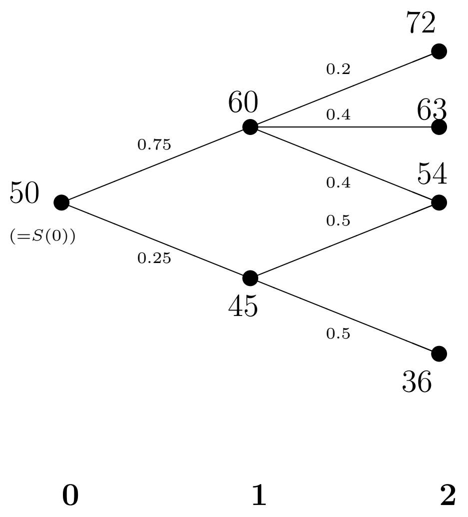
FINANSIERING 1

3 timers skriftlig eksamen, 9-12, onsdag 11/4 2007. Alle sædvanlige hjælpemidler (incl. blyant) tilladt. Sættet er på 3 sider og indeholder 7 numererede delspørgsmål, der indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Opgave 1

Betragt en to-periode-model for kursen, S, på en aktie, der i det betragtede tidsrum ikke udbetaler dividende. Den mulige udvikling er fastlagt ved nedenstående gitter med **tidspunkter**, aktiekurser og sandsynligheder. Desuden findes der et risikofrit aktiv (bankbogen) med en rente på 5% per periode.



Spg. 1a

Betragt en futureskontrakt (på aktien) med udløb på tidspunkt 2. **Bestem** tid-0 futuresprisen, $\Phi(0;2)$. **Angiv** (for alle stier igennem gitteret) betalingerne for en investor, der på tidspunkt 0 køber/indgår en futureskontrakt.

Spg. 1b

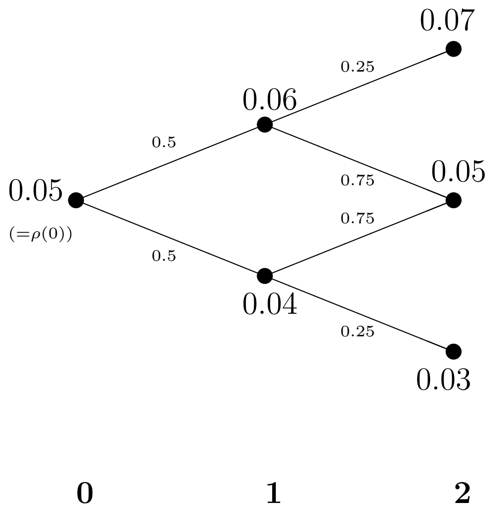
Betragt call-optioner (på aktien) med udløb på tidspunkt 1. **Bestem** arbitragefrie tid-0 priser på call-optioner med strike-kurser på hhv. 50 og 55.
Vis hvordan strike-55 call-optionen kan replikeres med aktien og strike-50 call-optionen.

Spg. 1c

Vis at to-periode-modellen er arbitragefri og inkomplet.
Antag der indføres en udløb-2 strike-70 call-option på markedet. **Vis at** det udvidede marked kun kan være arbitragefrit hvis tid-0 prisen på den indførte call-option ligger i intervallet $]0; \frac{1}{1.05^2} \times \frac{1}{2}[$. (Med mindre der sker meget underlige ting i andre knuder, så er denne betingelse også tilstrækkelig for fravær af arbitrage.)
Vink: Se (først) nærmere på delmodellen med "rod" i tid-1 op-tilstanden. Undersøg hvornår den er abitragefri, specielt hvad der sker, hvis call-prisen her er hhv. 0 og $\frac{1}{1.05}$.

Opgave 2

Betragt nedenstående model for mulige udviklinger i den korte rente (ρ); den indeholder som sædvanlig tidspunkter, niveauer og (betingede) sandsynligheder. Sandsynlighederne antages at være risko-neutrale, altså at afspejle et martingalmål.



Spg. 2a

Vis at nulkuponobligationspriserne er

$$(P(0,1), P(0,2), P(0,3)) = (0.9524, 0.9071, 0.8640)$$

og **angiv** de effektive renter for nulkuponobligationerne.
Bestem $\mathbf{E}^Q(\rho(t))$ for $t = 0, 1, 2$. **Er** ρ-processen en Q-martingal?

Spg. 2b

Angiv betalingsrække, tid-0 kurs samt Fisher/Weil-varighed for en 3-periode annuitet med 5% kuponrente og initial hovedstol på 100.

Spg. 2c

Betragt en konverterbar version af annuiteten fra spg. 2b. Dette betyder, at låntager (altså sælgeren af obligationen) på et hvilketsomhelst tidspunkt, han ønsker, kan slippe ud af sine fremtidige forpligtelser ved at betale den resterende hovedstol tilbage. Han ejer med andre ord en amerikansk call-option (med tidsvariende strike-kurs = resterende hovedstol) på annuiteten.
Argumenter for at værdien af den konverterbare obligation, V^{KA}, er

$$V^{KA}(t) = \min\left\{H(t), \frac{1}{1+\rho(t)}\mathbf{E}_t^Q(V^{KA}(t+1)+y)\right\},$$

idet H og y er hhv. hovedstol og ydelse på annuiteten.
Beregn kursen på den konverterbare annuitet og angiv i hvilke knuder i renttegitteret, der konverteres.

Opgave 3

Spg. 3a

Betragt en model for (middelvædi/varians-)optimalt porteføljevalg. Antag at modellen har et risikofrit aktiv. **Vis at** alle efficiente porteføljer har samme Sharpe-ratio og **forklar hvorfor** denne er den maksimalt opnåelige blandt alle porteføljer.