```
% produzem os resultados
             Calculo de raiz de equacao pelo metodo pegaso
iter    a          Fa        b          Fb          x         Fx        Delta_x
  0 140.00000   0.23808 160.00000  -0.04290 156.94652 -4.662e-03 -3.053e+00
  1 140.00000   0.21474 156.94652  -0.00466 156.58642 -5.405e-05 -3.601e-01
  2 140.00000   0.21228 156.58642  -0.00005 156.58219  1.055e-07 -4.222e-03
  3 156.58642  -0.00005 156.58219   0.00000 156.58220 -2.828e-12  8.224e-06

Raiz     =156.58220
Iter     =  3
CondErro =  0
```

Sendo $\alpha = 156{,}58220$, então o comprimento do cabo é

$$L = 2\alpha \text{senh}\left(\frac{d}{2\alpha}\right) = 2 \times 156{,}58220 \times \text{senh}\left(\frac{50}{2 \times 156{,}58220}\right) \rightsquigarrow L = 50{,}21270.$$

Análise dos resultados

O comprimento do cabo suspenso entre dois pontos no mesmo nível distantes 50 m e fazendo uma flecha de 2 m é igual a 50,21 m.

6.8 Exercícios

Seção 6.1

6.1. Calcular os limites e o número de raízes reais de $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 6x + 5 = 0$.

6.2. Implementar, em qualquer linguagem de programação, o algoritmo para determinar os limites das raízes reais de uma equação algébrica mostrado na Figura 6.4.

6.3. Calcular os limites das raízes reais da equação polinomial do Exercício 6.1 utilizando o programa do Exercício 6.2.

6.4. Implementar o algoritmo para encontrar um intervalo onde uma função troca de sinal, descrito na Figura 6.6, utilizando qualquer linguagem de programação.

6.5. Isolar as duas raízes da equação transcendente $f(x) = e^{-x} + x^2 - 10 = 0$ usando o programa do Exercício 6.4.

Seção 6.2

Usando o método da bisseção com $\varepsilon \leq 0{,}001$, calcular pelo menos uma raiz de cada equação abaixo.

6.6. $f(x) = e^{2x} - 2x^3 - 5 = 0$.

6.7. $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 3 = 0$.

6.8. $f(x) = 5x^2 + \log_{10}(x + 1) - 2 = 0$.

6.9. Implementar o algoritmo da Figura 6.10 em qualquer linguagem de programação.

6.10. Resolver os Exercícios 6.6–6.8 usando o programa do Exercício 6.9.

Seção 6.3

Achar pelo menos uma raiz de cada equação abaixo com $\varepsilon \leq 10^{-4}$ usando os três métodos: secante, *regula falsi* e pégaso. Fazer a comparação do número de iterações gasto por cada método.

6.11. $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 10x + 20 = 0$.

6.12. $f(x) = 5\log_{10}(x) + 3x^4 - 7 = 0$.

6.13. $f(x) = 2^x + \cos(x)x^2 = 0$.

6.14. Implementar, em qualquer linguagem de programação, os algoritmos descritos nas Figuras 6.12, 6.13 e 6.15.

6.15. Resolver os Exercícios 6.11–6.13 utilizando os programas escritos no Exercício 6.14.

Seção 6.4

Achar pelo menos uma raiz de cada equação abaixo com $\varepsilon \leq 10^{-5}$ usando os métodos de Muller e de van Wijngaarden-Dekker-Brent e comparar o número de iterações gasto por cada método.

6.16. $f(x) = e^{-\cos(x)} + 2x^4 - x^2 - 5 = 0$.

6.17. $f(x) = 3x^x - \log_{10}(2+\sqrt{x}) + 3\tan(x) - 4 = 0$.

6.18. $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 25x - 30 = 0$.

6.19. Implementar, usando qualquer linguagem de programação, os algoritmos das Figuras 6.17 e 6.18.

6.20. Resolver os Exercícios 6.16–6.18 utilizando os programas do Exercício 6.19.

Seção 6.5

Achar pelo menos uma raiz positiva de cada equação abaixo com $\varepsilon \leq 10^{-5}$ pelos métodos de Newton e de Schröder e comparar o número de iterações gastas por cada método.

6.21. $f(x) = 4x^3 + x + \cos(x) - 10 = 0$.

6.22. $f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x - 1 = 0$.

6.23. $f(x) = (x-2)(e^{x-2} - 1) = 0$.

6.24. Implementar o método de Newton descrito na Figura 6.20 e o método de Schröder em qualquer linguagem de programação.

6.25. Resolver os Exercícios 6.21–6.23 usando os programas do Exercício 6.24.

Seção 6.6

Usando os algoritmos implementados, anteriormente, dos métodos bisseção, secante, *regula falsi*, pégaso, Muller, van Wijngaarden-Dekker-Brent, Newton e Schröder, comparar o desempenho destes métodos para o cálculo de uma raiz das equações abaixo com `Toler` $= 10^{-10}$ e `IterMax` $= 500$.

6.26. $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 8x - 10 = 0$, $\xi \in [0,2]$.

6.27. $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - \operatorname{sen}(x) - 30 = 0$, $\xi \in [1,4]$.

6.28. $f(x) = e^{-x^2}\cos(x) = 0$, $\xi \in [-1,2]$.

6.29. $f(x) = (x+1)(x-1)(x-3)^5 = 0$, $\xi \in [2,5]$.

6.30. $f(x) = (x+2)^3\sqrt{x^2+1} = 0$, $\xi \in [-3,0]$.

Gerais

6.31. Sendo $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ as raízes da equação algébrica $P(x) = c_n x^n + c_{n-1}x^{n-1} + \cdots + c_2x^2 + c_1x + c_0 = 0$, mostrar que $1/\xi_1$, $1/\xi_2, \ldots, 1/\xi_n$ são as raízes de $P_1(x) = x^n P(1/x) = 0$.

6.32. Sendo $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ as raízes da equação algébrica $P(x) = c_n x^n + c_{n-1}x^{n-1} + \cdots + c_2x^2 + c_1x + c_0 = 0$, mostrar que $-\xi_1$, $-\xi_2, \ldots, -\xi_n$ são as raízes de $P_2(x) = P(-x) = 0$.

6.33. Sendo $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ as raízes da equação algébrica $P(x) = c_n x^n + c_{n-1}x^{n-1} + \cdots + c_2x^2 + c_1x + c_0 = 0$, mostrar que $-1/\xi_1, -1/\xi_2, \ldots, -1/\xi_n$ são as raízes de $P_3(x) = x^n P(-1/x) = 0$.

6.34. Achar os zeros do polinômio característico da matriz B do Exercício 2.43.

6.35. Determinar os autovalores da matriz

$$M = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 3 \\ -2 & 5 & -2 \\ 3 & -2 & 8 \end{bmatrix}.$$

6.36. Calcular os zeros do polinômio de Legendre de grau $n = 3$ e comparar com os valores de t_i compilados na Tabela 5.3, na página 237.

6.37. Demonstrar que a raiz $\sqrt[p]{a}$, $a > 0$ pode ser calculada pela fórmula de recorrência

$$x_{k+1} = \frac{1}{p}\left((p-1)x_k + \frac{a}{x_k^{p-1}}\right),$$

com $x_0 > 0$.

6.38. Determinar o volume molar $\bar{V}$ do CO_2 a $t = 60°C$ e $P = 25$ atm usando a equação de estado de van der Waals $\left(P + \frac{a}{\bar{V}^2}\right)(\bar{V} - b) = RT$, sabendo que para o dióxido de carbono $a = 3{,}6\ \text{atm}\times\text{l}^2\times\text{mol}^{-2}$ e $b = 0{,}0428\ \text{l}\times\text{mol}^{-1}$. Deve ser lembrado que $T = t + 273{,}15$ e $R = 0{,}08205\ \text{atm}\times\text{l}\times\text{mol}^{-1}\times\text{K}^{-1}$.

6.39. O pH de soluções diluídas de um ácido fraco é a raiz positiva da equação $[H_3O^+]^3 + K_a[H_3O^+]^2 - (K_aC_a + K_\omega)[H_3O^+] - K_\omega K_a = 0$, sendo $pH = -\log_{10}[H_3O^+]$, K_a a constante de dissociação do ácido, C_a a concentração do ácido e K_ω o produto iônico da água. Calcular o pH de uma solução de ácido bórico a 25°C, sabendo que $K_a = 6{,}5\times10^{-10}M$, $C_a = 2{,}0\times10^{-5}M$ e $K_\omega = 1{,}0\times10^{-14}M$.

6.40. O preço à vista de uma mercadoria é R$ 3.120,00, mas pode ser financiada com uma entrada de R$ 910,52 e mais 12 prestações mensais de R$ 260,00. Calcular a taxa de juros.

Capítulo 7

Equações diferenciais ordinárias

As equações diferenciais ordinárias (EDO) são ferramentas fundamentais para a modelagem matemática de vários fenômenos físicos, químicos, biológicos etc., quando estes fenômenos são descritos em termos de taxa de variação. Por exemplo, a seguinte EDO descreve a taxa de variação da corrente i em função do tempo t em um circuito RL

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{V - i(t)R}{L}, \tag{7.1}$$

onde V é a tensão entre dois pontos do circuito, R é a resistência e L é a indutância. Este é um exemplo de equação diferencial ordinária de primeira ordem. Ela é ordinária, visto que a corrente i é função apenas de uma variável independente, o tempo t; caso contrário, se a função fosse definida em termos de duas ou mais variáveis, ter-se-ia uma equação diferencial parcial como, por exemplo, a equação de Laplace

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = 0.$$

Além disso, a EDO (7.1) é de primeira ordem, pois a derivada de maior ordem, $di(t)/dt$, é de ordem 1. Quando a equação contiver uma derivada de ordem n, ela é dita EDO de ordem n. Assim,

$$L\frac{d^2i(t)}{dt^2} + R\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}i(t) = \frac{dV(t)}{dt}$$

é uma EDO de segunda ordem, sendo C a capacitância do circuito.

A solução de uma EDO é uma função que satisfaz à equação diferencial e que também satisfaz a certas condições iniciais na função. Ao resolver uma EDO, analiticamente, encontra-se uma solução geral contendo constantes arbitrárias e, então, determinam-se essas constantes de modo que a expressão combine com as condições iniciais.