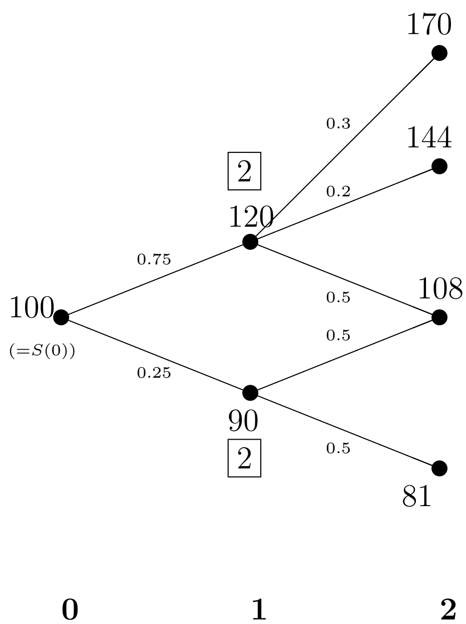
FINANSIERING 1

4 timers online-eksamen, 11-15 fredag 19/6 2020. Besvarelsen afleveres i form af en samlet pdf-fil via Digital Eksamen. Sættet er på 3 sider og indeholder 10 nummererede delspørgsmål, der indgår med lige vægt i bedømmelsen. (Der anvendes . til at angive decimalpunkter.)

Opgave 1

I denne opgave betragtes en 2-periode model for kursen, S, på en aktie. Den mulige udvikling er fastlagt ved nedenstående gitter med **tidspunkter**, aktiekurser og P-sandsynligheder og $\boxed{\text{dividender}}$. Desuden findes der et risikofrit aktiv (*bankbogen*) med en rente på 0.05 (dvs. 5%) per periode.



Spg. 1a

Vis at modellen er arbitragefri og inkomplet.

Spg. 1b

Beregn tid 0-forwardprisen (Fwd(0, 2)) for en forwardkontrakt med udløb på tid 2 (og aktien som underliggende).

Spg. 1c

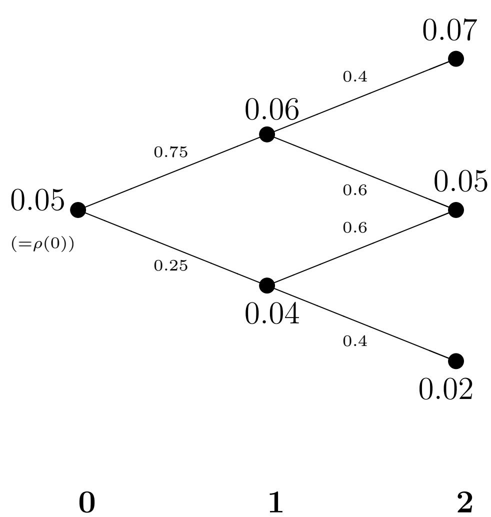
Betragt en udløb-2, strike-108 putoption på aktien. **Argumenter for** at denne har den entydige arbitragefri tid 0-pris 6.9388.

Spg. 1d

Forklar hvordan analysen fra spg. 1c ændres, hvis vi istedet betrager en putoption med strike lig med 110. **Er** 6.9388 er mulig arbitragefri tid 0–pris for denne?

Opgave 2

Betragt nedenstående model for mulige udviklinger i den korte rente (ρ); den indeholder som sædvanlig tidspunkter, niveauer og (betingede) sandsynligheder. Sandsynlighederne antages at være risiko-neutrale, altså at afspejle et martingalmål (Q).



Spg. 2a

Vis at nulkuponobligationspriserne (naturligt ordnet) på tid 0 er givet ved $(0.9524; 0.9028; 0.8576)$.

Spg. 2b

Angiv amortiseringsprofilen (dvs. betalingsrækken delt op i ydelser (y_t) og resterende hovedstol (H_t)) for et 3-årigt stående lån med initial hovedstol på 100 og kuponrente 0.04 (4%). **Beregn** (for tid 0) kurs, effektiv rente og varighed for det stående lån (sidstnævnte efter en definition, du finder passende).

Spg. 2c

Beregn tid 0-kursen på den konverterbare variant af det stående lån fra spg. 2b. (Konverterbar betyder, at låntager på et hvilket som helst tidspunkt kan slippe ud af sine fremtidige forpligtelser ved at betale den resterende hovedstol; en *callable bond* som i noternes afsnit 8.3)

Spg. 2d

Vi betragter nu to låntagere, A og B, der optager lån på tid 0. (Det kunne være andelsforeninger, men det er ligegyldigt her.) Begge optager lån, dvs. udsteder/sælger obligationer, så deres tid 0-provenu er 100, dvs. de får begge 100 i hånden på tid 0. Låntager A gør det med det (inkonverterbare) stående lån fra spg. 2b, mens låntager B bruger den konverterbare obligation fra spg. 2c. **Hvor mange** obligationer skal de hver især sælge, og **hvad** er deres ydelse på lånet 1. år? Antag nu, at renten mellem tid 0 og tid 1 falder, dvs. vi står i (tid 1, ned)-knuden. **Hvad** er, for hhv. A og B, markedsværdien af deres gæld, dvs. den samlede værdi af de solgte obligationer? **Kommenter** resultaterne.

Opgave 3

I denne opgave betragtes en verden med (kun) to usikre aktiver, hvis afkastrater har kovariansmatricen

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix},$$

så ρ er altså korrelationen mellem afkastraterne. De forventede afkastrater spiller ingen rolle i denne opgave. Vi ser på porteføljer (α_1, α_2), hvor α_1 er andelen investeret i aktiv 1, $\alpha_2 = 1 - \alpha_1$ og vi antager at $\alpha_1 \in [0; 1]$. Vi kan nu definere størrelsen

$$z = \alpha_1\sigma_1 + \alpha_2\sigma_2,$$

dvs. det porteføljeværdi-vægtede gennemsnit af aktivernes afkastraters spredninger.

Spg. 3a

Vis at hvis aktivernes afkastrater er perfekt korrelerede ($\rho = 1$) så er z lig med spredningen på porteføljens afkastrate, lad os kalde sidstnævnte σ_α. (Vink: Husk hvordan kvadratet på en to-leddet størrelse ser ud.)

Udsagnet er essentielt "hvis og kun hvis", og når vi kun ser på positive vægte, så har vi at for $\rho < 1$ er $z \geq \sigma_\alpha$. (Dette ønskes ikke bevist.) Det motiverer, at man kalder $z - \sigma_\alpha$ for porteføljens diversifikationsgevinst.

Spg. 3b

Antag nu at $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = 0.3$ og $\rho = 0.5$. **Bestem** den globale minimum-varians-portefølje (dvs. den portefølje hvis afkastrates varians er den mindst mulige) og dennes diversifikationsgevinst. (Der er flere valide måder at gøre førstnævnte på – "rent numerisk" er en af dem.)