Lógica proposicional

Matemática estructural y lógica

ISIS-1104

Lógica como sistema formal

Lógica como lenguaje formal

Lógica como lenguaje formal

- El alfabeto:

$$A = \{\neg, \wedge, \vee, (,), p, q, r, s, ...\}$$

Lógica como lenguaje formal

- El alfabeto:

$$A = \{\neg, \wedge, \vee, (,), p, q, r, s, ...\}$$

- La sintaxis:

$$\begin{aligned}
\texttt{sentence} &\rightarrow \texttt{atomic_sentence} \mid \texttt{complex_sentence} \\
\texttt{atomic_sentence} &\rightarrow \boldsymbol{True} \mid \boldsymbol{False} \mid \boldsymbol{p} \mid \boldsymbol{q} \mid \boldsymbol{r} \mid \boldsymbol{s} \mid \ldots \\
\texttt{complex_sentence} &\rightarrow \texttt{unary_op sentence} \\
\texttt{complex_sentence} &\rightarrow (\texttt{sentence binary_op sentence}) \\
\texttt{unary_op} &\rightarrow \neg \\
\texttt{binary_op} &\rightarrow \wedge \mid \vee
\end{aligned}$$

Lógica como lenguaje formal

- Fórmulas bien formadas:

Lógica como lenguaje formal

- Fórmulas bien formadas:
    - $\neg p$

Lógica como lenguaje formal

- Fórmulas bien formadas:
  - $\neg p$
  - $(\neg s \vee q)$

Lógica como lenguaje formal

- Fórmulas bien formadas:
  - $\neg p$
  - $(\neg s \vee q)$
  - $(p \wedge \neg r)$

Lógica como lenguaje formal

- Fórmulas bien formadas:
  - $\neg p$
  - $(\neg s \vee q)$
  - $(p \wedge \neg r)$
  - $(p \wedge (q \vee r))$

Lógica como lenguaje formal

- Fórmulas bien formadas:
  - $\neg p$
  - $(\neg s \vee q)$
  - $(p \wedge \neg r)$
  - $(p \wedge (q \vee r))$
  - $\neg(p \vee q)$

Lógica como lenguaje formal

- Fórmulas bien formadas:
  - $\neg p$
  - $(\neg s \vee q)$
  - $(p \wedge \neg r)$
  - $(p \wedge (q \vee r))$
  - $\neg(p \vee q)$
- ¿Qué semántica podemos asignarle a este lenguaje?

Lógica como lenguaje formal

- Fórmulas bien formadas:
  - $\neg p$
  - $(\neg s \vee q)$
  - $(p \wedge \neg r)$
  - $(p \wedge (q \vee r))$
  - $\neg(p \vee q)$
- ¿Qué semántica podemos asignarle a este lenguaje?
- ¿Qué aparato deductivo podemos asignarle a este lenguaje?

Semántica

- Todas las **fórmulas** representan **proposiciones** o **afirmaciones**.
- *True*/*False* representa la proposición que siempre es verdadera/falsa.
- p, q, r, ... son **variables proposicionales** y pueden usarse para representar cualquier proposición.

$$p \equiv \text{hoy está lloviendo}$$

- $\neg$, $\wedge$ y $\vee$ son **operaciones lógicas**.
- para entender el significado de las operaciones lógicas hacemos uso de **tablas de verdad**.

El operador $\neg$

- Si p es una proposición cualquiera, $\neg p$ representa la **negación de** p o simplemente **no** p.
- Su tabla de verdad es:

p	$\neg p$
True	*False*
False	*True*

- Ejemplo:

$$p \equiv \text{ahora está lloviendo}$$

$$\neg p \equiv \text{ahora no está lloviendo}$$

El operador $\wedge$

- Si p es una proposición cualquiera, $p \wedge q$ representa la **conjunción entre** p **y** q o simplemente p **y** q.
- Su tabla de verdad es:

p	q	$p \wedge q$
True	*True*	*True*
True	*False*	*False*
False	*True*	*False*
False	*False*	*False*

- Ejemplo:

$$\begin{aligned} p &\equiv \text{ahora está lloviendo} \\ q &\equiv \text{tengo mi sombrilla} \\ p \wedge q &\equiv \text{ahora está lloviendo y tengo mi sombrilla} \end{aligned}$$

El operador $\vee$

- Si p es una proposición cualquiera, $p \vee q$ representa la **disyunción entre** p **y** q o simplemente p **o** q.

- Su tabla de verdad es:

p	q	$p \wedge q$
True	*True*	*True*
True	*False*	*True*
False	*True*	*True*
False	*False*	*False*

- Ejemplo:

$$p \equiv \text{ahora está lloviendo}$$

$$q \equiv \text{tengo mi sombrilla}$$

$$p \wedge q \equiv \text{ahora está lloviendo o tengo mi sombrilla}$$