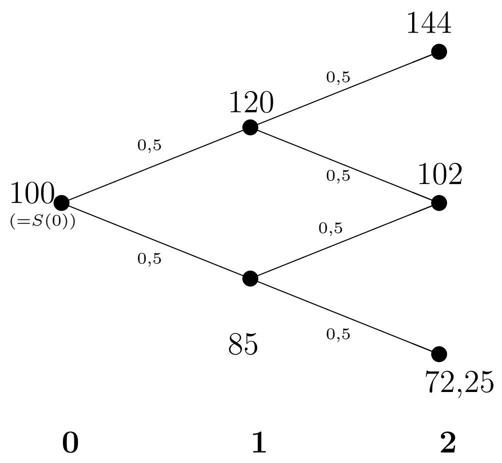
FINANSIERING 1

3 timers skriftlig eksamen, 9-12 fredag 20/6 2014. Alle sædvanlige hjælpemidler (inkl. blyant) tilladt. Sættet er på 3 sider og indeholder 8 nummererede delspørgsmål, der indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Opgave 1

Betragt en 2-periode-model for kursen på en (dividende-fri) aktie, S. Den mulige udvikling er fastlagt ved nedenstående gitter med **tidspunkter** (som vi tænker på som år), aktiekurser og sandsynligheder svarende til målet P. Renten konstant, -0,01 (-1%) per år.



Spg. 1a
Vis at modellen er arbitragefri og komplet. **Hvorfor** kunne man umiddelbart tro, at dette ikke var tilfældet?

Spg. 1b
Bestem tid-0 priserne på europæiske udløb-2, strike-102 call- og put-optioner på aktien. **Forklar** hvordan tid-0-sammensætningen er, af en (bankbog, put-option)-portefølje, der replikerer call-optionen.

Spg. 1c
Prisfastsæt de amerikanske versioner af optionerne fra Spg. 1b. **Kommenter** dine resultater.

Opgave 2

Betragt en porteføljevalgsmodel med 3 usikre aktiver (*aktier*), hvis afkastrater har forventede værdier (μ) og kovarianser ($\mathbf{\Sigma}$) givet ved:

$$\mu = \begin{bmatrix} 0,01 \\ 0,03 \\ 0,05 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0,01 & 0,01 & 0,0175 \\ 0,01 & 0,04 & 0,035 \\ 0,0175 & 0,035 & 0,1225 \end{bmatrix}.$$

Spg. 2a

Beregn korrelationen mellem aktiernes afkastrater. **Angiv** den efficiente rand på den/de måde(r), du finder passende.
Det er nyttigt at kende flg. matricer:

$$\mathbf{A} = [\mu\ \mathbf{1}]^\top \mathbf{\Sigma}^{-1} [\mu\ \mathbf{1}] = \begin{bmatrix} 0,02865 & 0,80867 \\ 0,80867 & 106,89 \end{bmatrix}$$

og

$$\mathbf{\Sigma}^{-1}[\mu\ \mathbf{1}]\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} -35,593 & 1,3051 \\ 21,186 & -0,1102 \\ 14,407 & -0,1949 \end{bmatrix}.$$

Spg. 2b

I modellen indføres nu et riskofrit aktiv med en rente på -0,01 (dvs. -1%). Dette antages ikke at påvirke fordelingen af aktiernes afkastrater. **Beregn** tangentporteføljen og **illlustrer grafisk**, hvordan det ændrer den efficiente rand fra Spg. 2a.
Det er nyttigt at vide, at $\mathbf{\Sigma}^{-1}(\mu - (-0,01) \times \mathbf{1}) = (1,1429; 0,5714; 0,1633)^\top$.

Spg. 2c

I modellen indføres nu yderligere et nyt aktiv eller projekt; igen uden at dette påvirker de "gamle" aktiver. Tid-1-betalingen fra dette projekt, X, er stokastisk. Det oplyses at X har middelværdi 1000, spredning 500 og en korrelation med tangentporteføljens afkastrate, der er 0,4. Baseret på CAPM (med antagelsen, at tangentporteføljen er markedsporteføljen), **hvad er** så den kritiske tid-0-pris for, om det nye projekt er attraktivt? (Dette kunne man også kalde en ligevægtspris.)

Opgave 3

De to delspørgsmål i denne opgave er uafhængige.

Spg. 3a

I en arbitragefri fler-periode-model er en af investeringsmulighederne valuta. Valutakursen $Y(t)$ er det antal "hjemlig valuta"(tænk: danske kroner), vi på tid t skal betale for at få 1 enhed udenlandsk valuta (U.S. dollars, fx). Man kan/skal sætte sin udenlandske valuta i en udenlandsk bank, hvor den forrentes med den konstante rente r_{udl}. Den hjemlige rente r_{hj} antages ligeledes konstant. **Udled** en formel for tid-0 forward-prisen på den udenlandske valuta, hvor forward-kontrakten udløber på tid T. (I finans-lingo kaldes dette en FX forward; FX for *foreign exchange*.)

Vink: Dette kan gøres med et *carry*-argument: Køb 1 enhed valuta for indenlandsk lånte penge, sæt i udenlandsk bank, indgå et passende antal forward-kontrakter, og se hvad der sker på tid T. Formlen bliver "mere æstetisk", hvis man opfatter renterne som kontinuert tilskrevne, men det er ikke nødvendigt. Alternativt kan r_{udl} ses som en dividende-rate i en abstrakt udregning.

Spg. 3b

Du er begyndt i en kvantitativ analyse-stilling (som *quant*) i en bank. En af bankens *tradere* (en, der faktisk handler med optioner) kommer og siger til dig:

> Når jeg handler put-optioner, så er det typisk til en højere volatilitet, end når jeg handler call-optioner. Kan du lave en model for det?

Giver det mening, hvad traderen siger? **Hvad** svarer du traderen? (Dit svar forventes forståeligvis begrundet.)