Sistemas de Ecuaciones Lineales -Ejercicios y Resoluciones

Christian Bueno

Desarrollador de Software 15 de febrero del 2025 +593 99 028 8710 Guayaquil, Ecuador christianbueno.me

Contents

1	Sistemas de Ecuaciones Lineales		
	1.1	Métodos Algebraicos	2
		Método de Cramer	

1 Sistemas de Ecuaciones Lineales

1.1 Métodos Algebraicos

Ejercicio 1: Resolver el siguiente sistema de ecuaciones usando el método de sustitución:

$$2x + y = 5$$

$$x - y = 1$$

Solución:

 \bullet Despejamos x en la segunda ecuación:

$$x = y + 1$$

• Sustituyendo en la primera ecuación:

$$2(y+1) + y = 5$$

• Expandimos y resolvemos:

$$2y + 2 + y = 5$$

$$3y = 3 \Rightarrow y = 1$$

• Sustituyendo y = 1 en x = y + 1:

$$x = 1 + 1 = 2$$

• Solución final: (x, y) = (2, 1)

Ejercicio 2: Resolver el siguiente sistema de ecuaciones usando el método de igualación:

$$3x - y = 7$$

$$5x + 2y = 4$$

Solución:

 \bullet Despejamos y en ambas ecuaciones:

$$y = 3x - 7$$

$$y = \frac{5x - 4}{-2}$$

• Igualamos ambas expresiones:

$$3x - 7 = \frac{5x - 4}{-2}$$

• Multiplicamos por -2 para eliminar fracción:

$$-2(3x - 7) = 5x - 4$$

$$-6x + 14 = 5x - 4$$

• Resolviendo para x:

$$-6x - 5x = -4 - 14$$

$$-11x = -18 \Rightarrow x = \frac{18}{11}$$

• Sustituyendo en y = 3x - 7:

$$y = 3\left(\frac{18}{11}\right) - 7 = \frac{54}{11} - \frac{77}{11} = \frac{-23}{11}$$

• Solución final: $\left(\frac{18}{11}, \frac{-23}{11}\right)$

1.2 Método de Cramer

Ejercicio 1: Resolver el siguiente sistema usando el método de Cramer:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5\\ x - 4y = -2 \end{cases}$$

Solución:

• Escribimos la matriz de coeficientes:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$$

 \bullet Calculamos el determinante de A:

$$|A| = (2)(-4) - (3)(1) = -8 - 3 = -11$$

• Matriz A_x (reemplazamos la primera columna con los términos independientes):

$$A_x = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$$

• Determinante de A_x :

$$|A_x| = (5)(-4) - (3)(-2) = -20 + 6 = -14$$

• Matriz A_y (reemplazamos la segunda columna con los términos independientes):

$$A_y = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

• Determinante de A_y :

$$|A_y| = (2)(-2) - (5)(1) = -4 - 5 = -9$$

• Aplicamos la regla de Cramer:

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{-14}{-11} = \frac{14}{11}$$

$$y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{-9}{-11} = \frac{9}{11}$$

• Solución final: $(\frac{14}{11}, \frac{9}{11})$

Ejercicio 2: Resolver el siguiente sistema usando el método de Cramer:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + 3z = 14 \\ 3x + 4y + 2z = 20 \end{cases}$$

Solución:

• Matriz de coeficientes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

• Determinante de A:

$$|A| = 1 \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= 1(-1(2) - 3(4)) - 1(2(2) - 3(3)) + 1(2(4) + 1(3))$$

$$= (-2 - 12) - (4 - 9) + (8 + 3)$$

$$= -14 + 5 + 11 = 2$$

• Resolver x, y, z con las matrices A_x, A_y, A_z (proceso similar).