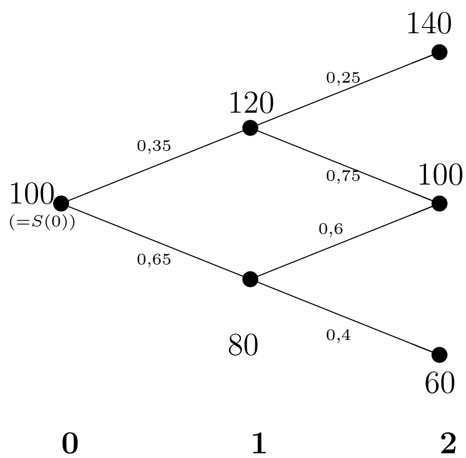
# FINANSIERING 1

3 timers skriftlig eksamen, 9-12 fredag 19/6 2015. Alle sædvanlige hjælpemidler (inkl. blyant) tilladt. Sættet er på 3 sider og indeholder 8 nummererede delspørgsmål, der indgår med lige vægt i bedømmelsen.

## Opgave 1

Betragt en 2-periode-model for kursen på en (dividende-fri) aktie, $S$. Den mulige udvikling er fastlagt ved nedenstående gitter med **tidspunkter** (som vi tænker på som år), aktiekurser og sandsynligheder svarende til målet $P$. Renten konstant, 0,00 (0%) per år.




Spg. 1a
**Vis at** modellen er arbitragefri og komplet.

Nu betragtes en udløb-2, strike-100 såkaldt digital (eller binær) option på aktien. Herved forstås en kontrakt, der betaler 1 på tid 2 hvis aktiekursen der er skarpt større end 100; payoff er med andre ord (indikatorfunktionsnotation) $\mathbf{1}_{S(2)>100}$.

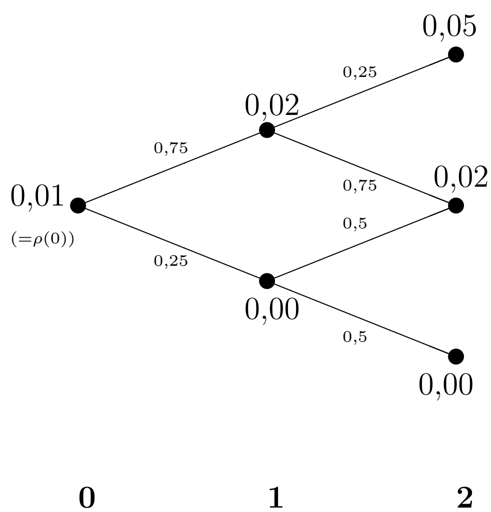
Spg. 1b
**Bestem** tid-0 prisen på den digitale option. **Angiv** den initiale sammensætning af den replikerende (aktie, bankbog)-portefølje.

Et firma tilbyder nu den digitale option i en 'pengene tilbage'-version. Herved forstås, at hvis aktiekursen ender i samme niveau, som den begyndte, så får optionskøberen sin oprindelige investering (altså det, han betalte for optionen) tilbage.

Spg. 1c
**Hvad** er tid 0-prisen på 'pengene tilbage'-optionen? I en standardbinomialmodel med meget små tidsskridt, **hvad** er 'pengene tilbage'-rettigheden så værd?

# Opgave 2

Betragt nedenstående model for mulige udviklinger i den korte rente ($\rho$); den indeholder som sædvanlig tidspunkter, niveauer og (betingede) sandsynligheder. Sandsynlighederne antages at være risiko-neutrale, altså at afspejle et martingalmål ($Q$).




Spg. 2a

**Vis** at nulkuponobligationspriserne (naturligt ordnet) på tid 0 er givet ved $(0,99010; 0,97554; 0,95374)$ og **angiv** nulkuponrenterne på tid 0.

Spg. 2b

**Angiv** betalingsrækken for en 3-årig annuitetsobligation med initial hovedstol på 100 og kuponrente 0,015 (1,5%). **Hvad** er (alt sammen på tid 0) obligationens kurs, effektive rente og Macaulay-varighed?

Spg. 2c

**Beregn** tid 0-kursen på den konverterbare variant af annuiteten fra spg. 2b. (Ved *konverterbar* forstås, at låntager nårsomhelst han ønsker det, kan slippe ud af sine fremtidige forpligtelser ved at betale den resterende hovedstol; han kan indfri sit lån førtidigt; han har en amerikansk option.)

# Opgave 3

De to delspørgsmål i denne opgave er uafhængige.

Spg. 3a
Lad $\{X_i\}_{i=1,2,3,...}$ være en (uendelig) følge af uafhængige og identisk fordelte stokastiske variable, hvor hvert $X_i$ antager værdierne $\pm \ln 2$ (med ln menes den naturlige logaritme) hver med sandsynlighed $\frac{1}{2}$. Definer $M(0) = 1$ og

$$M(t) = \prod_{i=1}^{t} e^{X_i + c} \text{ for } t \geq 1,$$

hvor $c$ er en konstant. (Med notationen $\prod$ menes 'produkt'.) **Bestem** $c$ således at

$$\mathrm{E}_t(M(t+1)) = M(t) \text{ for alle } t \geq 0,$$

hvor betingningen er mht. $X$'ernes naturlige filtrering. (Hvis ikke det var fordi, vi kun har defineret martingalitet for endelige følger, så ville vi sige, at $M$ herved blev en martingal.)
**Argumenter for** at med det fundne martingal-$c$ ovenfor, da vil $M(t) \overset{t \to \infty}{\to} 0$ næsten sikkert.

Spg. 3b
I efteråret 2014 fattedes (eller på mere moderne dansk: manglede) fodboldklubben AGF for en ikke sjælden gangs skyld penge. Det forsøgte klubben at løse ved at udstede nye aktier; en såkaldt aktieemission. I den forbindelse kunne man læse:


**Diskuter** AGF-spillernes investeringsstrategi, specielt med hensyn til begreber som *incitamenter* og *risikospredning*.