

# Essay zur Vorlesung Philosophie und Mathematik

## Inspirationen und Gedankengänge

Mein Essay wird darüber handeln wie dir Vorlesung sich auf mein Verständnis von Philosophie und Mathematik sowie es einige Ideen und Inspirationen in mir auslöste. Ich werde in groben Zügen auf die Vorlesung und Texten eingehen. Den Anfang in dieser Veranstaltung machten überraschenderweise die Babylonier. Die Babylonier waren mir schon früher bekannt gewesen aber nicht in diesem Kontext. Erstaunlich wie viel die Babylonier an Mathematik angewandt hatten ohne viel nieder zuschreiben wie sie darauf gekommen waren. Stattdessen schrieben sie darüber wie diese Erkenntnisse anzuwenden sind. Diese einfachen aber sehr effektiven Anleitungen zur Berechnung verschiedener mathematischer Probleme. Dieses Erstaunen muss wohl auch in den Griechen ausgelöst worden sein, als sie diese alten Schriften fanden und sich wunderten wie solch eine Mathematik nur funktionieren konnte. Das muss sie zum nachdenken angeregt haben und führte wahrscheinlich zu der Frage der Beweisbarkeit von mathematischen Sätzen bzw. allgemeine philosophischer Art von Behauptungen. Dieses Fruchtbare Fragen führte wahrscheinlich zu den Genies wie wir sie heute unter den Namen Aristoteles, Platon, Hippokrates, Sokrates usw. kennen. Sie begannen alle an zu Fragen nach dem Universum und philosophierten über Götter und die Welt. Diese Ideen sind bis heute glücklicherweise erhalten geblieben und bestimmen nach wie vor unsere heutige Wissenschaft und Philosophie. Dieses Wissen wurde auch für einige Zeit verschüttet und wurde zur Zeit der Renaissance wiederentdeckt. Dies löste wiederum eine Welle von geistiger Befruchtung aus und neue Genies betraten die Welt. Ich glaube das wann auch immer verschüttetes Wissen aufgedeckt wird, verbinden sich alte tiefgreifende Gedanken mit der neu zeitigen Gedankenwelt und bringen fruchtbare neue Erkenntnisse hervor. Der erste zu lesende Text zeigt hervorragend, wie Mathematik zu verstehen ist. Die angewandte Methode zur Findung der Antwort auf ein Problem war für mich neu. Durch eine geschickte Führung mittels geeigneter Fragen können aus einem Antworten heraus geholt werden, über dem man sich vorher nicht im klaren war. In mir löste es eine enorme Motivation aus mich mit Mathematik zu beschäftigen. Dieses Verfahren sollte auch mal in der Schule öfters angewendet werden. Genauso sollte man diesen Text schon in der Schule zu lesen geben, damit die Kinder(Menschen) erkennen können wie wertvoll und wunderschön Mathematik sein kann. Viele Menschen besitzen ein falsches Bild von der Mathematik, was zu allgemeinen Ablehnung gegenüber der Mathematik führt. Viele Lehrer sollten diesen Text sich zu Herzen nehmen und dementsprechend Mathematik unterrichten. Nun springen wir weiter zum nächsten interessanten Ansicht über Philosophie und Mathematik, nämlich der von Kant, Leibniz und Hobbs. Kant war mir schon früher bekannt als Philosoph der zur Zeit der Aufklärung lebte. Er durchleuchtete den menschlichen Geist wie kein Anderer mit seinem Werk "Vernunft irgendwas". Jedoch auf

der Seite der Mathematik war er mir völlig unbekannt. Die Mathematik der Anschauung ist ein guter Weg um am Anfang in die Mathematik hinein zu finden. Die Anschauung bzw. das vorstellen Objekten vor dem geistigen Auge ist eine wichtige Fähigkeit um die Methode der Abstraktion zu lernen. Denn ein Objekt auf verschiedene Eigenschaften zu abstrahieren und versuchen sie mit bekannten Gesetzen zu beschreiben fällt nicht wenigen leicht. Diese Stufe der Abstraktion und Vorstellung im Kopf wird benötigt um weitaus komplexere mathematische Abstraktionen und Überlegungen vorzunehmen. Ein Anfang in solch komplexen Abstraktionen wie Funktionen und n-dimensionalen Räumen wird niemand finden ohne sich vorher mit Zahlen und Geometrie beschäftigt zu haben. Die Geometrie gibt den ersten Einblick in die Welt des dreidimensionalen Raums. Am Anfang steht der Mensch auf der Stufe der Wahrnehmung wie sehen, hören, schmecken, usw. an der jeder Mensch erst einmal abgeholt werden muss. Deshalb hat Kant mit seiner Auffassung von Zahl und Raum die dem Anschauungsvermögen entsprechen müssen auch vollkommen recht. Die späteren Weiterentwicklungen auf den Gebiet des Mehrdimensionalen kann natürlich von einer Anschauung nicht mehr die Rede sein. Kein Mensch kann sich ein vierdimensionales Objekt vorstellen. Wie man aber schon im Text

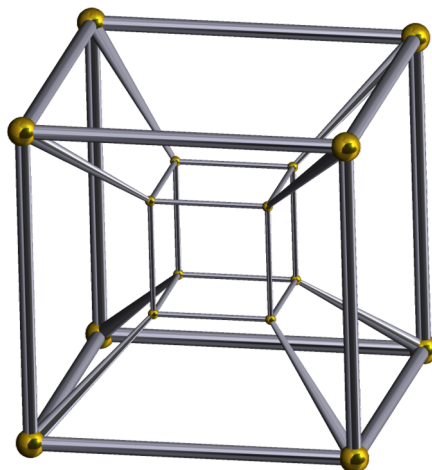


Abbildung 1: Ein vierdimensionaler Würfel, ein Tesseract.

mit Hippokrates und Sokrates lesen kann ist Mathematik nicht nur Anschauung sondern bestehen auch aus unvorstellbaren Dingen. Ebenso beeindruckte mich Leibniz mit dem Dualsystem zu seiner Zeit. Er vertrat die Ansicht die Dinge seien aus 2 entgegengesetzte Dinge aufgebaut sind, z.B. das das Zahlensystem nicht aus den Zahlen 0, 1 bis 9 sondern nur aus einer Abfolge von Einsen und Nullen. Ebenso verweist er auf die Zuordnung dieser Zahlen zu Gott und dem Nichts. Daraus entsteht wieder eine Verbindung zu Gott und dem menschlichem Geist der versucht durch Mathematik wieder Gott zu nähern. Denn Gott erschuf die Welt und den menschlichen Geist, worin die Gesetze von Gott enthalten sind. Diese Denkweise führte zu den für uns bekannten Computer die über lo-

gischen Schaltungen funktionieren, welche das Dualsystem als Zahlensystem verwenden. Sie helfen uns beim Denken bzw. beim Ausrechnen verschiedenster Sachen von mathematischen Formeln bis hinzu großen Kommunikationsnetzwerken (Internet). Daher finde ich den Ansatz von Hobbes, Leibniz, Searle und Dennet das Denken Rechnen ist nicht verkehrt. Wir ziehen logische Schlüsse und bedienen uns an dem Kausalitätsprinzip, so dass aus der Ursache die Wirkung folgt bzw. aus Ereignis A folgt Ereignis B. Dieses universelle Prinzip wendete Newton auf seine Theorie der Gravitation an, z.B. in dem Kräfteprinzip zwischen 2 Körpern, das Aufgrund der intrinsischen Eigenschaft der Masse beider Körper sie sich Gegenseitig anziehen. Genauso verwendete Newton das Prinzip des Gleichgewichts, das wenn sich zwei entgegengesetzte Kräfte die auf einem Körper einwirken sich aufheben werden. Der Körper verbleibt in seinem derzeitigen Bewegungszustand. Dieses Prinzip wird nicht nur in der Mechanik angewendet sondern auch in der Hydrodynamik am Beispiel des hydrostatischen Gleichgewichts in einem Stern. Diese Idee kann noch erweitert werden um sich ein erweitertes Verständnis des Nichts zu machen, so wie es Kant auch schon machte. Wenn sich 2 Prinzipien, Kräfte oder Dinge sich Gegenseitig aufheben dann entsteht eine Art Gleichgewicht (Nichts), diese Prinzipien sind zwar noch vorhanden haben aber keine Auswirkungen mehr. Dieses Nichts ist dann in Wirklichkeit kein Nichts sondern eine Art Verhältnismäßiges Nichts wie es Kant auch schon formulierte. Dies löste in mir das Problem der Vorstellung des Nichts auf. Jedes mal gelangt man in einem Paradoxon wenn man versucht sich etwas vorzustellen was eigentlich das Nichts ist. Das Nichts ist Nichts und jede Vorstellung von Nichts gebraucht ein Objekt. Das Verhältnismäßige Nichts wird auch oft in mathematischen Problem angewendet. Die qualitative Null kann jederzeit ohne Verletzung einer mathematischen Regel angewandt werden. Dies führt in der Regel zu komplizierteren Gleichung, aber daraus ergeben sich dann neue Zusammenhänge die davor nicht sichtbar waren. Man sagt auch in der Mathematik mache das Problem komplizierter, dann wird das eigentliche Problem leichter zu lösen sein. Zu diesem Thema beschäftigten wir uns mit dem Text von mir vorher unbekannten Genie Henri Poincare. Henri Poincare war einer der Pioniere der neuen Physik, weg von der klassischen hin zur Relativitätstheorie. Schade das Einstein und Poincare nicht viel Kontakt hatten, sie hätten sich wahrscheinlich gegenseitig stark beeinflussen können. Erstaunlich ist auch, dass er in den Newtonschen Bewegungsgleichungen chaotische Bewegungen gefunden hatte, am Beispiel des Dreikörperproblems. Vorher dachte man, dass durch die Newtonschen Gleichungen alles auf der Welt deterministisch sei und die Welt zu einer Art mechanistisches Uhrwerk machte. Mit dem Text konnte ich anfangs nicht viel anfangen. Erst durch das Seminar wurde mir die Fülle an Wissen offenbart. Am meisten faszinierte mich die Idee der Geometrie als Sprache, das das selbe Objekt mit unterschiedlichen Geometrien beschrieben werden kann. Dieses Verfahren wird auch oft in der Physik angewandt, wenn es um lösen von Differentialgleichungen geht. Viele der angewandten Operatoren wie das Nabla-Symbol  $\nabla$  können in verschiedene Koordinatensysteme ausgedrückt werden. Es gibt auch die Möglichkeit diesen in koordinatenfreie Darstellung aufzuschreiben, jedoch wird hier das Prinzip der Normalen- und Senkrechtevektoren angewandt. Im allgemeinen besteht jedes beliebige Koordinatensystem aus sich gegenseitig senkrecht aufeinander stehende Vektoren damit

sie ein Orthonormalsystem bilden können und jeder beliebige Vektor in diesem System dargestellt werden kann. Genauso wird zwischen diesen Koordinatensystem auch mittels Koordinatentransformationen hin und her gewechselt. Einige Probleme lassen sich besser in sphärischen als in kartesischen Koordinaten lösen. Auf ähnlicher Weise kann es auch auf die gesprochene Sprache angewandt werden. Dies führt mich zu den Gedanken der universellen Sprache oder auch Geometrie. Gibt es eine universelle Sprache oder Geometrie die jeder versteht und anwenden kann? Zumindest versucht man heute es im Bereich der Sprachen die englische Sprache als die Weltsprache zu etablieren. Die Kartesischen Koordinaten hingegen sind auch weltweit in Gebrauch. Aber kann sie auch den Anspruch einer universellen Geometrie oder Sprache des Universums geltend machen? Oder gibt es diese universelle Geometrie überhaupt nicht? Der Begriff des Raumes von Leibniz bietet vielleicht einige neue Ideen an um den Problem näher zu kommen. Der Raum wird nach Leibniz als ein Konstrukt von Beziehungen zwischen den Objekten gesehen. Der Begriff Beziehung bedeutet hier die Entfernungen und Orte der Objekte zueinander. Diese Sichtweise lässt die Frage nach der universellen Geometrie obsolet werden, denn in der Geometrie müssen die Orte und Entfernungen der Objekte erhalten bleiben und da ist es egal ob ich die sphärische oder kartesische Geometrie verwende. An diese Überlegung schließt sich die Frage nach der universellen Sprache des Universums an, ob die Mathematik diesen Anspruch gerecht werden kann. Die Mathematik ist auch die Sprache des Intellekts und des Problemlösens. Leider bezieht sie sich nur auf den rationalen Bereich des Menschen und vergisst dabei den emotionalen intuitiven Bereich. Der nächste Schritt wäre die Mathematik auf diesen Bereich auszuweiten. Diesen nächsten Schritt sehe ich dem heuristischen Ansatz, welches Thema im nächsten Seminarvortrag ist. An diesem Seminar war ich leider nicht dabei. Aber umso mehr verblüffte mich dann die Ansätze von Friedrich Schleiermacher zu dem wir auch ein Paar Texte lasen. Der Ansatz von Schleiermacher geht in eine ganze andere Richtung als Kant, Descartes oder viele andere große Philosophen. Es wird der Versuch unternommen von der Mitte heraus zu philosophieren. Es lässt sich schwer vorstellen ganz von Null auf zu philosophieren. Wie soll man von diesem Nichtwissen zu neuem Wissen kommen? Man kann natürlich das bereits gewonnene Wissen in ein großes Bauwerk verwandeln und dann deduktiv von einigen Prämissen oder Axiomen auf die weiteren Gesetze oder Wissen schließen. Aber um an dieses Wissen heranzukommen gebraucht es Methoden um sich dieses Wissen anzueignen. In dieser Lücke kann die Methodik der Dialektik und Heuristik angewendet werden. Die Dialektik verwendet das Prinzip der Gegensätze, man klopft das Problem auf vorhandene Extrema ab. Also man versucht die Gegensätze in dem Problem zu finden und dann neue Vergleiche und Analogien zu finden um das untersuchte Problem zu lösen. Diese Methode erinnert an die Ansätze von Leibniz des Dualsystems oder auch die Mathematik in dem finden von Minima, Maxima und Definitionsbereichen (Verhalten im Unendlichen) einer gegebenen Funktion. Dieses Prinzip fand auch Anwendung in der Familie Grassmanns besonders bei Hermann Grassman, dessen Werk der Linealen Ausdehnungslehre wir in kleinen Auszügen besprochen. Mich beeindruckte wie er mit Eleganz und Schönheit die neue Mathematik erklärte. Er verband die beiden Denkansätze die Mathematik und Philosophie erschuf damit neue Ansätze in der Mathematik und

beeinflusste nachhaltig den Mathematiker Bernhard Riemann. Die Verbindung zwischen Philosophie und Mathematik wurde am deutlichsten in der Aufteilung der Mathematik in 4 Kategorien in dem das Prinzip der Gegensätze voll zur Geltung kommt (Siehe Tab 1):

Tabelle 1: Aufteilung der Mathematik nach Hermann Grassmann

	Gleich	Ungleich
Diskret	Arithmetik	Kombinatorik
Stetig	Funktionentheorie	Geometrie / N-dim Lehre

Aus dieser Methode entwickelte er die Komplexionen bzw. die uns heute bekannten Vektoren. Es gibt mehrdimensionale Räume die nicht mehr geometrisch erfasst werden können, welche dann Eigenschaften oder physikalische Größen von Objekten darstellen. Diese Idee wird auch in den Phasenräumen der Thermodynamik oft verwendet. In diesen Räumen werden die einzelnen Zustände des Systems festgehalten, um daraus eine Vorhersage des weiteren Verlaufs des Systemzustands zu erstellen. Diese Idee wurde dann durch Henri Poincare weiterentwickelt zu den sogenannten Attraktoren. Der Art und Weise wie Herrman Grassmann die Mathematik mit der Philosophie verbannt sollte auch in vielen interdisziplinären Bereichen angewandt. Ich bin der Meinung das es der Menschheit mehr bringt ein holistischen Ansatz zur Naturbeschreibung benutzen als nur physikalische, philosophisch, mathematisch usw. zu argumentieren. Diese Welt besteht aus all diesen Teilbereichen und diese Denksätze müssten wieder zu einem neuen holistischen Denkansatz zusammengeführt werden. Was bringen uns all diese neuen Überlegungen wenn diese nicht an die nächste Generation der Menschheit weitergeben werden. Leider wird in unserem heutigen Bildungssystem vermehrt auf getrennte Denkansätze gesetzt, d.h. die Naturwissenschaftliche Fächer werden in Biologie, Physik, Chemie, Mathematik usw. getrennt. Diese Denkweise unterstützt die Ausbildung von Fachidioten und lässt eine verengte Sicht auf die Welt entstehen. Die neu entstandene Bildung Pestalozzis im 19. Jahrhundert war schon mal ein guter neuer holistischer Ansatz. Leider setzte er sich dieser Bildungsansatz in Deutschland nicht wirklich durch. Doch dabei ist es doch so wichtig so offen wie möglich gegenüber anderen Dinge zu sein. Nicht nur der Aspekt des holistischen Ansatzes ist hier von großer Bedeutung sondern das die Vermittlung von Wissen zur Ideenfindung beitragen kann. Im Laufe meines Lebens gab ich des öfteren Nachhilfeunterricht in Mathematik und dabei vielen mir mir Erklären nicht nur andere Sachverhalte auf sondern beflügelten meine Phantasie. Durch den Prozess des Erklärens bekommt man durch den Schüler eine neue Sicht auf das Problem. Viele stecken am häufigsten an den Grundlagen fest und wollen nicht akzeptieren bzw. sich auf diese Denkweise einlassen. Mathematik erfordert ein hohes Maß an Abstraktion und viele Menschen wollen die Objekte nicht so sehr abstrahieren das man nur noch die blanken geometrischen Körper sieht. Sie sehen die Objekte oft noch mit holistischen Augen als ein Mathematiker. Diese Vermittlung von Wissen kann nicht nur in der Bildung angewandt werden, sondern auch beim Lösen von Problemen. Wir alle

haben bestimmt schon erlebt wie wir Jemanden von einem Problem berichteten und uns durch eine Bemerkung oder einfach durch Zuhören eine Idee einfällt zur Lösung. Heinrich von Kleist beschreibt in seinem Text "Über die allmähliche Verfertigung der Gedanken beim Reden" genau dieses Phänomen. Im Seminar beschäftigten wir uns dazu mit Auszügen aus den Werken Herbats *ABC der Anschauung* und Fröbels "gesammelte pädagogische Schriften". Herbats Gedanken über die Form und Farbe brachten mich auf die Idee der Größe eines Differentials. Bei der Überdeckung zweier Farben ergibt sich eine Grenze die keine wirkliche Ausdehnung besitzt. Diese noch so kleine Ausdehnung die in unserem Kopf entsteht wenn man diese Zwei Farben unterscheiden will sollte der Größe des Differentials entsprechen (Siehe Abb. ). Im letzten Vortrag beeindruckten

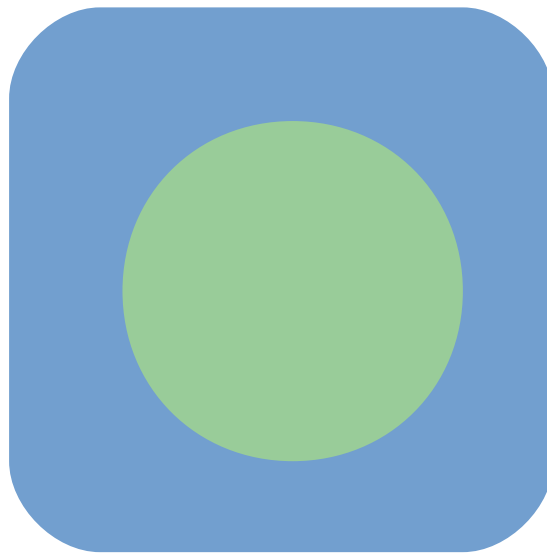


Abbildung 2: Zwei Farben überschneiden sich und bilden eine unvorstellbare kleine Grenze aus.

mich die Ideen von Alfred North Whitehead mit den Ideen zur Prozessontologie. Die Idee der Beschreibung der Natur nur durch Prozesse zu erklären kam mir schon in ähnlicher beim Lesen von Martin Heideggers *Sein und Zeit*. Worin eines seiner Hauptthesen ist, um sich dem Sein zu nähern muss man dem Menschen verstehen, wie er denkt und die Umwelt wahrnimmt. Dabei verwendete er das Wort *Sorgen*, das alle Menschen tun und fast schon wie ein universelles Prinzip beschrieben wird. Dabei bekam ich den Gedanken des Tuns, das alles in der Natur sich einer Art Bewegung oder Tätigkeit befindet. Die Momentaufnahme einer Tätigkeit könnte man als Zustand bezeichnen. Also alles unterliegt einer Tätigkeit oder vielleicht in Whiteheads Worten ausgedrückt einem Prozess. Für die Beschreibung einer Tätigkeit verwenden wir Verben, die in allen Gebieten der Wissenschaft benötigt werden. Selbst wenn wir Denken tun wir etwas, nichts auf dieser

Welt wird davon ausgeschlossen. Die Prozessontologie ist ein holistischer Ansatz der die Teilgebiete der Wissenschaft wieder vereinigen könnte. Dazu tragen auch die interdisziplinären Wissenschaft dazu bei mitunter die Technomathematik. Die Philosophie und Mathematik sind sich in ihrem Ziel die Welt zu erklären zwar einig, gehen jedoch oft verschiedene Wege. Diese sind eigentlich die selben Wege wenn man den Aspekt der Sprache mit einbezieht. Die Sprache ist Ausdruck des Denkens und in welcher Sprache nun ein Gedanke verfasst wird ist eigentlich egal, solange das gesamte Wissen darin enthalten ist. Beide sind Prozesse des Geistes die uns manchmal näher an Gott und die Welt bringen als uns lieb ist. Beide Disziplinen können sich gegenseitig befruchten und zu neuen Erkenntnissen führen. Ich finde das Philosophieren ist in unserer heutigen schnelllebigen Zeit sehr wichtig ist, es bleibt kaum Zeit sich mit der Auswirkungen von neuen technischen und sozialen Entwicklungen in der Welt zu beschäftigen. Alle Ereignisse auf der Welt sind so stark miteinander vernetzt, so dass der menschliche Verstand nicht allen großen Ereignissen folgen kann und darüber nachdenken bzw. philosophieren kann. unsere Umwelt untersteht einem ständigen Wandel, so dass Einige sogar von der Welt selbst abgehängt werden. Die Mathematik kann uns in vielen Bereichen behilflich sein, um die Strukturen und Muster der Vorgänge in unserer heutigen Welt besser zu verstehen. Sie bildet unser Denken unser Denken aus und macht uns zu kritischen Menschen, die die heutige Welt dringend braucht.

Denken ist Teil der Mathematik und Mathematik ist Teil des Denkens.

Jeder Mensch macht sich Gedanken darüber wo werde ich einmal sein, woran glaube ich, in welcher Gesellschaft möchte ich leben usw. all diese und viele mehrere Fragen sind wichtig.