1a Alle delmodellen er arb m/ $q = \frac{(1+r) - d}{u - d} = \frac{1,05 - 0.9}{1.2 - 0.9} = 1/2$

STRIKE - 190, utløb - 3 call prises

155.6

107.05

69.2

67.66

35.05

$\boxed{40.64}$

4.4

17.69

2.10

0

Fin! ex
AUGUST 2007
~~OER~~ PELOS
HÅNDSKREVET
VEL BESV.
Rolf

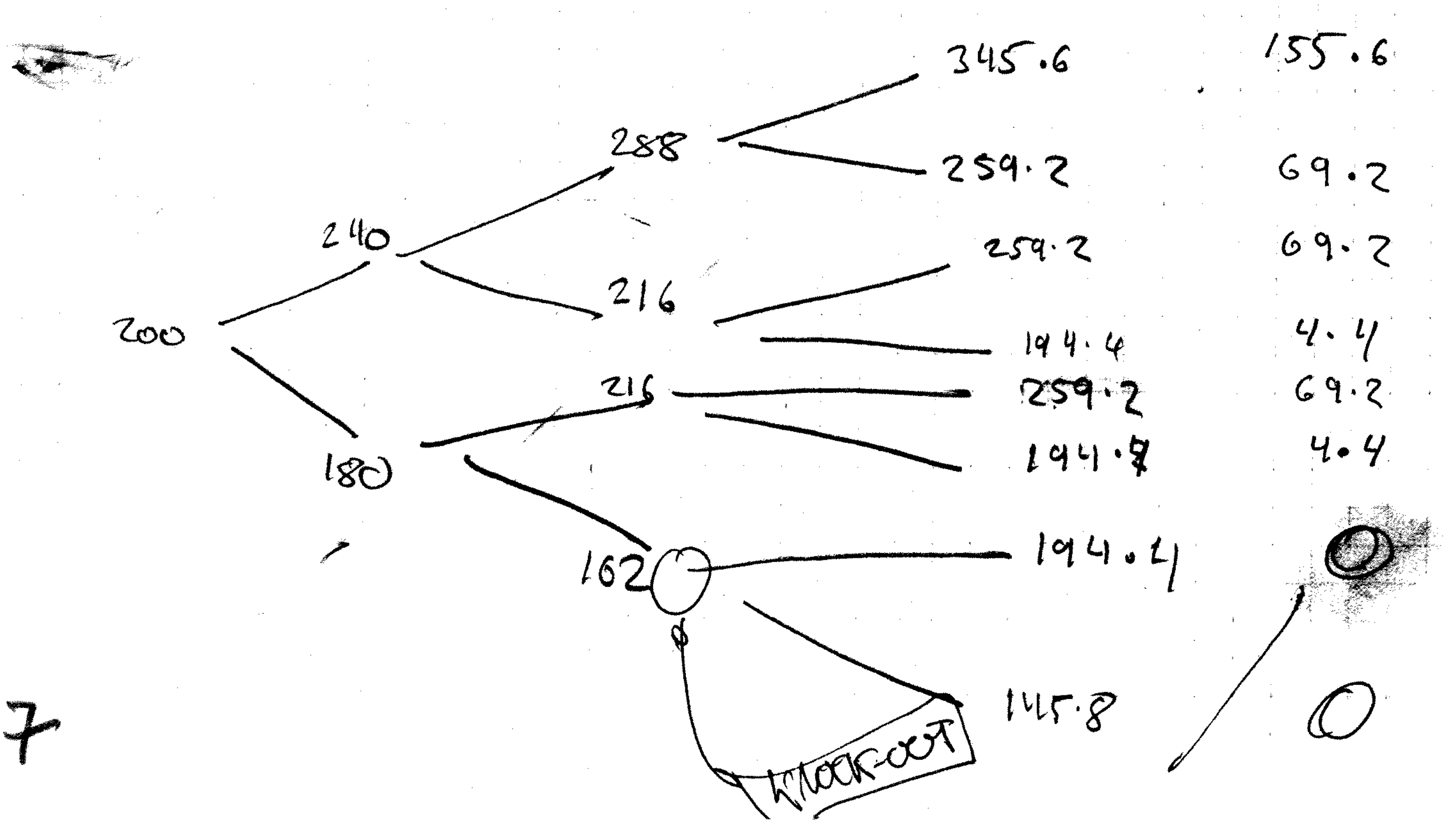
Hedge/repliserende pf

$a = \frac{67.66 - 17.69}{240 - 180} = 0.833$ STK AKTIER OG

$b = C_0 - a S_0 = 40.64 - 200 \cdot 0.833 = -125,96$ i banken

1b TRÆ

DEO PAYOFF



$$\Pi^{DOC}(0) = \frac{1}{8} + \frac{1}{(1,05)^3}\left(155.6 + 3\times 69.2 + 2\times 4.4\right)$$

1c Π_1 gitter

155.6

107.05

69.2   35.05   ~~67.68~~ 67.6 $\boxed{40.17}$

4.4   16.69

0   0

$\boxed{S_t \le B}$

DA $\Pi_1(0)$ KAN BEREGNES I GITTER

ER KOMPOSITIONEN / BEREGNINGSMODEL

$O(\#\text{SKRIDT}^2)$ IST

$O(2^{\#\text{SKRIDT}})$ SOM TRÆ OPTRÆV

KRÆVER (OG 1. er meget hurtig

PÅSTAND

I EN HVILKENSOMHELST KNUDE ER $\Pi_1(t)$ VÆRDIEN AF KNOCK-OUT OPTIONEN GIVET DEN IKKE TIDLIGERE ER "SLÅET UD"

dvs tid $t-1$ eller før

BEVIS / ARGUMENT

FOR $t=T$ ER DET OK (BEMÆRK HVORDAN $1_{S(T)>B}$ SLÅR BETALINGER IHJEL I KNUDER UNDER BARRIEREN)

SÅ LAD OS SIGE AT DET' OK FOR ALLE $s \in [\cancel{t}; T]$

I EN t-KNUDE ER DER 2 MLG

(i) $S(t) \leq B$ SÅ ER BARRIEOPTIONENSVÆRDI 0. DET KA' GODT VÆRE DEN IKKE VAR SLÅET UD FØR, MEN DEN ER DET NU

$1_{S(t)>B}$ i Π_1-def klarer det.

(ii) HVIS $S(t) > B$ OG option IKKE ER SLÅET UD FØR $\boxed{t-1}$, SÅ ER DEN I DE (TO) KNUDER DER FØLGER EFTER, DEN VI SIGER I IKKE SLÅET UD. MEN SÅ DEN VÆRDI I DISSE NETOP (INDUKTIONSANTAGELSEN) $\Pi_1(t+1)$

OG BARRIEREOPTIONEN VÆRDIE I t-KNUDEN ER $\frac{1}{1+r} E_t^Q\left(\Pi_1(t+1)\right)$ pr. SÆDV. ARB'ARG (der kan løses lokalt).

pr. KONST.

DA $\Pi^{DOC}(0)$ NETOP ER TID 0 VÆRDI GIVET INGEN K/O SÅ FØLGER DET AF PÅSTANDEN AT $\Pi^{DOC}(0) = \Pi_1(0)$

2a

$$a u S - C_u = \frac{C_u - C_d}{(u-d)\cancel{S}} u\cancel{S} - C_u$$

$$= \frac{u C_u - u C_d - C_u(u-d)}{u-d}$$

$$= R \underbrace{\frac{d C_u - u C_d}{R}}_{-\boxed{b} \text{ hva Nettopp}} = (a S - C_0) R$$

og $C_0 = a S + b$

$$a d S - C_d = \frac{d C_u - \cancel{d C_d} - u C_d + \cancel{d C_d}}{u - d}$$

$$= -b R$$

V.S.

$$p a u S - \boxed{p C_u} + (1-p) a d S - (1-p) C_d = (a S - C_0) \cancel{R}$$

$\Downarrow$

$$R \cancel{C_0} - \cancel{C_0} \mu_C = \frac{1}{C_0} a S (R - \mu_S)$$

$\Downarrow$ ønskede ligning

2b

$$\frac{C_0}{a S} (\mu_C - R) + R = \mu_S \quad \text{sett inn}$$

$$\frac{C_0}{a S} (\mu_C - R) \cancel{+R-R} = \beta_{S,M} (\mu_M - R)$$

$$= \underbrace{\frac{a S}{C_0} \beta_{S,M}}_{\beta_{call}} (\mu_M - R)$$

LAD OS VISE AT $\overset{w/C_0}{\overset{\|}{\beta_{call}}} \geq \beta_{S,M}$ (DETTE ER FAKTISK DET ENESTE STED CALL-egenskaben BRUGES)

DA $C_0 = aS + b$ og derfor skal vi vise $b \leq 0$

HVILKET KOMMER UD PÅ AT

$$\underbrace{uC_d - dC_u} \leq 0$$

$$= u(dS - K) - d(uS - K)^+ \Big\} \; (*)$$

3 TILFÆLDE for $(*)$ afh. K's værdi

$\underline{K \geq uS}$: $\quad (*) = 0$

$\underline{K \leq dS}$: $\quad (*) = \cancel{udS} - Ku - \cancel{duS} + dK = K(d-u) \leq 0$
da $u > d$

$\underline{dS \leq K \leq uS}$: $\quad (*) = \underbrace{-d}_{\leq 0}\underbrace{(uS-K)}_{\geq 0} \leq 0$

HVILKET ER DET ØNSKEDE

3a (i)

$$f_i(x) = (x-K_1)^+ - (x-K_2)^+ \quad ; \quad K_1 < K_2$$

PÅSTAND $f_i(x) \geq 0 \quad \forall x$

Tjek $x \leq K_1 : f_i(x) = 0$

$K_1 \leq x \leq K_2 : f_i(x) = x - K_1 \geq 0$

$x \geq K_2 : f_i(x) = K_2 - K_1 > 0$

lineairitet e def AF ARB' FRI PRI

SÅ $$0 \leq E_t^Q \left\{ \frac{f_i(S_T)}{R_{t,T}} \right\} = C(K_1) - C(K_2)$$

DVS $C(K_1) \geq C(K_2)$

(ii)

$$f_{ii}(x) = K_2 - K_1 - (x-K_1)^+ + (x-K_2)^+ \quad K_1 < K_2$$

OGSÅ HER $f_{ii}(x) \geq 0 \quad \forall x$

Tjek $x \leq K_1 : f_{ii}(x) = K_2 - K_1 > 0$

$K_1 \leq x \leq K_2 : f_{ii}(x) = K_2 - K_1 + K_1 - x \geq 0$

$x \geq K_2 : f_{ii}(x) = 0$

OG SÅ

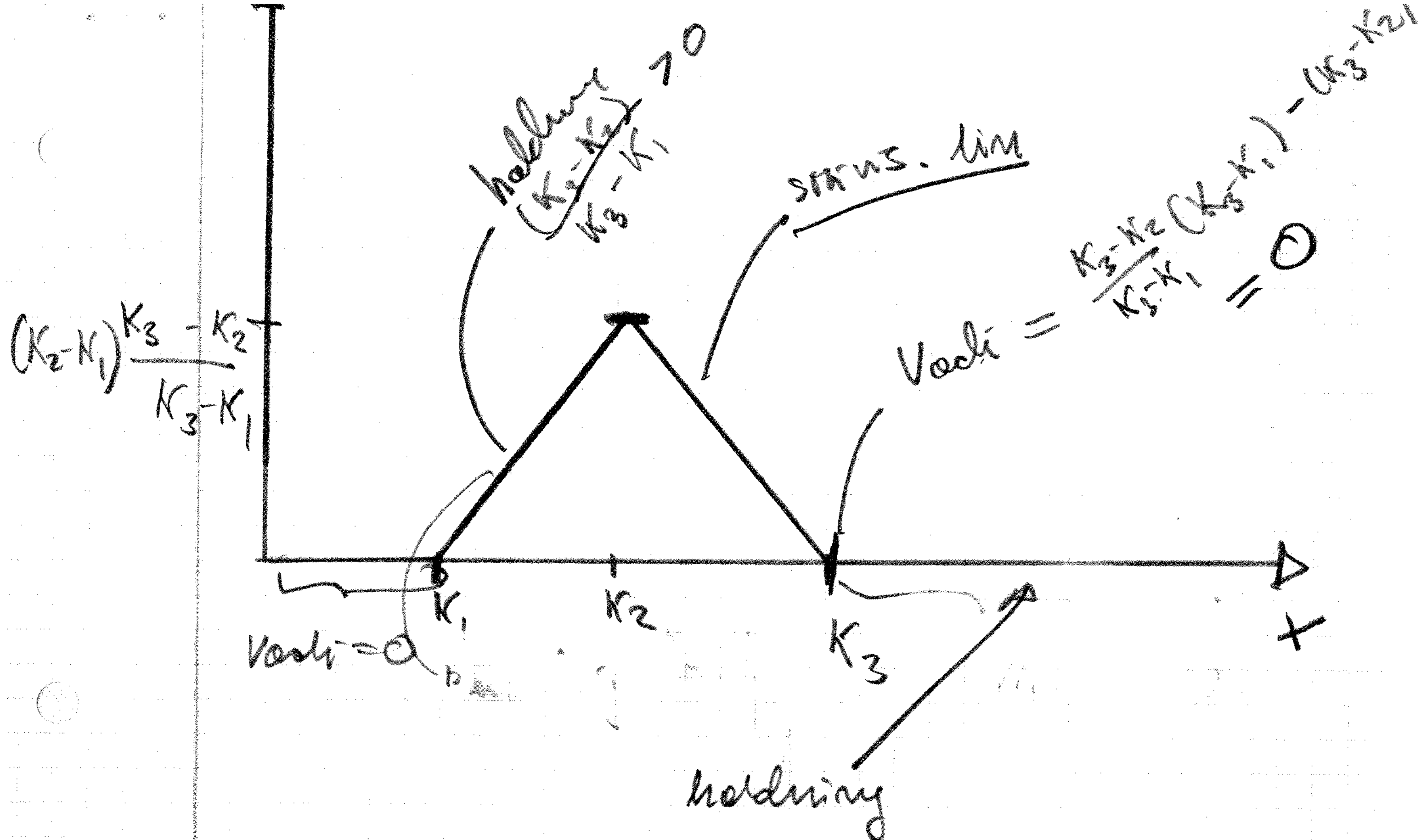
$$0 \leq E_t^Q \left(\frac{f_{ii}(S_T)}{R_{t,T}} \right) \Rightarrow \overbrace{K_2 - K_1}^{\text{SAMP } R_{t,T} \text{ med}} \geq C(K_1) - C(K_2)$$

$R_{t,T} \geq 0$

3b

Lettest AT TEGNE VENSTRE'S LIN FKT

$$f_{iii}(x) = \frac{K_3 - K_2}{K_3 - K_1}(x-K_1)^+ - (x-K_2)^+ + \frac{K_2-K_1}{K_3-K_1}(x-K_3)^+$$



holdning

$$\frac{K_3-K_2}{K_3-K_1} - \underbrace{\frac{K_3-K_1}{K_3-K_1}}_{=1} + \frac{K_2-K_1}{K_3-K_1} = 0$$

Så $E(f_{iii}(S_T)) \geq 0$ og det

ønskede fås som i 3a.

$\not{8}/7$