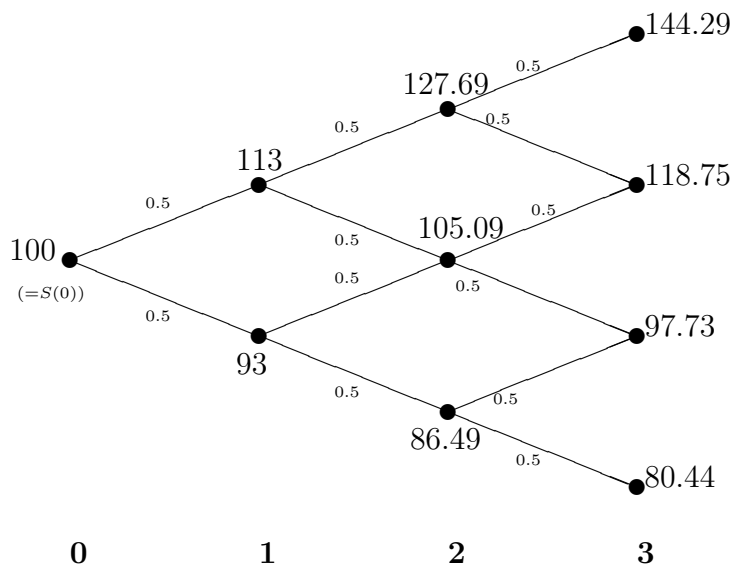


FINANSIERING 1

3 timers skriftlig eksamen, 9-12, fredag 24/6 2011. Alle sædvanlige hjælpemidler (incl. blyant) tilladt. Sættet er på 3 sider og indeholder 8 numererede delspørgsmål, der indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Opgave 1

Betragt en 3-periode-model for kursen, S , på en aktie, der i det betragtede tidsrum ikke udbetaler dividende. Den mulige udvikling er fastlagt ved nedenstående gitter med **tidspunkter**, aktiekurser og sandsynligheder svarende til målet P . Desuden findes der et risikofrit aktiv (bankbogen) med en rente på 4% per periode.



Spg. 1a

Vis at modellen er arbitrage-fri og komplet.

Betragt et finansielt aktiv, en såkaldt IFN-kontrakt, der på tid $T = 3$ har denne "pay-off"-struktur:

- Hvis $S(T) \leq 100$, så modtager investor (eller: ejeren) 100.
- Hvis $100 < S(T) \leq 125$, så modtager investor $0.8 \times S(T) + 20$.

- Hvis $S(T) > 125$, så modtager investor 120.

Spg. 1b

Vis at IFN-kontrakten kan skrives som en portefølje af nul kuponobligationer og call-optioner. **Beregn** den arbitrage-fri tid-0-pris på IFN-kontrakten.

Der erindres om, at investeres i et dividende-frit aktiv over horisonten τ , så er den annualiserede (eller ”årlige”, men fremmedordet meddeler bedre, at først regner man forventet afkastrate ud, så regner man om til årsbasis) forventede afkastrate givet ved

$$\left(\mathbf{E} \left(\frac{\text{pris}(\tau)}{\text{pris}(0)} \right) \right)^{\frac{1}{\tau}} - 1.$$

Spg. 1c

Antag IFN-kontrakten handler til sin arbitrage-fri tid-0-pris, og betagt dens afkastrate over horisonten $\tau = T = 3$. (Og pedanter omdefinerer ”tid-3 pay-off” til ”tid-3 pris”.)

Hvad er den P -forventede afkastrate for IFN-kontrakten? **Hvad er** den Q -forventede afkastrate for IFN-kontrakten, hvor Q som sædvanlig indikerer middelværdi under martingalmålet/det risiko-neutrale sandsynlighedsmål?

Spg. 1d

En stor bank markedsfører IFN-kontrakten ovenfor som et investeringsprodukt på følgende måde:

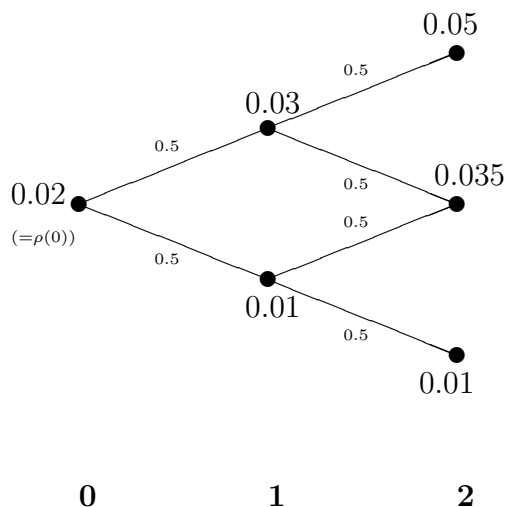
Play the stock market without any risk! If you invest £100 with us you may earn up to 20%. And if the stock market falls you get your money back.

(Dette er ”based on a true story”, så jeg har beholdt den originale engelske ordlyd.)

Kommenter. Overvej specielt: Er det en god forretning for investor? Hvor mange vildledende informationer kan du finde i det relativt korte citat?

Opgave 2

Betragt nedenstående model for mulige udviklinger i den korte rente (ρ); den indeholder som sædvanlig tidspunkter, niveauer og (betingede) sandsynligheder. Sandsynlighederne antages at være risiko-neutrale, altså at afspejle et martingalmål.



Spg. 2a

Vis at nul kuponobligationspriserne på tid 0 er

$$(P(0, 1), P(0, 2), P(0, 3)) = (0.9804, 0.9613, 0.9313).$$

Spg. 2b

Beregn forwardprisen for en forwardkontrakt med udløbtidspunkt $T_{fwd} = 1$ på en ” $T = 3$ ”-nul kuponobligation. **Hvad** er futuresprisen for en futureskontrakt med samme udløbsdato og underliggende aktiv som forwardkontrakten? **Ændrer** dine svar sig kvalitativt, hvis forward- og futureskontrakterne har udløb på tid 2 istedet?

Spg. 2c

En bestemt 3-periode annuitetsobligation har på tid 0 arbitrage-fri pris lig med sin resterende hovedstol (100, uden tab af generalitet). **Hvad** er annuitetens kuponrente? (Angiv først hvilken ligning, der bestemmer kuponrenten. Beregn derefter løsningen numerisk med et par betydende cifre.)

Spg. 2d

Betragt en rente-option, der betaler

$$(\rho(2) - 0.03)^+ \text{ på tid 2.}$$

Beregn optionens arbitrage-fri tid-0 pris. **Angiv** den initiale sammensætning af den replikerende portefølje, der kan laves ud fra ” $T = 2$ ”- og ” $T = 3$ ”-nul kuponobligationerne.