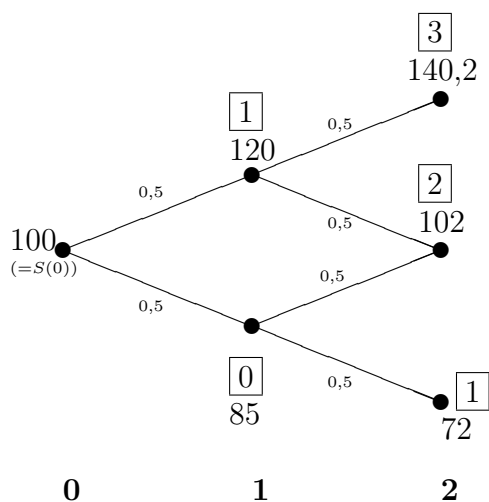


FINANSIERING 1

3 timers skriftlig eksamen, 9-12 fredag 22/8 2014. Alle sædvanlige hjælpemidler (inkl. blyant) tilladt. Sættet er på 3 sider og indeholder 8 nummererede delspørgsmål, der indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Opgave 1

Betragt en 2-periode-model for kursen på en aktie, S . Den mulige udvikling er fastlagt ved nedenstående gitter med **tidspunkter** (t , som vi tænker på som år), aktiekurser (S), dividender (δ) og sandsynligheder svarende til målet P . Renten konstant, 0,03 (3%) per år.



Spg. 1a

Vis at modellen er arbitragefri og komplet.

Spg. 1b

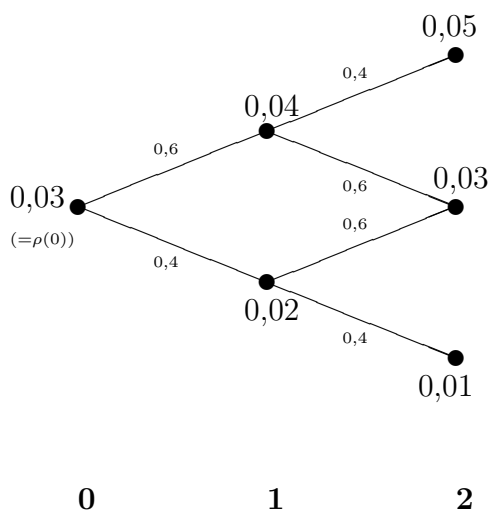
Betragt en såkaldt Shiller-kontrakt, der på tid 2 udbetaler $(\delta(1) + \delta(2))/2$, altså aktiens (tidsgennemsnitlige) dividendeudbetalinger. Beregn den arbitragefrie tid-0-pris på Shiller-kontrakten. (Vink: Tegn et træ. Navnet Shiller er ikke tilfældigt valgt, men det er en anden historie.)

Spg. 1c

Hvordan replikeres Shiller-kontrakten fra spg. 1b?

Opgave 2

Betragt nedenstående model for mulige udviklinger i den korte rente (ρ); den indeholder som sædvanlig tidspunkter, niveauer og (betingede) sandsynligheder. Sandsynlighederne antages at være risiko-neutrale, altså at afspejle et martingalmål (Q).



Spg. 2a

Vis at nul kuponobligationspriserne på tid 0 er

$$(P(0, 1); P(0, 2); P(0, 3)) = (0,9709; 0,9409; 0,9122).$$

Bestem nul kuponrenter og (1-periode-)forwardrenter på tid 0.

Spg. 2b

Betragt en 3-periode-annuitetsobligation med kuponrente 0,03 (altså 3%) og hovedstol 100.

Angiv for denne obligation betalingsrækken, samt (for tid 0) kurs og varighed (sidstnævnte med en definition, du finder passende).

Spg. 2c

Beregn tid-0 kursen på den konverterbare version af obligationen fra spg. 2b. (Konverterbar betyder at sælgeren af obligationen, låntager, på ethvert tidspunkt kan slippe ud af sine forpligtelser ved at betale den resterende hovedstol. Eller med andre ord, at han/hun har en amerikansk call-option på den inkonverterbare obligation, hvor optionen har tidsvarierende strike-kurs lig den resterende hovedstol.)

Opgave 3

De to delspørgsmål i denne opgave er uafhængige.

Spg. 3a

Forklar to-fondsseparation. Man kan støtte sig til følgende spg. : Hvad er det? Hvorfor er det ikke oplagt? Hvordan bevises det? Hvor bruges det? Et fornuftigt svar kan/bør gives på en halv til en hel side.

Spg. 3b

Lad $\{X_t\}_{t=1}^T$ være en følge af uafhængige $N(0, 1)$ (altså standardnormalfordelte) stokastiske variable og sæt

$$S_t = \sum_{1 \leq i \leq t} X_i,$$

med $S(0) = 0$. **Afgør** om hver af de tre følgende processer er martingaler (mht. X 'ernes naturlige filtering):

- $\{S_t\}_{t=0}^T$
- $\{S_t^2\}_{t=0}^T$
- $\{\exp(S_t - t/2)\}_{t=0}^T$