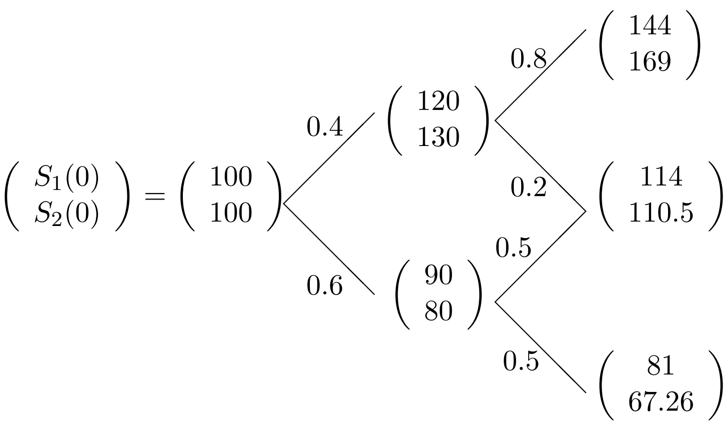
FINANSIERING 1

3 timers skriftlig eksamen, 9-12, fredag 23/6 2017. Alle sædvanlige hjælpemidler (inkl. blyant) tilladt. Sættet er på 3 sider og indeholder 9 nummererede delspørgsmål, der indgår med lige vægt i bedømmelsen. (Der anvendes . til at angive decimalpunkter.)

Opgave 1

Betragt en 2-periode-model for kurserne på to aktier, nummer 1 og 2 eller S_1 og S_2, der i det betragtede tidsrum ikke udbetaler dividende. De mulige udviklinger er fastlagt ved nedenstående gitter med aktiekurser og betingede P-sandsynligheder.



Spg. 1a
Vis at modellen er arbitrage-fri og komplet.
Vink: Tilstandspriser.

Spg. 1b
Hvordan konstrueres – i hver 1-periode-delmodel – et risikofrit aktiv, og **hvad** er de tilhørende renter? **Hvordan** ser rentestrukturen på tid 0 ud i den fulde model (altså nulkuponobligationspriserne $P(0, t)$ eller nulkuponrenterne $y(0, t)$)?

Spg. 1c
Beregn de arbitrage-frie tid 0-priser på udløb-2, strike-100 call-optioner på aktie 1 og på aktie 2.

Spg. 1d

Angiv hvordan aktie 1-call-optionen fra spg. 1c replikeres med aktie 2 og et andet aktiv, du finder passende.

Spg. 1e

Nu betragtes tre call-lignende optioner givet ved deres tid 2-payoff, X, Y og Z:

- $X = \max\{(S_1(2) - 100)^+, (S_2(2) - 100)^+\}$
- $Y = (\max_{i=1,2}\{S_i(2)\} - 100)^+$
- $Z = (\max_{i=1,2;\, t=1,2}\{S_i(t)\} - 100)^+$

Beregn arbitrage-fri tid 0-priser på disse tre optioner og **diskuter** forskelle og ligheder, både internt imellem de tre nye optioner og ift. de almindelige call-optioner fra spg. 1c.

Opgave 2

Betragt en 1-periode-model med tre aktier (A1, A2 og A3) og fem (fremtidige) tilstande. Aktiernes tid 0-priser er $(50, 75, 100)$, mens tid 1-priser og sandsynligheder er givet ved denne tabel:

tilstand	P-ssh	A1	A2	A3
1	0.1	56	90	134
2	0.2	52	66	105
3	0.4	51	84	110
4	0.2	50	70	115
5	0.1	48	85	50

Spg. 2a

Bestem aktiernes forventede afkastrater, **verificer** at spredningen på aktie A3's afkastrate er 0.204 og **beregn** korrelationen mellem A1's og A2's afkastrater.

Spg. 2b

De tre aktier antages nu at indgå i et standard middelværdi-varians-porteføljevalgsproblem; også kaldet et Markowitz-problem eller en Markowitz-analyse. **Angiv** den efficiente rand. Vink: Det kan — med standard-notation — være nyttigt at vide at

$$\mathbf{A} = [\mu\ \mathbf{1}]^\top \mathbf{\Sigma}^{-1} [\mu\ \mathbf{1}] = \begin{bmatrix} 0.47467 & 19.654 \\ 19.654 & 1073.6 \end{bmatrix}.$$

Spg. 2c
Vi betragter stadig middelværdi-varians-optimerende investorer, men forestiller os nu, at de er underlagt følgende restriktion: De kan højest investere i to af de tre aktier; en givet investor må dog selv bestemme hvilke to.
Beskriv hvordan den efficiente rand nu kan findes og ser ud, idet der med *efficient rand* som sædvanlig menes sammenhængen mellem krævet forventet afkastrate og den mindst mulige spredning (eller varians) på afkastraten. **Angiv** den optimale portefølje, der har en forventet afkastrate på 0.06 (dvs. 6%).
Vink: Start gerne kvalitativt/grafisk. En fuldt kvantitativ analyse kræver, at hele Σ-matricen beregnes – som under spg. 2a.

Spg. 2d (Kan besvares uafhængigt af øvrige spørgsmål.)
Kommenter følgende udsagn:

> Markowitz' middelværdi-varians-analyse er ubrugelig i praksis, da den antager, at priser er uafhængige og normalfordelte, hvilket selv den mest henkastede inspektion af data afslører ikke holder.