Atividades de Fixação - Sistemas Não Lineares
Método de Newton.

①-

a)

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1 \\ 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_3 = 0 \quad ; \quad x_0 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix} \\ 3x_1^2 - 4x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

$k=0 \Rightarrow$

$$F(x_0) = \begin{bmatrix} -0,25 \\ -1,25 \\ -0,75 \end{bmatrix} \quad ; \quad W(x_0) = \begin{bmatrix} 2x_1 & 2x_2 & 2x_3 \\ 4x_1 & 2x_2 & -4 \\ 6x_1 & -4 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$\Rightarrow W(x_0)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.375 & 0.125 & 0.125 \\ 0.35 & 0.05 & -0.15 \\ 0.275 & -0.175 & 0.025 \end{bmatrix}$

Daí

$$X_1 = X_0 - W(x_0)^{-1} \cdot F(x_0) = \begin{bmatrix} 0,84375 \\ 0,5375 \\ 0.36875 \end{bmatrix}$$

$k=1 \Rightarrow$

$$F(x_1) = \begin{bmatrix} 0,1367969 \\ 0,2377344 \\ 0,3544922 \end{bmatrix} \quad ;$$

$$W(x_1)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.2312065 & 0.0623522 & 0.0788939 \\ 0.3659802 & 0.0316965 & -0.1431244 \\ 0.2934377 & -0.1888715 & 0.0281020 \end{bmatrix}$$

Dei

$$x_2 = x_1 - w(x_1)^{-1} \cdot F(x_1) = \begin{bmatrix} 0.7693311 \\ 0.5306362 \\ 0.3635480 \end{bmatrix}$$

$k = 2 \Rightarrow$

$$F(x_2) = \begin{bmatrix} 0.0056123 \\ 0.0111235 \\ 0.0166142 \end{bmatrix}$$

$$w(x_2)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.7559809 & 0.0680216 & 0.0859637 \\ 0.3691180 & 0.0311453 & -0.1438029 \\ 0.2948677 & -0.1894054 & 0.0279811 \end{bmatrix}$$

Dei

$$x_3 = x_2 - w(x_2)^{-1} \cdot F(x_2) = \begin{bmatrix} 0.7657097 \\ 0.5306073 \\ 0.3635351 \end{bmatrix}$$

$k = 3 \Rightarrow$

$$F(x_3) = \begin{bmatrix} 0.0000132 \\ 0.0000264 \\ 0.0000399 \end{bmatrix}$$

Portanto a solução é aproximadamente x_3

1

b)
$$\begin{cases} x_1^3 + 2x_2 + x_3 - 4 = 0 \\ 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_3 + 1 = 0 \\ 3x_1^2 - 4x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \; ; \quad X_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$\underline{K=0} \implies$

$$F(x_0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix} \; ; \quad W(x) = \begin{bmatrix} 3x_1^2 & 2 & 1 \\ 4x_1 & 2x & -4 \\ 6x & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

$\implies W(x_0)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.1111111 & 0.0476190 & 0.0793651 \\ 0.2222222 & 0.0238095 & -0.1269841 \\ 0.2222222 & -0.1904762 & 0.0158730 \end{bmatrix}$

Daí

$$X_1 = X_0 - W(X_0)^{-1} \cdot F(X_0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\underline{K=1} \implies$

$$F(X_1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

c)

$$\begin{cases} (x_1 - 1)^2 + x_2^2 - 4 = 0 \\ x_1^2 + (x_2 - 1)^2 - 4 = 0 \end{cases} \quad ; \quad X_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$\underline{K = 0} \Rightarrow$

$$F(x_0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} \quad ; \quad W(x_0) = \begin{bmatrix} 2 \cdot (x_1 - 1) & 2x_2 \\ 2x_1 & 2(x_2 - 1) \end{bmatrix}$$

$$W(x_0)^{-1} = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Daí

$$X_1 = X_0 - W(x_0) \cdot F(x_0) = \begin{bmatrix} 3.5 \\ 3.5 \end{bmatrix}$$

$\underline{K = 1} \Rightarrow$

$$F(x_0) = \begin{bmatrix} 14.5 \\ 14.5 \end{bmatrix} \quad ; \quad W(x_1)^{-1} = \begin{bmatrix} -0.208333 & 0.291667 \\ 0.291667 & -0.208333 \end{bmatrix}$$

Daí

$$X_2 = X_1 - W(x_1)^{-1} \cdot F(x_1) = \begin{bmatrix} 2,2916667 \\ 2,2916667 \end{bmatrix}$$

$\underline{K = 2}$

$$F(x_2) = \begin{bmatrix} 2,9201391 \\ 2,9201391 \end{bmatrix} \quad ;$$

$$W(x_2)^{-1} = \begin{bmatrix} -0,1802326 & 0,3197674 \\ 0,3197674 & -0,1802326 \end{bmatrix}$$

Daí

$$x_3 = x_2 - w(x_2) \cdot F(x_2) = \begin{bmatrix} 1,8842054 \\ 1.8842054 \end{bmatrix}$$

K = 3

$$F(x_3) = \begin{bmatrix} 0.3320492 \\ 0.3320492 \end{bmatrix}$$

$$w(x_3) = \begin{bmatrix} -0.1596955 & 0.3403045 \\ 0.3403045 & -0.1596955 \end{bmatrix}$$

Daí

$$x_4 = x_3 - w(x_3) \cdot F(x_3) = \begin{bmatrix} 1.8242343 \\ 1.8242343 \end{bmatrix}$$

K = 4

$$F(x_4) = \begin{bmatrix} 0.0071593\emptyset \\ 0.0071593\emptyset \end{bmatrix}$$

$$w(x_4) = \begin{bmatrix} -0.1556058 & 0.3443942 \\ 0.3443942 & -0.1556058 \end{bmatrix}$$

Daí

$$x_5 = x_4 - w(x_4) \cdot F(x_4) = \begin{bmatrix} 1.8228764 \\ 1.8228764 \end{bmatrix}$$

K = 5

$$F(x_5) = \begin{bmatrix} 0.0000039 \\ 0.0000039 \end{bmatrix}$$

Portanto, a solução é aproxim. x_5 //