FINANSIERING 1 Ordinær Eksamen Juni 2021

4 timers skriftlig eksamen, fredag 25/6 2021. Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt. Sættet er på 3 sider og indeholder 12 delspørgsmål, der indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Opgave 1

Betragt tre obligationer, der handles i et marked. De har alle en hovedstol på 100 og årlige betalinger. Der antages som sædvanlig der er præcis 1 år til den første betaling.

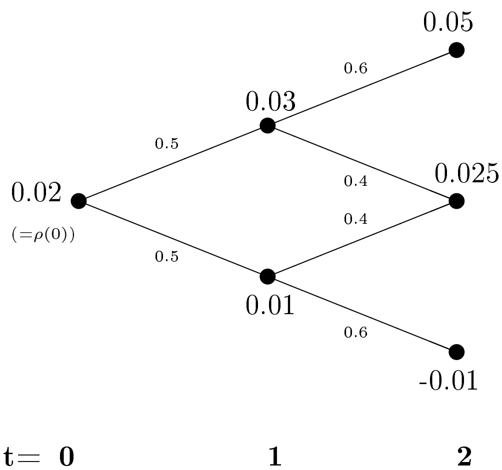
Obligation	Løbetid	Kuponrente	Pris
Stående lån	2 år	2 %	100.00942
Annuitetslån	3 år	1 %	98.0243
Serielån	3 år	1.5 %	98.998468

1.a **Opstil** betalingsrækkerne for de tre obligationer og **vis** at nulkuponpriserne (diskonteringsfaktorerne) er givet ved $(P(0,1), P(0,2), P(0,3)) = (0.980392, 0.961261, 0.941227)$.

1.b Forestil dig du har en forpligtelse hvor du skal betale hhv. 100, 120, 105 på tid 1, 2 og 3. **Beregn** hvor mange enheder af de tre obligationer skal købe/sælge på tid-0 for at kunne møde forpligtelsen.

1.c I det nævnte marked har vi en stokastisk kort rente[1] $\{\rho\}_{t=0}^{2}$ beskrevet ved nedestående træ; den indeholder som sædvanlig tidspunkter, niveauer og (betingede) sandsynligheder. Sandsynlighederne antages at være risiko-neutrale, altså at afspejle et martingalmål (Q). Betragt nu en put option på nulkuponobligationen med udløb tid-3, der betaler $(0.98 - P(2,3))^{+}$ på tid-2. **Beregn** tid-0 prisen på denne option

[1] Bemærk at har vi har kunnet ignorere stokastikken fordi vi alene har behandlet deterministiske betalinger i 1.a og 1.b



1.d Lad $\{P_t^S\}_{t=1}^3$ være den stokastiske process der beskriver prisudviklingen for serielånet beskrevet i tabellen ovenfor. Betragt yderligere en put-option der betaler $(33.5-P_2^S)^+$ på tid-2. **Beregn** tid-0 prisen på denne option.

1.e Betragt nu i stedet en version af serieobligationen som kan indfris af låntager (dvs udstederen) - ved at tilbagetale den resterende gæld/hovedstol (eller sagt på en anden måde, den kan indfris til kurs 100) på tiderne 0,1 og 2. **Beregn** prisen på tid-0 på denne obligation og noter hvilke scenarier låntager indfrier obligationen.

Opgave 2

Betragt nu en en-periode model i et stokastisk marked med to finansielle aktiver 1 og 2 der handles til kurser på tid-0 på hhv $S_0^1 = 100$ og $S_0^2 = 106$. På tid-1 er usikkerheden beskrevet ved sandsynlighedsrummet $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, hvor $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$ og

$$S_1^1(\omega) = \begin{cases} 110 & \omega = \omega_1 \\ 90 & \omega = \omega_2 \end{cases}, \quad S_1^2(\omega) = \begin{cases} 115 & \omega = \omega_1 \\ 97 & \omega = \omega_2 \end{cases} \tag{1}$$

2.a **Vis** at markedet er arbitragefrit og komplet.

2.b **Beregn** prisen på en europæisk put med strike 96, udløb 1, med aktiv 1 som det underliggende aktiv.

2.c **Beregn** den risikofri rente.

2.d Antag nu der introduceres en nulkuponobligation med udløb på tid-1 med pris $\tilde{P}(0,1) = 0.99$. **Konstruer** en arbitrageportefølje der har en tid-0 pris på 0.

Opgave 3

Antag vi har tre aktiver, med afkastrater $\underset{3\times 1}{\mathbf{r}}$

$$\boldsymbol{\mu} = \mathbb{E}[\mathbf{r}] = \begin{bmatrix} 0.06 \\ 0.08 \\ 0.15 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \mathrm{Var}[\mathbf{r}] = \begin{bmatrix} 0.0064 & -0.00144 & 0.0048 \\ -0.00144 & 0.0144 & 0.0072 \\ 0.0048 & 0.0072 & 0.09 \end{bmatrix}$$

3.a **Beregn** vægtene i den globale minimum varians portefølje. Oplys desuden den forventede afkastrate og standardafvigelsen på afkastraten. (hint jeg får $\mu_{gmv} = 0.064854$)

3.b Ydermere får du at vide at der eksisterer et risikofrit aktiv med afkastrate $\mu_0 = 0.02$. **Beregn** porteføljevægte og standardafvigelse på en efficient portefølje med en forventet afkastrate på 0.12.

3.c Antag nu at der er en 'capital charge' på særligt høje gearingsgrader defineret som at når vægten i det risikofri aktiv w_0 er mindre -0.5 stiger renten fra 0.02 til 0.05 på hele dit lån. Beregn porteføljevægte og standardafvigelse på en efficient portefølje med forventet afkastrate på 0.12 under denne antagelse. Suppler din beregning med en semi-målfast tegning af den efficiente rand der viser hvor din portefølje ligger i et (σ, μ)-rum. Semi-målfast betyder at evt. knæk i randen beregnes og bemærkes eksplicit. Tegningen må godt laves i hånden. Hint: Der er to punkter hvor randen knækker.