

Essay - Inspirationen und Gedankengänge zur Vorlesung Philosophie und Mathematik

Christian Gößl

2014-08-05

Mein Essay wird darüber handeln wie die Vorlesung sich auf mein Verständnis von Philosophie und Mathematik auswirkte, sowie es einige Ideen und Inspirationen in mir auslöste. Ich werde in groben Zügen auf die Vorlesung und Texten eingehen. Den Anfang in dieser Veranstaltung machten überraschenderweise die Babylonier. Die Babylonier waren mir schon früher bekannt gewesen, dennoch nicht in diesem Kontext. Es ist erstaunlich, wie viel die Babylonier an Mathematik angewandt hatten, ohne viel niederzuschreiben, wie sie darauf gekommen waren. Stattdessen schrieben sie darüber wie diese Erkenntnisse anzuwenden sind. Diese einfachen, allerdings sehr effektiven Anleitungen zur Berechnung mathematischer Probleme verschiedenster Art. Dieses Erstaunen muss wohl auch in den Griechen ausgelöst worden sein, als sie diese alten Schriften fanden und sich wunderten, wie solch eine Mathematik nur funktionieren konnte. Das musste sie zum Nachdenken angeregt haben und führte wahrscheinlich zu der Frage der Beweisbarkeit von mathematischen Sätzen bzw. allg. philosophischer Art von Behauptungen.

Dieses fruchtbare Fragen führte denkbar zu den Genies wie wir sie heute unter den Namen Aristoteles, Platon, Hippokrates, Sokrates usw. kennen. Sie begannen alle nach dem Universum zu Fragen und philosophierten über Götter und die Welt. Diese Ideen sind bis heute glücklicherweise erhalten geblieben und bestimmen nach wie vor unsere heutige Wissenschaft und Philosophie. Dieses Wissen wurde auch für einige Zeit verschüttet und wurde zur Zeit der Renaissance abermals entdeckt. Dies löste wiederum eine Welle von geistiger Befruchtung aus und neue Genies betraten die Welt. Ich glaube, dass wann auch immer verschüttetes Wissen aufgedeckt wird, verbinden sich alte tiefgreifende Gedanken mit der neu zeitigen Gedankenwelt und bringen förderliche neue Erkenntnisse hervor. Der Erste zu lesende Text zeigt hervorragend, wie Mathematik zu verstehen ist. Die angewandte Methode zur Findung der Antwort auf ein Problem war für mich neu. Durch eine geschickte Führung mittels geeigneter Fragen können aus einem Antworten heraus geholt werden, über dem man sich vorher nicht im Klaren war. In mir löste es eine enorme Motivation aus, mich mit Mathematik weiterzubeschäftigen. Dieses Verfahren sollte des Öfteren in der Schule angewendet werden. Dieser Text müsste in den Schulen zu lesen gegeben werden, damit die Kinder bzw. Menschen erkennen können, wie wertvoll und wunderschön die Mathematik sein kann. Viele Menschen besitzen ein falsches Bild von der Mathematik, was zur allgemeinen Ablehnung gegenüber der Mathematik führt. Viele Lehrer sollten diesen Text sich zu Herzen nehmen und dementsprechend Mathematik unterrichten.

Nun springen wir weiter zum nächsten interessanten Ansicht über Philosophie und Mathematik, der von Kant, Leibniz und Hobbs. Kant war mir schon früher als Philosoph bekannt gewesen der zur Zeit der Aufklärung lebte. Er durchleuchtete den menschlichen Geist wie kein anderer mit seinem Werk „Kritik der reinen Vernunft“. Jedoch auf der Seite der Mathematik war er mir völlig unbekannt gewesen. Kants Idee war es, dass die Mathematik rein auf der Anschauung basiere. Diese Ansicht ist ein guter Anfang, um in die Mathematik hineinzufinden. Die Anschauung bzw. das Vorstellen von Objekten vor dem geistigen Auge ist eine wichtige Fähigkeit um die Methode der Abstraktion zu lernen. Denn ein Objekt auf verschiedene Eigenschaften zu abstrahieren und versuchen sie mit bekannten Gesetzen zu beschreiben fällt nicht wenigen leicht. Diese Stufe der Abstraktion und Vorstellung im Kopf wird benötigt um weitaus komplexere mathematische Abstraktionen und Überlegungen vorzunehmen. Ein Anfang in solch komplexen Abstraktionen wie Funktionen und mehrdimensionalen Räumen wird niemand finden, ohne sich vorher mit Zahlen und Geometrie beschäftigt zu haben. Die Geometrie gibt den ersten Einblick in die Welt des dreidimensionalen Raums. Am Anfang steht der Mensch auf der Stufe der Wahrnehmung, wie das Sehen, Hören, Schmecken usw., an der jeder Mensch zunächst abgeholt werden muss. Deshalb hat Kant mit seiner Auffassung von Zahl und

Raum, die dem Anschauungsvermögen entsprechen müssen auch vollkommen recht. Bei den späteren Weiterentwicklungen auf dem Gebiet des Mehrdimensionalen kann natürlich von einer Anschauung nicht mehr die Rede sein. Kein Mensch kann sich ein vierdimensionales Objekt vorstellen. Man kann nur Projektion dieser vierdimensionalen Objekten erstellen (siehe Abb. 1)¹.

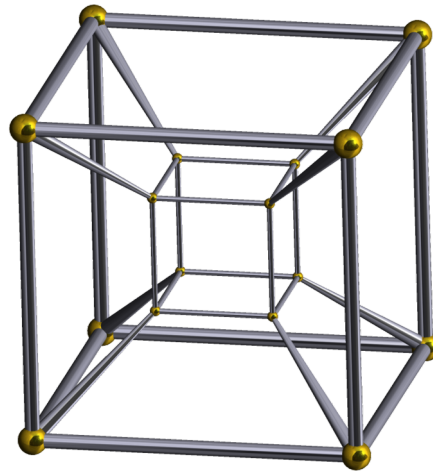


Figure 1: Dreidimensionale Darstellung des vierdimensionalen Würfels

Wie man bereits im Text mit Hippokrates und Sokrates lesen kann, ist Mathematik nicht nur eine Anschauung, sondern besteht auch aus unvorstellbaren Dingen, die nur in unserem Köpfen entstehen können, z. B. eine exakte Gerade oder das 2 Dinge vollkommen gleich sind gibt, es so in der Natur nicht. Ebenso beeindruckte mich Leibniz mit dem Dualsystem zu seiner Zeit. Er vertrat die Ansicht, dass Gegenstände sich aus 2 entgegengesetzte Dinge aufbauen lassen, wie z. B. die Zahlen 0, 1 bis 9 sich aus einer Abfolge von Einsen und Nullen ergeben. Ebenso verweist er auf die Zuordnung dieser Zahlen zu Gott und dem Nichts. Daraus entsteht eine Verbindung zu Gott und dem menschlichen Geist, worin versucht wird durch Mathematik sich Gott zu nähern. Denn nach ihrer Auffassung erschuf Gott die Welt und den menschlichen Geist, worin die Gesetze von Gott enthalten sind. Das Dualsystem führte zu den für uns heute bekannten Computern, die über logischen Schaltungen funktionieren. Sie helfen uns beim Denken bzw. Ausrechnen verschiedenster Sachen, von mathematischen Formeln bis hin zu großen Kommunikationsnetzwerken. Gegenwärtig werden sie zu einem großen Netzwerk zusammengeschlossen und woraus sich das bekannte Internet bildet.

Daher finde ich den Ansatz von Hobbes, Leibniz, Searle und Dennet, dass das Denken Rechnen ist, nicht verkehrt. Wir ziehen in jedem Moment logische Schlüsse und bedienen uns am Kausalitätsprinzip, sodass aus der Ursache die Wirkung folgt, also aus Ereignis A folgt Ereignis B. Dieses universelle Prinzip wendete Newton auf seine Theorie der Gravitation an. Das Kräfteprinzip der Gravitation zwischen 2 Körpern, das aufgrund der intrinsischen Eigenschaft der Masse beider Körper sie sich gegenseitig anziehen. Genauso verwendete Newton das Prinzip des Gleichgewichts, das sich zwei genau entgegengesetzt gleich große Kräfte, die auf einem Körper einwirken aufheben werden. Der Körper verbleibt in seinem derzeitigen Bewegungszustand. Dieses Prinzip wird nicht nur in der Mechanik angewendet, sondern auch in der Hydrodynamik am Beispiel des hydrostatischen Gleichgewichts in einem Stern. Diese Idee kann noch erweitert werden, um sich

¹Bildquelle: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Schlegel_wireframe_8-cell.png

ein erweitertes Verständnis des Nichts zu erstellen, so wie es Kant auch schon machte. Wenn sich 2 Prinzipien, Kräfte oder Dinge gegenseitig aufheben, führt das folglich zu einer Art Gleichgewicht. Diese Prinzipien sind allerdings noch vorhanden, es entsteht eine Art Nichts.

Dieses Nichts ist in Wirklichkeit kein Nichts, sondern ein verhältnismäßiges Nichts, wie es Kant auch schon formulierte. Dies löste in mir das Problem der Vorstellung des Nichts auf. Jedes Mal gelangt man in einem Paradoxon, wenn man versucht, sich etwas vorzustellen, was nun wirklich das Nichts sei. Das Nichts ist nichts und jede Vorstellung von Nichts gebraucht ein Objekt, was zu einem Paradoxon führt. Das verhältnismäßige Nichts wird auch oft in mathematischen Problemen angewendet. Die qualitative Null kann jederzeit ohne Verletzung einer mathematischen Regel angewandt werden. Dies führt in der Regel zu einer komplizierteren Gleichung, daraus ergeben sich jedoch neue Zusammenhänge, die zuvor nicht sichtbar waren. Man sagt auch in der Mathematik, dass man das Problem komplizierter machen soll, damit wird das eigentliche Problem leichter zu lösen sein. Zu diesem Thema beschäftigten wir uns mit Auszügen aus „Wissenschaft und Hypothes“ von mir dem mir unbekannten Genie Henri Poincare.

Henri Poincare war einer der Pioniere der neuen Physik, weg von der klassischen hin zur Relativitätstheorie. Schade das Einstein und Poincare nicht viel Kontakt hatten, sie hätten sich gegenseitig stark beeinflussen können. Erstaunlich ist auch, dass er in den Newtonschen Bewegungsgleichungen chaotische Bewegungen gefunden hatte, am Beispiel des Dreikörperproblems. Vorher dachte man, dass durch die Newtonschen Gleichungen alles auf der Welt deterministisch sei und es zu einer Art Uhrwerk machte. Mit dem Text „Wissenschaft und Hypothes“ konnte ich anfangs nicht viel anfangen. Erst durch das Seminar wurde mir die Fülle an Wissen offenbart. Am meisten faszinierte mich die Idee der Geometrie als Sprache, das dasselbe Objekt mit unterschiedlichen Geometrien beschrieben werden kann. Dieses Verfahren wird auch oft in der Physik angewandt, wenn es um lösen von Differenzialgleichungen geht. Viele der angewandten Operatoren wie das Nabla-Symbol ∇ können in verschiedene Koordinatensysteme ausgedrückt werden. Es gibt auch die Möglichkeit, diesen in koordinatenfreie Darstellung aufzuschreiben, jedoch wird hier das Prinzip der Normalen- und Senkrechtevektoren angewandt. Im Allgemeinen besteht jedes beliebige Koordinatensystem aus sich gegenseitig senkrecht aufeinander stehende Vektoren damit sie ein Orthonormalsystem bilden können und jeder beliebige Vektor in diesem System dargestellt werden kann. Genauso wird zwischen diesen Koordinatensystemen auch mittels Koordinatentransformationen hin und her gewechselt. Einige Probleme lassen sich besser in sphärischen als in kartesischen Koordinaten lösen. Auf ähnlicher Weise kann es auch auf die gesprochene Sprache angewandt werden.

Dies führt mich zu den Gedanken der universellen Sprache oder auch Geometrie. Gibt es eine universelle Sprache oder Geometrie, die jeder versteht und anwenden kann? Zumindest versucht man es derzeit im Bereich der Sprachen die englische Sprache, als die Weltsprache zu etablieren. Die kartesischen Koordinaten hingegen sind auch weltweit in Gebrauch. Aber könnte die kartesische Geometrie die universelle Geometrie oder Sprache des Universums sein der gibt es diese universelle Geometrie nicht? Der Begriff des Raumes von Leibniz bietet vielleicht einige neue Ideen an, um dem Problem näherzukommen. Der Raum wird nach Leibniz als ein Konstrukt von Beziehungen zwischen den Objekten gesehen. Der Begriff Beziehung bedeutet hier die Entfernungen und Orte der Objekte zueinander. Diese Sichtweise lässt die Frage nach der universellen Geometrie überflüssig werden, denn in der Geometrie müssen die Orte und Entfernungen der Objekte erhalten bleiben und da ist es egal, ob ich die sphärische oder kartesische Geometrie verwende. An diese Überlegung schließt sich die Frage nach der universellen Sprache des Universums an, ob die Mathematik diesen Anspruch gerecht werden kann. Die Mathematik ist auch die

Sprache des Intellekts und des Problemlösens. Vielleicht ist es wie mit der Geometrie, das jede beliebige Sprache das Universum erklären könnte. Leider bezieht sie sich nur auf den rationalen Bereich des Menschen und vergisst dabei den emotionalen intuitiven Bereich. Der nächste Schritt wäre die Mathematik auf diesen Bereich auszuweiten.

Diesen nächsten Schritt sehe ich in dem heuristischen Ansatz, welches Thema im nächsten Seminarvortrag war. An diesem Seminar war ich bedauerlicherweise nicht dabei. Aber umso mehr verblüfften mich die Ansätze von Friedrich Schleiermacher, zu dem wir auch ein paar Texte lasen. Der Ansatz von Schleiermacher geht in eine ganze andere Richtung als bei Kant, Descartes oder vielen anderen großen Philosophen. Es wird der Versuch unternommen von der Mitte heraus zu philosophieren. Es lässt sich schwer vorstellen ganz von null auf zu philosophieren. Wie soll man von diesem Nichtwissen zu neuem Wissen kommen? Man kann natürlich das bereits gewonnene Wissen in ein großes Bauwerk verwandeln und daraus deduktiv von einigen Prämissen oder Axiomen auf die weiteren Gesetze oder Wissen schließen. Aber um an dieses Wissen heranzukommen gebraucht es einer gewissen Methodik. In dieser Lücke kann die Methodik der Dialektik und Heuristik angewendet werden. Die Dialektik verwendet das Prinzip der Gegensätze, man klopft das Problem auf vorhandene Extrema ab. Also man versucht die vorhandenen Gegensätze in dem Problem zu finden um neue Vergleiche und Analogien zu finden, was das untersuchte Problem lösen könnte. Diese Methode erinnert an die Ansätze von Leibniz des Dualsystems oder auch die der Mathematik im Finden von Minima, Maxima und Definitionsbereichen (Verhalten im Unendlichen) einer gegebenen Funktion.

Dieses Prinzip fand auch Anwendung bei Hermann Graßmann, dessen Werk „die Lineale Ausdehnungslehre“ wir in kleinen Auszügen besprachen. Mich beeindruckte wie er mit Eleganz und Schönheit die neue Mathematik erklärte. Er verband die beiden Denkansätze der Mathematik und Philosophie und erschuf damit neue Gebiete der Mathematik und beeinflusste nachhaltig den Mathematiker Bernhard Riemann. Die Verbindung zwischen Philosophie und Mathematik wurde am deutlichsten in der Aufteilung der Mathematik in 4 Kategorien, in dem das Prinzip der Gegensätze voll zur Geltung kommt (Siehe Tabelle 1):

Table 1: Aufteilung der Mathematik nach Hermann Graßmann

	gleich	ungleich
diskret	Arithmetik	Kombinatorik
stetig	Funktionentheorie	Geometrie / N-dim Lehre

Aus dieser Methode entwickelte er die Komplexionen bzw. die uns heute bekannten Vektoren. Es gibt mehrdimensionale Räume, die nicht mehr geometrisch erfasst werden können, welche Eigenschaften oder physikalische Größen von Objekten darstellen. Diese Idee wird auch in den Phasenräumen der Thermodynamik oft verwendet. In diesen Räumen werden die einzelnen Zustände des Systems festgehalten, um daraus eine Vorhersage des weiteren Verlaufs des Systemzustands zu erstellen. Diese Idee wurde durch Henri Poincare zu den sogenannten Attraktoren weiterentwickelt. Der Art und Weise wie Hermann Graßmann die Mathematik mit der Philosophie verbannt sollte auch in vielen interdisziplinären Bereichen angewandt werden. Ich bin der Meinung, dass es der Menschheit mehr bringt ein holistischen Ansatz zur Naturbeschreibung zu benutzen als nur physikalisch, philosophisch, mathematisch usw. zu argumentieren. Diese Welt besteht aus all diesen Teilbereichen und diese Denksätze müssten zu einem neuen holistischen Denkansatz zusammengeführt werden. Was bringen uns all diese neuen Überlegungen, wenn diese nicht an die nächste Generation der Menschheit weitergeben werden? Leider

wird in unserem heutigen Bildungssystem vermehrt auf getrennte Denkansätze gesetzt, d. h. die Naturwissenschaftliche Fächer werden in Biologie, Physik, Chemie, Mathematik usw. getrennt. Diese Denkweise unterstützt die Ausbildung von „Fachidioten“ und lässt eine verengte Sicht auf die Welt entstehen.

Pestalozzi entwickelte eine neue Pädagogik im 19. Jahrhundert mit einem bemerkenswerten holistischen Ansatz. Bedauerlicherweise setzte sich dieser Bildungsansatz in Deutschland nicht wirklich durch. Doch dabei ist es so wichtig, offen gegenüber anderen Dingen zu sein. Nicht nur der Aspekt des holistischen Ansatzes ist hier von großer Bedeutung, sondern das die Vermittlung von Wissen zur Ideenfindung beitragen kann. Im Laufe meines Lebens gab ich des Öfteren im Fach Mathematik Nachhilfeunterricht und dabei fielen mir im Prozess des Erklärens nicht nur andere Sachverhalte auf, sondern beflügelten sogar meine Fantasie. Durch den Prozess des Erklärens bekommt man durch den Schüler eine neue Sicht auf das Problem. Viele stecken am häufigsten an den Grundlagen fest und wollen nicht akzeptieren, dass die Definition so ist wie sie ist, bzw. sich auf diese Denkweise einlassen. Mathematik erfordert ein hohes Maß an Abstraktion und viele Menschen wollen die Objekte nicht so sehr abstrahieren, dass man nur noch die blanken geometrischen Formen vor sich sieht. Sie sehen die Objekte oft noch mit holistischen Augen als ein Mathematiker. Diese Vermittlung von Wissen kann nicht nur in der Bildung angewandt werden, sondern hilft auch beim Lösen von Problemen.

Wir alle haben bestimmt schon erlebt, wie wir jemanden von einem Problem berichteten und uns durch eine Bemerkung oder einfach durch Zuhören plötzlich eine Idee zur Lösung einfällt. Heinrich von Kleist beschreibt in seinem Text über die „allmähliche Verfertigung der Gedanken beim Reden“ genau dieses Phänomen. Im darauf folgenden Seminar beschäftigten wir uns mit Auszügen aus den Werken Herbart's „ABC der Anschauung“ und Fröbel's „gesammelte pädagogische Schriften“. Herbart's Gedanken über die Form und Farbe brachten mich auf die Idee der Größe eines Differenzials. Bei der Überdeckung zweier Farben ergibt sich eine Grenze, die keine wirkliche Ausdehnung besitzt. Diese noch so kleine Ausdehnung, die in unserem Kopf entsteht, wenn man diese zwei Farben unterscheiden will, entsteht eine Grenze. Diese Grenze sollte der Größe des Differenzials entsprechen (Siehe Abb. 2).

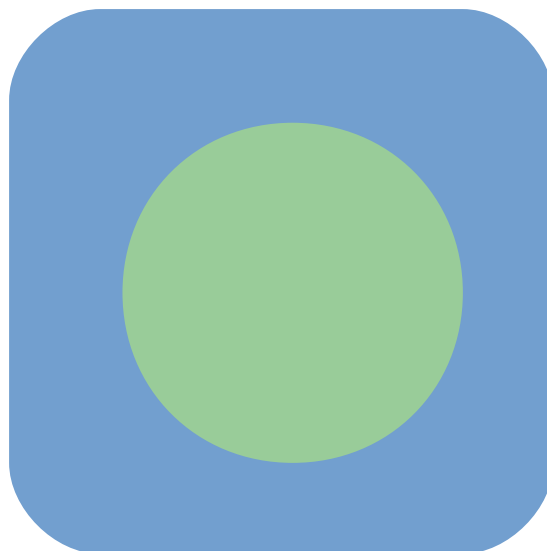


Figure 2: Zwei Farben überschneiden sich und bilden eine unvorstellbare kleine Grenze aus.

Im letzten Vortrag beeindruckten mich die Ideen von Alfred North Whitehead mit den Ideen zur Prozessontologie. Die Idee, dass die Natur durch Prozesse beschrieben werden kann, kam mir schon in ähnlicher Weise beim Lesen von Martin Heideggers Sein und Zeit. Eines seiner Hauptthesen ist, um sich dem Sein zu nähern, muss man dem Menschen verstehen, wie er denkt und die Umwelt wahrnimmt. Dabei verwendete er das Wort Sorgen, das alle Menschen tun und beschrieb es fast schon wie ein universelles Prinzip. Dabei bekam ich den Gedanken des Tuns, das alles in der Natur sich in einer Art Bewegung oder Tätigkeit befindet. Die Momentaufnahme einer Tätigkeit könnte man als Zustand bezeichnen. Also alles unterliegt einer Tätigkeit oder vielleicht in Whiteheads Worten ausgedrückt einem Prozess. Für die Beschreibung einer Tätigkeit verwenden wir Verben, die in allen Gebieten der Wissenschaft benötigt werden. Selbst wenn wir Denken tun wir etwas, nichts auf dieser Welt wird davon ausgeschlossen. Die Prozessontologie ist ein holistischer Ansatz, der die Teilgebiete der Wissenschaft erneut vereinigen könnte. Einen wertvollen Beitrag leisten die heutigen interdisziplinären Wissenschaften wie die Technomathematik dazu bei.

Die Philosophie und Mathematik sind sich in ihrem Ziel die Welt zu erklären zwar einig, gehen jedoch oft unterschiedliche Wege. Diese sind in gewissermaßen dieselben Wege, wenn man den Aspekt der Sprache mit einbezieht. Die Sprache ist Ausdruck des Denkens und in welcher Sprache nun ein Gedanke verfasst wird ist egal, solange das gesamte Wissen darin enthalten ist. Beides sind Prozesse des Geistes die uns manchmal näher an Gott und die Welt bringen als uns lieb ist. Beide Disziplinen können sich gegenseitig befruchten und zu neuen Erkenntnissen führen, was Hermann Graßmann eindrucksvoll gezeigt hat. Ich finde, das Philosophieren in unserer heutigen schnelllebigen Zeit sehr wichtig geworden ist. Es bleibt kaum Zeit sich mit der Auswirkungen von neuen technischen und sozialen Entwicklungen in der Welt zu beschäftigen. Alle Ereignisse auf der Welt sind so stark miteinander vernetzt, sodass der menschliche Verstand nicht allen großen Ereignissen folgen geschweige darüber nachdenken bzw. philosophieren kann. Unsere Umwelt untersteht einem ständigen Wandel, sodass einige sogar von der Welt selbst abgehängt werden. Die Mathematik kann uns in vielen Bereichen behilflich sein, um die Strukturen und Muster der Vorgänge in unserer heutigen Welt besser zu verstehen. Sie bildet unser Denken aus und macht uns zu kritischen Menschen, die die heutige Welt dringend braucht.

Denken ist Teil der Mathematik und Mathematik ist Teil des Denkens.