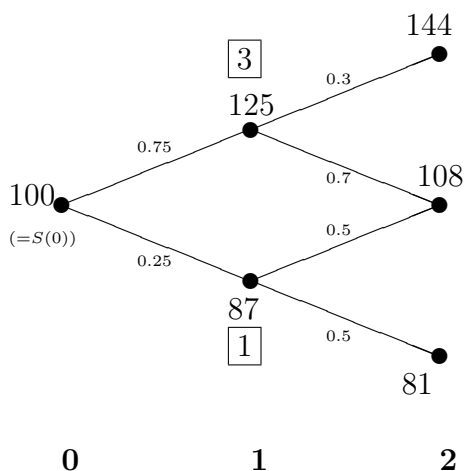


# FINANSIERING 1

4 timers online-eksamen, kl. 9-13 fredag 21/8 2020. Besvarelsen afleveres i form af en samlet pdf-fil via Digital Eksamen. Sættet er på 3 sider og indeholder 10 nummererede delspørgsmål, der indgår med lige vægt i bedømmelsen. (Der anvendes . til at angive decimalpunkter.)

## Opgave 1

I denne opgave betragtes en 2-periode model for kursen (i kroner),  $S$ , på en aktie. Den mulige udvikling er fastlagt ved nedenstående gitter med **tidspunkter**, aktiekurser og  $P$ -sandsynligheder og **dividender**. Desuden findes der et risikofrit aktiv (*bankbogen*) med en rente på 0.02 (dvs. 2%) per periode.



Spg. 1a

**Beregn** den  $P$ -forventede tid 2-aktiekurs,  $E^P(S(2))$ .

Spg. 1b

**Vis at** modellen er arbitragefri og komplet.

Spg. 1c

Betragt en udløb-2, strike-105 call-option på aktien. **Beregn** den arbitragefri tid 0-pris på denne. **Angiv** tid 0-sammensætningen for den replikerende (aktie, bankbog)-portefølje.

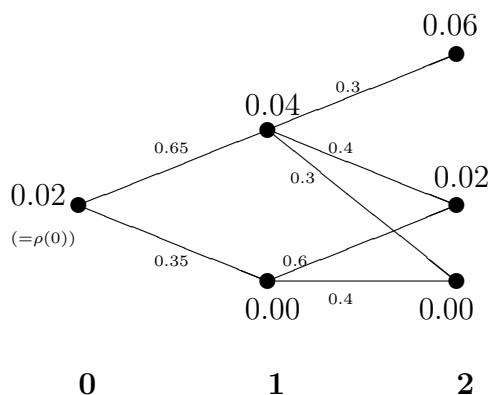
Spg. 1d

En investor investerer på tid 0 sin formue på 500 kroner i aktier, holder strategien selvfinansierende ved at (gen)investere tid 1-dividender i aktien og sælger (lividerer) sin portefølje på tid 2. **Hvad** er hendes  $P$ -forventede tid 2-formue? **Hvad** er den tilsvarende  $Q$ -forventning, hvor som altid  $Q$  betegner et martingalmål/risikoneutral sandsynlighed.

## Opgave 2

---

Betragt nedenstående model for mulige udviklinger i den korte rente ( $\rho$ ); den indeholder som sædvanlig tidspunkter, niveauer og (betingede) sandsynligheder. Sandsynlighederne antages at være risiko-neutrale, altså at afspejle et martingalmål ( $Q$ ).



Spg. 2a

**Vis** at nul kuponobligationspriser (naturligt ordnet) på tid 0 er givet ved  $(0.9804; 0.9559; 0.9366)$ . **Er** modellen komplet?

Spg. 2b

Betragt en 3-periode-annuitetsobligation med hovedstol 100. **Hvad** skal kuponrenten være for at obligationen har kurs 100 på tid 0 (*handler til par*)? **Hvad** er denne obligations varighed (efter en definition, du finder passende)?

Spg. 2c

**Beregn** tid 0-forward-prisen for en forward-kontrakt med udløb på tid 2 og annuitetsobligationen fra spg. 2b som underliggende;  $Fwd(0,2)$  i almindelig notation.

Spg. 2d

**For hvilke** kuponrenter vil konverterbare (*callable*) 3-periode-annuitetsobligationer handle til par på tid 0?

## Opgave 3

---

Spg. 3a

Nu betragtes en verden med (kun) to usikre aktiver, hvis afkaststrater har kovariansmatricen

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix},$$

så  $\rho$  er altså korrelationen mellem afkaststraterne. De forventede afkaststrater spiller ingen rolle i dette spørgsmål. Vi ser på en portefølje  $(\alpha_1, \alpha_2)$ , hvor  $\alpha_1$  er andelen investeret i aktiv 1 og derfor  $\alpha_2 = 1 - \alpha_1$ . **Vis at** den værdi af  $\alpha_1$ , der minimerer porteføljeafkastens varians, er givet ved

$$\alpha_1^* = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}.$$

**Ligger**  $\alpha_1^*$  altid mellem 0 og 1?

Spg. 3b

Betragt følgende udsagn:

*Markowitz går ud på at maksimere porteføljens værdi og minimere dens risiko forstået som varians.*

**Kommenter**, specielt: **Hvor mange** fejlformuleringer/misforståelser kan du finde?