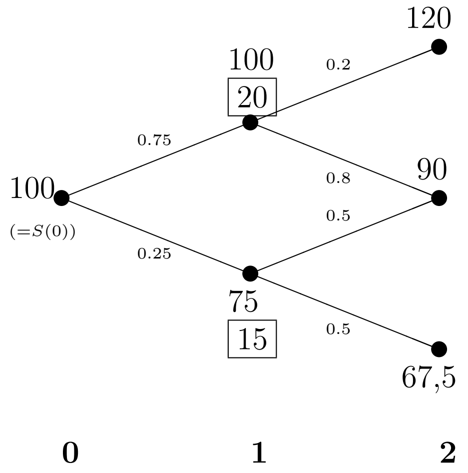
FINANSIERING 1

3 timers skriftlig eksamen, 9-12 mandag 30/8 2010. Alle sædvanlige hjælpemidler (incl. blyant) tilladt. Sættet er på 2 sider og indeholder 8 numererede delspørgsmål, der indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Opgave 1

Betragt en 2-periode-model for kursen, S, på en aktie. Den mulige udvikling er fastlagt ved nedenstående gitter med **tidspunkter**, aktiekurser, dividender og sandsynligheder. Desuden findes der et risikofrit aktiv (bankbogen) med en rente på 5% per periode.



Spg. 1a

Vis at modellen er abritrage-fri og komplet.

Spg. 1b

Beregn den arbitrage-fri tid-0-pris på en europæisk call-option (på aktien) med udløb på tidspunkt 2 og strike-kurs 85.

Spg. 1c

Angiv den initiale sammensætning af den (aktie,bankbog)-portefølje, der replikerer call-optionen fra spg. 1b.

Spg. 1d

Beregn den arbitrage-fri tid-0-pris på den amerikanske variant af call-optionen fra spg. 1b.

Opgave 2

Betragt en porteføljevalgsmodel med 2 usikre aktiver (*aktier*, numereret 1 og 2), hvis afkastrater har forventede værdier (μ) og kovarianser ($\mathbf{\Sigma}$) givet ved:

$$\mu = \begin{bmatrix} 0,05 \\ 0,07 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0,09 & 0,072 \\ 0,072 & 0,16 \end{bmatrix}.$$

I modellen findes yderligere et riskofrit aktiv med en rente på 0,03 (dvs. 3%).

Spg. 2a

Bestem tangentporteføljen og **angiv** (på en måde, du finder passende) den efficiente rand.

Vink: Det kan være nyttigt at vide, at $\mathbf{\Sigma}^{-1}(\mu - 0,03 \times \mathbf{1}) = (0,034722 \;\; 0,234375)^{\top}$.

Spg. 2b

Betragt en nytte-maksimerende investor med kriteriefunktionen

$$u(\mu_P, \sigma_P^2) = \mu_P - \frac{\sigma_P^2}{20},$$

hvor μ_P og σ_P^2 angiver middelværdien og variansen for afkastraten på hans portefølje.

Hvilken porteføjle vil denne investor vælge?

Vink: Begynd med en grafisk illustration af den efficiente rand og "samme nytte"-kurver (isokvanter) i (middelværdi, varians)-rummet.

Opgave 3

Spg. 3a

I rammen fra `Noternes` kap. 3 betragt en arbitrage-fri model med en flad rentestruktur.

Kommenter udsagnet "*varigheden på et stående lån vokser, når lånets løbetid vokser*".

Spg. 3b

Lad $\{X_j\}_{j=0}^{T}$ være en følge af uafhængige stokastiske variable (tilpasset en filtrering $\mathcal{F}$), hvorom det gælder at $P(X_j = 2) = P(X_j = -2) = 1/2$. Sæt $N(0) = 0$ og definer

$$N(t) = \sum_{j=1}^{t} e^{X_j} X_j \quad \text{for } 1 \leq t \leq T.$$

Vis at N *ikke* er en martingal.