1a AFKASTRATER er $r_i = (S_i(1) - S_i(0))/S_i(0)$

OG

$$E^P(r_1) = \begin{pmatrix}0.4\\0.2\\0.4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0.25\\-0.05\\-0.05\end{pmatrix} = \underline{0.07} \quad E^P(r_2) = \begin{pmatrix}0.4\\0.2\\0.4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-0.05\\0\\0.2\end{pmatrix} = \underline{0.06}$$

$$\mathrm{Cov}(r_i, r_j) = E^P\big((r_i - E(r_i))(r_j - E(r_j))\big) =: \Sigma_{i,j}$$

OG SÅLEDES

$$\Sigma_{1,1} = \underbrace{\begin{pmatrix}0.4\\0.2\\0.4\end{pmatrix}}_{p}\begin{pmatrix}0.18^2\\(-0.12)^2\\(-0.12)^2\end{pmatrix} = 0.0216 \quad \Sigma_{2,2} = p\cdot\begin{pmatrix}(-0.11)^2\\(-0.06)^2\\0.14^2\end{pmatrix} = \underline{0.0134}$$

$$\Sigma_{1,2} = \Sigma_{2,1} = p\cdot\begin{pmatrix}0.18 \times (-0.11)\\(-0.12)\times(-0.06)\\(-0.12)\times(0.14)\end{pmatrix} = \underline{-0.0132}$$

1b Modellen er ARB'FRI og komplet hvis alle 1-per delmodeller er det. Og det er et spg om at finde løsn til

$$\underline{\mathrm{PRIS}}(t) = \frac{1}{1+r} D(t+1)\, q$$

hvor D er MATRICEN af tid $(t+1)$-kursen (rækker ~ aktiver, søjler ~ tilstande)

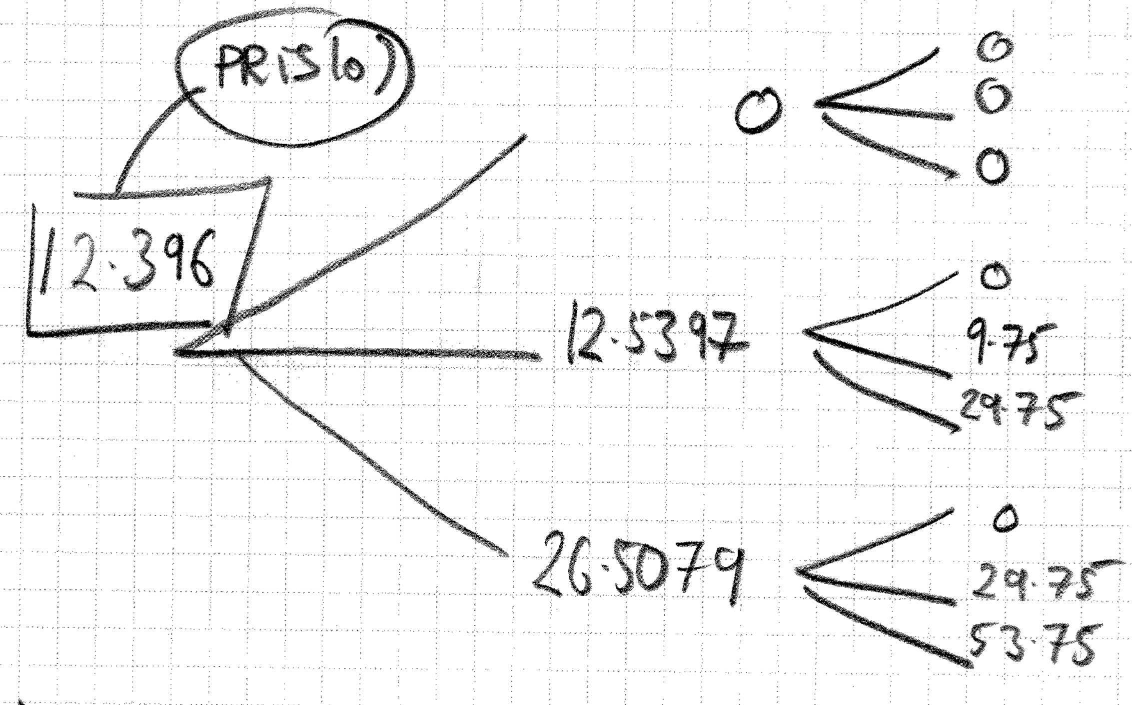
Da alle disse sgs kan have den entydige (pos) løsn (fx $q = (1/3, 1/3, 1/3)$) så er MODELLEN ARB'FRI & KOMPLET

Løsn

$$\begin{pmatrix}1\\100\\100\end{pmatrix} = \frac{1}{1.05}\begin{pmatrix}1.05 & 1.05 & 1.05\\125 & 95 & 95\\95 & 100 & 120\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1/3\\1/3\\1/3\end{pmatrix}$$

1c Hvis $S_2(2) \geq S_1(2)$, så køber vi 1 stk aktie 1, bytter og tjener ialt $(S_2(2)-S_1(2))$

Hvis $S_2(2) \leq S_1(2)$ lar vi vores bytteoption hvile i fred. Summa summarum: Pay-off er $(S_2(2)-S_1(2))^+$. Og for at finde prisen via $PRIS(t) = \frac{1}{1+r} E_t^Q(PRIS(t+1))$ (Bem: $\nexists$ dividen) TREKKER VI BAGLÆNS



1d For at finde en rep PF (a STK RISIKOFRIT, b STK #1, c STK #2) skal vi løse rep' ligns

$$\begin{aligned}
1{,}05a + 125b + 95c &= 0\\
1{,}05a + 95b + 100c &= 12.5397\\
1{,}05a + 95b + 120c &= 26.5079
\end{aligned}$$

og det gøres af $(a,b,c) = (-27.29, -0.302, 0.698)$

2a Vi har fra Noterne at

$$\mu^e_{TG} = \frac{(\mu^e)^T \, \Sigma^{-1} \mu^e}{\mathbb{1} \, \Sigma^{-1} \, \mu^e}$$

$$\left(\begin{array}{c}\text{det}\\ \text{opgivne}\end{array}\right) = \frac{0.1111\ldots}{7.63889} = 0.01455$$

SÅ TG-PF'S FORV. AFKASTRATE er 0.06455

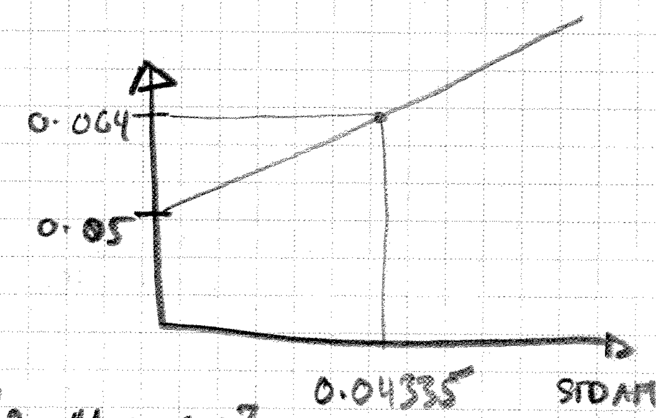
Desuden er $w_{TG} = \dfrac{\mu^e_{TG}}{(\mu^e_{TG})^T \Sigma^{-1} \mu^e_{TG}} \Sigma^{-1} \mu^e_{TG}$

vægtene

$$= \begin{pmatrix} 0.4545 \\ 0.5455 \end{pmatrix}$$

og den efficiente rand / "capital market line" er givet ved

$$\mu_p = \underbrace{r_0}_{0.05} + \underbrace{\sqrt{\mu^e_{TG} \Sigma^{-1} \mu^e_{TG}}}_{0.33\ldots} \, \sigma_p$$



2b AKTIE 1 HAR FORV. afkastrate $\mu_1 = 0.07$

Reference-pf — $\mu_{PF} = \frac{1}{3}(0.07 + 0.06 + 0.05) = 0.06$

og afkastratens varians er $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}) \, \Sigma \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} = 0.0009556$

og cov mlm afkastraterne er

$$(1, 0) \, \Sigma \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} = 0.0028$$

5A

CAPM-ligning

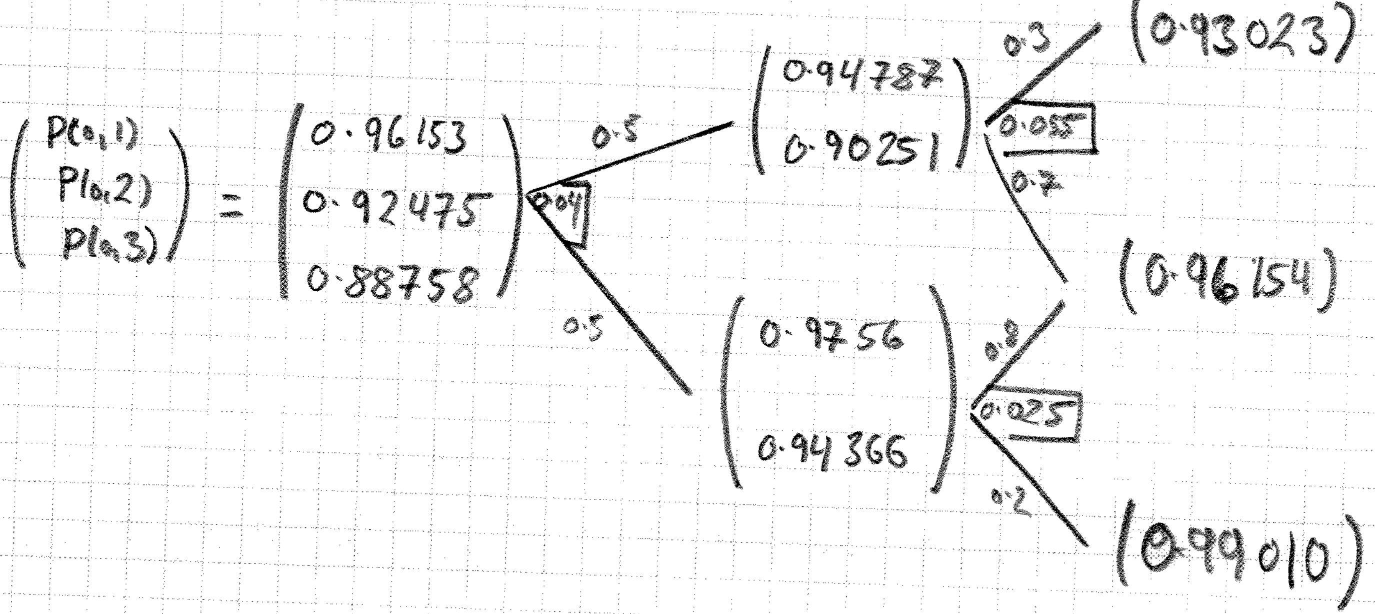
$$\underbrace{\mu_1 - r_0}_{0.02} = \underbrace{\underbrace{\frac{\mathrm{COV}(r_1\, r_{PF})}{\mathrm{VAR}(r_{PF})}}_{2.93} \underbrace{(\mu_{PF} - r_0)}_{0.01}}_{0.0293}$$

holder ikke. Og det er den da heller ikke nogen grund til at den skal, for reference pf er middelværdi/varians-efficient (ses ved indsættelse).

3a Annuitetsformlen fortæller at lånets (konstante) ydelse er

$$y = \frac{0.04 \times 1{,}04^3}{1.04^3 - 1} = 36{,}03$$

NULKUPONOBL' PRISER findes ved baglæns optrævling
KOMPAKT



TID-0 KURS PÅ ANNUITET er $\sum_{i=1}^{3} y\, P(0,i) = 99{,}96$

(TRÆVLER MAN BAGLÆNS M/ "DIVIDENDEFORMEL" FOR ANNUITETEN, BEHØVES P'ER IKKE.)

3b Fisher/Weil varighed er $\frac{1}{99{,}96} \sum_{i=1}^{3} i \cdot y \cdot P(0,i) = \underline{1.973}$

(Macaulay-VAR er m/ 3 bet. cifre den samme – eff rente på annuiteten er 0.04023)

3c Vi har (cns US*8) generelt at

$$F(0,2) = \frac{E^q\left(S(2)/R_{0,2}\right)}{P(0,2)},$$

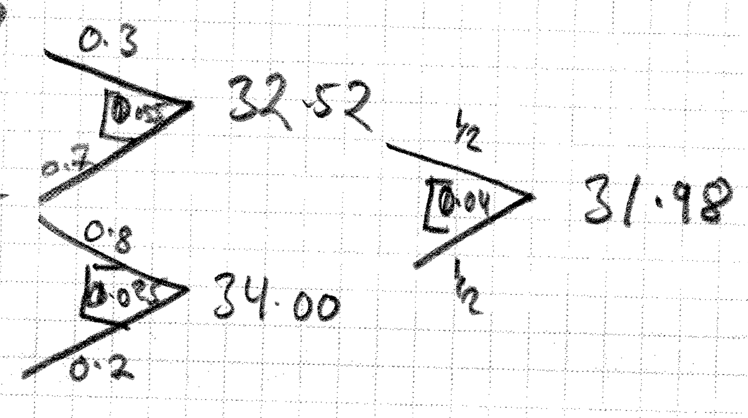
hvor $S(2)$-rollen her spilles af tid-2 PRISEN på annuiteten.

For at udregne tælleren trævler vi baglæns

$$\frac{36.03}{1.075} = 33.52$$

$$\frac{36.03}{1.04} = 34.65$$

$$\frac{36.03}{1.01} = 35.68$$



Så $F(0,2) = \frac{31.98}{0.92475} = \underline{34.59}$

3d Vi har $E^q(y(0)) = E^q(0) = 0$

$$E^q(y(1)) = \tfrac{1}{2}(+0.015)^2 + \tfrac{1}{2}(-0.015)^2 = 0.000225$$

og $E^q(y(2)) = 0.5 \times 0.3 \times (0.035)^2 + (0.5 \times 0.7 + 0.5 \times 0.8) \times 0^2 + 0.5 \times 0.2 \times (-0.03)^2 = 0.00027375$

y PROCESS HAR ikke konstant ubetinget middelværdi, og kan derfor ikke være en MARTINGAL. (Bem. at vi ikke kan "slutte omvendt")