```
% Os valores de entrada
a = 0
b = 200
m = 20
y10 = 0
y20 = 0
% produzem os resultados
  Metodo RK4 para sistema de ordem 2
  i      x           y1        y2
  0    0.00000    0.00000   0.00000
  1   10.00000    0.02950   0.00585
  2   20.00000    0.11600   0.01140
  3   30.00000    0.25652   0.01665
  4   40.00000    0.44805   0.02161
  5   50.00000    0.68762   0.02626
  6   60.00000    0.97224   0.03061
  7   70.00000    1.29891   0.03467
  8   80.00000    1.66466   0.03843
  9   90.00000    2.06648   0.04189
 10  100.00000    2.50139   0.04505
 11  110.00000    2.96640   0.04790
 12  120.00000    3.45849   0.05046
 13  130.00000    3.97468   0.05272
 14  140.00000    4.51195   0.05468
 15  150.00000    5.06731   0.05634
 16  160.00000    5.63773   0.05770
 17  170.00000    6.22022   0.05875
 18  180.00000    6.81175   0.05951
 19  190.00000    7.40932   0.05996
 20  200.00000    8.00990   0.06011
```

Análise dos resultados

A Figura 7.7 mostra a deflexão da viga em função da distância em que a carga é colocada. Em um estudo mais detalhado, deve-se levar em conta que, a partir de uma certa carga, este modelo elástico não será mais válido, visto que a deflexão estará na faixa plástica.

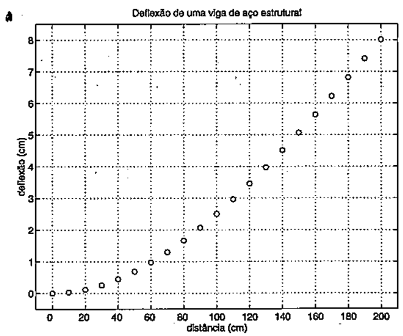

Figura 7.7 Deflexão de uma viga metálica em função da distância da carga.

7.7 Exercícios

Seção 7.1

Resolver os problemas de valor inicial abaixo utilizando o método de Euler com o número de subintervalos m indicado

7.1. $y' = \sqrt{x}$, $y(0) = 0$, $x \in [0, 2]$ e $m = 5$.

7.2. $y' = x^2 + y^2$, $y(1) = 0$, $x \in [1, 2]$ e $m = 8$.

7.3. $y' = xy$, $y(0) = 1$, $x \in [0, 1]$ e $m = 10$.

7.4. Implementar o método de Euler mostrado na Figura 7.1 utilizando qualquer linguagem.

7.5. Resolver os Exercícios 7.1–7.3, usando o programa do Exercício 7.4.

Seção 7.2

7.6. Utilizando qualquer linguagem de programação, implementar o método de Runge-Kutta de ordem quatro apresentado na Figura 7.2.

7.7. Implementar o método de Dormand-Prince exibido na Figura 7.3.

Resolver os três PVI abaixo usando os algoritmos de Runge-Kutta e Dormand-Prince implementados nos Exercícios 7.6 e 7.7. Comparar os resultados com o valor exato dado por $y(x)$

7.8. $y' = -\operatorname{sen}(x)y$, $y(0) = -1$, $x \in [0, \pi]$, $m = 10$ e $y(x) = -e^{\cos(x)-1}$.

7.9. $y' = (\sqrt{x} + 1)y$, $y(1) = 1$, $x \in [1, 3]$, $m = 20$ e $y(x) = e^{2x^{1,5}/3+x-5/3}$.

7.10. $y' = x^2 - 3x - 1 - y$, $y(1) = 1$, $x \in [1, 2]$, $m = 50$ e $y(x) = e^{1-x} + x^2 - 5x + 4$.

Seção 7.3

7.11. Implementar em uma linguagem de programação o método preditor-corretor de Adams-Bashforth-Moulton de ordem quatro mostrado na Figura 7.4.

Resolver os quatro PVI dados abaixo utilizando o algoritmo de Adams-Bashforth-Moulton implementado no Exercício 7.11. Comparar os resultados com o valor exato dado por $y(x)$

7.12. $y' = x\cos(x) + y$, $y(0) = \pi$, $x \in [0, \pi/2]$, $m = 20$ e $y(x) = \pi e^x + \dfrac{\operatorname{sen}(x)(x+1) - \cos(x)x}{2}$.

7.13. $y' = (e^x x - 1)y$, $y(1) = -1$, $x \in [1, 2]$, $m = 100$ e $y(x) = -e^{(e^x-1)(x-1)}$.

7.14. $y' = e^x x^2 + y$, $y(0) = -1$, $x \in [0, 1]$, $m = 100$ e $y(x) = e^x\left(\dfrac{x^3}{3} - 1\right)$.

7.15. $y' = 5x^3 + 2x^2 + x - 1 - y$, $y(0) = 1$, $x \in [0, 2]$, $m = 200$ e
$y(x) = 29e^{-x} + 5x^3 - 13x^2 + 27x - 28$.

Seção 7.4

Comparar o valor exato dos PVI abaixo dado por $y(x)$ com os valores obtidos pelos métodos Dormand-Prince e Adams-Bashforth-Moulton de ordem quatro

7.16. $y' = \operatorname{sen}(x)\cos(x) - y$, $y(0) = 0$, $x \in [0, \pi]$, $m = 100$ e
$y(x) = \dfrac{e^{-x} - \cos(2x)}{5} + \dfrac{\operatorname{sen}(2x)}{10}$.

7.17. $y' = x - \cos(x) + y$, $y(0) = -1$, $x \in [0, \pi]$, $m = 100$ e
$y(x) = \dfrac{\cos(x) - \operatorname{sen}(x) - e^x}{2} - x - 1$.

7.18. $y' = xy(x+1)$, $y(0) = 1$, $x \in [0, 1]$, $m = 100$ e $y(x) = e^{x^2(2x+3)/6}$.

7.19. $y' = x^2 + 3x - 5$, $y(0) = 0$, $x \in [0, 2]$, $m = 100$ e $y(x) = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{3x^2}{2} - 5x$.

6.12)

método	intervalo	raiz	iter
secante	[1, 2]	1,2167	5
regula falsi	[1, 2]	1,2167	19
pégaso	[1, 2]	1,2167	5

6.13)

método	intervalo	raiz	iter
secante	[−2, 0]	3,5270	16
regula falsi	[−2, 0]	−1,6813	8
pégaso	[−2, 0]	−1,6813	6

Seção 6.4

6.16)

método	intervalo	raiz	iter
Muller	[−2, 0]	−1,3133	4
W-D-Brent	[−2, 0]	−1,3133	8

6.17)

método	intervalo	raiz	iter
Muller	[0, 1]	0,6329	3
W-D-Brent	[0, 1]	0,6329	6

6.18)

método	intervalo	raiz	iter
Muller	[0, 2]	0,9180	3
W-D-Brent	[0, 2]	0,9180	6

Seção 6.5

6.21)

método	x_0	raiz	iter
Newton	2	1,2823	5
Schröder(1)	2	1,2823	5

6.22)

método	x_0	raiz	iter
Newton	2	1,0000	28
Schröder(2)	2	1,0000	12
Schröder(3)	2	1,0000	4

6.23)

método	x_0	raiz	iter
Newton	3	2,0000	18
Schröder(2)	3	2,0000	5

Seção 6.6

6.26)

método	raiz	iter	erro
bisseção	0,9454	35	0
secante	0,9454	8	0
regula falsi	0,9454	38	0
pégaso	0,9454	7	0
Muller	0,9454	4	0
W-D-Brent	0,9454	8	0
Newton	0,9454	4	0
Schröder(1)	0,9454	4	0

6.27)

método	raiz	iter	erro
bisseção	1,8798	36	0
secante	1,8798	8	0
regula falsi	1,8798	41	0
pégaso	1,8798	7	0
Muller	1,8798	5	0
W-D-Brent	1,8798	8	0
Newton	1,8798	8	0
Schröder(1)	1,8798	8	0

6.28)

método	raiz	iter	erro
bisseção	1,5708	34	0
secante	4,7124	33	1
regula falsi	1,5708	9	0
pégaso	1,5708	9	0
Muller	$(a+bi)$*	500	1
W-D-Brent	1,5708	12	0
Newton	1,5708	8	0
Schröder(1)	1,5708	8	0

* $a = 7{,}8540$ e $b = -8\times10^{-4}$.

6.29)

método	raiz	iter	erro
bisseção	3,0000	34	0
secante	3,0000	136	0
regula falsi	2,5877	500	1
pégaso	3,0000	188	0
Muller	3,0109	500	1
W-D-Brent	3,0000	80	0
Newton	3,0000	95	0
Schröder(5)	3,0000	4	0

6.30)

método	raiz	iter	erro
bisseção	−2,0000	34	0
secante	−2,0000	72	0
regula falsi	−2,0396	500	1
pégaso	−2,0000	97	0
Muller	−2,0000	500	1
W-D-Brent	−2,0000	93	0
Newton	−2,0000	54	0
Schröder(3)	−2,0000	4	0

Gerais

6.34) $D(\lambda) = \lambda^3 - 10\lambda^2 + 15\lambda + 49$, com $\lambda_1 = -1{,}5120$; $\lambda_2 = 4{,}9045$; $\lambda_3 = 6{,}6076$.

6.35) $D(\lambda) = \lambda^3 - 17\lambda^2 + 75\lambda - 91$, com $\lambda_1 = 2{,}0543$; $\lambda_2 = 4{,}0748$; $\lambda_3 = 10{,}8709$.

6.36) $L_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$, com $\lambda_1 = -0{,}77460$; $\lambda_2 = 0$; $\lambda_3 = 0{,}77460$.

6.38) $V = 0{,}9984$ litro$\times$mol^{-1}.

6.39) pH = 6,82.

6.40) taxa = 5,75 %.

Capítulo 7: Equações diferenciais ordinárias

Seção 7.1

7.1) $y_5 = 1{,}55490$.

7.2) $y_8 = 3{,}39195$.

7.3) $y_{10} = 1{,}54711$.

Seção 7.2

7.8) RK: $y_{10} = -0{,}13534$;
DP: $y_{10} = -0{,}13534$.

7.9) RK: $y_{20} = 121{,}18508$;
DP: $y_{20} = 121{,}19923$.

7.10) RK: $y_{50} = -1{,}63212$;
DP: $y_{50} = -1{,}63212$.

Seção 7.3

7.12) $y_{20} = 16{,}39798$.

7.13) $y_{100} = -595{,}31949$.

7.14) $y_{100} = -1{,}81219$.

7.15) $y_{200} = 17{,}92472$.

Seção 7.4

7.16) DP e ABM: $y_{100} = -0{,}19136$.

7.17) DP e ABM: $y_{100} = -16{,}21194$.

7.18) DP e ABM: $y_{100} = 2{,}30098$.

7.19) DP e ABM: $y_{100} = -1{,}33333$.

7.20) DP e ABM: $y_{100} = 27{,}25271$.