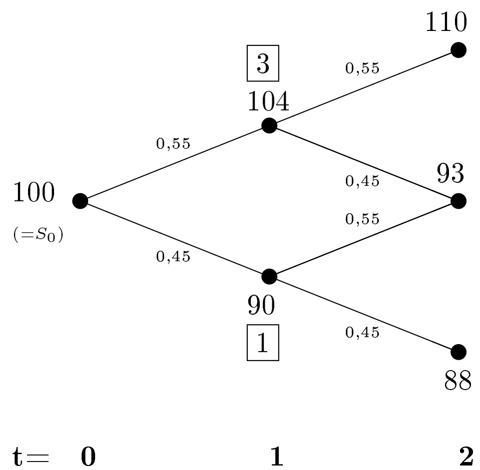
Finansiering 1.

Syge/omprøve Eksamen Blok 4, August 2021.

4 timers skriftlig eksamen, 27/8 2021. Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt. Sættet er på 3 sider og indeholder 10 delspørgsmål der indgår med lige meget vægt i bedømmelsen

Opgave 1

Betragt nedenstående model for mulige udviklinger af kursen S_t på en aktie; den indeholder som sædvanlig tidspunkter, niveauer, $\boxed{\text{dividender}}$ og (betingede) sandsynligheder. Sandsynlighederne antages at være under P. Vi antager desuden vi har en bankkonto med konstant rente på $r = 2\%$.

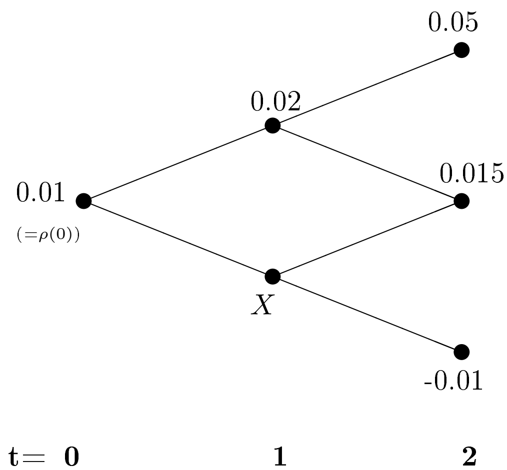


1.a **Vis** at det ovenstående marked er arbitragefrit og komplet.

1.b **Beregn** den arbitragefri $t = 0$ pris på en put option med strike 100 der udløber på tid 2. Oplys prisen samt den replikerende porteføljes sammensætning på $t = 0$ og $t = 1$.

1.c Forestil dig nu at renten er 4% istedet for 2% per tidsenhed. **Konstruer** en arbitrageportefølje. **Beskriv** hvorfor den portefølje du har lavet er en arbitrage.

1.d Forestil dig nu at renten, istedet for at være konstant, udviklede sig stokastisk på samme sandsynlighedsrum som aktiekursen. Rentens udvikling er beskrevet ved følgende træ



Bestem hvilket interval skal X ligge i for at modellen er arbitragefri.

1.e Antag $X = 0.005$. **Beregn** værdien af NKO priserne $P(0,1)$, $P(0,2)$ og $P(0,3)$.

1.f **Genberegn** spørgsmål 1.b men under antagelse af renten er stokastisk som beskrevet ovenfor fortsat med $X = 0.005$. Kan du forklare hvorfor prisen på put optionen er højere end i 1.b?

Opgave 2

Antag vi har et generelt arbitragefrit (S, δ, ρ)-marked, med konstant rente på $\rho_t = r, \forall t \geq 0$. Antag yderligere der findes en aktie med pris S_t der betaler en tidsvarienden dividende på $\delta_t = (1+g)\delta_{t-1}, \forall t \in (0, u]$ og $\delta_0 = \delta$ hvor δ er en konstant. **Vis** at følgende put-call-paritet holder

$$c_0 - p_0 = S_0 - \frac{K}{(1+r)^u} - \delta \frac{1+g}{r-g} \left(1 - \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^u \right)$$

Hvor c_0 og p_0 er tid-0 priser på hhv. en europæisk call og put option med strike K der udløber på tid u og har den nævnte aktie som underliggende aktiv.

Opgave 3

Betragt nu en en-periode model i et stokastisk marked med to finansielle aktiver 1 og 2 der handles til kurser på tid-0 på hhv $S_0^1 = 104$ og $S_0^2 = 107$. På tid-1 er usikkerheden beskrevet ved sandsynlighedsrummet $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, hvor $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ og

$$S_1^1(\omega) = \begin{cases} 140 & \omega = \omega_1 \\ 100 & \omega = \omega_2 \\ 92 & \omega = \omega_3 \end{cases}, \quad S_1^2(\omega) = \begin{cases} 160 & \omega = \omega_1 \\ 112 & \omega = \omega_2 \\ 75 & \omega = \omega_3 \end{cases}, \quad P(\omega) = \begin{cases} 1/3 & \omega = \omega_1 \\ 1/2 & \omega = \omega_2 \\ 1/6 & \omega = \omega_3 \end{cases} \tag{1}$$

3.a **Vurder** om markedet er arbitragefrit og komplet.

3.b **Beregn** den globale minimumvariansportefølje. Oplys porteføljens vægte samt middelværdi og standardafvigelse på afkastraten.

3.c Lav en vurdering af udsagnet. "Hvis CAPM modellen holder i vilkårligt marked medfører det at markedet er komplet".