Norges Handelshøyskole, Bergen

Besvarelse i METOZO

Antall ark tilsammen (påføres første side) 24

Kandidatens nr 20058

Side 1

Tirs dag 16/12

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

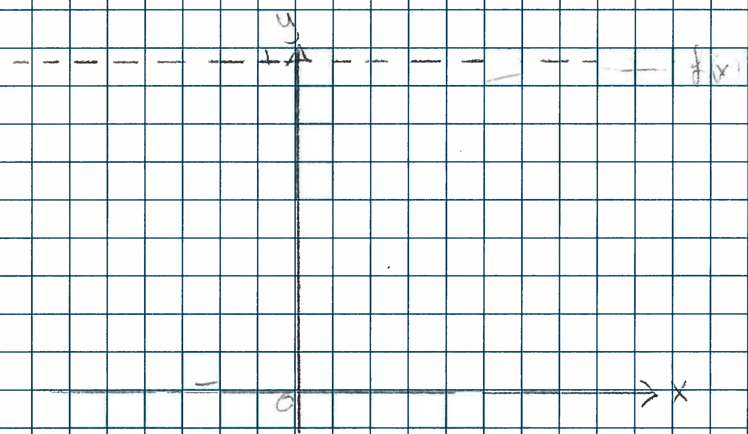
Oppgave 1

a)

$$f(x) = \frac{1}{1+3e^{-2x}} = \frac{1}{1+\frac{3}{e^{2x}}}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{1+\frac{3}{e^{2x}}}\right) = \frac{1}{1+0} = \underline{\underline{1}}$$ ($3/e^{2x}$ går mot 0 når $x \to \infty$)

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{1+\frac{3}{e^{2x}}}\right) = \underline{\underline{0}}$$ ($1+3e^{-2x} \to \infty$ når $x \to \infty$ så $1/(1+3e^{-2x}) \to 0$ når $x \to \infty$.)



Svar: Vi har altså at $0 < f(x) < 1$ for alle x. Når $x \to -\infty$ nærmer f(x) seg verdien 0 og når $x \to \infty$, nærmer f(x) seg verdien 1.

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

1b)

$$\frac{df}{dx} = \frac{d}{dx}\left[\frac{1}{3^{2x}}\right] \cdot \frac{d}{dx}\left[\frac{1}{1+e^{2x}}\right] = 0$$

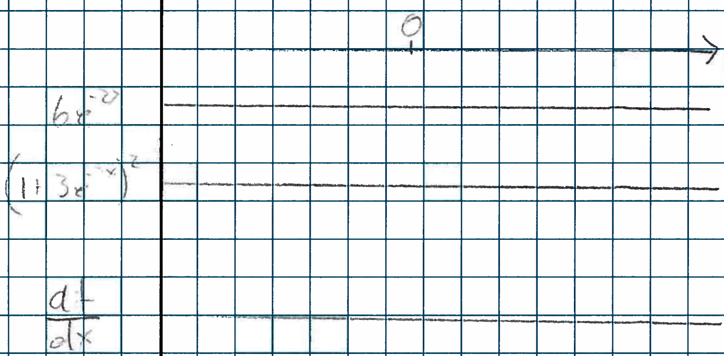
Kjerneregelen.
$u = 1+3e^{-2x}$
$du/dx = -6e^{-2x}$

$$\frac{d}{du}\left[\frac{1}{u}\right] \cdot \frac{du}{dx} = 0$$ Deriverer d/du

$$\frac{(-1)}{u^2} \cdot \frac{du}{dx} = 0$$ setter inn for u og du/dx

$$\frac{-1}{(1+3e^{-2x})^2} \cdot (-6e^{-2x}) = 0$$ trekker sammen

$$\frac{6e^{-2x}}{(1+3e^{-2x})^2} = 0$$ Fortegnslinje



Svar: $f(x)$ vokser på $\langle -\infty, \infty \rangle$;
$f(x)$ endrer ikke og har
verken noe maksimum
eller minimumspunkter
fordi $f(x)$ er strengt
voksende på hele D_f

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

1c)

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = \frac{d}{dx}\frac{df}{dx} = \frac{d}{dx}\left[\frac{6e^{-2x}}{(1+3e^{-2x})^2}\right] = 0$$

Kvotientregelen

$$\frac{\frac{d}{dx}\left[6e^{-2x}\right]\cdot(1+3e^{-2x})^2 - (6e^{-2x})\cdot\frac{d}{dx}\left[(1+3e^{-2x})^2\right]}{\left((1+3e^{-2x})^2\right)^2} = 0$$

Kjerneregelen

$u = 1+3e^{-2x}$

$du/dx = -6e^{-2x}$

$$\frac{\frac{d}{dx}\left[6e^{-2x}\right]\cdot(1+3e^{-2x})^2 - 6e^{-2x}\cdot\frac{d}{du}\left[u^2\right]\cdot\frac{du}{dx}}{(1+3e^{-2x})^4} = 0$$

Deriverer og setter inn for u og du/dx

$$\frac{-12e^{-2x}(1+3e^{-2x})^2 - 6e^{-2x}\cdot 2(1+3e^{-2x})\cdot(-6e^{-2x})}{(1+3e^{-2x})^4} = 0$$

Faktoriserer

$$\frac{(6e^{-2x})(1+3e^{-2x})\left(-2(1+3e^{-2x}) + 2\cdot 6e^{-2x}\right)}{(1+3e^{-2x})^4} = 0$$

$\frac{v}{v^1} = \frac{1}{v^3}$

$$\frac{6e^{-2x}\left(\cancel{-2}\ 2\cdot 6e^{-2x} - 2(1+3e^{-2x})\right)}{(1+3e^{-2x})^3} = 0$$

Det Både $6e^{-2x}$ og $(1+3e^{-2x})$ er alltid positive. Finner vendepunkt

Hel omregning

$2\cdot 6e^{-2x} - 2(1+3e^{-2x}) = 0$ | $\cdot\frac{1}{2}$ [illegible]

$6e^{-2x} = 1+3e^{-2x}$

$3e^{-2x} = 1$ | $\cdot\frac{1}{3}$

$e^{-2x} = \frac{1}{3}$ | VS ↔ HS

$e^{2x} = 3$ | ln VS = ln HS

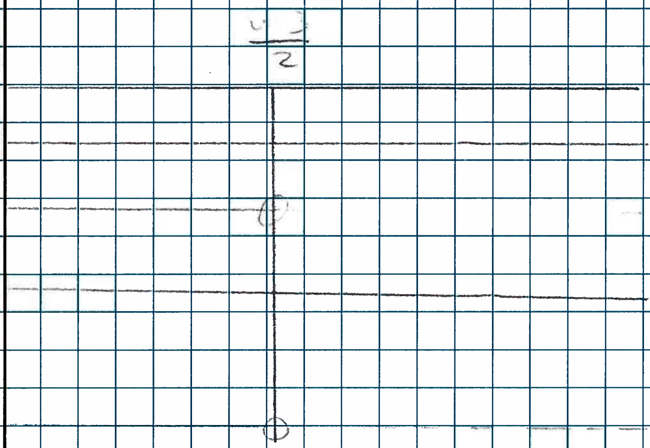
Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

$\ln(e^{2x}) = \ln 3$ | $\ln(c^b) = b\ln c$

$2x\ln e = \ln 3$ | $\cdot \frac{1}{2}$

$x = \frac{\ln 3}{2}$

[illegible]



$6e^{-x}$

$(2 \cdot 6e^{x} - 2(1+3e^{x}))$

$(1+3e^{2x})^3$

$\frac{d^2f}{dx^2}$

Svar: $f(x)$ er konveks på $\langle -\infty, \frac{\ln 3}{2}]$,

$f(x)$ er konkav på $[\frac{\ln 3}{2}, \infty\rangle$,

Vendepunkt i $f(x = \frac{\ln 3}{2}) = \frac{1}{2}$.

Norges Handelshøyskole, Bergen

Besvarelse i ....

Antall ark tilsammen (påføres første side)

Kandidatens nr 20058

Side 5

dag / .

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

1d)

f(x) har en invers funksjon fordi hver y-verdi korresponderer til én og kun én x-verdi. Dette er tydelig for f(x) siden den er strengt voksende på $\langle -\infty, \infty \rangle$. [illegible] (tabell [illegible]) kan brukes som et bevis

$$y = \frac{1}{1+3e^{-2x}} \qquad \Big|\; VS^{-1} = HS^{-1}$$

$$1+3e^{-2x} = \frac{1}{y} \qquad \Big|\; \text{Flytter 1 over [illegible]}$$

$$3e^{-2x} = \frac{1-y}{y} \qquad \Big|\; \cdot \frac{1}{3}$$

$$e^{-2x} = \frac{1-y}{3y} \qquad \Big|\; \ln VS = \ln HS$$

Bruker ln-regler

$$\ln(e^{-2x}) = \ln\left(\frac{1-y}{3y}\right)$$

$$-2x \cdot \ln e = \ln(1-y) - \ln(3y) \qquad \Big|\; \cdot \frac{1}{(-2)}$$

$$x = \frac{\ln(1-y) - \ln(3y)}{-2} \qquad \Big|\; \frac{(-1)}{(-1)}$$

$$x = \frac{\ln 3y - \ln(1-y)}{2} \qquad \Big|\; \ln(3y) = \ln 3 + \ln y$$

$$x = \frac{\ln 3 + \ln y - \ln(1-y)}{2}$$

Svar: $f^{-1}(y) = \frac{\ln 3 + \ln y - \ln(1-y)}{2}$. $\quad D_{f^{-1}} = V_f = \langle 0, 1 \rangle$.

$V_{f^{-1}} = D_f = \langle -\infty, \infty \rangle$.

0/0

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

1d (forts.)

Svar forsatt. Det [illegible] viktig i funksjonen: y må være >0 $y>$ [illegible] for [illegible], [illegible] og $y<1$ for at $\ln(1-y)$ er definert.

1e)

$$\frac{dy}{dx} = ay - by^2$$ | setter inn i $\frac{dy}{dx}$ [illegible]

$$\frac{6e^{-2x}}{(1+3e^{-2x})^2} = \frac{a}{1+3e^{-2x}} - \frac{b}{(1+3e^{-2x})^2}$$ | deler [illegible]

$$\frac{6e^{-2x}}{(1+3e^{-2x})^2} = \frac{a(1+3e^{-2x}) - b}{(1+3e^{-2x})^2}$$ | Trekker sammen

$$\frac{6e^{-2x}}{(1+3e^{-2x})^2} = \frac{3ae^{-2x} + (a-b)}{(1+3e^{-2x})^2}$$

Mellomregning.

$6e^{-2x} = 3ae^{-2x}$ $\Big| \cdot \frac{1}{3e^{-2x}}$

$a = 2.$

og $(a-b) = 0$

$b = a$

$b = 2$

$$\frac{6e^{-2x}}{(1+3e^{-2x})^2} = \frac{3\cdot 2e^{-2x} + (2-2)}{(1+3e^{-2x})^2}$$

Svar: $a = b = 2$

Norges Handelshøyskole, Bergen

Besvarelse i ....

Antall ark tilsammen (påføres første side)

Kandidatens nr 20058

Side 7

dag / .

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

Oppgave 2

$f(x) = x^3 - x$

$g(x) = x$

Finner nå vi får punktene der $f(x) = g(x)$

$f(x) = g(x)$

$x^3 - x = x$

$x^3 - 2x = 0$ | Faktoriserer og $2 = (\sqrt{2})^2$

$x(x^2 - (\sqrt{2})^2) = 0$ | Utleder

$x(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$

Løsninger $x = \begin{cases} -\sqrt{2} \\ 0 \\ \sqrt{2} \end{cases}$

$A = \int_{-\sqrt{2}}^{0} (f(x) - g(x))\,dx + \int_{0}^{\sqrt{2}} (g(x) - f(x))\,dx$ | Setter inn for $f(x)$ og $g(x)$

$A = \int_{-\sqrt{2}}^{0} ((x^3 - x) - x)\,dx + \int_{0}^{\sqrt{2}} (x - (x^3 - x))\,dx$ | Trekker sammen

$A = \int_{-\sqrt{2}}^{0} (x^3 - 2x)\,dx + \int_{0}^{\sqrt{2}} (2x - x^3)\,dx$ | Integrerer

$A = \left[\frac{1}{4}x^4 - x^2\right]_{-\sqrt{2}}^{0} + \left[x^2 - \frac{1}{4}x^4\right]_{0}^{\sqrt{2}}$ | Regner ut

$A = 0 - \left(\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^4 - (-\sqrt{2})^2\right) + \left((\sqrt{2})^2 - \frac{1}{4}(\sqrt{2})^4\right) - 0$

$A = \underbrace{(-1)(1 - 2)}_{1} + \underbrace{(2 - 1)}_{1}$

$A = 2$

bl. 801.003 A

Kopien med rød trekant beholdes av kandidaten

Norges Handelshøyskole, Bergen

Besvarelse i ....

dag / .

Antall ark tilsammen (påføres første side)

Kandidatens nr 20058

Side 9

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

Svar: Arealet av det skraverte området er 2.
Arealet ble regnet ut ved å regne ut de
to separate områdene hver for seg
og deretter ved å integrere
("øverste" funksjonsuttrykk - "nederste" funksjonsuttrykk).
Arealet i hvert separate område er lik 1,
og summen totalt er ~~ds~~ det totale arealet 2.

bl. 801.003 A

Kopien med rød trekant beholdes av kandidaten

Norges Handelshøyskole, Bergen

Besvarelse i ....

dag / .

Antall ark tilsammen (påføres første side)

Kandidatens nr ...20058...

Side ....

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

Oppgave 3

Del [illegible]

Vi vil nå [illegible] verdien av årlig utbetalt midler er [illegible] for å finne [illegible] [illegible] som t, og funksjonen blir $A(1-\frac{p}{100})^{(n-1)} = K$.

Vi passer på å skrive $n-1$ så det første leddet −2011− sin verdi av utbetalt midler blir $A \cdot (1-p/100)^0 = A \cdot 1 = A$.

Det første ledd [illegible] [illegible] en [illegible] utbetalt midler

$$\overbrace{A\left(1-\frac{p}{100}\right)^{n-1}} = K \quad \Big| \cdot \frac{1}{A}$$

$$\left(1-\frac{p}{100}\right)^{n-1} = \frac{K}{A} \quad \Big| \ln VS = \ln HS$$

$$\ln\left(\left(1-\frac{p}{100}\right)^{n-1}\right) = \ln\left(\frac{K}{A}\right) \quad \Big| \text{Bruker ln-regler}$$

$$(n-1)\ln\left(1-\frac{p}{100}\right) = \ln(K) - \ln(A) \quad \Big| \cdot \frac{1}{\ln(1-p/100)}$$

$$n-1 = \frac{\ln(K) - \ln(A)}{\ln(1-p/100)} \quad \Big| \text{Flytter 1 over og [illegible] felles nevner}$$

$$n = \frac{\ln(K) - \ln(A) + \ln(1-p/100)}{\ln(1-p/100)} \quad \Big| \text{Setter inn for K, A og P}$$

$$n = \frac{\ln(4000000) - \ln(1000000) + \ln(1-[illegible])}{\ln(1-p/100)}$$

$n \approx 1$ [illegible]

9/

bl. 801.003 A

Kopien med rød trekant beholdes av kandidaten

Norges Handelshøyskole, Bergen

Besvarelse i .... Antall ark tilsammen (påføres første side) Kandidatens nr 20058

Side 0

dag / .

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

Svar: Forutsatt at vi har [illegible] [illegible] [illegible] hvor n han drift til år. (Tolkning fra oppgaven "for $n \geq$ ere positivt tall").

Har vi tolket 19 år med drift (hvor 2014 er det første). Siste år med drift etter 2014 [illegible] med drift blir $2014 + 18 = 2032$.

Det generelle uttrykket for verdien av utvunnet r.a.m er $A(1-[illegible])^{n-1}$, og ved å sette dette lik K, får vi siste år med drift.

bl. 801.003 A

Kopien med rød trekant beholdes av kandidaten

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

3b)

$$\text{Total Malmverdi} = A\left(1-\frac{p}{100}\right)^0 + A\left(1-\frac{p}{100}\right)^1 + \dots + A\left(1-\frac{p}{100}\right)^{18}$$ Trekker summen

$$\text{Total Malmverdi} = \sum_{i=0}^{18} A\left(1-\frac{p}{100}\right)^i$$

Totalt overskudd = Total malmverdi − Total kostnader

$$= \sum_{i=0}^{18} A\left(1-\frac{p}{100}\right)^i - n\,k$$ Utleder m. formelen for geometrisk rekker

$$= A\cdot\frac{1-\left(1-\frac{p}{100}\right)^n}{1-\left(1-\frac{p}{100}\right)} - n\,k \qquad \frac{1}{1-\left(1-\frac{p}{100}\right)} = \frac{1}{\frac{p}{100}} = \frac{100}{p}$$

$$= \frac{100A}{p}\left(1-\left(1-\frac{p}{100}\right)^n\right) - n\,k \qquad \text{setter inn for } A, k, n \text{ og } p.$$

$$= \frac{100\cdot 7\,000\,000}{3}\left(1-\left(1-\frac{3}{100}\right)^{19}\right) - 19\cdot 1\,000\,000$$

$$\approx 26\,423\,658\,59$$

Svar: Den geometriske rekken for verdien av all hentet malm er $A\left(1-\frac{p}{100}\right)^0 + A\left(1-\frac{p}{100}\right)^1 + \dots + A\left(1-\frac{p}{100}\right)^{18}$ og det totale overskuddet er $\approx 26\,423\,658\,59$.

Norges Handelshøyskole, Bergen

Besvarelse i ....

dag / .

Antall ark tilsammen (påføres første side)

Kandidatens nr 20058

Side 12

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

Oppgave 4

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & a \end{pmatrix}$$

a)

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & a \end{vmatrix}$$

$$= 0\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & a \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & a \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$ Løser

$$= 0 - 1(a-6) \quad (3-4)$$ Trekker sammen

$$= (6-a) - 2$$ Trekker sammen

$$= \underline{\underline{4-a}}$$

Svar: $\det(A) = (4-a)$

bl. 801.003 A

Kopien med rød trekant beholdes av kandidaten

4b)

Dette ligningssystemet har en entydig løsning når

$\det(A) \neq \quad \Rightarrow (4 - a) \neq 0 \quad a \neq$

Vi løser med Cramer's regel ved å sette inn resultatvektoren
~~[illegible]~~ i stedet for 1., 2 og 3. søyle i matrisen.

$\det(A) = (a - 1)$

$\det(A_1) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ b & 3 & c \end{vmatrix}$ | Utleder

$= 1\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ b & a \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ b & 3 \end{vmatrix}$ | Løser

$= (2a - 9) - 1(2a - 3b) + 2(- 2b)$ | Trekker sammen

$= (2a - 2a) (3b - 4b) +$ | Trekker sammen

$= \underline{\underline{(3 - b)}}$

$\det(A_2) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ & & 3 \\ 2 & b & c \end{vmatrix} = 0\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ b & a \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} & 3 \\ 2 & c \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & b \end{vmatrix}$ | Løser

$= 0 - 1(c - 6) + 2(b - 1)$ | Trekker sammen

$= \underline{2b - a - 2}$

$= \underline{\underline{2b - (c - 4)}}$

$\det(A_3) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & \\ 2 & 3 & b \end{vmatrix} = 0\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 3 & b \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & \\ 2 & \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & \end{vmatrix}$ | Løser

$= 0 - (b - 1) + 1(3 - \ )$ | Trekker sammen

$= \underline{\ \ - b}$

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

4 b) forts.

$$x = \frac{|A_1|}{|A|} = \frac{3-b}{4-a}$$

$$y = \frac{|A_2|}{|A|} = \frac{2[illegible] - (c[illegible])}{4-a}$$

$$z = \frac{|A_3|}{|A|} = \frac{3\ [illegible]}{4-a}$$

Svar: $V = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (3-b)/(4-a) \\ 2b-(a+?)/(4-a) \\ (3-b)/(4-a) \end{pmatrix}$, $a \neq 1$, a, c og b er parametere

Vi fant denne løsningen via Cramer, og denne metoden kan kun brukes om $|A| \neq 0$ $(a \neq 4)$ siden $|A| = 0$ ville gitt 0 i nevner.

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

4c) Løser med rekkeoperasjoner

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ b \end{pmatrix}$$

Utvidet koeffisientmatrise

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & a & b \end{pmatrix} \cdot(-2)$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & (a-6) & (b-4) \end{pmatrix} \begin{matrix} \cdot(-2) \\ \cdot(+1) \end{matrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & & -1 & 0 \\ 0 & & 2 & 1 \\ 0 & 0 & (a-4) & (b-3) \end{pmatrix}$$

Det svar:

Ingen løsninger når $(a-4) \neq 0$ og $(b-3) \neq 0$

Med andre ord, ingen løsning når $a = 4$ og $b \neq 3$.

Uendelig mange løsninger når $(a-4) = 0$ og $b-3 = 0$

Med andre ord, uendelig mange løsninger når $a = 4$ og $b = 3$.

$a = 4$, $b = 3$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Vi har her uendelig mange løsninger fordi alle z-verdier opprettholder likheten $0z = 0$.

Vi setter videre $z = t$, en parameter som kan velges helt fritt. Det gir:

$z = t$

$y = 1 - 2t$

$x = t$.

Norges Handelshøyskole, Bergen

Besvarelse i ....

dag / .

Antall ark tilsammen (påføres første side)

Kandidatens nr ....20058....

Side ....16....

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

Når a = 4 b = 3

Svar: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ 1-2t \\ t \end{pmatrix}$, der t kan velges helt fritt. ~~når~~

Når a = 4 b ≠ 3 har vi ingen løsning.

fordi $0z \neq$ el [illegible] er 0

bl. 801.003 A

Kopien med rød trekant beholdes av kandidaten

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

Oppgave 5

$$f(x,y) = x e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)}$$

a) $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$ | Produkt- og kjerneregelen, $u = -\frac{1}{2}(x^2+y^2)$ og $\partial u / \partial x = -x$

$$\frac{d}{dx}[x] \cdot e^u + x \cdot \frac{d}{du}\left[e^u\right] \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

[illegible] og [illegible]: $\frac{d}{du}[e^u] = e^u$

$$e^u\left(1 + x \cdot (-x)\right) = 0$$

$$\underline{e^u(1 - x^2) = 0}$$

e^u er alltid positiv, så $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$ når

$$1 - x^2 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$\underline{\underline{x = \pm 1}}$$

5a) fortsatt

$\frac{\partial f}{\partial y} = 0$ | Produkt- og kjerneregelen $u = -(\ldots y)$ $\frac{\partial u}{\partial y} = -y$

$\frac{\partial}{\partial y}[x]e^u + x \cdot \frac{d}{du}[e^u] \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ | Deriverer og forkorter $\frac{d}{du}[e^u] = e^u$

$0 + x \cdot e^u \cdot (-y) = 0$

$-xye^u = 0$

x [illegible]

$\underline{\underline{y = 0}}$

Svar: Vi har to stasjonære punkter [illegible] $(1, 0)$ $(-1, 0)$

Norges Handelshøyskole, Bergen

Besvarelse i ....

dag / .

Antall ark tilsammen (påføres første side)

Kandidatens nr ......20058......

Side ......19......

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

5 b)

$A = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left[e^{u}(1-x^2)\right]$, der $e^{u} = e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)}$ | Produkt- og kjerneregelen

$= \frac{\partial}{\partial u}\left[e^{u}\right]\frac{du}{dx}(1-x^2) + e^{u}\cdot\frac{d}{dx}\left[1-x^2\right]$

$= e^{u}(-x)(1-x^2) + e^{u}(-2x)$ | [illegible]

$= e^{u}(x^3 - x - 2x)$

$\underline{\underline{A = e^{u}(x^3 - 3x)}}$

$B = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left[e^{u}(1-x^2)\right]$ | Produkt og kjerneregelen

$= \frac{\partial}{\partial u}\left[e^{u}\right]\frac{\partial u}{\partial y}(1-x^2) + e^{u}\cdot\frac{d}{dy}\left[1-x^2\right]$

$= e^{u}(-y)(1-x^2) + 0$ | Trekker sammen

$\underline{\underline{B = (x^2 y - y)e^{u}}}$

$C = \frac{\partial^2 f}{\partial^2 y} = \frac{\partial}{\partial y}\left[-xy\cdot e^{u}\right]$ | Produkt- og kjerneregelen

$C = \frac{\partial}{\partial y}\left[-xy\right]e^{u} + (-xy)\frac{\partial}{\partial u}\left[e^{u}\right]\frac{\partial u}{\partial y}$

$C = (-x)e^{u} - xy\,e^{u}(-y)$ | Faktoriserer

$\underline{\underline{C = e^{u}(xy^2 - x)}}$

5b) forsett.

Definerer fleksibles lys [illegible]:

	e^u	A	B	C	$AC - B^2$	Type
(1,0)	$e^{-1/2}$	$e^{[illegible]}(1^3 - 3 \cdot 1)$ $= -2e^{-1/2}$ < 0	$(1^2 \cdot 0 [illegible]) e^{-1/2} = 0$	$e^{-1/2}(1 \cdot 0^2 - 1)$ $= -e^{-1/2}$	$-2e^{-1/2} \cdot -1e^{-1/2} - 0^2$ $= \frac{2}{e} > 0$	Lokalt maks.
(-1,0)	$e^{[illegible]}$	$e^{[illegible]}(-1 - 3(-1))$ $= 2e^{-1/2} > 0$	$((-1) \cdot 0 - 0) e^{-1/2} = 0$	$e^{-1/2}((-1) \cdot 0 - (-1))$ $= e^{-1/2}$	$2e^{-1/2} \cdot e^{-1/2} - 0$ $= \frac{2}{e} > 0$	Lokalt min.

Svar: (1,0) er et lokalt maks for $A = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} < 0$ (konkav krumning) og $AC - B^2 > 0$.

(-1,0) er et lokalt min for at $A > 0$ (konveks krumning) og $AC - B^2 > 0$.

Norges Handelshøyskole, Bergen

Besvarelse i .... Antall ark tilsammen (påføres første side) Kandidatens nr 20058

Side ....

dag / .

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

Oppgave 6

$u(x,y) = x^{2/3} y^{1/3}$, $x > 0$ ([illegible]) $p_1 = 2$

$y > 0$ ([illegible]) $p_2 = 2$

Max $u(x,y)$ $u(x,z)$ når $2x + 2y = 12$.

a) $2x + 2y = \ldots$ blir til $x + 2y = 12$

Max $u(x,y)$ når $x + 2y = 12$

$L(x,y,\lambda) = x^{2/3} y^{1/3} - \lambda(x + 2y - 12)$

I) $\frac{\partial L}{\partial x} = 0$

$\frac{2}{3} x^{-1/3} y^{1/3} - \lambda = 0$

$\lambda = \frac{2y^{1/3}}{3x^{1/3}}$

II) $\frac{\partial L}{\partial y} = 0$

$\frac{1}{3} x^{2/3} y^{-2/3} - 2\lambda = 0$

$2\lambda = \frac{x^{2/3}}{3y^{2/3}}$

$\lambda = \frac{x^{2/3}}{6y^{2/3}}$

IV) $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$

$-(x + 2y - 12) = 0$

$12 = x + 2y$

$12 = 4y + 2y$

$y = 2$

III) Setter inn for λ

$\frac{2y^{1/3}}{3x^{1/3}} = \frac{x^{2/3}}{6y^{2/3}} \quad \Big| \cdot 6y^{2/3}x^{1/3}$

$4y = x$

$x = 4y$

V) $x = 4y$

$x = 4 \cdot 2$

$x = 8$

$u^*(x,y) = u(8,2) = 8^{2/3} \cdot 2^{1/3} = 4 \cdot 2^{1/3} = 2^{2+1/3} = 2^{7/3}$

Svar: Maksimal nytte er $u^*(x,y) = u(8,2) = 2^{7/3}$.

bl. 801.003 A

Kopien med rød trekant beholdes av kandidaten

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

6b)

Min $2x + 2y$ når $x^{2/3} y^{1/3} = 2^{7/3}$

$\cancel{L(x, y, \lambda) = 0}$

$L(x, y, \lambda) = 2x + 2y - \lambda\left(x^{2/3} y^{1/3} - 2^{7/3}\right)$

I $\frac{\partial L}{\partial x} = 0$

$2 - \frac{2}{3} x^{-1/3} y^{1/3} \lambda = 0$

II $\frac{\partial L}{\partial y} = 0$

$2 - \frac{1}{3} x^{2/3} y^{-2/3} \lambda = 0$

λ

$\frac{2}{3} \frac{y^{1/3}}{x^{1/3}} \lambda = 2$

$2 = \frac{x^{2/3}}{3 y^{2/3}} \lambda$

$\lambda = \frac{3x^{1/3}}{y^{1/3}}$ [illegible]

$2 = \frac{x^{2/3}}{3y^{2/3}} \cdot \frac{3x^{1/3}}{y^{1/3}}$

$2 = \frac{x}{3y} \quad \Big| \cdot \frac{y}{2}$

$y = \frac{1}{2} x$

III $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$

$-\left(x^{2/3} y^{1/3} - 2^{7/3}\right) = 0$

$x^{2/3} y^{1/3} = 2^{7/3}$ | setter inn for y

$x^{2/3} \left(\frac{3}{2} x\right)^{1/3} = 2^{7/3}$

$\left(\frac{3}{2}\right)^{1/3} \cdot x = 2^{7/3}$ | setter i [illegible]

$x = \frac{2^{7/3}}{3^{1/3}}$

$x = \frac{2^{8/3}}{3^{1/3}}$

IV

$y = \frac{3}{2} x$

$\cancel{y = \frac{3}{2} \cdot \frac{2^{8/3}}{3^{1/3}}}$

$\cancel{y = 3^{2/3} \cdot 2^{5/3}}$

$y = \frac{1}{2}\left(\frac{2^{8/3}}{3^{1/3}}\right)$

$\cancel{y = \frac{3}{2}\left(\frac{2^{8/3}}{3^{1/3}}\right)}$

6 b) fortsatt

$$C^*(x,y) = 2\cdot\left(\frac{2^{8/3}}{3^3}\right) + 2\left(\frac{[illegible]}{2}\cdot\frac{[illegible]}{3^{[illegible]}}\right)$$

$$C^*(x,y) \approx 13,2$$

Svar: Tilskuddet ~~[illegible]~~ T må være $T \approx 13,2$ [illegible] for å dekke tapet av antall [illegible] gitt nytte [illegible]

Tilleggssvar:

$$C^*(x,y) \approx C^*(4,11,\ 2,2) \approx 13,2.$$

Norges Handelshøyskole, Bergen

Besvarelse i MET020

Antall ark tilsammen (påføres første side)

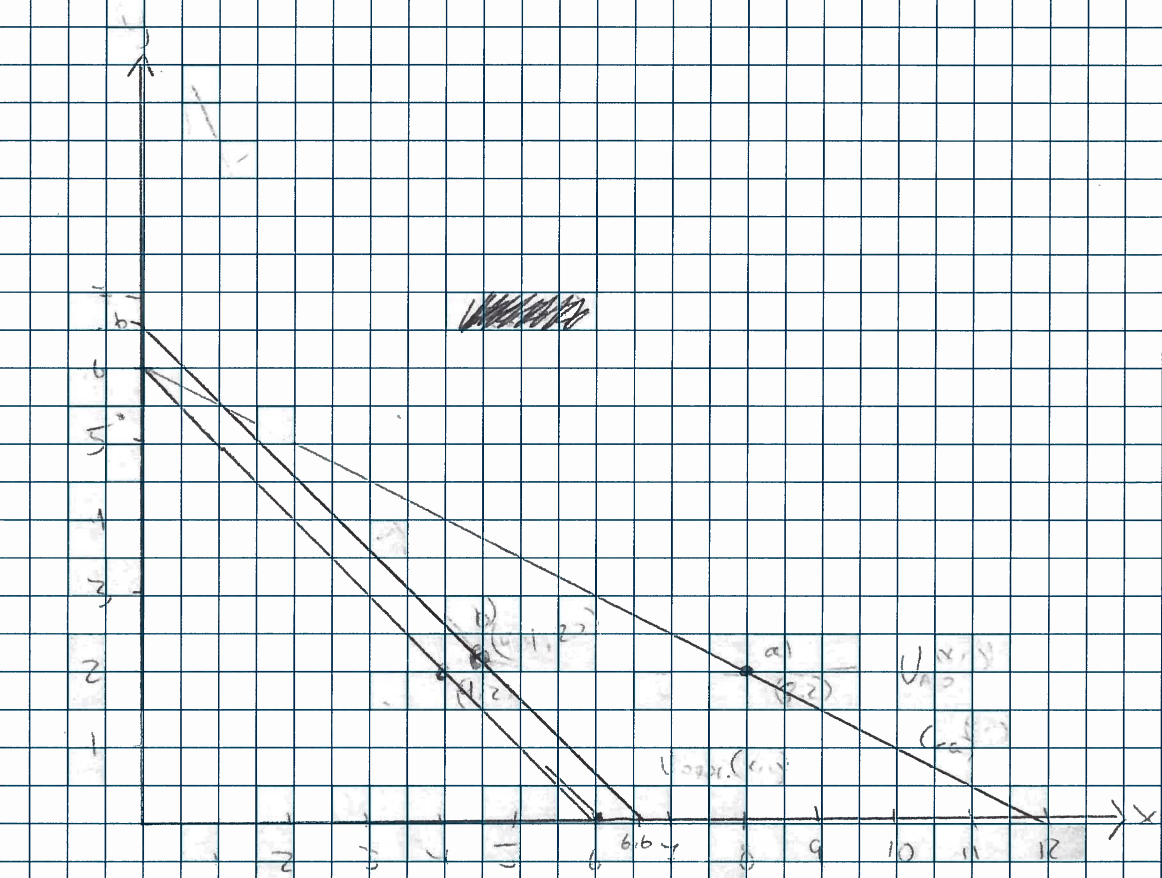
Kandidatens nr 20058

Side 2

Tirsdag 16/12

Denne kolonnen er forbeholdt sensorene

6c)



Svar:

I punkt b) er det billigste: Det kan vises ved at kostnadskurven tangerer nyttefunksjonen. I b), og vi har dermed minimert kostnadene for å oppnå ønsket nytte. A tangerer derimot ikke kostnadskurven.

og

Tilleggsvar:

Samlet nytte for tiltakene er $2^{7/3}$ og samlet nytte for det opprinnelige scenariet er $2^{5/3}$; derav en lavere nivåkurve enn for a og b siden $2^{5/3} < 2^{7/3}$.