```
m = 3
x = -7.0594    2.1426    9.4834
y = 11.5000   11.8068   12.0000
z = 0
r = 11.7418
```

Assim, uma melhor aproximação é $\psi \approx 11{,}7418$. De fato, $f(11{,}7418) = -0{,}0704$. Repetindo mais uma vez o processo, tem-se

```
m = 3
x = -7.0594   -0.0704    2.1426
y = 11.5000   11.7418   11.8068
z = 0
r = 11.7440
```

Esta é, sem dúvida, a melhor das três aproximações, visto que $f(11{,}7440) = 0{,}0023$.

Análise dos resultados

Usando a interpolação inversa quadrática foi possível obter as coordenadas (11,8068; 2,1426), (11,7418; –0,0704) e (11,7440; 0,0023), que cada vez mais se aproximam da raiz (ψ $f(\psi)$).

O robusto e eficiente método de van Wijngaarden-Dekker-Brent para cálculo de raiz de equação, visto na Seção 6.4.2, é baseado em interpolação inversa quadrática (ver Exemplo 6.29, na página 306).

3.14 Exercícios

Seção 3.1

Calcular a partir da tabela de $y = \text{sen}(x)$

x	y
0,3	0,2955
0,4	0,3894
0,5	0,4794

os valores de

3.1. $P_1(0{,}33)$.

3.2. $P_2(0{,}33)$.

3.3. $P_1(0{,}38)$.

3.4. $P_2(0{,}38)$.

3.5. Comparar cada valor interpolado acima com o resultado exato.

Seção 3.2

Seja a tabela

x	y
1,0	0,8415
1,3	1,2526
1,7	1,6858
2,0	1,8186

3.6. Calcular $L_1(1{,}1)$.

3.7. Avaliar $L_2(1{,}1)$ por (3.5).

3.8. Calcular $L_2(1{,}1)$ por (3.6).

3.9. Estimar $L_3(1{,}2)$.

3.10. Implementar o algoritmo do polinômio de Lagrange apresentado na Figura 3.2, utilizando qualquer linguagem de programação, e resolver os Exercícios 3.8–3.9 por meio do programa.

Seção 3.3

Considere a tabela

x	y
2,0	0,9803
2,2	1,1695
2,4	1,3563
2,5	1,4488
2,7	1,6321
2,9	1,8131

3.11. Calcular $P_1(2{,}1)$, $P_2(2{,}1)$ e $P_3(2{,}1)$ por intermédio de (3.10).

3.12. Comparar os três resultados acima com o valor exato $f(2{,}1) = 1{,}0752$.

3.13. Implementar, usando qualquer linguagem de programação, o algoritmo do polinômio de Newton dado na Figura 3.3.

3.14. Resolver o Exercício 3.11 usando o programa escrito no Exercício 3.13.

3.15. Mostrar que o polinômio $P_1(x)$ de Newton é igual ao $L_1(x)$ de Lagrange.

Seção 3.4

Seja a tabela

x	y
2,1	0,3693
2,2	0,5137
2,3	0,6732
2,4	0,8424

3.16. Construir a tabela de diferenças finitas ascendentes e a de diferenças divididas e verificar a relação (3.11).

3.17. Calcular $P_1(2{,}15)$, $P_2(2{,}15)$ e $P_3(2{,}15)$ por meio de (3.12) e comparar com o resultado exato $f(2{,}15) = 0{,}4393$.

3.18. Implementar o algoritmo do polinômio de Gregory-Newton mostrado na Figura 3.4 em qualquer linguagem de programação.