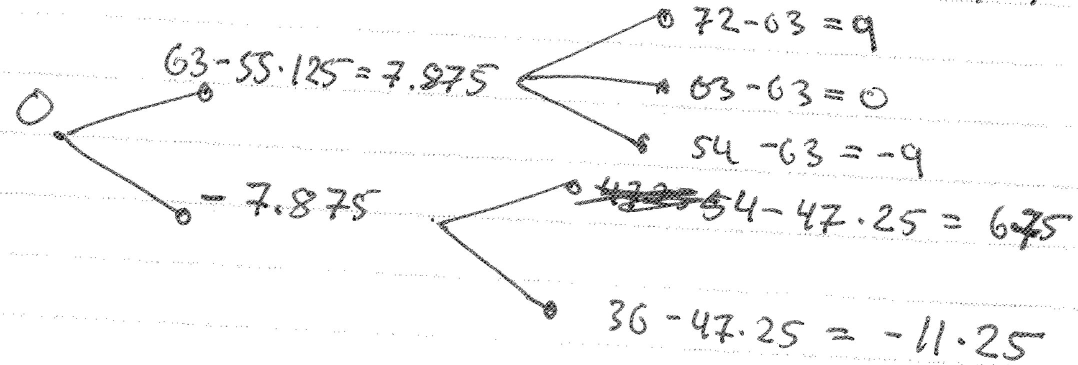
1a $\Phi(t,T) = E_t^Q(S(T)) = R^{T-t} E_t^Q\left(\frac{S(T)}{R^{T-t}}\right) \overset{(\text{ej div})}{=} R^{T-t} S(t)$

<u>SÅ</u> $\Phi(0,2) = 1{,}05^2\, 50 = 55.125$

DIV'PROC FOR EN FUTURESKONTRAKT ER $\delta(t) = \Phi(t;T) - \Phi(t-1, T)$
DET SER SÅDAN UD HVIS MAN KØBER EN (BEM: DET KOSTER 0 PÅ KØBS/INDGÅELSES TIDSPKT)



1b $\boxed{\text{tid } 0 \to 1}$-delmodellen er arb fri e komplet; $q = \frac{R-d}{u-d} = 1/2$

<u>SÅ</u> de entydige, arbitrage-fri call-priser er

$$Call(0) = \begin{cases} \frac{1}{1.05}\left(\frac{1}{2}(60-55)^+ + \frac{1}{2}(\cancel{45}-55)^+\right) = 2{,}3809 \\ \qquad (\quad-50)^+ \quad (\quad-50)^+ = 4{,}7619 \end{cases}$$

For at replikere strike-55 call m/ strike-50 call (b stk) og aktien (a stk.) skal vi løse

$$\left.\begin{array}{l} a\,60 + b\,10 = 5 \\ a\,45 + b\cdot 0 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow b = 2,\ a = 0$$

SÅ AKTIE BEHØVES FAKTISK SLET IKKE. (DETTE KAN SES SOM EN MEGET BANAL ILLUSTRATION AF AT RØP. MED OPTIONER MÅ LETTE TINGENE)

1c

2-PER MODELLEN ER ARB'FRI, HVIS OG KUN HVIS 1-PER MODELLEN ER DET.
— II — KOMPLET, HVIS OG KUN HVIS 1-PER MODELLEN ER DET.

ARB'FRI "0 → 1"-MODELLEN SÅ VI LIGE VAR ARB'FRI
"MD 1-mål"-MODELLEN HAR UNDERSØGT $q = \frac{1.05-0.8}{1.2-0.8} = 0.62$
$\in (0;1)$ SÅ OK

"MD-1" op-MODELLEN: VI SØGER LØSNINGER TIL

$$(*)\ 60 = \frac{1}{1.05}\{q_1 72 + q_2 63 + \underbrace{(1-q_1-q_2)}_{q_3 \text{ KRAV: } >0} 54\}$$

$\Downarrow$

$9 = 18 q_1 + 9 q_2$

$\Downarrow$

$q_2 = 1 - 2q_1$

$q_1 = q_2 = q_3 = 1/3$ er en fin løsn. – SÅ ARB-FRI ✓

KOMPLET: $q_1 = 1/4,\ q_2 = 1/2,\ q_3 = 1/4$ ER EN ANDEN BRUGBAR LØSNING TIL (*). SÅ MG er ikke entydigt ⇝ INKOMPLETHED

FOR AT STUDERE ARB'FRIHED I "MD 1-op KANDEN" I UDV. MODEL SKAL VI SE PÅ

$\exists d > 0$ så "$\pi = Cd$" $\Leftrightarrow$ $\begin{pmatrix} 60 \\ 1.05 \\ p^u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{72}{1.05^2} & \frac{63}{1.05^2} & \frac{54}{1.05^2} \\ 1.05^2 & 1.05^2 & 1.05^2 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} d$

DET HAR LØSN $d_1 = d_3 = p^u/2$, $d_2 = \frac{60}{1.05} - d_1 - d_3 = \frac{60}{1.05} - p^u$

FOR ARB'FRIHED SKAL $d_i > 0\ \forall i$; DET SKER NÅR $p \in]0; \frac{1}{1.05}[$

FOR AT MOD. SKAL VÆRE ARB-FRI SKAL CALL-PRIS i "MD" FØRST. VÆRE ⊙

SÅ MD-u callprisen skal ligge mellem
⊙ og $\frac{1}{1.05}\left(\frac{1}{2}\frac{1}{1.05} + \frac{1}{2}\,⊙\right) = \frac{1}{2 \times 1.05}$

2a $P(0,1) = \frac{1}{1.05} = 0.9524$

P(0,2)

$\frac{1}{1.06} \cdot 1$

$\frac{1}{1.05}\left(\frac{1}{2} \quad + \frac{1}{2}\right) \cdot 1$

$\frac{1}{1.04} \cdot 1$

$= 0.9071$

Vi trenger baklengs

P(0,3)

$\frac{1}{1.06}\left(\frac{1}{4} \quad + \frac{3}{4}\right) \qquad \frac{1}{1.07}$

$\left(\frac{1}{2}\right. \quad = 0.894294 \qquad \frac{1}{1.08}$

$\left. + \frac{1}{2}\right)/1.05$

$\frac{1}{1.04}\left(\frac{3}{4} \quad + \frac{1}{4}\right) \qquad \frac{1}{1.03}$

$= 0.8640 \qquad = 0.9201963$

Effektive renter på NHO: $y(r) = \left(\frac{1}{P(0,r)}\right)^{1/r} - 1$

$= 10^{-2}(5.000, 4.995, 4.942)$

$E(\rho(t)) = 0.05 \ \forall t$ MEN ρ ER IKKE EN Q-MG

Fx er $E(\rho(2) \mid \text{"TID 1 op"}) = \frac{3}{4} \cdot 0.05 + \frac{1}{4} 0.07 = 0.055$

$\neq \rho(\text{"1 op"}) = 0.06$

2b

Annuitets formelen gir (den konstante) ydelse

$$y = 100\,\frac{c\,(1+c)^3}{(1+c)^3-1} = 36{.}72$$

$$\text{KURS} = \sum_{i=1}^{3} y\,P(0,i) = 100{,}0102$$

$$\text{FW-VARIGHED} = \sum_{i=1}^{3} \frac{i\,y\,P(0,i)}{\text{KURS}} = 1.9676$$

2c

~~[illegible]~~ Vi har

$$\bullet\ V^{INK}(t) = E_t^Q\left\{\frac{V^{INK}_{(t+1)}+y}{1+\rho_t}\right\}$$

$$\bullet\ \pi^{AMR}_{(t)} = MAX\left\{V^{INK}_{(t)} - H(t),\ \frac{1}{1+\rho_t}E_t^Q\left\{\pi^{AMR}_{(t+1)}\right\}\right\}$$

Så da $V^{KA} = V^{INK} - \pi^{AMR}$ og $-MAX(x,y) = MIN(-x,-y)$

Haves $V^{KA}_{(t)} = \cancel{MAX\{-H(t),\ \frac{1}{1+\rho_t}E_t^Q\{\pi^{AMR}}}$

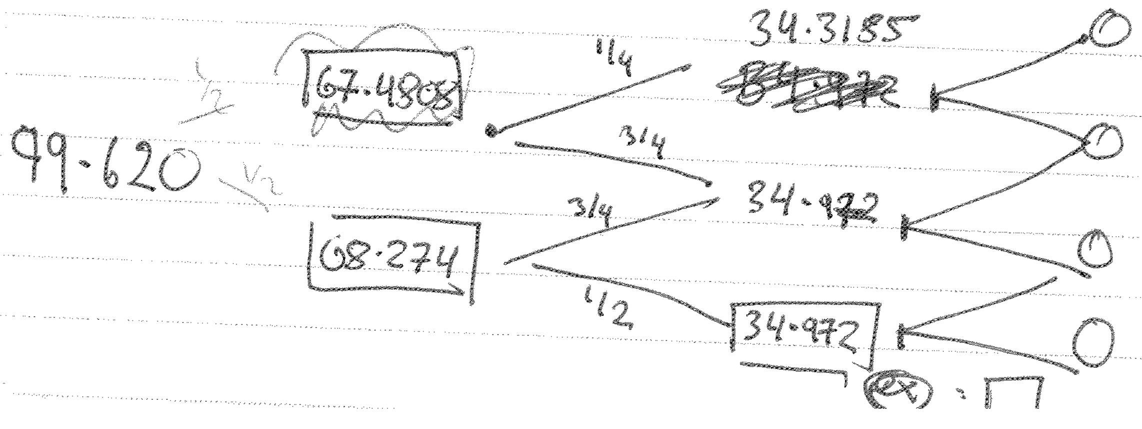
$$= \underbrace{V^{INK}_{(t)}}_{(*)} + MIN\left(H(t) - V^{INK}_{(t)},\ -\frac{1}{1+\rho_t}E_t^Q\left(\pi^{AMR}_{(t+1)}\right)\right)$$

$$\overset{(*)}{=} MIN\left(H(t),\ \frac{1}{1+\rho_t}E_t^Q\left(\underbrace{V^{INK}_{(t)}(1+\rho_t)}_{=V^{INK}_{(t+1)}+1} - \pi^{AMR}_{(t+1)}\right)\right)$$

$$= MIN\left(H(t),\ \frac{1}{1+\rho_t}E_t^Q\left\{\frac{V^{KA}_{(t+1)}+y}{\cancel{1+\rho_t}}\right\}\right)$$

H: 100, 68,274, 34.972, 0

$\boxed{\text{USÅ}}$



3 a $\boxed{SR}$ ~~ER~~ $\dfrac{\mu_p - r_0}{\sigma_p}$

Vi ved at enhver eff. pf kan skrives

$$\underbrace{\alpha X_0}_{\text{risikofrit}} + (1-\alpha) \underbrace{X_{TG}}_{\text{tangent pf.}}$$

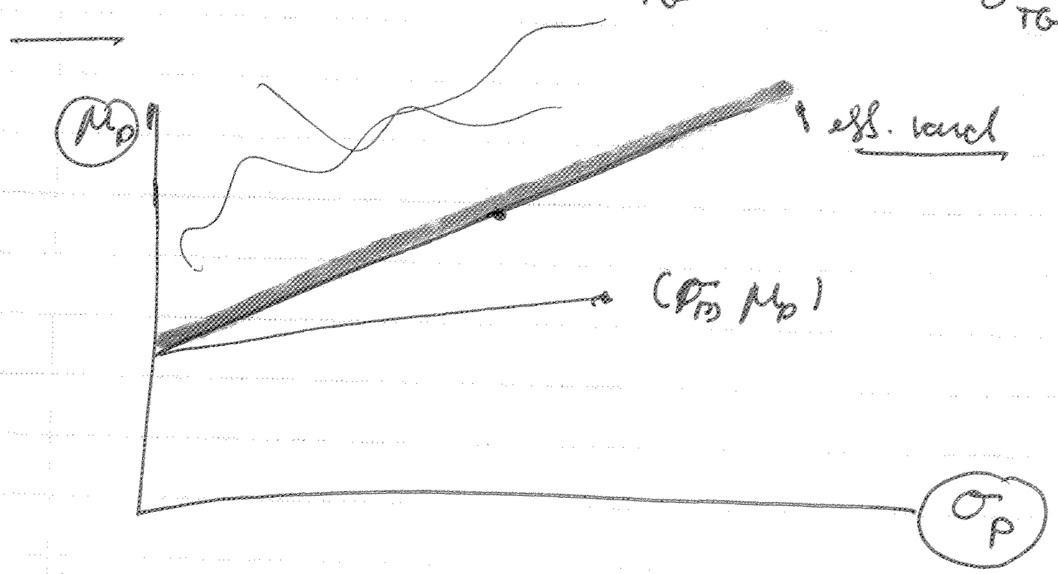
Så

$$E(\text{afkast på eff pf}) = \alpha r_0 + (1-\alpha)\mu_{TG}$$

$$\sqrt{VAR(\text{— " —})} = (1-\alpha)\sigma_{TG}$$

Så

$$SR = \frac{(1-\alpha)\mu_{TG} - (1-\alpha) r_0}{(1-\alpha)\sigma_{TG}} = \frac{\mu_{TG} - r_0}{\sigma_{TG}}$$



PR DEF AF OPT./EFF. LIGGER INGEN PF'S (μ, σ) over eff. rand

SR SVAR TIL HÆLDNING PÅ LINJEN IMELLEM $(0, r_0)$, (σ_p, μ_p)

HVIS EN PF HAVDE HØJERE SR. VILLE DEN LIGGE I ~~[illegible]~~ OMR. MODSTRID