Fin 1 Reeksamen, 16. August 2006 | Korr |

Vejledende besvarelse

1a Modellen er arb'fri og komplet fordi alle 1-per delmodeller er det. Og det er de fordi de alle har std. formen

$$S \begin{cases} uS \\ dS \end{cases} \quad m/ \quad u = 1{,}15,\ d = 0.95$$

Så der er de betingede, entydige, videre...

<u>MG-ssh</u>

$$\underbrace{q}_{\text{"ep ssh"}} = \frac{R-d}{u-d} = \frac{1.03 - 0.95}{1.15 - 0.95} = \frac{8}{20} = 0.4$$

<u>Arb'fri priser</u> er jo $E^Q(\text{"disk pay-off"})$ så

$$Call^{EU}(0; T=1, K=105) = \frac{1}{1{,}03}(0.4 \times 10 + 0.6 \times 0) = 3{,}883$$

$$Put^{EU}(0; T=1, 105) = \frac{1}{1{,}03}(0.4 \times 0 + 0.6 \cdot 10) = 5{,}823$$

<u>Bem</u> Put/Call-par: $Call - Put = S_0 - \frac{K}{R^T}$ $(= -1{,}942)$

$$\begin{array}{lll} 27{,}25 & & \\ & 13{,}06 & \\ 4.25 & & 6{,}033 = Call(0; T=2, K=105) \\ & 1{,}65 & \\ 0 & & \end{array}$$

og dermed $Put(0, T=2, K=105)$

$$= 6{,}033 - 100 + \frac{105}{(1{,}03)^2} = 5{,}001$$

<u>or</u>

$$\begin{array}{lll} 0 & & \\ & 0 & \\ 0 & & 5{,}00 \\ & 8{,}59 & \\ 14{,}75 & & \end{array}$$

1.b AMR. OPTIONER: $\Pi^{AMR}(t) = \max\{\text{"PAY-OFF}(t)\text{"}, \frac{1}{1+r} E^*(\Pi^*(t+1))\}$

$r > 0$ & % div ⇝ $\Pi^{AMR} = \Pi^{EU}$ FOR call

FOR Put

0 • — $\max\{0, 0\} = 0$ "HOLD"

0 • — $\max\{\boxed{10}, 8.59\} = 10$ ⇝ exercise — $\max\{5, \frac{0,6 \times 10}{1,03}\} = 5,83$ ⇝ "HOLD" > pris på europæisk

14,75 •

1c Replikation m/ bankbog/aktie er skel

Den købes $\Delta = \dfrac{C^u - C^d}{S^u - S^d} = \dfrac{10-0}{20} = 0,5$ STK. AKTIER

(og lånes $(3,833 - 0,5 \times 100) = 46,2$ kr. i banken)

LOGIK

~~FOR AT REPLIKERE T=1 Call'en m/ bankbog (b kr.) og T=2 put (a stk.) ska' man løse~~

~~$a + 0 + 1,03 \times b = 10$~~ ~~$a = \frac{10}{-8,59} = -1,16$ (gå kort)~~

~~$a \times 8,59 + 1,03 \times b = 0$~~ ~~$b = 9,70$ (dvs sæt penge i banken)~~

Nej, man kan ikke rep. T=2 callens pay-off m/ T=2 - put & bankbog.

I "op" knuden ville man for replikation skul' løse

$a \cdot 0 + b\, 1,03 = 27,25$

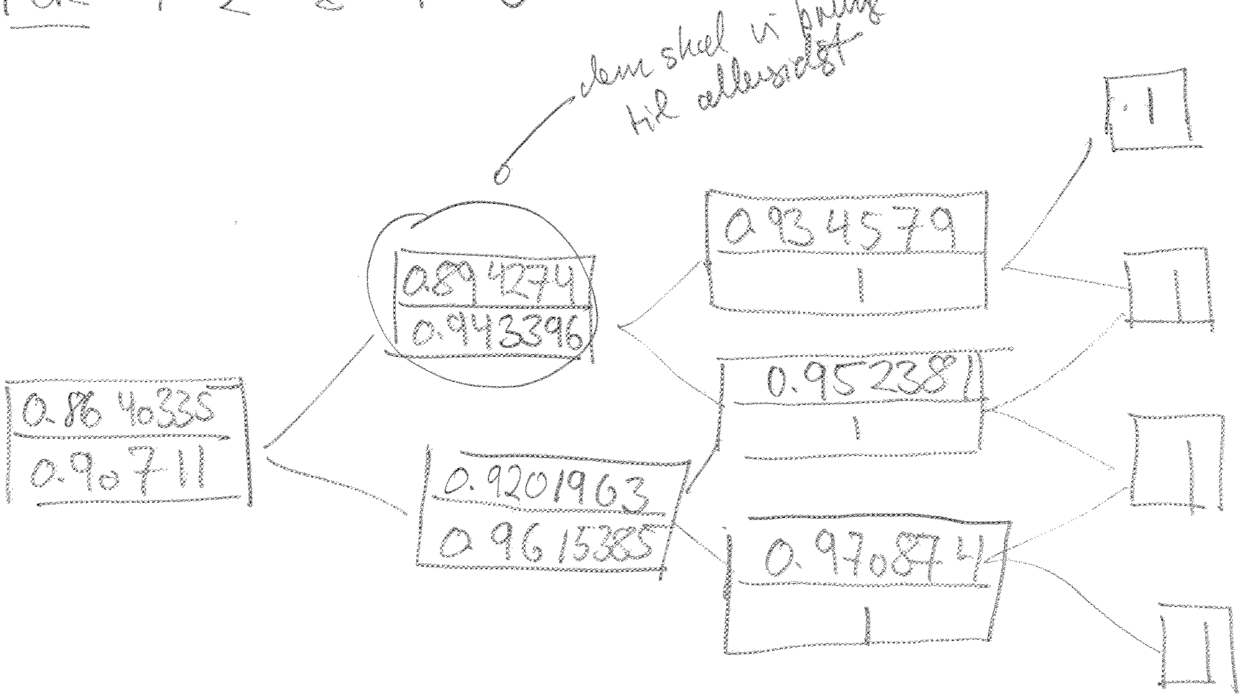
$a \cdot 0 + b\, 1,03 = 4,25$ men det har ingen løsning.

KAN MAN TRÆKKE SIG BAGLÆNS M/

$$P(t,T) = \frac{1}{1+r(t)} E_t^Q\left(P(t+1,T)\right) \text{ og } P(T,T)=1$$

KLART at $P(0,0)=1$, $P(0,1) = \frac{1}{1.05} = 0.95238$

FOR $T=2$ & $T=3$



NK-renter løses $\frac{1}{(1+y(0,t))^t} = P(0,t)$ så

$$(y(0,1), y(0,2), y(0,3)) = (5{,}000\%, 4{,}995\%, 4{,}992\%)$$

FWD-renter $f(0,t) = \frac{P(0,t)}{P(0,t+1)}$ så

$$(f(0,0), f(0,1), f(0,2)) = (5.000\%, 4.990\%, 4.986\%)$$

2b SERIELÅNETS BET'RÆKKE (FASTE AFDRAG = $33\frac{1}{3}$) ER

$(38\frac{1}{3}, 36\frac{2}{3}, 35\frac{1}{3})$

YDELSEN PÅ ANNUITETEN ER $100 \times \frac{0.05 \times (1.05)^3}{1.05^3 - 1} = 36.72$

OG BET'RÆKKEN ER SÅLEDES $(36.72, 36.72, 36.72)$

Værdien er $\sum_{t>\text{"idag"}} P(\text{idag},t)\, C_t$ dvs på tid 0 er husene

$$\underline{Ann} = 100.02$$

$$\underline{Serie} = 100.01$$

Eff. rente, y, løser $KURS = \sum_t \frac{C_t}{(1+y)^t}$

HVIS KURS=HOVEDSTOL ER y= kuponrenten. OG da SERIELÅNET HAR KURS uhyre TÆT PÅ 100, SÅ er $y^{SERIE} \approx 5\%$. FAKTISK ER $y^{SERIE} = 4.995\%$

Fisher/Weil varighed er $\sum_t \frac{t\, d_t}{KURS}$ og

$$VAR^{SERIE} = 1,937 \qquad VAR^{ANN} = 1.968$$

VARIGHED ER VÆGTET GNS. AF BET'TIDER, OG DA SERIELÅNET ER LIDT "TUNGERE I STARTEN" (FALDENDE ydelser) SÅ HAR DET EN ANELSE LAVERE VARIGHED END ANNUITETEN (konst. ydelse)

I tid-2 opgørelsen er VÆRDIEN AF SERIELÅNETS REST. BETALINGER

$$\sum_{t=2}^{3} C_t^{SERIE} P(1,t) = 36\tfrac{2}{3} \times 0.9933\ldots + 35 \times 0.8942\ldots$$
$$= 65.89$$

KURSLISTER ANGI'R NETTO "PRIS PR. 100 kr. HOVEDSTOL"

SÅ DER VILLE STÅ $\frac{100}{\underbrace{66\frac{2}{3}}_{\text{TID 1 Hovedstol}}} \times 65.89 = 98,835$

i AVISEN

3a HUSK

$$\mathrm{Call}^{BS}_{(S,K)} = S\,\Phi\Bigg(\overbrace{\frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}}^{d_1}\Bigg) - e^{-rT}K\,\Phi\Bigg(\overbrace{\frac{\ln\frac{S}{K}+\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}}^{d_2}\Bigg) \quad (*)$$

SÅ "indmaden" i Φ'ene er uændret, når S & K ganges med SAMME FAKTOR, λ.

OG derfor

$$\mathrm{Call}(\lambda S, \lambda K) = \lambda S\,\Phi(d_1) - \lambda K e^{-rT}\,\Phi(d_2)$$
$$= \lambda \times \mathrm{Call}(S,K).$$

EULERS SÆTNING GI'R AT

$$\mathrm{Call}(S,K) = S \times \frac{\partial \mathrm{Call}}{\partial S} + K\,\frac{\partial \mathrm{Call}}{\partial K},$$

MEN DET ER NETOP DEN FORM (*) HAR, SÅ VI AFLÆSER

$$\frac{\partial \mathrm{Call}}{\partial S} = \Phi\left(\frac{\ln\frac{S}{K}+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \quad \left(\text{og } \frac{\partial \mathrm{Call}}{\partial K} = e^{-rT}\Phi(d_2)\right)$$

DET VINKET HENTYDER TIL ER AT HVIS MAN GÅR I LAG MED (*) SÅ SKAL MAN HUSKE AT FÅ ALLE LED MED — KÆDEREGEL — DER STÅR OGSÅ S inde i Φ'ene (inde i d'ene). MEN RESULTATET HER VISER OGSÅ AT EN MASSE LED LIGE GÅR UD. (MAN FÅR DET RIGTIGE SELVOM MAN GLEMMER "S i Φ'ene" MAO.)

3) AT OPTIONER KUN KAN STIGE I VÆRDI ER NATURLIGVIS NOGET SLUDDER; FALDER AKTIEKURSEN, SÅ FALDER FX VÆRDIEN AF EN CALL-OPTION.
(OPTIONER HAR POSITIV VÆRDI, OG CALL ER VOKSENDE I AKTIEKURSEN, MEN...)

SYNSPUNKTET AT DET SKABER FOR STOR RISIKOVILLIGHED KAN DER DOG GODT VÆRE NOGET OM. BETALINGSPROFILEN FOR EN CALL ER "ASYMMETRISK" MODTAGERNE FÅR KUN "UP-SIDEN", DER ER INGEN "STRAF" FOR "DOWN-SIDEN" (udover altså at optionen ender med at være værdiløs)

EN ANDEN MÅDE AT SE DET PÅ ER AT CALLOPTIONERS VÆRDI (FX I B/S) ~~[illegible]~~ VOKSER M/ STØRRE VOLATILITET, σ. SÅ BEST./OPTIONSEJERNE KUNNE HA' FORDELE AF AT LAVE "RENE VÆDDEMÅL".

(MEN SYNSPKT. AT CALL-OPTION GIVER ET INCITAMENT TIL "HÅRDT ARBEJDE" FORDI DE SPECIELT ER NOGET VÆRD V/ HØJE AKTIEKURSER ~ NÅR DET GÅR GODT FOR VIRKSOMHEDEN HAR OGSÅ LØDIGHED.)