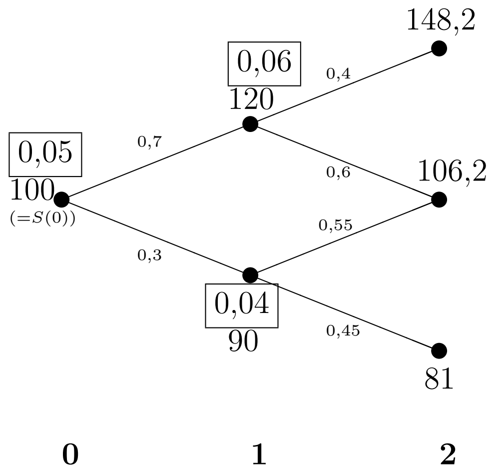
# FINANSIERING 1

3 timers skriftlig eksamen, 9-12 fredag 22/6 2012. Alle sædvanlige hjælpemidler (incl. blyant) tilladt. Sættet er på 2 sider og indeholder 8 numererede delspørgsmål, der indgår med lige vægt i bedømmelsen.

# Opgave 1

---

Betragt en 2-periode-model for kursen på en (dividende-fri) aktie, $S$, og for 1-periode-renten, $\rho$ (hørende til bankbogen/det lokalt risiko-frie aktiv). Den mulige udvikling er fastlagt ved nedenstående gitter med **tidspunkter**, aktiekurser, $\boxed{\text{1-periode-rente}}$ og $_{\text{sandsynligheder}}$ svarende til målet $P$.




Spg. 1a
**Vis at** modellen er abritrage-fri og komplet.

Spg. 1b
**Beregn** den arbitrage-fri tid-0-pris på en europæisk call-option (på aktien) med udløb på tidspunkt 2 og strike-kurs 105. **Angiv** den initiale sammensætning af den (aktie, bankbog)-portefølje, der replikerer call-optionen.

Spg. 1c
**Bestem** tid-0 prisen på en udløb-2 nulkuponobligation. **Beregn** korrelationen under $P$ mellem aktiens tid-0-til-1 afkastrate (dvs. $\frac{S(1)-S(0)}{S(0)}$) og udløb-2 nulkuponobligationens afkastrate over samme (ene) periode.

# Opgave 2

Betragt en porteføljevalgsmodel med 2 usikre aktiver (*aktier*, numereret 1 og 2), hvis afkastrater har forventede værdier ($\mu$) og kovarianser ($\mathbf{\Sigma}$) givet ved:

$$\mu = \begin{bmatrix} 0,04 \\ 0,05 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0,0625 & 0,044 \\ 0,044 & 0,1225 \end{bmatrix}.$$

I modellen findes yderligere et riskofrit aktiv med en rente på 0,02 (dvs. 2%).

Spg. 2a

**Bestem** tangentporteføljen og **angiv** (på den/de måde(r), du finder passende) den efficiente rand. (Det kan være nyttigt at vide, at $\mathbf{\Sigma}^{-1}(\mu - 0,02 \times \mathbf{1}) = (0,19754 \;\; 0,17394)^\top$.)

Spg. 2b

Antag at tangentporteføljen er markedsporteføjlen. **Verificer at** CAPM-ligningen holder for en portefølje med vægte på 50% i hver aktie.

# Opgave 3

I denne opgave betragtes en arbitrage-fri model ala Noternes kapitel 5 (dvs. $Q$ betegner et martingalmål) for prisen, $S$, på en aktie. Modellen antages at have konstant rente, $\rho_t \equiv r$.

Spg. 3a

Antag aktien ikke udbetaler dividende imellem tid 0 og tid $T$. **Vis at**

$$\mathrm{E}_0^Q(S(T)) = (1+r)^T S(0).$$

Vink: Brug den generelle regel $S(t) = \frac{1}{1+\rho_t}\mathrm{E}_t^Q(S(t+1) + \delta(t+1))$ rekursivt baglæns.

Spg. 3b

Antag nu istedet, at aktien udbetaler det deterministiske beløb $D$ i dividende (eller: udbytte) på tidspunkt $t_D \in ]0;T]$. **Vis at**

$$\mathrm{E}_0^Q(S(T)) = (1+r)^T S(0) - (1+r)^{T-t_D} D.$$

Vink: Vis at $\mathrm{E}_{t_D-1}^Q(S(t_D)) = (1+r)S_{t_D-1} - D$ og argumenter som i Spg. 3a.

Spg. 3c

Brug resultatet i Spg. 3b til **at vise** flg. put-call-paritet for tilfældet med en enkelt deterministisk dividende-udbetaling i optionernes løbetid:

$$\mathrm{call}(0) - \mathrm{put}(0) = S(0) - (1+r)^{-T} K - (1+r)^{-t_D} D.$$

Vink: $x - K = (x-K)^+ - (K-x)^+$.