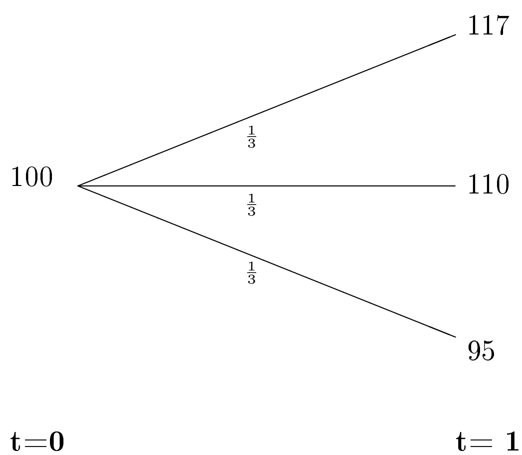
Finansiering 1.

Ordinær Eksamen Juni 2019.

3 timers skriftlig eksamen. d 21 Juni 2019. Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt. Sættet er på 2 sider og indeholder 10 delspørgsmål, der indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Opgave 1

Betragt et marked bestående af et risikofrit aktiv med en risikofri rente på $r = 2\%$, samt et enkelt risikabelt aktiv A, hvis stokastiske udvikling kan beskrives ved følgende træ der beskriver priser og P-sandsynligheder



1.1 **Vis** at markedet er arbitragefrit men ikke komplet. (Hint: Man kan nemt finde en løsning $\underset{3\times 1}{\psi} >> 0$ til ligningssystemtet $D\psi = \pi$ hvis man sætter de første to indgange i $\underset{3\times 1}{\psi}$ til at være ens)

1.2 Betragt et marked hvor du kan købe A, det risikofri aktiv samt en strike $K = 100$ og udløb $t = 1$ Call Option med A som det underliggende aktiv. Antag prisen på Call'en er $C_0 = 5$. **Vis** at dette udvidede marked er både arbitragefrit og komplet.

1.3 Antag at call-option fra forrige spørgsmål istedet har strike $K = 93$ og koster $C_0 = 8.82352941$. **Vis** at dette udvidede marked er arbitragefrit *men ikke* komplet.

1.4 Betragt strike $K = 100$ call optionen fra spørgsmål 1.2, og antag nu at du ikke kender prisen C_0. Hvad er den størst mulige arbitragefri pris for C_0?

Opgave 2

Antag vi har en økonomi med 2 risikable aktiver (Aktiv 1 og Aktiv 2), hvis afkastrater er givet ved den stokastiske vektor $\mathbf{r}$. Vi antager gennem hele opgaven følgende:

$$\mathbb{E}[\mathbf{r}] = \begin{bmatrix} \mathbb{E}[r_1] \\ \mathbb{E}[r_2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,05 \end{bmatrix}, \mathrm{Var}[\mathbf{r}] = \mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0,035161 & 0,016632 \\ 0,016632 & 0,019609 \end{bmatrix} \tag{1}$$

2.1 **Beregn** den globale mininumvariansportefølje. Oplys porteføljens vægte og beregn dens forventede afkast(rate) og afkastratens standardafvigelse. (Hint: jeg får den forventede afkastrate til $\mu_{GMV} = 0,05692$).

2.2 Antag nu vi har et risikofrit aktiv med rente μ_0. Du får oplyst at tangensporteføljen i økonomien har en forventet afkastrate på $\mu_{tan} = 0,11015$. **Beregn** μ_0 og **beregn** tangensporteføljens vægte og standardafvigelsen på tangensporteføljens afkastrate. (Hint: det risikofri aktiv er orthogonalt på tangensporteføljen)

2.3 Antag nu istedet at det risikofri aktiv har en afkastrate på $\mu_0 = 0,07$. **Find** en efficient portefølje P med en forventet afkastrate på $\mu_P = 0,08$. **Oplys** P's vægte.

2.4 Antag fortsat $\mu_0 = 0,07$. **Forklar** hvorfor der i dette tilfælde *ikke* findes en efficient portefølje som kun består af risikable aktiver. (lav evt. en tegning)

2.5 Antag nu at de to aktivers afkastrate kan beskrives udfra følgende 'faktormodel'.

$$r_i = \mu_i + \beta_i F_m + \epsilon_i, \quad i = 1,2 \tag{2}$$

- Hvor F_m, ϵ_1 og ϵ_2 er indbyrdes uafhængige stokastiske variable med

  $$\mathbb{E}[F_m] = \mathbb{E}[\epsilon_i] = 0, \quad \forall i = 1,2$$

  Og $\sigma_\epsilon := \mathrm{Std}[\epsilon_1] = \mathrm{Std}[\epsilon_2]$ og $\sigma_m := \mathrm{Std}[F_m]$.
- Antag yderligere at $\beta_1 = 1,1$, $\beta_2 = 0,7$, $\mu_1 = 0,1$ og $\mu_2 = 0,05$.

Vis modellen beskrevet i (2) producerer samme forventede afkastrater som i ligning (1) og **bestem** σ_ϵ og σ_m så modellen i ligning (2) har den samme varians-kovariansmatrice som den opgivet i (1).

2.6 Antag nu at F_m, ϵ_1 og ϵ_2 er indbyrdes uafhængige stokastiske variable som er binomial fordelt med $0.4 = \mathbb{P}(F_m = 0,18)$, og $0,6 = \mathbb{P}(F_m = -0,12)$ samt $0,5 = \mathbb{P}(\epsilon_1 = 0,095) = \mathbb{P}(\epsilon_2 = 0,095)$ og $0.5 = \mathbb{P}(\epsilon_1 = -0,095) = \mathbb{P}(\epsilon_2 = -0,095)$.

Disse antagelser beskriver sammen med ligning (2) og de opgivne parameterværdier fra spørgsmål 2.5 et marked i een periode $(\underset{N\times 1}{\pi}, \underset{N\times S}{D})$ med $N = 2$ risikable aktiver og $S = 2^3 = 8$ forskellige tilstande. Antag at priserne er givet ved $\pi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^\top$ dvs. række 1 og 2 i D angiver værdien af at investere 1 kr. i hhv aktiv 1 og 2, for de 8 forskellige tilstande i markedet.

Beregn payoff-matricen D og **vis** at (π, D) er arbitragefrit men ikke komplet.