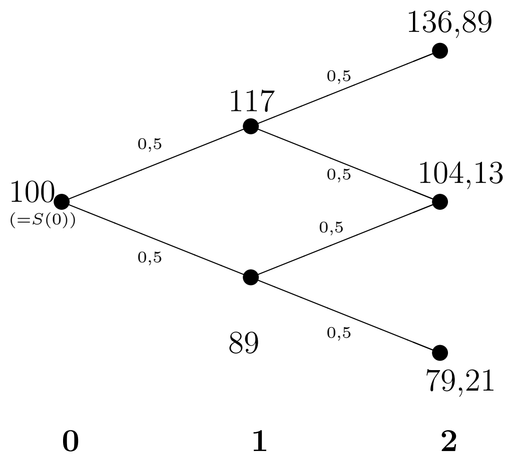
FINANSIERING 1

3 timers skriftlig eksamen, 9-12 fredag 21/6 2013. Alle sædvanlige hjælpemidler (inkl. blyant) tilladt. Sættet er på 2 sider og indeholder 8 nummererede delspørgsmål, der indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Opgave 1

Betragt en 2-periode-model for kursen på en (dividende-fri) aktie, S. Den mulige udvikling er fastlagt ved nedenstående gitter med **tidspunkter** (som vi tænker på som år), aktiekurser og sandsynligheder svarende til målet P. Renten konstant, 0,03 (3%) per år.



Spg. 1a

Vis at modellen er arbitragefri og komplet. Modellen er et specialtilfælde af standardbinomialmodellen, $S(t + \Delta t) = S(t) \exp(\alpha \Delta t \pm \sigma \sqrt{\Delta t})$. **Hvad** er α og (volatiliteten) σ? Vink: Tag log (dvs. ln) og få to lineære ligninger med to ubekendte.

Spg. 1b

En investor har købt en portefølje bestående af en call-option og en put-option på aktien. Begge optioner er af europæisk type, udløber på tid 2 og har strike-kurs 105. **Bestem** tid-0-prisen på porteføljen. **Angiv** den initiale sammensætning af den (aktie, bankbog)-portefølje, der replikerer optionsporteføljen.

Spg. 1c

Forestil dig nu, at den sande model for aktien er Black-Scholes-modellen eller standardbinomialmodellen med små tidsskridt — dvs. en model, hvor vi har et veldefineret mål for usikkerhed i form af volatiliteten σ. **Hvordan vil** værdien af optionsporteføljen fra spg. 1.b afhænge af volatiliteten? **Hvad nu hvis** investoren istedet havde solgt en call-option og købt en put-option?

Opgave 2

Betragt en porteføljevalgsmodel med 2 usikre aktiver (*aktier*, numereret 1 og 2), hvis afkastrater har forventede værdier (μ) og kovarianser ($\mathbf{\Sigma}$) givet ved:

$$\mu = \begin{bmatrix} 0,03 \\ 0,05 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0,04 & 0,044 \\ 0,044 & 0,1225 \end{bmatrix}.$$

I modellen findes yderligere et riskofrit aktiv med en rente på 0,01 (dvs. 1%).

Spg. 2a

Beregn tangentporteføljens Sharpe-ratio og **angiv** den efficiente rand på den/de måde(r), du finder passende. (Det kan være nyttigt at vide, at $\mathbf{\Sigma}^{-1}(\mu - 0,01 \times \mathbf{1}) = (0,232794 \;\; 0,242915)^\top$.)

Spg. 2b

Antag at tangentporteføljen er markedsporteføjlen. **Verificer at** CAPM-ligningen holder for en test-portefølje med 25% vægt i hver aktie og 50% i det risikofrie aktiv. **Hvad sker der** med CAPM-ligningens validitet, hvis du ombytter test- og tangentportefølje i dine udregninger? (Overvej svarene: Holder/holder ikke, men næsten/holder ikke/holder langt fra.)

Opgave 3

De tre delsspg. i denne opgave er uafhængige.

Spg. 3a

I dette spg. ses bort fra inflation og lønstigninger. En nyuddannet mat/øk-kandidat indbetaler hvert år 19% af sin løn på en pensionsopsparing, hvor pengene forrentes med 3% per år. Ved pensionering efter 30 år ønskes årlige pensionudbetalinger på 70% af lønnen. **Hvor længe** rækker pensionsopsparingen? Vink: Tegn en tidslinje.

Spg. 3b

I dette spg. betragtes to call-optioner med samme strike-kurs, K, men forskellige udløbstider, $T_2 > T_1$. Det underliggende aktiv udbetaler ikke dividende i optionernes levetid, og renten er positiv. **Vis at** værdien af T_2-call-optionen altid er større værdien af T_1-call-optionen. Vink: Brug Mertons tunnel til at sammenligne tid-T_1-værdierne af optionerne.

Spg. 3c

I dette spg. betragtes en aktie, der hver eneste periode udbetaler dividende med en bestemt rate. Specifikt så er dividendebetalingen på tidspunkt i givet som $\delta(i) = \delta S(i)$, hvor δ er en konstant. **Vis at** der — med almindeligt anvendt notation — gælder følgende put-call-paritet:

$$\text{call}(0) - \text{put}(0) = (1+\delta)^{-T} S(0) - d(0,T)K.$$

Vink: Lokalkarakterisation af Q og $x - K = (x-K)^+ - (K-x)^+$.