Teoría de conjuntos

Matemática estructural y lógica

ISIS-1104

Reglas

Reglas

- Un conjunto es una colección de elementos no repetidos.

Reglas

- Un conjunto es una colección de elementos no repetidos.
- Dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos.

Reglas

- Un conjunto es una colección de elementos no repetidos.
- Dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos.
- Un conjunto puede pertenecer a otro conjunto.

Reglas

- Un conjunto es una colección de elementos no repetidos.
- Dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos.
- Un conjunto puede pertenecer a otro conjunto.
- Ningún conjunto pertenece a si mismo.

¿Cómo denotar conjuntos?

¿Cómo denotar conjuntos?

Notación extensional: Simplemente escribimos todos los elementos dentro de llaves

¿Cómo denotar conjuntos?

Notación extensional: Simplemente escribimos todos los elementos dentro de llaves

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

¿Cómo denotar conjuntos?

Notación extensional: Simplemente escribimos todos los elementos dentro de llaves

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10, ...\}$$

¿Cómo denotar conjuntos?

Notación extensional: Simplemente escribimos todos los elementos dentro de llaves

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10, ...\}$$

Notación intensional: Escribimos algun predicado que los elementos del conjunto deben cumplir

¿Cómo denotar conjuntos?

Notación extensional: Simplemente escribimos todos los elementos dentro de llaves

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10, ...\}$$

Notación intensional: Escribimos algun predicado que los elementos del conjunto deben cumplir

$$A = \{x : \text{int} \mid x \geq 0 \land x < 5\}$$

¿Cómo denotar conjuntos?

Notación extensional: Simplemente escribimos todos los elementos dentro de llaves

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10, ...\}$$

Notación intensional: Escribimos algun predicado que los elementos del conjunto deben cumplir

$$A = \{x : \text{int} \mid x \geq 0 \land x < 5\}$$

$$B = \{x : \text{int} \mid x > 0 \land x \text{ es par}\}$$

Pertenencia

Pertenencia

Para afirmar que un elemento x pertenece al conjunto A, escribimos el predicado

Pertenencia

Para afirmar que un elemento x pertenece al conjunto A, escribimos el predicado

$$x \in A \quad \text{o} \quad x : A$$

Pertenencia

Para afirmar que un elemento x pertenece al conjunto A, escribimos el predicado

$$x \in A \quad \text{o} \quad x : A$$

Para negar pertenencia escribimos

Pertenencia

Para afirmar que un elemento x pertenece al conjunto A, escribimos el predicado

$$x \in A \quad \text{o} \quad x : A$$

Para negar pertenencia escribimos

$$\neg(x \in A) \quad \text{o} \quad x \notin A$$

Pertenencia

Para afirmar que un elemento x pertenece al conjunto A, escribimos el predicado

$$x \in A \quad \text{o} \quad x : A$$

Para negar pertenencia escribimos

$$\neg(x \in A) \quad \text{o} \quad x \notin A$$

Dado que la notación intensional es de la forma

Pertenencia

Para afirmar que un elemento x pertenece al conjunto A, escribimos el predicado

$$x \in A \quad \text{o} \quad x : A$$

Para negar pertenencia escribimos

$$\neg(x \in A) \quad \text{o} \quad x \notin A$$

Dado que la notación intensional es de la forma

$$\{x \mid P(x)\}$$

Pertenencia

Para afirmar que un elemento x pertenece al conjunto A, escribimos el predicado

$$x \in A \quad \text{o} \quad x : A$$

Para negar pertenencia escribimos

$$\neg(x \in A) \quad \text{o} \quad x \notin A$$

Dado que la notación intensional es de la forma

$$\{x \mid P(x)\}$$

Es natural afirmar que

Pertenencia

Para afirmar que un elemento x pertenece al conjunto A, escribimos el predicado

$$x \in A \;\text{ o }\; x : A$$

Para negar pertenencia escribimos

$$\neg(x \in A) \;\text{ o }\; x \notin A$$

Dado que la notación intensional es de la forma

$$\{x \mid P(x)\}$$

Es natural afirmar que

$$(y \in \{x \mid P(x)\}) \equiv P(y)$$

Igualdad y contenencia

Igualdad y contenencia

Podemos definir la igualdad de conjuntos utilizando pertenencia

Igualdad y contenencia

Podemos definir la igualdad de conjuntos utilizando pertenencia

$$(A = B) \equiv (\forall x \,|\!: x \in A \equiv x \in B)$$

Igualdad y contenencia

Podemos definir la igualdad de conjuntos utilizando pertenencia

$$(A = B) \equiv (\forall x \,|\!: x \in A \equiv x \in B)$$

También podemos definir la contenencia de conjuntos

Igualdad y contenencia

Podemos definir la igualdad de conjuntos utilizando pertenencia

$$(A = B) \equiv (\forall x \,|\!: x \in A \equiv x \in B)$$

También podemos definir la contenencia de conjuntos

$$(A \subseteq B) \equiv (\forall x \,|\!: x \in A \Rightarrow x \in B)$$

Igualdad y contenencia

Podemos definir la igualdad de conjuntos utilizando pertenencia

$$(A = B) \equiv (\forall x \,|: x \in A \equiv x \in B)$$

También podemos definir la contenencia de conjuntos

$$(A \subseteq B) \equiv (\forall x \,|: x \in A \Rightarrow x \in B)$$

Teorema: $(A = B) \equiv (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$

El universo y el vacío

El universo y el vacío

Conjunto vacío: Lo denotamos con el simbolo $\varnothing$, es el conjunto que no tiene elementos

El universo y el vacío

Conjunto vacío: Lo denotamos con el simbolo $\varnothing$, es el conjunto que no tiene elementos

$$(\forall x \,|\!: x \notin \varnothing)$$

El universo y el vacío

Conjunto vacío: Lo denotamos con el simbolo $\varnothing$, es el conjunto que no tiene elementos

$$(\forall x \,|: x \notin \varnothing)$$

Conjunto universo: Lo denotamos con la letra $\mathcal{U}$, es el conjunto que contiene "todos" los elementos

El universo y el vacío

Conjunto vacío: Lo denotamos con el simbolo $\varnothing$, es el conjunto que no tiene elementos

$$(\forall x \,|: x \notin \varnothing)$$

Conjunto universo: Lo denotamos con la letra $\mathcal{U}$, es el conjunto que contiene "todos" los elementos

$$(\forall x \mid x \neq \mathcal{U} : x \in \mathcal{U})$$

El universo y el vacío

Conjunto vacío: Lo denotamos con el simbolo $\varnothing$, es el conjunto que no tiene elementos

$$(\forall x \,|: x \notin \varnothing)$$

Conjunto universo: Lo denotamos con la letra $\mathcal{U}$, es el conjunto que contiene "todos" los elementos

$$(\forall x \mid x \neq \mathcal{U} : x \in \mathcal{U})$$

Teorema: Para cualquier conjunto A se tiene que

El universo y el vacío

Conjunto vacío: Lo denotamos con el simbolo $\varnothing$, es el conjunto que no tiene elementos

$$(\forall x \,|: x \notin \varnothing)$$

Conjunto universo: Lo denotamos con la letra $\mathcal{U}$, es el conjunto que contiene "todos" los elementos

$$(\forall x \mid x \neq \mathcal{U} : x \in \mathcal{U})$$

Teorema: Para cualquier conjunto A se tiene que

$$\varnothing \subseteq A$$

$$A \subseteq \mathcal{U} \quad (\text{cuando } A \neq \mathcal{U})$$

Operaciones entre conjuntos

Definimos las siguientes operaciones

- Unión de conjuntos

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}$$

- Intersección de conjuntos

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}$$

- Complemento de un conjunto

$$A^c = \{x \mid \neg(x \in A)\}$$

Operaciones entre conjuntos

O equivalentemente

- Unión de conjuntos

$$(x \in A \cup B) \equiv (x \in A) \vee (x \in B)$$

- Intersección de conjuntos

$$(x \in A \cap B) \equiv (x \in A) \wedge (x \in B)$$

- Complemento de un conjunto

$$(x \in A^c) \equiv \neg(x \in A)$$

Teoría de conjuntos y lógica

En teoría de conjuntos son válidos los siguientes teoremas

$$A \cap B = B \cap A \qquad A \cup B = B \cup A$$

Teoría de conjuntos y lógica

En teoría de conjuntos son válidos los siguientes teoremas

$$A \cap B = B \cap A \qquad A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \qquad A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

Teoría de conjuntos y lógica

En teoría de conjuntos son válidos los siguientes teoremas

$$A \cap B = B \cap A \qquad A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \qquad A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$$A \cap (A \cup B) = A \qquad A \cup (A \cap B) = A$$

Teoría de conjuntos y lógica

En teoría de conjuntos son válidos los siguientes teoremas

$$\begin{aligned} A \cap B &= B \cap A & \qquad A \cup B &= B \cup A \\ A \cap (B \cap C) &= (A \cap B) \cap C & \qquad A \cup (B \cup C) &= (A \cup B) \cup C \\ A \cap (A \cup B) &= A & \qquad A \cup (A \cap B) &= A \\ A \cap (B \cup C) &= (A \cap B) \cup (A \cap C) & \qquad A \cup (B \cap C) &= (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{aligned}$$

Teoría de conjuntos y lógica

En teoría de conjuntos son válidos los siguientes teoremas

$$
\begin{aligned}
A \cap B &= B \cap A & \qquad A \cup B &= B \cup A \\
A \cap (B \cap C) &= (A \cap B) \cap C & \qquad A \cup (B \cup C) &= (A \cup B) \cup C \\
A \cap (A \cup B) &= A & \qquad A \cup (A \cap B) &= A \\
A \cap (B \cup C) &= (A \cap B) \cup (A \cap C) & \qquad A \cup (B \cap C) &= (A \cup B) \cap (A \cup C) \\
A \cap A^c &= \varnothing & \qquad A \cup A^c &= \mathcal{U}
\end{aligned}
$$

Teoría de conjuntos y lógica

En teoría de conjuntos son válidos los siguientes teoremas

$$
\begin{aligned}
A \cap B = B \cap A &\qquad A \cup B = B \cup A \\
A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C &\qquad A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C \\
A \cap (A \cup B) = A &\qquad A \cup (A \cap B) = A \\
A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) &\qquad A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\
A \cap A^c = \varnothing &\qquad A \cup A^c = \mathcal{U} \\
A \cap \mathcal{U} = A &\qquad A \cup \varnothing = A
\end{aligned}
$$

Teoría de conjuntos y lógica

En teoría de conjuntos son válidos los siguientes teoremas

$$\begin{aligned}
A \cap B = B \cap A &\qquad A \cup B = B \cup A \\
A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C &\qquad A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C \\
A \cap (A \cup B) = A &\qquad A \cup (A \cap B) = A \\
A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) &\qquad A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\
A \cap A^c = \varnothing &\qquad A \cup A^c = \mathcal{U} \\
A \cap \mathcal{U} = A &\qquad A \cup \varnothing = A \\
A \cap \varnothing = \varnothing &\qquad A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}
\end{aligned}$$

Teoría de conjuntos y lógica

En teoría de conjuntos son válidos los siguientes teoremas

$$
\begin{aligned}
A \cap B = B \cap A &\qquad A \cup B = B \cup A \\
A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C &\qquad A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C \\
A \cap (A \cup B) = A &\qquad A \cup (A \cap B) = A \\
A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) &\qquad A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\
A \cap A^c = \varnothing &\qquad A \cup A^c = \mathcal{U} \\
A \cap \mathcal{U} = A &\qquad A \cup \varnothing = A \\
A \cap \varnothing = \varnothing &\qquad A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U} \\
A \cap A = A &\qquad A \cup A = A
\end{aligned}
$$

Teoría de conjuntos y lógica

En teoría de conjuntos son válidos los siguientes teoremas

$$
\begin{aligned}
A \cap B &= B \cap A & \qquad A \cup B &= B \cup A \\
A \cap (B \cap C) &= (A \cap B) \cap C & \qquad A \cup (B \cup C) &= (A \cup B) \cup C \\
A \cap (A \cup B) &= A & \qquad A \cup (A \cap B) &= A \\
A \cap (B \cup C) &= (A \cap B) \cup (A \cap C) & \qquad A \cup (B \cap C) &= (A \cup B) \cap (A \cup C) \\
A \cap A^c &= \varnothing & \qquad A \cup A^c &= \mathcal{U} \\
A \cap \mathcal{U} &= A & \qquad A \cup \varnothing &= A \\
A \cap \varnothing &= \varnothing & \qquad A \cup \mathcal{U} &= \mathcal{U} \\
A \cap A &= A & \qquad A \cup A &= A \\
(A \cap B)^c &= A^c \cup B^c & \qquad (A \cup B)^c &= A^c \cap B^c
\end{aligned}
$$

Teoría de conjuntos y lógica

En teoría de conjuntos son válidos los siguientes teoremas

$$
\begin{aligned}
A \cap B &= B \cap A & \qquad A \cup B &= B \cup A \\
A \cap (B \cap C) &= (A \cap B) \cap C & \qquad A \cup (B \cup C) &= (A \cup B) \cup C \\
A \cap (A \cup B) &= A & \qquad A \cup (A \cap B) &= A \\
A \cap (B \cup C) &= (A \cap B) \cup (A \cap C) & \qquad A \cup (B \cap C) &= (A \cup B) \cap (A \cup C) \\
A \cap A^c &= \varnothing & \qquad A \cup A^c &= \mathcal{U} \\
A \cap \mathcal{U} &= A & \qquad A \cup \varnothing &= A \\
A \cap \varnothing &= \varnothing & \qquad A \cup \mathcal{U} &= \mathcal{U} \\
A \cap A &= A & \qquad A \cup A &= A \\
(A \cap B)^c &= A^c \cup B^c & \qquad (A \cup B)^c &= A^c \cap B^c \\
(A^c)^c &= A
\end{aligned}
$$

Porque en realidad son los mísmos axiomas de lógica proposicional

$$
\begin{aligned}
p \land q &\equiv q \land p & p \lor q &\equiv q \lor p \\
p \land (q \land r) &\equiv (p \land q) \land r & p \lor (q \lor r) &\equiv (p \lor q) \lor r \\
p \land (p \lor q) &\equiv p & p \lor (p \land q) &\equiv p \\
p \land (q \lor r) &\equiv (p \land q) \lor (p \land r) & p \lor (q \land r) &\equiv (p \lor q) \land (p \lor r) \\
p \land p^c &\equiv False & p \lor p^c &\equiv True \\
p \land True &\equiv p & p \lor False &\equiv p \\
p \land False &\equiv False & p \lor True &\equiv True \\
p \land p &\equiv p & p \lor p &\equiv p \\
\neg(\neg p) &\equiv p
\end{aligned}
$$

Un ejemplo

Un ejemplo

Demostremos que para cualquier conjunto A se tiene que

$$A \cap A^C = \varnothing$$

Un ejemplo

Demostremos que para cualquier conjunto A se tiene que

$$A \cap A^C = \varnothing$$

Por definición de igualdad

$$(\forall x \mid : (x \in A \cap A^c) \equiv (x \in \varnothing))$$

Un ejemplo

Demostremos que para cualquier conjunto A se tiene que

$$A \cap A^C = \varnothing$$

Por definición de igualdad

$$(\forall x \,|\colon (x \in A \cap A^c) \equiv (x \in \varnothing))$$

Por $\forall$-eliminación

$$(x \in A \cap A^c) \equiv (x \in \varnothing)$$

Un ejemplo

Demostremos que para cualquier conjunto A se tiene que

$$A \cap A^C = \varnothing$$

Por definición de igualdad

$$(\forall x \mid : (x \in A \cap A^c) \equiv (x \in \varnothing))$$

Por $\forall$-eliminación

$$(x \in A \cap A^c) \equiv (x \in \varnothing)$$

Entonces partímos de $x \in A \cap A^c$ e intentamos llegar a $x \in \varnothing$

Un ejemplo

Un ejemplo

Por definición de $\cap$

$$(x \in A \cap A^c) \equiv (x \in A) \wedge (x \in A^c)$$

Un ejemplo

Por definición de $\cap$

$$(x \in A \cap A^c) \equiv (x \in A) \wedge (x \in A^c)$$

Por definición de complemento

$$(x \in A) \wedge (x \in A^c) \equiv (x \in A) \wedge \neg(x \in A)$$

Un ejemplo

Por definición de $\cap$

$$(x \in A \cap A^c) \equiv (x \in A) \wedge (x \in A^c)$$

Por definición de complemento

$$(x \in A) \wedge (x \in A^c) \equiv (x \in A) \wedge \neg(x \in A)$$

Por **Piso**

$$(x \in A) \wedge \neg(x \in A) \equiv \mathit{False}$$

Un ejemplo

Por definición de $\cap$

$$(x \in A \cap A^c) \equiv (x \in A) \wedge (x \in A^c)$$

Por definición de complemento

$$(x \in A) \wedge (x \in A^c) \equiv (x \in A) \wedge \neg(x \in A)$$

Por **Piso**

$$(x \in A) \wedge \neg(x \in A) \equiv \mathit{False}$$

Sin embargo, por definición de vacío tenemos que $\neg(x \in \varnothing)$, o equivalentemente

$$\mathit{False} \equiv (x \in \varnothing)$$

Un ejemplo

Por definición de $\cap$

$$(x \in A \cap A^c) \equiv (x \in A) \wedge (x \in A^c)$$

Por definición de complemento

$$(x \in A) \wedge (x \in A^c) \equiv (x \in A) \wedge \neg(x \in A)$$

Por **Piso**

$$(x \in A) \wedge \neg(x \in A) \equiv \mathit{False}$$

Sin embargo, por definición de vacío tenemos que $\neg(x \in \varnothing)$, o equivalentemente

$$\mathit{False} \equiv (x \in \varnothing)$$

Luego

$$(x \in A \cap A^c) \equiv (x \in \varnothing)$$

Ahora ustedes

Ahora ustedes

Demuestren que para cualquier conjunto A

$$A \cup \varnothing = A$$

¿Por qué esto funciona?

¿Por qué esto funciona?

Nuestras demostraciones consistieron en mostrar que

¿Por qué esto funciona?

Nuestras demostraciones consistieron en mostrar que

$$A \cap A^c = \varnothing \text{ se podía convertir a } (x \in A) \wedge \neg(x \in A) \equiv \mathit{False}$$

¿Por qué esto funciona?

Nuestras demostraciones consistieron en mostrar que

$A \cap A^c = \varnothing$ se podía convertir a $(x \in A) \wedge \neg(x \in A) \equiv \mathit{False}$

$A \cup \varnothing = A$ se podía convertir a $(x \in A) \vee \mathit{False} \equiv (x \in A)$

¿Por qué esto funciona?

Nuestras demostraciones consistieron en mostrar que

$$A \cap A^c = \varnothing \text{ se podía convertir a } (x \in A) \wedge \neg(x \in A) \equiv \mathit{False}$$

$$A \cup \varnothing = A \text{ se podía convertir a } (x \in A) \vee \mathit{False} \equiv (x \in A)$$

Esto **siempre** puede hacerse para cualquier afirmación sobre conjuntos y se conoce con el nombre de **teorema de representación**.

El teorema de representación

El teorema de representación

No tenemos el lenguaje adecuado para describir este teorema con exactitud, pero su enunciado sería algo así:

El teorema de representación

No tenemos el lenguaje adecuado para describir este teorema con exactitud, pero su enunciado sería algo así:

Cualquier afirmación sobre conjuntos puede transformarse a un predicado sustituyendo

El teorema de representación

No tenemos el lenguaje adecuado para describir este teorema con exactitud, pero su enunciado sería algo así:

Cualquier afirmación sobre conjuntos puede transformarse a un predicado sustituyendo

- "$\cap$" por "$\wedge$"

El teorema de representación

No tenemos el lenguaje adecuado para describir este teorema con exactitud, pero su enunciado sería algo así:

Cualquier afirmación sobre conjuntos puede transformarse a un predicado sustituyendo

- "$\cap$" por "$\wedge$"
- "$\cup$" por "$\wedge$"

El teorema de representación

No tenemos el lenguaje adecuado para describir este teorema con exactitud, pero su enunciado sería algo así:

Cualquier afirmación sobre conjuntos puede transformarse a un predicado sustituyendo

- "$\cap$" por "$\wedge$"
- "$\cup$" por "$\wedge$"
- "c" por "$\neg$"

El teorema de representación

No tenemos el lenguaje adecuado para describir este teorema con exactitud, pero su enunciado sería algo así:

Cualquier afirmación sobre conjuntos puede transformarse a un predicado sustituyendo

- "$\cap$" por "$\wedge$"
- "$\cup$" por "$\wedge$"
- "c" por "$\neg$"
- "$=$" por "$\equiv$"

El teorema de representación

No tenemos el lenguaje adecuado para describir este teorema con exactitud, pero su enunciado sería algo así:

Cualquier afirmación sobre conjuntos puede transformarse a un predicado sustituyendo

- "$\cap$" por "$\wedge$"
- "$\cup$" por "$\wedge$"
- "c" por "$\neg$"
- "$=$" por "$\equiv$"
- "$\varnothing$" por "$False$"

El teorema de representación

No tenemos el lenguaje adecuado para describir este teorema con exactitud, pero su enunciado sería algo así:

Cualquier afirmación sobre conjuntos puede transformarse a un predicado sustituyendo

- "$\cap$" por "$\wedge$"
- "$\cup$" por "$\wedge$"
- "c" por "$\neg$"
- "$=$" por "$\equiv$"
- "$\varnothing$" por "*False*"
- "$\mathcal{U}$" por "*True*"

El teorema de representación

No tenemos el lenguaje adecuado para describir este teorema con exactitud, pero su enunciado sería algo así:

Cualquier afirmación sobre conjuntos puede transformarse a un predicado sustituyendo

- "$\cap$" por "$\wedge$"
- "$\cup$" por "$\wedge$"
- "c" por "$\neg$"
- "$=$" por "$\equiv$"
- "$\varnothing$" por "$False$"
- "$\mathcal{U}$" por "$True$"
- Cada conjunto "A" por el predicado "$x \in A$"

Un ejemplo: De Morgan para conjuntos

Un ejemplo: De Morgan para conjuntos

Teorema:

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

Un ejemplo: De Morgan para conjuntos

Teorema:

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

Demostración:

Un ejemplo: De Morgan para conjuntos

Teorema:

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

Demostración:

Usando el teorema de representación

Un ejemplo: De Morgan para conjuntos

Teorema:

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

Demostración:

Usando el teorema de representación

$$\neg((x \in A) \vee (x \in B)) \equiv \neg(x \in A) \wedge \neg(x \in B)$$

Un ejemplo: De Morgan para conjuntos

Teorema:

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

Demostración:

Usando el teorema de representación

$$\neg((x \in A) \vee (x \in B)) \equiv \neg(x \in A) \wedge \neg(x \in B)$$

Lo cual es trivial de demostrar usando De Morgan para proposiciones.

Ahora ustedes

Ahora ustedes

Teorema:

$$A \cap (A \cup B) = A$$

Otras operaciones sobre conjuntos: Diferencia

Definimos la deferencia entre dos conjuntos A y B como

$$A \setminus B = A \cap B^c$$

Por ejemplo

$$\{1, 2, 3\} \setminus \{1\} = \{2, 3\}$$

$$\{1, 2, 3\} \setminus \varnothing = \{1, 2, 3\}$$

$$\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N} = \{-1, -2, -3, ...\}$$

Otras operaciones sobre conjuntos: Cardinal

El cardinal de un conjunto representa su tamaño

$$|A| = \text{Número de elementos de } A$$

Por ejemplo

$$|\varnothing| = 0$$

$$|\{5\}| = 1$$

$$|\{4, 7\}| = 2$$

$$|\{1, 2, 3\}| = 3$$

Sorprendentemente

$$|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}|$$

Otras operaciones sobre conjuntos: Conjunto potencia

Si A es un conjunto, el conjunto potencia de A (tambien llamado partes de A) está compuesto por todos los posibles subconjuntos de A:

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

Por ejemplo

$$\mathcal{P}(\varnothing) = \{\varnothing\}$$

$$\mathcal{P}(\{1\}) = \{\varnothing, \{1\}\}$$

$$\mathcal{P}(\{1, 2\}) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$$

¿Que cardinal debería tener $\mathcal{P}(\{1, 2, 3\})$?
¿Cuánto debería ser $|\mathrm{P(A)}|$ si $|\mathrm{A}| = \mathrm{n}$?

Otras operaciones sobre conjuntos: Producto cartesiano

El producto cartesiano de A y B es el conjunto de parejas **ordenadas** con su primer elemento en A y su segundo elemento en B

$$A \times B = \{(a, b) \mid (a \in A) \wedge (b \in B)\}$$

Por ejemplo

$$\{1, 2, 3\} \times \{5, 6\} = \{(1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6), (3, 5), (3, 6)\}$$

$$\mathbb{N} \times \{-1, -2\} = \{(0, -1), (0, -2), (1, -1), (1, -2), ...\}$$

Si $|A| = n$ y $|B| = m$, ¿cuánto es $|A \times B|$?

Producto cartesiano: Una conexión interesante

Sabemos que $Bool = \{True, False\}$.

¿Qué conjunto es $Bool \times Bool$?

¿Qué conjunto es $Bool \times Bool \times Bool$?

¿Qué conjunto es $Bool \times Bool \times Bool \times ...$?