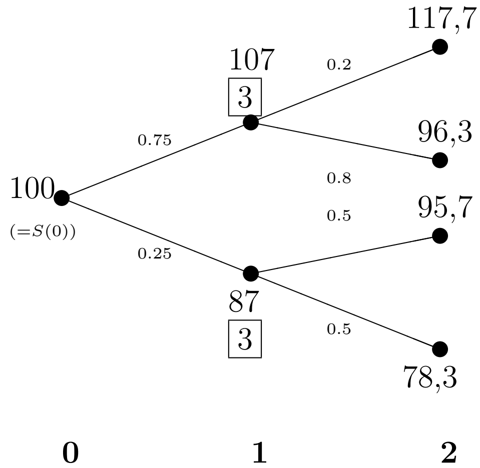
FINANSIERING 1

3 timers skriftlig eksamen, 9-12 fredag 2/9 2011. Alle sædvanlige hjælpemidler (incl. blyant) tilladt. Sættet er på 2 sider og indeholder 8 numererede delspørgsmål, der indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Opgave 1

Betragt en 2-periode-model for kursen, S, på en aktie. Den mulige udvikling er fastlagt ved nedenstående gitter med **tidspunkter**, aktiekurser, $\boxed{\text{dividender}}$ og sandsynligheder. Desuden findes der et risikofrit aktiv (bankbogen) med en rente på 2% per periode.



Spg. 1a
Vis at modellen er abritrage-fri og komplet.

Spg. 1b
Bestem den arbitrage-fri forward-pris for en forward-kontrakt med udløb på tidspunkt 2 og aktien som underliggende.

Spg. 1c
Beregn den arbitrage-fri tid-0-pris på henholdsvis en europæisk og en amerikansk put-option (på aktien) med udløb på tidspunkt 2 og strike-kurs 96.

Spg. 1d
Angiv den initiale sammensætning af den (forward, bankbog)-portefølje, der replikerer den europæiske put-option fra spg. 1c, idet "forward" refererer til forward-kontrakten fra spg. 1b.

Opgave 2

Betragt en porteføljevalgsmodel med 2 usikre aktiver (*aktier*, numereret 1 og 2), hvis afkastrater har forventede værdier (μ) og kovarianser ($\mathbf{\Sigma}$) givet ved:

$$\mu = \begin{bmatrix} 0,03 \\ 0,045 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0,04 & 0,048 \\ 0,048 & 0,16 \end{bmatrix}.$$

I modellen findes yderligere et riskofrit aktiv med en rente på 0,02 (dvs. 2%).

<u>Spg. 2a</u>
Bestem tangentporteføljen og **angiv** (på en måde, du finder passende) den efficiente rand.
(Det kan være nyttigt at vide, at $\mathbf{\Sigma}^{-1}(\mu - 0,02 \times \mathbf{1}) = (0,09766 \;\; 0,12695)^{\top}$.)

<u>Spg. 2b</u>
Antag at tangentporteføljen er markedsporteføjlen. **Verificer at** CAPM-ligningen holder for aktie 1. **Holder den også** for aktie 2?

Opgave 3

<u>Spg. 3a</u>
Hvad forstås ved implicit volatilitet ("implied volatility")?

<u>Spg. 3b</u>
Lad $\{X_j\}_{j=0}^{T}$ være en følge af uafhængige standard-normalfordelte stokastiske variable, $X_j \sim N(0,1)$, og lad $\mathcal{F}$ være X'ernes naturlige filtrering. Sæt $N_1(0) = N_2(0) = N_3(0) = 0$ og definer

$$N_1(t) = \sum_{j=1}^{t} X_j^2, \quad N_2(t) = \sum_{j=1}^{t} X_{j-1}X_j \text{ og } N_3(t) = \sum_{j=1}^{t} X_j^3 \text{ for } 1 \leq t \leq T.$$

Analyser N-processernes martingal-egenskaber (mht. $\mathcal{F}$, forståeligvis).