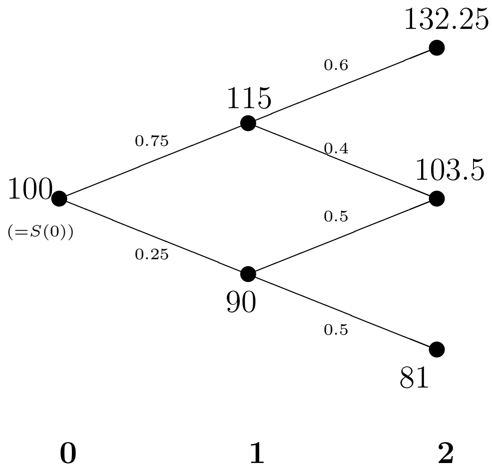
FINANSIERING 1

3 timers skriftlig eksamen, 9-12, mandag 10/8 2009. Alle sædvanlige hjælpemidler (inkl. blyant) tilladt. Sættet er på 2 sider og indeholder 7 nummererede delspørgsmål, der indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Opgave 1

Betragt en to-periode-model for kursen, S, på en aktie, der i det betragtede tidsrum ikke udbetaler dividende. Den mulige udvikling er fastlagt ved nedenstående gitter med **tidspunkter**, aktiekurser og sandsynligheder. Desuden findes der et risikofrit aktiv (bankbogen) med en rente på 5% per periode.



Spg. 1a

Vis at modellen er arbitragefri og komplet.

Spg. 1b

Bestem arbitragefri priser på udløb-2, strike-105 call- og put-optioner.

Der indføres nu en såkaldt X-kontrakt med tid-2 betalingen $X(2) = \frac{1}{3}\sum_{t=0}^{2}\left(\frac{S(t)}{S(0)}\right)^2$.

Spg. 1c

Bestem den arbitragefri tid-0 pris på X-kontrakten. (Vink: Tegn et træ.)

Spg. 1d

Kan X-kontrakten replikeres med call- og put-optionen fra spg. 1.b?

Opgave 2

De tre delspørgsmål i denne opgave har ikke noget synderligt med hinanden at gøre.

Spg. 2a
Forklar kort, hvad en forward-rente er. (Definition, fortolkning.)

Spg. 2b
Betragt en model for optimalt porteføljevalg som i kap. 9 i `Noterne`; mere specifikt tilfældet med risikofrit aktiv.
Argumenter for, at alle porteføljer på den efficiente rand ("captial market line") har samme Sharpe-ratio, og at denne er den maksimalt opnåelige blandt alle porteføljer.
Argumenter for, at hvis nogen fandt på at måle/definere Sharpe-ratio som forventet merafkast (over den risikofrie rente) i forhold til afkast*varians*, så ville ovenstående udsagn ikke være sande.

Spg. 2c
Lad $\{X_i\}_{i=1}^T$ være en følge af uafhængige $N(0,1)$-fordelte (altså standardnormalfordelte) stokastiske variable. Definer

$$M_1(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t = 0 \\ \sum_{i=1}^t X_i & \text{for } t \geq 1 \end{cases}$$

og

$$M_2(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t = 0 \\ \left(\sum_{i=1}^t X_i^2\right) - t & \text{for } t \geq 1 \end{cases}$$

Vis at M_1 og M_2 er martingaler (mht. X_i'ernes naturlige filtrering).
Vis yderligere at M_1 og M_2 er ortogonale i den forstand at $\mathbf{E}(M_1(t)M_2(t)) = 0$ for alle t.