}, k \in Home \quad \begin{cases} Mtl_{i,1,k} = 0 \\ Tor_{i,2,k} = 0 \\ Ott_{i,3,k} = 0 \\ Win_{i,4,k} = 0 \\ Cal_{i,5,k} = 0 \\ Edm_{i,6,k} = 0 \end{cases}$$

Chaque équipe joue selon les règles du tournoi « double round robin », donc joue 1 fois à domicile et 1 fois à l'extérieur contre chacune des autres équipes :

$$\begin{aligned} - \quad & \sum_{i \in I} Mtl_{i,Teams,k} = 1, \quad \forall Teams \in \{2,3,4,5,6\}, k \in Home \\ - \quad & \sum_{i \in I} Tor_{i,Teams,k} = 1, \quad \forall Teams \in \{1,3,4,5,6\}, k \in Home \\ - \quad & \sum_{i \in I} Ott_{i,Teams,k} = 1, \quad \forall Teams \in \{1,2,4,5,6\}, k \in Home \\ - \quad & \sum_{i \in I} Win_{i,Teams,k} = 1, \quad \forall Teams \in \{1,2,3,5,6\}, k \in Home \\ - \quad & \sum_{i \in I} Cal_{i,Teams,k} = 1, \quad \forall Teams \in \{1,2,3,4,6\}, k \in Home \\ - \quad & \sum_{i \in I} Edm_{i,Teams,k} = 1, \quad \forall Teams \in \{1,2,3,4,5\}, k \in Home \end{aligned}$$

Chaque équipe joue 1 match par jour :

$$- \quad \forall i \in I \quad \begin{cases} \sum_{j \in Teams, k \in Home} Mtl_{i,j,k} = 1 \\ \sum_{j \in Teams, k \in Home} Tor_{i,j,k} = 1 \\ \sum_{j \in Teams, k \in Home} Ott_{i,j,k} = 1 \\ \sum_{j \in Teams, k \in Home} Win_{i,j,k} = 1 \\ \sum_{j \in Teams, k \in Home} Cal_{i,j,k} = 1 \\ \sum_{j \in Teams, k \in Home} Edm_{i,j,k} = 1 \end{cases}$$

Chaque équipe joue un maximum de 3 matchs consécutifs à l'extérieur :

$$- \quad \forall i \in \{1..N_i - 3\} \quad \begin{cases} \sum_{z \in \{0..3\}, j \in Teams} Mtl_{i+z,j,"0"} \leq 3 \\ \sum_{z \in \{0..3\}, j \in Teams} Tor_{i+z,j,"0"} \leq 3 \\ \sum_{z \in \{0..3\}, j \in Teams} Ott_{i+z,j,"0"} \leq 3 \\ \sum_{z \in \{0..3\}, j \in Teams} Win_{i+z,j,"0"} \leq 3 \\ \sum_{z \in \{0..3\}, j \in Teams} Cal_{i+z,j,"0"} \leq 3 \\ \sum_{z \in \{0..3\}, j \in Teams} Edm_{i+z,j,"0"} \leq 3 \end{cases}$$

Chaque équipe joue un maximum de 3 matchs consécutifs à domicile :

$$- \quad \forall i \in \{1..N_i - 3\} \quad \begin{cases} \sum_{z \in \{0..3\}, j \in Teams} Mtl_{i+z,j,"1"} \leq 3 \\ \sum_{z \in \{0..3\}, j \in Teams} Tor_{i+z,j,"1"} \leq 3 \\ \sum_{z \in \{0..3\}, j \in Teams} Ott_{i+z,j,"1"} \leq 3 \\ \sum_{z \in \{0..3\}, j \in Teams} Win_{i+z,j,"1"} \leq 3 \\ \sum_{z \in \{0..3\}, j \in Teams} Cal_{i+z,j,"1"} \leq 3 \\ \sum_{z \in \{0..3\}, j \in Teams} Edm_{i+z,j,"1"} \leq 3 \end{cases}$$



En dernier lieu, il est important de définir les contraintes liantes entre les équipes. À titre d'exemple, le match de l'équipe de Montréal l'opposant à Toronto à l'extérieur est équivalent au match de l'équipe de Toronto l'opposant à Montréal à domicile.

$$- \quad \forall i \in I \quad \left\{ \begin{array}{l} Mtl_{i,2,0} = Tor_{i,1,1} \\ Mtl_{i,2,1} = Tor_{i,1,0} \\ Mtl_{i,3,0} = Ott_{i,1,1} \\ Mtl_{i,3,1} = Ott_{i,1,0} \\ Mtl_{i,4,0} = Win_{i,1,1} \\ Mtl_{i,4,1} = Win_{i,1,0} \\ Mtl_{i,5,0} = Cal_{i,1,1} \\ Mtl_{i,5,1} = Cal_{i,1,0} \\ Mtl_{i,6,0} = Edm_{i,1,1} \\ Mtl_{i,6,1} = Edm_{i,1,0} \\ Tor_{i,3,0} = Ott_{i,2,1} \\ Tor_{i,3,1} = Ott_{i,2,0} \\ Tor_{i,4,0} = Win_{i,2,1} \\ Tor_{i,4,1} = Win_{i,2,0} \\ Tor_{i,5,0} = Cal_{i,2,1} \\ Tor_{i,5,1} = Cal_{i,2,0} \\ Tor_{i,6,0} = Edm_{i,2,1} \\ Tor_{i,6,1} = Edm_{i,2,0} \\ Ott_{i,4,0} = Win_{i,3,1} \\ Ott_{i,4,1} = Win_{i,3,0} \\ Ott_{i,5,0} = Cal_{i,3,1} \\ Ott_{i,5,1} = Cal_{i,3,0} \\ Ott_{i,6,0} = Edm_{i,3,1} \\ Ott_{i,6,1} = Edm_{i,3,0} \\ Win_{i,5,0} = Cal_{i,4,1} \\ Win_{i,5,1} = Cal_{i,4,0} \\ Win_{i,6,0} = Edm_{i,4,1} \\ Win_{i,6,1} = Edm_{i,4,0} \\ Cal_{i,6,0} = Edm_{i,5,1} \\ Cal_{i,6,1} = Edm_{i,5,0} \end{array} \right.$$

# Analyse des résultats

Pour ce qui est de l'analyse des résultats, il est d'abord important de noter que les valeurs que nous avons obtenues sont les meilleurs résultats qu'OPL studio a trouvé après 10 minutes d'exécution du programme.

Premièrement, le calendrier du tournoi est généré. Celui-ci respecte toutes les contraintes mentionnées plus haut et indique les matchs selon le jour du tournoi. Les équipes sur la même ligne s'affrontent.

Tableau 1 : Calendrier des matchs de la saison régulière

Jour 1		Jour 2		Jour 3		Jour 4		Jour 5	
Extérieur	Domicile	Extérieur	Domicile	Extérieur	Domicile	Extérieur	Domicile	Extérieur	Domicile
Montréal	Toronto	Ottawa	Toronto	Toronto	Montréal	Toronto	Ottawa	Winnipeg	Toronto
Winnipeg	Ottawa	Winnipeg	Montréal	Edmonton	Ottawa	Montréal	Calgary	Ottawa	Calgary
Calgary	Edmonton	Edmonton	Calgary	Calgary	Winnipeg	Edmonton	Winnipeg	Montréal	Edmonton
Jour 6		Jour 7		Jour 8		Jour 9		Jour 10	
Extérieur	Domicile	Extérieur	Domicile	Extérieur	Domicile	Extérieur	Domicile	Extérieur	Domicile
Calgary	Toronto	Edmonton	Toronto	Toronto	Winnipeg	Toronto	Edmonton	Toronto	Calgary
Ottawa	Edmonton	Ottawa	Winnipeg	Calgary	Ottawa	Montréal	Ottawa	Ottawa	Montréal
Montréal	Winnipeg	Calgary	Montréal	Edmonton	Montréal	Winnipeg	Calgary	Winnipeg	Edmonton

Tel que mentionné, toutes les équipes jouent 2 fois l'une contre l'autre, dont une fois à domicile et une fois à l'extérieur. Dans le calendrier, il est important de relever que le programme OPL a tendance à faire jouer les équipes avec les distances les plus courtes dans les premiers jours. Il prend ensuite de plus en plus de matchs affrontant deux équipes à de grandes distances. Par exemple, sachant que les distances entre Montréal, Ottawa et Toronto sont relativement courtes, de même pour Calgary et Edmonton, et que Winnipeg se trouve au milieu des 5 autres villes, il apparaît que dès le jour 1, le calendrier indique 2 matchs « courte distance » et un match « moyenne distance ». Cette tendance se poursuit le jour 2 et commence à se dégrader à partir du jour 3. Par contraste, le jour 8 – par exemple – comporte un match « moyenne distance » et 2 matchs « longue distance ».

D'autre part, un autre pattern se dessine : les équipes qui sont sur un *road trips* et qui passent par Montréal vont aussi passer par Ottawa (voir Winnipeg aux jours 1 et 2). Il en va de même pour les équipes en *road trips* passant par Calgary, qui vont alors passer par Edmonton (voir Montréal aux jours 4 et 5, Ottawa aux jours 5 et 6 et Toronto aux jours 9 et 10).

En somme, ce calendrier minimisait la somme des distances parcourues par toutes les équipes avec une distance totale de **62 931,6 km**. Le tableau suivant indique les distances parcourues par chacune des équipes :

Tableau 2 : Tableau des distances parcourues par chaque équipe

Ville	Montréal	Toronto	Ottawa	Winnipeg	Calgary	Edmonton	Total
Distance [km]	8891,3	8380,9	8274,8	11985,9	10739,3	14659,4	62 931,6

L'équipe d'Ottawa est donc l'équipe qui se déplace le moins avec 8274,8 km ; à contrario, l'équipe d'Edmonton est celle qui se déplace le plus avec 14659,4 km. Leur trajet respectif est résumé dans les figures suivantes :

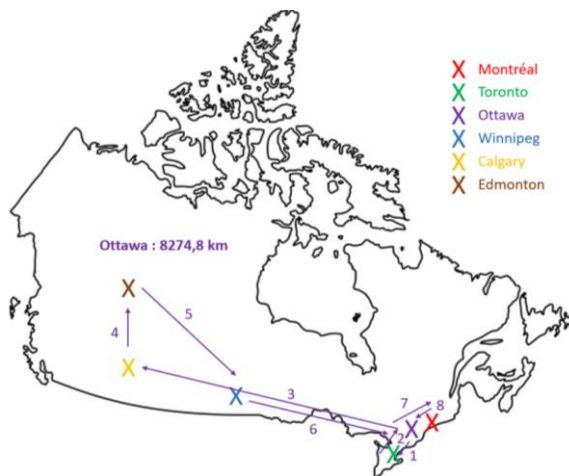


Figure 1 : Déplacement de l'équipe d'Ottawa

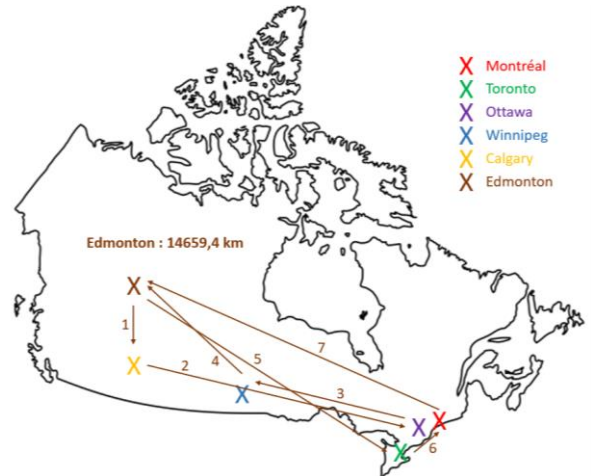


Figure 2 : Déplacement de l'équipe d'Edmonton

Deuxièmement, le problème est considéré d'un point de vue des arénas. En effet, il est important de savoir quelles arénas seront utilisées à quels jours pour pouvoir planifier la maintenance des patinoires et des installations ainsi qu'effectuer la réservation des infrastructures nécessaires pour qu'il n'aille pas d'événements conflictuels avec les matchs du tournoi. Le tableau suivant présente l'occupation des arènes *Centre Bell* (Montréal), *Scotiabank Arena* (Toronto), *Canadian Tire Centre* (Ottawa), *Bell MTS Place* (Winnipeg), *Scotiabank Saddledome* (Calgary) et *Rogers Place* (Edmonton) selon le jour du match et l'équipe qu'ils reçoivent.

Tableau 3 : Occupation des arénas

Montréal <i>Centre Bell</i>		Toronto <i>Scotiabank Arena</i>		Ottawa <i>Canadian Tire Centre</i>	
Jour	Visiteurs	Jour	Visiteurs	Jour	Visiteurs
2	Winnipeg	1	Montréal	1	Winnipeg
3	Toronto	2	Ottawa	3	Edmonton
7	Calgary	5	Winnipeg	4	Toronto
8	Edmonton	6	Calgary	8	Calgary
10	Ottawa	7	Edmonton	9	Montréal
Winnipeg <i>Bell MTS Place</i>		Calgary <i>Scotiabank Saddledome</i>		Edmonton <i>Rogers Place</i>	
Jour	Visiteurs	Jour	Visiteurs	Jour	Visiteurs
3	Calgary	2	Edmonton	1	Calgary
4	Edmonton	4	Montréal	5	Montréal
6	Montréal	5	Ottawa	6	Ottawa
7	Ottawa	9	Winnipeg	9	Toronto
8	Toronto	10	Toronto	10	Winnipeg

La contrainte définie d'un nombre maximal de 3 jours consécutifs à domicile se reflète dans ce tableau : chacune des arènes possède des temps de pause qui seront importants pour une maintenance ou une certaine logistique. Aussi, on note que les arènes de Toronto et Winnipeg exploitent la contrainte à sa limite avec 3 jours consécutifs de matchs disputés.

Troisièmement, le nombre de *home stands* et de *road trips* de 3 jours consécutifs pour chaque équipe est analysé :

Tableau 4 : Nombre de long home stands et road trips

	Nombre de <i>Home stands</i> de 3 jours	Nombre de <i>Road trips</i> de 3 jours
<b>Montréal</b>	0	1
<b>Toronto</b>	1	1
<b>Ottawa</b>	0	1
<b>Winnipeg</b>	1	0
<b>Calgary</b>	0	1
<b>Edmonton</b>	0	1

Les observations suivantes sont tirées :

- Winnipeg est la seule équipe qui a uniquement un *home stand* de 3 jours consécutifs lorsqu'elle reçoit Montréal, Ottawa et Toronto ;
- Toronto est la seule équipe avec à la fois avec un *home stand* de 3 jours et un *road trip* de 3 jours.
- Les 4 autres équipes ont uniquement des *road trips* de 3 jours consécutifs. Dans le cas des équipes de l'Est, i.e. Montréal, Toronto et Ottawa, elles visitent de façon consécutive les 3 équipes de l'Ouest (Winnipeg, Calgary et Edmonton), et vice versa pour Calgary et Edmonton qui visitent les 3 équipes de l'Est de façon consécutive. Cette tendance est normale puisque c'est la façon la plus efficace de limiter l'impact de la distance des matchs à l'extérieur.

Finalement, une analyse de sensibilité est menée sur la contrainte « ne pas avoir plus de 3 matchs consécutifs à domicile ou à l'extérieur » afin d'évaluer son impact sur l'objectif. 6 scénarios différents sont définis :

- 3 matchs à domicile et 2 à l'extérieur ;
- 2 matchs à domicile et 3 à l'extérieur ;
- 2 matchs à domicile et 2 à l'extérieur ;
- 4 matchs à domicile et 3 à l'extérieur ;
- 3 matchs à domicile et 4 à l'extérieur ;
- 4 matchs à domicile et 4 à l'extérieur.

Les effets obtenus sur la distance totale parcourue par toutes les équipes sont résumés dans le tableau suivant :

Tableau 5 : Analyse de sensibilité de la contrainte de la limite de matchs consécutifs

Limite de matchs consécutifs		Distance totale (km)
À l'extérieur	À domicile	
3	3	62 931,60

2	3	79 483,40
3	2	70 665,00
2	2	82 188,70
4	3	59 719,00
3	4	58 784,90
4	4	55 860,70

Ce tableau indique qu'augmenter la limite à 4 matchs consécutifs pour les deux types de matchs minimise la fonction-objectif avec 55 860,70 km parcourus (une amélioration de 7 070,90 km par rapport à la solution originale de 62 931,60 km). À contrario, réduire la limite à 2 matchs consécutifs pour les deux types de matchs entraîne le pire résultat avec 82 188,70 km parcourus, soit une détérioration de 19 257,10 km par rapport à la solution originale de 62 931,60 km. En d'autres mots, le changement marginal de 3 matchs à 2 matchs est beaucoup plus important que le changement marginal de 3 matchs à 4 matchs.

De plus, il y a une différence entre la modification de la limite sur les matchs consécutifs à domicile et celle sur les matchs consécutifs à l'extérieur. En moyenne, la valeur absolue d'une variation de 1 sur la limite de matchs consécutifs à l'extérieur est de 9 882,2 km, comparativement à 5 940,05 km pour une variation de 1 sur la limite de matchs consécutifs à domicile.

## Conclusion

En conclusion, le « Traveling Tournament Problem » est un cas fort intéressant qui a été simplifié dans le cadre de ce travail. Dans un contexte réel, des contraintes additionnelles devraient être rajoutées. À titre d'exemple, les coûts de transport seraient pertinents à considérer dans l'analyse, tout comme l'ajout de jours de repos entre les matchs, ou des jours de pratique minimum dans la saison.

Une analyse à objectifs multiples pourrait également être menée, avec les objectifs de minimisation de la distance et des coûts. Ceci permettrait, somme toute, d'obtenir dans le meilleurs des cas des solutions Pareto optimales avec la courbe de Pareto.

Finalement, une des limites de cette étude réside dans le nombre pair d'équipe mandaté par le tournoi « double round robin ». Pour aller plus loin, l'équipe de Vancouver devrait être considérée quitte à avoir recours à un adversaire « imaginaire » pour obtenir un chiffre pair et procéder aux appariements. En soit, cela implique qu'à chaque jour, une équipe ne disputera pas de match.

## Référence

Easton, Kelly & Nemhauser, George & Trick, Michael. (2002). Solving the Travelling Tournament Problem: A Combined Integer Programming and Constraint Programming Approach. 100-112. 10.1007/978-3-540-45157-0\_6.

# Annexes

## Données du problème du programme OPL

```
7 Home = {"0", "1"};
8
9 N_i = 10;
10
11 Distance= [
12 [0 547.6 198.2 2269.1 3526.2 3572.1]
13 [547.6 0 402.0 2222.7 3406.0 3465.3]
14 [198.2 402.0 0 2139.7 3330.3 3442.7]
15 [2269.1 2222.7 2139.7 0 1329.1 1304.9]
16 [3526.2 3406.0 3330.3 1329.1 0 299.5]
17 [3572.1 3465.3 3442.7 1304.9 299.5 0]
18 ];
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201
202
203
204
205
206
207
208
209
210
211
212
213
214
215
216
217
218
219
220
221
222
223
224
225
226
227
228
229
230
231
232
233
234
235
236
237
238
239
240
241
242
243
244
245
246
247
248
249
250
251
252
253
254
255
256
257
258
259
260
261
262
263
264
265
266
267
268
269
270
271
272
273
274
275
276
277
278
279
280
281
282
283
284
285
286
287
288
289
290
291
292
293
294
295
296
297
298
299
300
301
302
303
304
305
306
307
308
309
310
311
312
313
314
315
316
317
318
319
320
321
322
323
324
325
326
327
328
329
330
331
332
333
334
335
336
337
338
339
340
341
342
343
344
345
346
347
348
349
350
351
352
353
354
355
356
357
358
359
360
361
362
363
364
365
366
367
368
369
370
371
372
373
374
375
376
377
378
379
380
381
382
383
384
385
386
387
388
389
390
391
392
393
394
395
396
397
398
399
400
401
402
403
404
405
406
407
408
409
410
411
412
413
414
415
416
417
418
419
420
421
422
423
424
425
426
427
428
429
430
431
432
433
434
435
436
437
438
439
440
441
442
443
444
445
446
447
448
449
450
451
452
453
454
455
456
457
458
459
460
461
462
463
464
465
466
467
468
469
470
471
472
473
474
475
476
477
478
479
480
481
482
483
484
485
486
487
488
489
490
491
492
493
494
495
496
497
498
499
500
501
502
503
504
505
506
507
508
509
510
511
512
513
514
515
516
517
518
519
520
521
522
523
524
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584
585
586
587
588
589
590
591
592
593
594
595
596
597
598
599
600
601
602
603
604
605
606
607
608
609
610
611
612
613
614
615
616
617
618
619
620
621
622
623
624
625
626
627
628
629
630
631
632
633
634
635
636
637
638
639
640
641
642
643
644
645
646
647
648
649
650
651
652
653
654
655
656
657
658
659
660
661
662
663
664
665
666
667
668
669
670
671
672
673
674
675
676
677
678
679
680
681
682
683
684
685
686
687
688
689
690
691
692
693
694
695
696
697
698
699
700
701
702
703
704
705
706
707
708
709
710
711
712
713
714
715
716
717
718
719
720
721
722
723
724
725
726
727
728
729
730
731
732
733
734
735
736
737
738
739
740
741
742
743
744
745
746
747
748
749
750
751
752
753
754
755
756
757
758
759
760
761
762
763
764
765
766
767
768
769
770
771
772
773
774
775
776
777
778
779
780
781
782
783
784
785
786
787
788
789
790
791
792
793
794
795
796
797
798
799
800
801
802
803
804
805
806
807
808
809
810
811
812
813
814
815
816
817
818
819
820
821
822
823
824
825
826
827
828
829
830
831
832
833
834
835
836
837
838
839
840
841
842
843
844
845
846
847
848
849
850
851
852
853
854
855
856
857
858
859
860
861
862
863
864
865
866
867
868
869
870
871
872
873
874
875
876
877
878
879
880
881
882
883
884
885
886
887
888
889
890
891
892
893
894
895
896
897
898
899
900
901
902
903
904
905
906
907
908
909
910
911
912
913
914
915
916
917
918
919
920
921
922
923
924
925
926
927
928
929
930
931
932
933
934
935
936
937
938
939
940
941
942
943
944
945
946
947
948
949
950
951
952
953
954
955
956
957
958
959
960
961
962
963
964
965
966
967
968
969
970
971
972
973
974
975
976
977
978
979
980
981
982
983
984
985
986
987
988
989
990
991
992
993
994
995
996
997
998
999
1000
1001
1002
1003
1004
1005
1006
1007
1008
1009
1010
1011
1012
1013
1014
1015
1016
1017
1018
1019
1020
1021
1022
1023
1024
1025
1026
1027
1028
1029
1030
1031
1032
1033
1034
1035
1036
1037
1038
1039
1040
1041
1042
1043
1044
1045
1046
1047
1048
1049
1050
1051
1052
1053
1054
1055
1056
1057
1058
1059
1060
1061
1062
1063
1064
1065
1066
1067
1068
1069
1070
1071
1072
1073
1074
1075
1076
1077
1078
1079
1080
1081
1082
1083
1084
1085
1086
1087
1088
1089
1090
1091
1092
1093
1094
1095
1096
1097
1098
1099
1100
1101
1102
1103
1104
1105
1106
1107
1108
1109
1110
1111
1112
1113
1114
1115
1116
1117
1118
1119
1120
1121
1122
1123
1124
1125
1126
1127
1128
1129
1130
1131
1132
1133
1134
1135
1136
1137
1138
1139
1140
1141
1142
1143
1144
1145
1146
1147
1148
1149
1150
1151
1152
1153
1154
1155
1156
1157
1158
1159
1160
1161
1162
1163
1164
1165
1166
1167
1168
1169
1170
1171
1172
1173
1174
1175
1176
1177
1178
1179
1180
1181
1182
1183
1184
1185
1186
1187
1188
1189
1190
1191
1192
1193
1194
1195
1196
1197
1198
1199
1200
1201
1202
1203
1204
1205
1206
1207
1208
1209
1210
1211
1212
1213
1214
1215
1216
1217
1218
1219
1220
1221
1222
1223
1224
1225
1226
1227
1228
1229
1230
1231
1232
1233
1234
1235
1236
1237
1238
1239
1240
1241
1242
1243
1244
1245
1246
1247
1248
1249
1250
1251
1252
1253
1254
1255
1256
1257
1258
1259
1260
1261
1262
1263
1264
1265
1266
1267
1268
1269
1270
1271
1272
1273
1274
1275
1276
1277
1278
1279
1280
1281
1282
1283
1284
1285
1286
1287
1288
1289
1290
1291
1292
1293
1294
1295
1296
1297
1298
1299
1300
1301
1302
1303
1304
1305
1306
1307
1308
1309
1310
1311
1312
1313
1314
1315
1316
1317
1318
1319
1320
1321
1322
1323
1324
1325
1326
1327
1328
1329
1330
1331
1332
1333
1334
1335
1336
1337
1338
1339
1340
1341
1342
1343
1344
1345
1346
1347
1348
1349
1350
1351
1352
1353
1354
1355
1356
1357
1358
1359
1360
1361
1362
1363
1364
1365
1366
1367
1368
1369
1370
1371
1372
1373
1374
1375
1376
1377
1378
1379
1380
1381
1382
1383
1384
1385
1386
1387
1388
1389
1390
1391
1392
1393
1394
1395
1396
1397
1398
1399
1400
1401
1402
1403
1404
1405
1406
1407
1408
1409
1410
1411
1412
1413
1414
1415
1416
1417
1418
1419
1420
1421
1422
1423
1424
1425
1426
1427
1428
1429
1430
1431
1432
1433
1434
1435
1436
1437
1438
1439
1440
1441
1442
1443
1444
1445
1446
1447
1448
1449
1450
1451
1452
1453
1454
1455
1456
1457
1458
1459
1460
1461
1462
1463
1464
1465
1466
1467
1468
1469
1470
1471
1472
1473
1474
1475
1476
1477
1478
1479
1480
1481
1482
1483
1484
1485
1486
1487
1488
1489
1490
1491
1492
1493
1494
1495
1496
1497
1498
1499
1500
1501
1502
1503
1504
1505
1506
1507
1508
1509
1510
1511
1512
1513
1514
1515
1516
1517
1518
1519
1520
1521
1522
1523
1524
1525
1526
1527
1528
1529
1530
1531
1532
1533
1534
1535
1536
1537
1538
1539
1540
1541
1542
1543
1544
1545
1546
1547
1548
1549
1550
1551
1552
1553
1554
1555
1556
1557
1558
1559
1560
1561
1562
1563
1564
1565
1566
1567
1568
1569
1570
1571
1572
1573
1574
1575
1576
1577
1578
1579
1580
1581
1582
1583
1584
1585
1586
1587
1588
1589
1590
1591
1592
1593
1594
1595
1596
1597
1598
1599
1600
1601
1602
1603
1604
1605
1606
1607
1608
1609
1610
1611
1612
1613
1614
1615
1616
1617
1618
1619
1620
1621
1622
1623
1624
1625
1626
1627
1628
1629
1630
1631
1632
1633
1634
1635
1636
1637
1638
1639
1640
1641
1642
1643
1644
1645
1646
1647
1648
1649
1650
1651
1652
1653
1654
1655
1656
1657
1658
1659
1660
1661
1662
1663
1664
1665
1666
1667
1668
1669
1670
1671
1672
1673
1674
1675
1676
1677
1678
1679
1680
1681
1682
1683
1684
1685
1686
1687
1688
1689
1690
1691
1692
1693
1694
1695
1696
1697
1698
1699
1700
1701
1702
1703
1704
1705
1706
1707
1708
1709
1710
1711
1712
1713
1714
1715
1716
1717
1718
1719
1720
1721
1722
1723
1724
1725
1726
1727
1728
1729
1730
1731
1732
1733
1734
1735
1736
1737
1738
1739
1740
1741
1742
1743
1744
1745
1746
1747
1748
1749
1750
1751
1752
1753
1754
1755
1756
1757
1758
1759
1760
1761
1762
1763
1764
1765
1766
1767
1768
1769
1770
1771
1772
1773
1774
1775
1776
1777
1778
1779
1780
1781
1782
1783
1784
1785
1786
1787
1788
1789
1790
1791
1792
1793
1794
1795
1796
1797
1798
1799
1800
1801
1802
1803
1804
1805
1806
1807
1808
1809
1810
1811
1812
1813
1814
1815
1816
1817
1818
1819
1820
1821
1822
1823
1824
1825
1826
1827
1828
1829
1830
1831
1832
1833
1834
1835
1836
1837
1838
1839
1840
1841
1842
1843
1844
1845
1846
1847
1848
1849
1850
1851
1852
1853
1854
1855
1856
1857
1858
1859
1860
1861
1862
1863
1864
1865
1866
1867
1868
1869
1870
1871
1872
1873
1874
1875
1876
1877
1878
1879
1880
1881
1882
1883
1884
1885
1886
1887
1888
1889
1890
1891
1892
1893
1894
1895
1896
1897
1898
1899
1900
1901
1902
1903
1904
1905
1906
1907
1908
1909
1910
1911
1912
1913
1914
1915
1916
1917
1918
1919
1920
1921
1922
1923
1924
1925
1926
1927
1928
1929
1930
1931
1932
1933
1934
1935
1936
1937
1938
1939
1940
1941
1942
1943
1944
1945
1946
1947
1948
1949
1950
1951
1952
1953
1954
1955
1956
1957
1958
1959
1960
1961
1962
1963
1964
1965
1966
1967
1968
1969
1970
1971
1972
1973
1974
1975
1976
1977
1978
1979
1980
1981
1982
1983
1984
1985
1986
1987
1988
1989
1990
1991
1992
1993
1994
1995
1996
1997
1998
1999
2000
2001
2002
2003
2004
2005
2006
2007
2008
2009
2010
2011
2012
2013
2014
2015
2016
2017
2018
2019
2020
2021
2022
2023
2024
2025
2026
2027
2028
2029
2030
2031
2032
2033
2034
2035
2036
2037
2038
2039
2040
2041
2042
2043
2044
2045
2046
2047
2048
2049
2050
2051
2052
2053
2054
2055
2056
2057
2058
2059
2060
2061
2062
2063
2064
2065
2066
2067
2068
2069
2070
2071
2072
2073
2074
2075
2076
2077
2078
2079
2080
2081
2082
2083
2084
2085
2086
2087
2088
2089
2090
2091
2092
2093
2094
2095
2096
2097
2098
2099
2100
2101
2102
2103
2104
2105
2106
2107
2108
2109
2110
2111
2112
2113
2114
2115
2116
2117
2118
2119
2120
2121
2122
2123
2124
2125
2126
2127
2128
2129
2130
2131
2132
2133
2134
2135
2136
2137
2138
2139
2140
2141
2142
2143
2144
2145
2146
2147
2148
2149
2150
2151
2152
2153
2154
2155
2156
2157
2158
2159
2160
2161
2162
2163
2164
2165
2166
2167
2168
2169
2170
2171
2172
2173
2174
2175
2176
2177
2178
2179
2180
2181
2182
2183
2184
2185
2186
2187
2188
2189
2190
2191
2192
2193
2194
2195
2196
2197
2198
2199
2200
2201
2202
2203
2204
2205
2206
2207
2208
2209
2210
2211
2212
2213
2214
2215
2216
2217
2218
2219
2220
2221
2222
2223
2224
2225
2226
2227
2228
2229
2230
2231
2232
2233
2234
2235
2236
2237
2238
2239
2240
2241
2242
2243
2244
2245
2246
2247
2248
2249
2250
2251
2252
2253
2254
2255
2256
2257
2258
2259
2260
2261
2262
2263
2264
2265
2266
2267
2268
2269
2270
2271
2272
2273
2274
2275
2276
2277
2278
2279
2280
2281
2282
2283
2284
2285
2286
2287
2288
2289
2290
2291
2292
2293
2294
2295
2296
2297
2298
2299
2300
2301
2302
2303
2304
2305
2306
2307
2308
2309
2310
2311
2312
2313
2314
2315
2316
2317
2318
2319
2320
2321
2322
2323
2324
2325
2326
2327
2328
2329
2330
2331
2332
2333
2334
2335
2336
2337
2338
2339
2340
2341
2342
2343
2344
2345
2346
2347
2348
2349
2350
2351
2352
2353
2354
2355
2356
2357
2358
2359
2360
2361
2362
2363
2364
2365
2366
2367
2368
2369
2370
2371
2372
2373
2374
2375
2376
2377
2378
2379
2380
2381
2382
2383
2384
2385
2386
2387
2388
2389
2390
2391
2392
2393
2394
2395
2396
2397
2398
2399
2400
2401
2402
2403
2404
2405
2406
2407
2408
2409
2410
2411
2412
2413
2414
2415
2416
2417
2418
2419
2420
2421
2422
2423
2424
2425
2426
2427
2428
2429
2430
2431
2432
2433
2434
2435
2436
2437
2438
2439
2440
2441
2442
2443
2444
2445
2446
2447
2448
2449
2450
2451
2452
2453
2454
2455
2456
2457
2458
2459
2460
2461
2462
2463
2464
2465
2466
2467
2468
2469
2470
2471
2472
2473
2474
2475
2476
2477
2478
2479
2480
2481
2482
2483
2484
2485
2486
2487
2488
2489
2490
2491
2492
2493
2494
2495
2496
2497
2498
2499
2500
2501
2502
2503
2504
2505
2506
2507
2508
2509
2510
2511
2512
2513
2514
2515
2516
2517
2518
2519
2520
2521
2522
2523
2524
2525
2526
2527
2528
2529
2530
2531
2532
2533
2534
2535
2536
2537
2538
2539
2540
2541
2542
2543
2544
2545
2546
2547
2548
2549
2550
2551
2552
2553
2554
2555
2556
2557
2558
2559
2560
2561
2562
2563
2564
2565
2566
2567
2568
2569
2570
2571
2572
2573
2574
2575
2576
2577
2578
2579
2580
2581
2582
2583
2584
2585
2586
2587
2588
2589
2590
2591
2592
2593
2594
2595
2596
2597
2598
2599
2600
2601
2602
2603
2604
2605
2606
2607
2608
2609
2610
2611
2612
2613
2614
2615
2616
2617
2618
2619
2620
2621
2622
2623
2624
2625
2626
2627
2628
2629
2630
2
```

# Contraintes du programme OPL

```

48 subject to {
49   // MONTREAL
50   // Contrainte liante de ville précédente
51
52   //Mtl commence part de montreal même si son premier match est ailleurs!
53   Ville_precedente_Mtl[1] == 1;
54
55   //Si une équipe à jouer son match précédent à l'extérieur alors elle arrive de labas
56   forall(i in 2..N_i+1, j in Teams) (Mtl[i-1][j]["0"]==1) => (Ville_precedente_Mtl[i] == j);
57
58   //Si Mtl joue son match précédent à la maison alors elle arrive de Mtl
59   forall(i in 2..N_i+1, j in Teams) (Mtl[i-1][j]["1"]==1) => (Ville_precedente_Mtl[i] == 1);
60
61
62   // Mtl ne joue pas contre lui-même
63   forall(i in 1..N_i, k in Home) Mtl[i][1][k]==0 ;
64
65   // Mtl joue 1 fois a domicile contre chaque équipe et 1 fois a l'exterieur contre chaque équipe
66   forall(Teams in 2..6, k in Home) sum(i in I) Mtl[i][Teams][k]==1;
67
68   // Mtl joue un match à la fois
69   forall(i in I) sum(j in Teams, k in Home) Mtl[i][j][k]==1 ;
70
71   // Mtl joue maximum 3 matchs à l'exterieur de suite
72   forall (i in 1..(N_i-3)) sum (z in 0..3, j in Teams) (Mtl[i+z][j]["0"]) <= 3 ;
73
74   // Mtl joue maximum 3 matchs à domicile de suite
75   forall (i in 1..(N_i-3)) sum (z in 0..3, j in Teams) (Mtl[i+z][j]["1"]) <= 3 ;
76
77
78   //TORONTO
79   // Contrainte liante de ville précédente
80
81
82   //Tor part de Tor même si son premier match est ailleurs!
83   Ville_precedente_Tor[1] == 2;
84
85   //Si une équipe à jouer son match précédent à l'extérieur alors elle arrive de labas
86   forall(i in 2..N_i+1, j in Teams) (Tor[i-1][j]["0"]==1) => (Ville_precedente_Tor[i] == j);
87
88   //Si Tor joue son match précédent à la maison alors elle arrive de Tor
89   forall(i in 2..N_i+1, j in Teams) (Tor[i-1][j]["1"]==1) => (Ville_precedente_Tor[i] == 2);
90
91
92   // Tor ne joue pas contre lui-même
93   forall(i in 1..N_i, k in Home) Tor[i][2][k]==0 ;
94
95   // Tor joue 1 fois a domicile contre chaque équipe et 1 fois a l'exterieur contre chaque équipe
96   forall(Teams in {1,3,4,5,6}, k in Home) sum(i in I) Tor[i][Teams][k]==1;
97
98   // Tor joue un match à la fois
99   forall(i in I) sum(j in Teams, k in Home) Tor[i][j][k]==1 ;
100
101   // Tor joue maximum 3 matchs à l'exterieur de suite
102   forall (i in 1..(N_i-3)) sum (z in 0..3, j in Teams) (Tor[i+z][j]["0"]) <= 3 ;
103
104   // Tor joue maximum 3 matchs à domicile de suite
105   forall (i in 1..(N_i-3)) sum (z in 0..3, j in Teams) (Tor[i+z][j]["1"]) <= 3 ;
106
107

```

```

107 //Ottawa
108 // Contrainte liante de ville précédente
109
110 //Ott part de ott même si son premier match est ailleurs!
111 Ville_precedente_Ott[1] == 3;
112
113 //Si une équipe à jouer son match précédent à l'extérieur alors elle arrive de labas
114 forall(i in 2..N_i+1, j in Teams) (Ott[i-1][j]["0"]==1) => (Ville_precedente_Ott[i] == j);
115
116 //Si Ott joue son match précédent à la maison alors elle arrive de Ott
117 forall(i in 2..N_i+1, j in Teams) (Ott[i-1][j]["1"]==1) => (Ville_precedente_Ott[i] == 3);
118
119 // Ott ne joue pas contre lui-même
120 forall(i in 1..N_i, k in Home) Ott[i][3][k]==0 ;
121
122 // Ott joue 1 fois a domicile contre chaque équipe et 1 fois a l'exterieur contre chaque équipe
123 forall(Teams in {1,2,4,5,6}, k in Home) sum(i in I) Ott[i][Teams][k]==1;
124
125 // Ott joue un match à la fois
126 forall(i in I) sum(j in Teams, k in Home) Ott[i][j][k]==1 ;
127
128 // Ott joue maximum 3 matchs à l'exterieur de suite
129 forall (i in 1..(N_i-3)) sum (z in 0..3, j in Teams) (Ott[i+z][j]["0"]) <= 3 ;
130
131 // Ott joue maximum 3 matchs à domicile de suite
132 forall (i in 1..(N_i-3)) sum (z in 0..3, j in Teams) (Ott[i+z][j]["1"]) <= 3 ;
133
134
135 //Winnipeg
136 // Contrainte liante de ville précédente
137
138
139 //Win commence part de Winnipeg même si son premier match est ailleurs!
140 Ville_precedente_Win[1] == 4;
141
142 //Si une équipe à jouer son match précédent à l'extérieur alors elle arrive de labas
143 forall(i in 2..N_i+1, j in Teams) (Win[i-1][j]["0"]==1) => (Ville_precedente_Win[i] == j);
144
145 //Si Win joue son match précédent à la maison alors elle arrive de Ott
146 forall(i in 2..N_i+1, j in Teams) (Win[i-1][j]["1"]==1) => (Ville_precedente_Win[i] == 4);
147
148
149 // Win ne joue pas contre lui-même
150 forall(i in 1..N_i, k in Home) Win[i][4][k]==0 ;
151
152 // Win joue 1 fois a domicile contre chaque équipe et 1 fois a l'exterieur contre chaque équipe
153 forall(Teams in {1,2,3,5,6}, k in Home) sum(i in I) Win[i][Teams][k]==1;
154
155 // Win joue un match à la fois
156 forall(i in I) sum(j in Teams, k in Home) Win[i][j][k]==1 ;
157
158 // Win joue maximum 3 matchs à l'exterieur de suite
159 forall (i in 1..(N_i-3)) sum (z in 0..3, j in Teams) (Win[i+z][j]["0"]) <= 3 ;
160
161 // Win joue maximum 3 matchs à domicile de suite
162 forall (i in 1..(N_i-3)) sum (z in 0..3, j in Teams) (Win[i+z][j]["1"]) <= 3 ;
163

```



```

164 //Calgary
165 // Contrainte liante de ville précédente
166
167 //Cal commence part de Calgary même son premier match est ailleurs!
168 Ville_precedente_Cal[1] == 5;
169
170 //Si une équipe à jouer son match précédent à l'extérieur alors elle arrive de labas
171 forall(i in 2..N_i+1, j in Teams) (Cal[i-1][j]["0"]==1 => (Ville_precedente_Cal[i] == j));
172
173 //Si un équipe joue son match précédent à la maison alors elle arrive de la maison
174 forall(i in 2..N_i+1, j in Teams) (Cal[i-1][j]["1"]==1 => (Ville_precedente_Cal[i] == 5));
175
176
177 // Cal ne joue pas contre lui-même
178 forall(i in 1..N_i, k in Home) Cal[i][5][k]==0 ;
179
180 // Cal joue 1 fois a domicile contre chaque équipe et 1 fois a l'exterieur contre chaque équipe
181 forall(Teams in {1,2,3,4,6}, k in Home) sum(i in I) Cal[i][Teams][k]==1;
182
183 // Cal joue un match à la fois
184 forall(i in I) sum(j in Teams, k in Home) Cal[i][j][k]==1 ;
185
186 // Cal joue maximum 3 matchs à l'exterieur de suite
187 forall (i in 1..(N_i-3)) sum (z in 0..3, j in Teams) (Cal[i+z][j]["0"]) <= 3 ;
188
189 // Cal joue maximum 3 matchs à domicile de suite
190 forall (i in 1..(N_i-3)) sum (z in 0..3, j in Teams) (Cal[i+z][j]["1"]) <= 3 ;
191
192 //Edmonton
193 // Contrainte liante de ville précédente
194
195 //Edm commence part de Edmonton même son premier match est ailleurs!
196 Ville_precedente_Edm[1] == 6;
197
198 //Si une équipe à jouer son match précédent à l'extérieur alors elle arrive de labas
199 forall(i in 2..N_i+1, j in Teams) (Edm[i-1][j]["0"]==1 => (Ville_precedente_Edm[i] == j));
200
201 //Si un équipe joue son match précédent à la maison alors elle arrive de la maison
202 forall(i in 2..N_i+1, j in Teams) (Edm[i-1][j]["1"]==1 => (Ville_precedente_Edm[i] == 6));
203
204 // Edm ne joue pas contre lui-même
205 forall(i in 1..N_i, k in Home) Edm[i][6][k]==0 ;
206
207 // Edm joue 1 fois a domicile contre chaque équipe et 1 fois a l'exterieur contre chaque équipe
208 forall(Teams in {1,2,3,4,5}, k in Home) sum(i in I) Edm[i][Teams][k]==1;
209
210
211 // Edm joue un match à la fois
212 forall(i in I) sum(j in Teams, k in Home) Edm[i][j][k]==1 ;
213
214 // Edm joue maximum 3 matchs à l'exterieur de suite
215 forall (i in 1..(N_i-3)) sum (z in 0..3, j in Teams) (Edm[i+z][j]["0"]) <= 3 ;
216
217 // Edm joue maximum 3 matchs à domicile de suite
218 forall (i in 1..(N_i-3)) sum (z in 0..3, j in Teams) (Edm[i+z][j]["1"]) <= 3 ;
219

```

```

220 // Contraintes qui lient les équipes
221
222 forall(i in I) Mtl[i][2]["0"] == Tor[i][1]["1"];
223 forall(i in I) Mtl[i][2]["1"] == Tor[i][1]["0"];
224 forall(i in I) Mtl[i][3]["0"] == Ott[i][1]["1"];
225 forall(i in I) Mtl[i][3]["1"] == Ott[i][1]["0"];
226 forall(i in I) Mtl[i][4]["0"] == Win[i][1]["1"];
227 forall(i in I) Mtl[i][4]["1"] == Win[i][1]["0"];
228 forall(i in I) Mtl[i][5]["0"] == Cal[i][1]["1"];
229 forall(i in I) Mtl[i][5]["1"] == Cal[i][1]["0"];
230 forall(i in I) Mtl[i][6]["0"] == Edm[i][1]["1"];
231 forall(i in I) Mtl[i][6]["1"] == Edm[i][1]["0"];
232
233 forall(i in I) Tor[i][3]["0"] == Ott[i][2]["1"];
234 forall(i in I) Tor[i][3]["1"] == Ott[i][2]["0"];
235 forall(i in I) Tor[i][4]["0"] == Win[i][2]["1"];
236 forall(i in I) Tor[i][4]["1"] == Win[i][2]["0"];
237 forall(i in I) Tor[i][5]["0"] == Cal[i][2]["1"];
238 forall(i in I) Tor[i][5]["1"] == Cal[i][2]["0"];
239 forall(i in I) Tor[i][6]["0"] == Edm[i][2]["1"];
240 forall(i in I) Tor[i][6]["1"] == Edm[i][2]["0"];
241
242 forall(i in I) Ott[i][4]["0"] == Win[i][3]["1"];
243 forall(i in I) Ott[i][4]["1"] == Win[i][3]["0"];
244 forall(i in I) Ott[i][5]["0"] == Cal[i][3]["1"];
245 forall(i in I) Ott[i][5]["1"] == Cal[i][3]["0"];
246 forall(i in I) Ott[i][6]["0"] == Edm[i][3]["1"];
247 forall(i in I) Ott[i][6]["1"] == Edm[i][3]["0"];
248
249 forall(i in I) Win[i][5]["0"] == Cal[i][4]["1"];
250 forall(i in I) Win[i][5]["1"] == Cal[i][4]["0"];
251 forall(i in I) Win[i][6]["0"] == Edm[i][4]["1"];
252 forall(i in I) Win[i][6]["1"] == Edm[i][4]["0"];
253
254 forall(i in I) Cal[i][6]["0"] == Edm[i][5]["1"];
255 forall(i in I) Cal[i][6]["1"] == Edm[i][5]["0"];

```