5.9 Exercícios

Seção 5.1

5.1. Calcular $\int_2^5 \frac{1}{x\ \log_e(x)}\, dx$ com $m = 6$ pelas regras abaixo.
a) Trapézio.
b) 1/3 de Simpson.
c) 3/8 de Simpson.
d) Comparar esses três resultados com o valor exato $\log_e(\log_e(5)) - \log_e(\log_e(2)) \approx 0{,}84240$.

5.2. Seja a função $f(x) = 10^x$.
a) Achar o polinômio de Newton de grau 2 que passa pelos pontos de abscissas -1, 0 e 1.
b) Integrar, analiticamente, o polinômio obtido no item (a) no intervalo $[-1, 1]$.
c) Calcular $\int_{-1}^{1} 10^x\, dx$ utilizando a regra do 1/3 de Simpson com $m = 2$ subintervalos.
d) Justificar por que os resultados dos itens (b) e (c) são iguais.

5.3. Calcular $\int_0^2 e^x\, dx$ com $E < 2{\times}10^{-3}$ usando uma das fórmulas de Newton-Cotes com o menor número de subintervalos.

5.4. Implementar o algoritmo apresentado na Figura 5.7 em qualquer linguagem de programação.

5.5. Avaliar $\int_0^3 (e^x + 2x)\, dx$ pela regra do 1/3 Simpson e com número de subintervalos $m = 2, 4, 6, 8$ usando o programa acima.

Seção 5.2

5.6. Calcular $\int_0^3 (e^x + 2x)\, dx$ utilizando quadratura de Gauss-Legendre com $n = 4$.

5.7. Calcular $\int_0^\pi (0{,}2x^4 + \text{sen}(x) + 2)\, dx$ pela quadratura de Gauss-Legendre com $n = 5$.

5.8. Calcular $\int_0^\pi \sqrt{1+\cos(x)}\, dx$ usando quadratura de Gauss-Legendre com $n = 7$.

5.9. Implementar, em qualquer linguagem de programação, o algoritmo da Figura 5.12 e o da Figura 5.13.

5.10. Resolver os Exercícios 5.6–5.8 usando os programas do Exercício 5.9.

Seção 5.3

Calcular as integrais dadas abaixo usando os métodos indicados e comparar o resultado com o valor analítico

5.11. $\int_0^1 e^x\, dx$ usando a regra do trapézio com $m = 1$ e Gauss-Legendre com $n = 2$.

5.12. $\int_0^3 (e^x + 2x)\, dx$ utilizando a regra do 1/3 de Simpson com $m = 4$ e Gauss-Legendre com $n = 5$.

5.13. $\int_0^\pi (0{,}2x^4 + \text{sen}(x) + 2)\, dx$ pela regra dos 3/8 de Simpson com $m = 6$ e Gauss-Legendre com $n = 7$.

5.14. $\int_0^\pi \sqrt{1+\cos(x)}\, dx$ por Newton-Cotes que utiliza um polinômio de grau 4 com $m = 8$ e Gauss-Legendre com $n = 9$.

5.15. $\int_0^3 xe^x\, dx$ pelo método de Newton-Cotes que utiliza um polinômio de grau 5 com $m = 10$ e Gauss-Legendre com $n = 11$.

Seção 5.4

5.16. Implementar o algoritmo da Figura 5.17 em qualquer linguagem de programação.

Calcular as integrais a seguir usando o programa do exercício anterior, com *Toler* $= 10^{-10}$ e *IterMax = 10*.

5.17. $\int_0^\pi \sqrt{1+\cos(x)}\, dx$.

5.18. $\int_2^5 \frac{1}{x\ \log_e(x)}\, dx$.

5.19. $\int_0^\pi e^{1-x^2}\ \text{sen}(10x)\, dx$.

5.20. $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(2 + \cos^2(x))\, dx$.

Seção 5.5

5.21. Calcular $\int_0^\pi \int_{-1}^{1} \text{sen}(x)y^2\, dy\, dx$ usando a fórmula de Newton-Cotes com $n_x = n_y = 2$ e $m_x = m_y = 4$.

5.22. Avaliar $\int_0^3 \int_1^4 \sqrt{x+y} - e^{x-y}\, dy\, dx$ pelas fórmulas de Newton-Cotes com $n_x = 2$, $n_y = 3$ e $m_x = m_y = 6$.

5.23. Determinar
$$\int_0^\pi \int_0^\pi \cos(x^2+1)\,\text{sen}(xy) + x\, dy\, dx$$
pelas fórmulas de Newton-Cotes com $n_x = 5$, $m_x = 5$, $n_y = 2$ e $m_y = 4$.

5.24. Implementar, em qualquer linguagem de programação, o algoritmo apresentado na Figura 5.18.

5.25. Calcular as integrais dos Exercícios 5.21 a 5.23 utilizando o programa implementado no Exercício 5.24.

Seção 5.6

5.26. Avaliar $\int_0^2 \int_1^3 \frac{\sqrt{xy}}{x+y}\, dy\, dx$ pela quadratura de Gauss-Legendre com $n_x = n_y = 2$.

5.27. Calcular $\int_0^1 \int_0^2 e^{x^2-y^2}\ \text{sen}(x+y)\, dy\, dx$ via quadratura de Gauss-Legendre com $n_x = 3$ e $n_y = 4$.

5.28. Determinar
$$\int_1^2 \int_0^2 (x^3y^2 + x^2y)\log_e(xy)\, dy\, dx$$
pela quadratura de Gauss-Legendre com $n_x = n_y = 4$.

5.29. Utilizando qualquer linguagem de programação, implementar o algoritmo da Figura 5.19.

5.30. Calcular as integrais dadas nos Exercícios 5.26 a 5.28 usando o programa elaborado no Exercício 5.29.

Seção 5.7

Utilizando os programas implementados a partir dos algoritmos das Figuras 5.18 e 5.19, comparar os resultados das integrais abaixo com o valor exato fornecido.

5.31. $\int_0^1 \int_0^1 (x^3y + xy^3)\, dy\, dx$ usando Newton-Cotes com $n_x = n_y = m_x = m_y = 1$ e Gauss-Legendre com $n_x = n_y = 2$. Exato $= 1/4$.

5.32. $\int_{-1}^{1} \int_0^1 (3x^5y^5 + x^4y + xy)\, dy\, dx$ usando Newton-Cotes com $n_x = n_y = m_x = m_y = 2$ e Gauss-Legendre com $n_x = n_y = 3$. Exato $= 1/5$.

5.33. $\int_0^\pi \int_{-\pi}^{\pi} \text{sen}(x-y)\, dy\, dx$ usando Newton-Cotes com $n_x = n_y = m_x = m_y = 3$ e Gauss-Legendre com $n_x = n_y = 4$. Exato $= 0$.

5.34. $\int_1^2 \int_0^1 \frac{x}{2+y}\, dy\, dx$ usando Newton-Cotes com $n_x = n_y = m_x = m_y = 1$ e Gauss-Legendre com $n_x = n_y = 2$.
Exato $= 3\log_e(3/2)/2 \approx 0{,}60820$.

5.35. $\int_0^1 \int_{-1}^{1} x\sqrt{1+xy}\, dy\, dx$ usando Newton-Cotes com $n_x = n_y = m_x = m_y = 4$ e Gauss-Legendre com $n_x = n_y = 5$. Exato $= 8(2\sqrt{2} - 1)/15 \approx 0{,}97516$.

4.29) O melhor modelo é o (c), pois apresenta o maior coeficiente de determinação e a menor variância residual.

4.30) $y = ab^x$, sendo $a = 55{,}0700$ e $b = 0{,}8870$.

Capítulo 5: Integração numérica

Seção 5.1

5.1.a) $I = 0{,}8595$.

5.1.b) $I = 0{,}8438$.

5.1.c) $I = 0{,}8448$.

5.2.a) $P_2(x) = 4{,}05x^2 + 4{,}95x + 1$.

5.2.b) $I = 4{,}7$.

5.2.c) $I = 4{,}7$.

5.2.d) A regra de 1/3 de Simpson (item c) consiste nas etapas a e b.

5.3) $I = 6{,}3895$. Este valor foi obtido usando-se a regra de 1/3 de Simpson com $m = 6$.

5.5)

m	I	m	I
2	28,5061	4	28,1170
6	28,0920	8	28,0876

Seção 5.2

5.6) $I = 28{,}0855$.

5.7) $I = 20{,}5240$.

5.8) $I = 2{,}8284$.

Seção 5.3

5.11)
Regra do trapézio: $I = 1{,}8591$;
Gauss-Legendre: $I = 1{,}7179$;
valor analítico: $I = 1{,}7183$.

5.12)
1/3 de Simpson: $I = 28{,}1170$;
Gauss-Legendre: $I = 28{,}0855$;
valor analítico: $I = 28{,}0855$.

5.13)
3/8 de Simpson: $I = 20{,}5402$;
Gauss-Legendre: $I = 20{,}5240$;
valor analítico: $I = 20{,}5240$.

5.14)
Newton-Cotes: $I = 2{,}8284$;
Gauss-Legendre: $I = 2{,}8284$;
valor analítico: $I = 2{,}8284$.

5.15)
Newton-Cotes: $I = 41{,}1715$;
Gauss-Legendre: $I = 41{,}1711$;
valor analítico: $I = 41{,}1711$.

Seção 5.4

5.17) $I = 2{,}8284271247$.

5.18) $I = 8{,}4239791591{\times}10^{-1}$.

5.19) $I = 2{,}7761914467{\times}10^{-1}$.

5.20) $I = -4{,}7240071835$.

Seção 5.5

5.21) $I = 1{,}3364$.

5.22) $I = 11{,}0922$.

5.23) $I = 15{,}3669$.

Seção 5.6

5.26) $I = 1{,}7528$.

5.27) $I = 1{,}0310$.

5.28) $I = 11{,}5297$.

Seção 5.7

5.31) NC: $I = 0{,}5000$; GL: $I = 0{,}2500$.

5.32) NC: $I = 0{,}3333$; GL: $I = 0{,}2000$.

5.33) NC: $I = 1{,}6026$; GL: $I = -0{,}0134$.

5.34) NC: $I = 0{,}6250$; GL: $I = 0{,}6081$.

5.35) NC: $I = 0{,}9729$; GL: $I = 0{,}9752$.

Gerais

5.36.a) $L_1(x) = x + 1$.

5.36.b) $I = 1{,}5$.

5.36.c) $I = 1{,}5$.

5.36.d) A regra do trapézio (item c) consiste dos itens a e b.

5.39.a) $I = 22$.

5.39.b) Sim. O erro é dado por $E = \frac{-(b-a)^5}{180m^4} f^{iv}(\theta)$. A função que está sendo integrada é um polinômio de grau 3, logo $f^{iv}(x) = 0$.

5.40.a) $m = 9$.

5.40.b) $I = 12{,}3358$.

5.40.c) $|12{,}3354 - 12{,}3358| = 4{\times}10^{-4}$.

5.43.a) $I = 44$.

5.43.b) $I = 15{,}5556$.

5.43.c) valor exato = 15,5556.

5.43.d) Apenas o resultado obtido pela quadratura de Gauss-Legendre é exato, pois esta é construída de forma a ser exata para polinômios de grau menor ou igual a $2n - 1$. Newton-Cotes com $n_x = n_y = 1$ é obtida integrando-se um polinômio interpolador de grau 1, o que não é suficiente para a obtenção de um valor exato.

5.45) $I = 0{,}88623$.

Capítulo 6: Raízes de equações

Seção 6.1

6.1) $0{,}4545 \le \xi^+ \le 4{,}0000$ e
$-2{,}7321 \le \xi^- \le -0{,}5635$;
$n^+ = 2$ ou 0 e $n^- = 1$.

6.3) [0,4545 4,0000 −2,7321 −0,5635].

6.5) $\xi_1 \in [-2{,}74;\ -0{,}95]$ para $z = -1$ e $\xi_2 \in [0{,}95;\ 5{,}65]$ para $z = 1$.

Seção 6.2

6.6) $\xi = 0{,}9536$ em [0, 2].

6.7) $\xi = -0{,}7594$ em [−1, 0].

6.8) $\xi = 0{,}5994$ em [0, 1].

Seção 6.3

6.11)

método	intervalo	raiz	iter
secante	[3, 4]	3,0672	3
regula falsi	[3, 4]	3,0672	12
pégaso	[3, 4]	3,0672	5