Tavlenoter
Udvidelser om Bims

Mette Thomsen Pedersen

20. april 2013

Indhold

1 Indledning

Denne forelæsning handler om

- Repeat-løkker
- Semantisk ækvivalens
- For-løkker
- Abnorm terminering
- Nondeterminisme - God, ond
- Parallel sammensætning
- GYSER

2 Bims

Det der bliver indført her er udvidelser til Bims. Alt der tidligere er defineret omkring Bims gælder stadig.

Big-step-semantik

Transitioner på formen: $\langle S, s\rangle \to s'$

Small-step-semantik

Transitioner på formen: $\langle S, s\rangle \Rightarrow s'$ og $\langle S, s\rangle \Rightarrow \langle S', s'\rangle$

3 Repeat-løkker

$S ::= \ldots |\textbf{repeat } S \textbf{ until } b$

Definition 1. **repeat** S **until** b udfører altid S mindst én gang; S udføres indtil b bliver sand.

Big-step-transitionsregler

$$[REPEAT-SAND]\ \frac{\langle S, s\rangle \to s'}{\langle \textbf{repeat } S \textbf{ until } b, s\rangle \to s'}\ s' \vdash b \to tt$$

$$[REPEAT-FALSK]\ \frac{\langle S, s\rangle \to s''\ \langle \textbf{repeat } S \textbf{ until } b, s''\rangle \to s'}{\langle \textbf{repeat } S \textbf{ until } b, s\rangle \to s'}\ s'' \vdash\to ff$$

$[REPEAT-FALSK]$ er endnu en ikke kompositionel regel.

Sætning 1. *For alle* $s \in$ ***States***
$\langle \textbf{\textit{repeat}}\ S\ \textbf{\textit{until}}\ b, s\rangle \to s'$
$\Updownarrow$
$\langle S;\ \textbf{\textit{while}}\ \neg b\ \textbf{\textit{do}}\ S, s\rangle \to s'$

Alternativ udgave

$\textbf{\textit{repeat}}\ S\ \textbf{\textit{until}}\ b \sim_{bss} S;\ \textbf{\textit{while}}\ \neg b\ \textbf{\textit{do}}\ S$

Bevis: $\Downarrow$) Antag $\langle \textbf{repeat } S \textbf{ until } b, s\rangle \to s'$ (1)

Vis at $\langle S;\ \textbf{while } \neg b \textbf{ do } S, s\rangle \to s'$. Transition (1) blev konkluderet enten med $[REPEAT-SAND]$ eller $[REPEAT-FALSK]$.

Betragt først $[REPEAT-SAND]$: $\dfrac{\langle S, s\rangle \to s'}{\langle \textbf{repeat } S \textbf{ until } b, s\rangle \to s'}\ s' \vdash b \to tt$.

Men så har vi $s' \vdash \neg b \to ff$. Derfor har vi $\langle \textbf{while } \neg b \textbf{ do } S, s'\rangle \to s'$ ($[WHILE-FALSK]$).

Dermed har vi: $\dfrac{\langle S, s\rangle \to s'\ \langle \textbf{while } \neg b \textbf{ do } S, s'\rangle \to s'}{\langle S;\ \textbf{while } \neg b \textbf{ do } S, s\rangle \to s'}$

Betragt så $[REPEAT-FALSK]$ $\dfrac{\langle S, s\rangle \to s''\ \langle \textbf{repeat } S \textbf{ until } b, s'\rangle \to s'}{\langle \textbf{repeat } S \textbf{ until } b, s\rangle \to s'}$

Vi viser påstanden for alle h, hvor derivationstræet før (1) har højde h. Basistrin: $h = 0$: Ingen derivationstræer af højde 0 findes.

Dermed har vi pr. induktionsantagelse at $\langle S;\ \textbf{while } \neg b \textbf{ do } S, s''\rangle \to s'$.

Den må konkluderet med $[COMP]$: $\dfrac{\langle S, s''\rangle \to s^{\{3\}}\ \langle \textbf{while } \neg b \textbf{ do } S, s^{\{3\}}\rangle \to s'}{\langle S;\ \textbf{while } \neg b \textbf{ do } S, s''\rangle \to s'}$.

Da $s'' \vdash \neg b \to ff$ har vi $s'' \vdash b \to tt$ så pr. $[REPEAT-SAND]$ $\langle \textbf{while } \neg b \textbf{ do } S, s''\rangle \to s'$.

Så bruger vi $[COMP]$: $\dfrac{\langle S, s\rangle \to s''\ \langle \textbf{while } \neg b \textbf{ do } S, s''\rangle \to s'}{\langle S;\ \textbf{while } \neg b \textbf{ do } S, s\rangle \to s'}$ $\square$

4 Semantisk ækvivalens

Definition 2. (Big-step-semantisk-ækvivalens)
Lad $S_1, S_2 \in$ **Stm**. Vi siger $S_1 \sim_{bss} S_2$ hvis for alle $s \in$ **States**
$\langle S_1, s\rangle \to s'$
$\Updownarrow$
$\langle S_2, s\rangle \to s'$

Sætning 2.
- *$S_1 \sim_{bss} S_1$ for alle S_1*
- *Hvis $S_1 \sim_{bss} S_2$ og $S_2 \sim_{bss} S_3$ så $S_1 \sim_{bss} S_3$*
- *Hvis $S_1 \sim_{bss} S_2$ så $S_2 \sim_{bss} S_1$*

  $\sim_{bss}$ er en ækvivalensrelation

5 For-løkker

$S ::= \ldots \mid$ **for** $x := n_1$ **to** n_2 **do** S

Intuition 1. Først sættes x til værdi af n_1. S udføres; hver udførsel af S tæller x op med 1. Når x har værdi af n_2, stop løkken.

Vi anvender en $\mathcal{N}^{-1} : \mathbb{Z} \to$ **Num**. fx. $\mathcal{N}^{-1}[|3|] = \underline{3}$
<u>**Big-step-regler**</u>
$$[FOR-1]\ \frac{\langle S, s[x \mapsto v_1]\rangle \to s''\ \langle \textbf{for } x := n_1 \textbf{ to } n_2 \textbf{ do } S, s''\rangle \to s'}{\langle \textbf{for } x := n_1 \textbf{ to } n_2 \textbf{ do } S, s\rangle \to s'}$$
hvor $\mathcal{N}(|n_1|) = v_1$, $\mathcal{N}(|n_2|) = v_2$, $v_1 < v_2$.
$n_1' = \mathcal{N}^{-1}[|v_1 + 1|]$
$[FOR-2]$ $\langle \textbf{for } x := n_1 \textbf{ to } n_2 \textbf{ do } S, s\rangle \to s[x \mapsto v_1]$,
hvor $\mathcal{N}[|n_1|] = v_1$, $\mathcal{N}[|n_2|] = v_2$, $v_1 = v_2$.

6 Abnorm terminering

$S ::= \ldots \mid$ **abort**

Intuition 2. En **abort**-kommando kan ikke foretage et skridt, dvs:
$\langle \textbf{abort}, s\rangle \to s'$ UMULIGT!
$\langle \textbf{abort}, s\rangle \Rightarrow s'$ UMULIGT!

<u>**Big-step-regler**</u>
INGEN!
<u>**Small-step-regler**</u>
INGEN!
while $0 = 0$ **do skip**
For alle $sAin$ **States**:
$\langle \textbf{abort}, s\rangle \to s'$
$\Updownarrow$
$\langle \textbf{while } 0 = 0 \textbf{ do skip}, s\rangle \to s'$
abort $\nsim_{bss}$ **skip**
$\langle \textbf{abort}, s\rangle \to s'$ UMULIGT
men $\langle \textbf{skip}, s\rangle \to s$

7 Nondeterminisme

$S ::= \ldots | S_1$ **or** S_2

Intuition 3. S_1 eller S_2 kan udføres; hvilket der vælges afhænger af vejret.

Big-step-regler

$[OR-1]\ \dfrac{\langle S_1, s\rangle \to s'}{\langle S_1 \textbf{ or } S_2, s\rangle \to s'}$

$[OR-2]\ \dfrac{\langle S_2, s\rangle \to s'}{\langle S_1 \textbf{ or } S_2, s\rangle \to s'}$

Small-step-regler

$[OR-1]\ \langle S_1 \textbf{ or } S_2, s\rangle \Rightarrow \langle S_1, s\rangle$
$[OR-2]\ \langle S_1 \textbf{ or } S_2, s\rangle \Rightarrow \langle S_2, s\rangle$
$S = x :=$ **or while** $0 = 0$ **do skip**

Big-step:

$\langle S, s\rangle \to s[x \mapsto 1]$ er eneste transition!

Small-step:

$\langle S, s\rangle \Rightarrow \langle x := 1, s\rangle \Rightarrow s[x \mapsto 1]$

$\langle S, s\rangle \Rightarrow \langle \textbf{while } 0 = 0 \textbf{ do skip}, s\rangle \Rightarrow \langle \textbf{if } 0 = 0 \textbf{ then skip};\ \textbf{while } 0 = 0 \textbf{ do skip elske skip}, s\rangle \Rightarrow \langle \textbf{skip};\ \textbf{while } 0 = 0 \textbf{ do skip}, s\rangle \Rightarrow \langle \textbf{while } 0 = 0 \textbf{ do skip}, s\rangle \Rightarrow \ldots$

Morale

Big-step-semantik undertrykker uendelige løkker (kun gode valg beskrives (god nondeterminisme))

Small-step-semantik beskriver alle valg (også de onde! (ond nondeterminisme))

8 Parallel sammensætning

$S ::= \ldots | S_1$ **par** S_2

Intuition 4. S_1 og S_2 skal udføres parallelt.

Small-step-regler

$[PAR-1]\ \dfrac{\langle S_1, s\rangle \Rightarrow \langle S_1', s'\rangle}{\langle S_1 \textbf{ par } S_2, s\rangle \Rightarrow \langle S_1' \textbf{ par } S_2, s'\rangle}$

$[PAR-2]\ \dfrac{\langle S_2, s\rangle \Rightarrow \langle S_2', s'\rangle}{\langle S_1 \textbf{ par } S_2, s\rangle \Rightarrow \langle S_1 \textbf{ par } S_2', s'\rangle}$

$[PAR-3]\ \dfrac{\langle S_1, s\rangle \Rightarrow s'}{\langle S_1 \textbf{ par } S_2, s\rangle \Rightarrow \langle S_2, s'}$

$[PAR-4]\ \dfrac{\langle S_2, s\rangle \Rightarrow s'}{\langle S_1 \textbf{ par } S_2, s\rangle \Rightarrow \langle S_1, s'}$

Big-step-regler

$[PAR-1]\ \dfrac{\langle S_1, s\rangle \to s''\ \langle S_2, s''\rangle \to s'}{\langle S_1 \textbf{ par } S_2, s\rangle \to s'}$ - Fanger IKKE parallelitet

$[PAR-2]\ \dfrac{\langle S_2, s\rangle \to s''\ \langle S_1, s''\rangle \to s'}{\langle S_1 \textbf{ par } S_2, s\rangle \to s'}$

Morale

Til beskrivelse af parallel adfærd: Brug small-step-semantik!

9 GYSER

- Forveksel ikke definitionen af $\sim_{bss}$ og de egenskaber, der gælder om den!
- Ingen transitionsregler for **abort**. (Der er præcis de transitioner som transitionsreglerne beskriver, dvs. for **abort** INGEN!)
- Kun small-step-semantik er oplagt til at beskrive parallelitet!