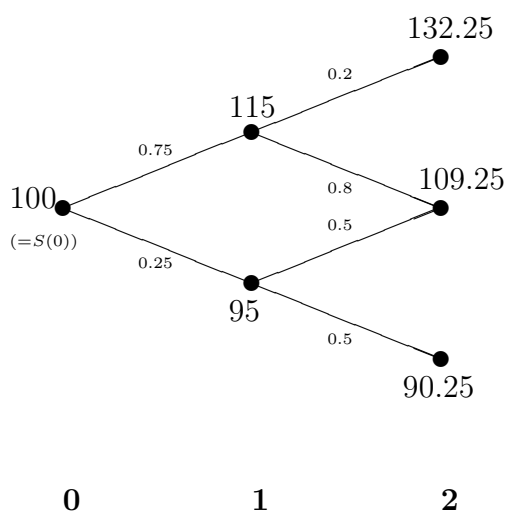


FINANSIERING 1

3 timers skriftlig eksamen, 10-13, onsdag 16/8 2006. Alle sædvanlige hjælpemidler (incl. blyant) tilladt. Sættet er på 4 sider og indeholder 7 delopgaver, der indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Opgave 1

Betragt en 2-periode model for kursen, S , på en aktie, der i det betragtede tidsrum ikke udbetaler dividende. Den mulige udvikling er fastlagt ved nedenstående gitter. (Med **tidspunkter**, aktiekurser og sandsynligheder.) Desuden findes der et risikofrit aktiv (*bankbogen*) med en rente på 3% per periode.



1.a

Vis at modellen er arbitragefri og komplet.

Beregn de arbitragefri priser på følgende fire aktiver/kontrakter:

- Europæiske call-optioner med strike (K) på 105 og udløbstider hhv. 1 og 2.
- Europæiske put-optioner med strike (K) på 105 og udløbstider hhv. 1 og 2.

1.b

Beregn de arbitragefri priser på amerikanske udløb-2, strike-105 put- og call-optioner.

Kommenter kort.

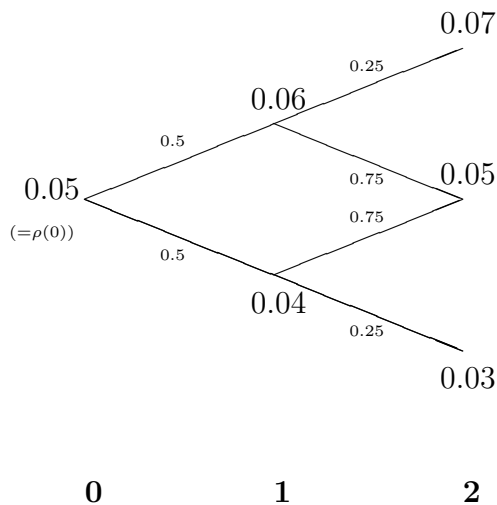
1.c

Hvordan replikeres (eller “hedges”, afhængig af fortegnet) udløb-1, strike-105 call-optionen med aktien og bankbogen. (En beregning ønskes foretaget.)

Kan *pay-off*'et fra udløb-2, strike-105 call-optionen, $(S(2) - 105)^+$, replikeres med udløb-2, strike-105 put-optionen og bankbogen?

Opgave 2

Betragt nedenstående gitter (med **tidspunkter**, renter og sandsynligheder) for udviklingen i den korte rente (1-periode spotrenten ρ) under et ækvivalent martingalmål Q :



2.a

Vis at de arbitragefri tid-0 nulkuponobligationspriser (“zero-coupon bond prices”) er

$$(1, 0.95238, 0.90711, 0.86403).$$

Beregn de tilhørende nulkuponrenter (“zero-coupon yields”) og forward-renter (“ $f(0, t)$ ” i Noternes notation).

2.b

Nu betragtes to 3-årige obligationer med kuponrente på 5% og hovedstol på 100. Den ene er et serielån, den anden en annuitet.

Hvad er tid-0 kurserne på de to obligationer?

Hvad er den effektive rente på serielånet? (Uden nogen form for beregning kan du give et ganske præcist svar.)

Beregn de to obligationers varigheder efter en definition, du finder passende. Hvilken er størst, og hvorfor er det ikke overraskende?

Hvad er værdien af serielånets resterende betalinger i tid-1 op-knuden (altså når den korte rente er 6%)? Hvad ville der stå i avisens kursliste?

Opgave 3

De to dele af denne opgave har ikke noget med hinanden at gøre.

3.a

Der erindres (?) om følgende to ting:

- En funktion $f : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$ kaldes homogen af 1. grad hvis $f(\lambda x) = \lambda f(x)$ for alle $\lambda \in \mathbb{R}_+$ (et positivt reelt tal, altså) og for alle x .
- Eulers sætning siger, at en funktion er homogen af 1. grad hvis og kun hvis den har formen

$$f(x) = \sum_{i=1}^n x_i \frac{\partial f}{\partial x_i}(x).$$

Vis at Black/Scholes' call-optionspriser er homogene af 1. grad i S (aktiekurs, "spot", nogle gange kaldet S_0) og K (strike), altså (i oplagt notation) at

$$\text{Call}(\lambda S, \lambda K, \dots) = \lambda \text{Call}(S, K, \dots).$$

Vis at

$$\frac{\partial \text{Call}}{\partial S} = \Phi(d_1),$$

hvor alt er som i **Noterne**, dvs. $d_1 = (\ln(S/K) + (r + \sigma^2/2)T)/(\sigma\sqrt{T})$.

Vink: For at tjekke om ens argumentation holder vand, kan man overveje hvorfor dette resultat er ”mindre oplagt, end det ser ud.” Hvad skal man huske, hvis man med rå kraft differentierer Black/Scholes’ formel mht. S ?

3.b

I mange større virksomheder bruger man optioner (mestendels af call-type, sku’ man formode) til at aflønne bestyrelsesmedlemmer og ledende medarbejdere.

I marts 2006 kunne man i Berlingske Tidendes business-sektion læse følgende:

Modstandere af bestyrelsesoptioner mener, det gør virksomhedens styrende organ for risikovilligt, fordi optioner kun kan blive mere værd, men ikke mindre værd, som aktier kan.

Kommenter.

Vink: Sætningen indeholder et synspunkt og en begrundelse. Se gerne på dem hver for sig; ihvertfald den ene ting bør du have en utvetydig mening om.