# Análisis hidrológico con Python mediante estaciones climatológicas en el Estado de Sinaloa

Christian Ramos Castillo

14 de diciembre de 2023

#### Resumen

El análisis hidrológico en proyectos de construcción en México desempeña un papel esencial al garantizar no solo la seguridad y sostenibilidad, sino también el cumplimiento normativo. En un entorno donde los eventos climáticos extremos y la gestión eficiente del agua son factores críticos para el desarrollo y el bienestar de las comunidades, la aplicación de prácticas rigurosas se vuelve imperativa.

Para llevar a cabo este análisis, se recurrió a datos provenientes de estaciones climatológicas proporcionados por el Servicio Meteorológico Nacional (SMN) de la Comisión Nacional del Agua (CONAGUA) y el Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE). Se seleccionaron cuatro estaciones específicas: Bocatoma Sufragio, Surutato, Yecorato y Jaina de las cuales solo se trabajará en este documento con Jaina. Esta estacion ofreció información valiosa sobre las precipitaciones diarias anuales durante el periodo en que estuvieron operativas, sirviendo como base para entender la variabilidad hidrológica en la región.

Adicionalmente, se emplearon modelos estadísticos inferenciales para profundizar en el análisis. La Distribución Gumbel, especializada en modelar la distribución del máximo (o mínimo), se utilizó para abordar la complejidad de las lluvias máximas anuales diarias. Este enfoque fue complementado con la comparación frente a la Distribución Log Normal y el Modelo Random Forest Regression. La combinación de estos modelos estadísticos no solo buscó ajustarse a los datos existentes, sino también prever eventos futuros mediante la reducción del error cuadrático.

La proyección de eventos futuros se realizó para periodos acordes con la longitud de datos históricos de acuerdo a la estación , brindando una visión integral de las posibles condiciones hidrológicas en el futuro. Estos modelos fueron aplicados considerando las características específicas de la cuenca de estudio. La meta principal era predecir las precipitaciones máximas diarias anuales durante el tiempo de diseño del proyecto. Esta aproximación avanzada proporciona una mayor seguridad en el diseño de cualquier estructura en el sitio del proyecto, considerando no solo las condiciones actuales sino también las potenciales variaciones climáticas a lo largo del tiempo.

El análisis hidrológico no se limitó a la recopilación de datos climatológicos, sino que se enriqueció con la aplicación de modelos estadísticos avanzados. Esta combinación permitió una comprensión más profunda de la hidrología del área de estudio y proporcionó herramientas efectivas para la toma de decisiones en el diseño de infraestructuras, considerando tanto la variabilidad histórica como las proyecciones futuras. En este documento encontrarás toda la información recopilada, el código en Python, y finalmente la conclusión a la que se llegó con el análisis de datos.

## ÍNDICE

# Índice

1.	GENERACIÓN DE LAS SERIES DE PRECIPITACIÓN MÁXIMA ANUAL EN 24H	5
	1.1. Limpieza y ordenamiento de datos	5
2.	DESCRIPCIÓN ESTADÍSTICA DE LAS SERIES	7
	2.1. Tabla de frecuencias	7
3.	CURVA DE FRECUENCIA HP MÁXIMA ANUAL EN 24H	9
	3.1. Método de Weibull para estimar Eventos Hidroclimatológicos Extremos	9
4.	SELECCIONANDO EL MODELO QUE MEJOR SE AJUSTE A LOS DATOS	11
	4.1. Método Gumbell	11
	4.2. Método LogNormal	14
	4.3. Método de Regresión con RandomForest (Machine Learning)	16
<b>5</b> .	¿CUÁL ES EL MODELO QUE MEJOR SE AJUSTA?	18
	5.1. Comparación de resultados	18
6.	CÓDIGO	19
Re	eferencias	20

# ÍNDICE DE TABLAS

# Índice de tablas

1.	Frecuencias de datos / Jaina	8
2.	Método Weibull/Estación Jaina	10
3.	Parametros para ajuste/ Jaina	1
4.	Datos Observados vs Calculados / Jaina	12
5.	Método Lognormal/Jaina	15
6.	Método Regresión con RandomForest/Jaina	1'
7.	Errores Cuadráticos Mínimos (ECM)/Jaina	18

# ÍNDICE DE FIGURAS

# Índice de figuras

1.	Datos origen / Jaina	5
2.	Precipitaciones máximas diarias mensuales anuales / Jaina	5
3.	Precipitación máxima anual en 24h / Jaina	6
4.	Precipitación máxima mensual histórica / Jaina	7
5.	Distribución Relativa / Jaina	8
6.	Distribución Acumulada / Jaina	8
7.	Sesgo a la derecha / Jaina	8
8.	Curva de frecuencia máxima anual 24h / Jaina	9
9.	Análisis de frecuencias Gumbel / Jaina	13
10.	Análisis de frecuencias Lognormal / Jaina	14
11.	Análisis de frecuencias con Regresión Random Forest / Jaina	16
12.	Comparación de resultados en el análisis de frecuencias / Jaina	19

# 1 GENERACIÓN DE LAS SERIES DE PRECIPITACIÓN MÁXI-MA ANUAL EN 24H

#### 1.1 Limpieza y ordenamiento de datos

En el proceso de análisis de datos, previo a cualquier evaluación, es imperativo realizar la manipulación, procesamiento, limpieza y desglose de los mismos. Comúnmente, al trabajar con información, se recurre a herramientas de paquetería, siendo MS Excel, una opción frecuente. No obstante, su uso conlleva limitaciones para la manipulación de datos, además de consumir recursos significativos, especialmente cuando lidiamos con conjuntos de datos extensos. Para superar estas limitaciones, optaremos por utilizar Python específicamente utilizando el entorno llamado Jupyter Notebook, una herramienta que ofrece una amplia variedad de bibliotecas en constante actualización, demostrando ser altamente eficiente en comparación con otras alternativas. Este enfoque nos permitirá llevar a cabo operaciones más complejas y optimizar el manejo de grandes volúmenes de datos, asegurando así un proceso más eficaz y adaptado a las demandas de análisis modernas.

La información empleada proviene del Servicio Meteorológico Nacional (SMN) y del Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE) utilizando una estación climatológica llamada Jaina con Clave 25046 específicamente del estado de Sinaloa. En la Figura 1 se presenta la estructura de los datos originales, los cuales reflejan la precipitación diaria a lo largo del año de registro. La longitud de los datos varía según los años en que estuvo operativa cada estación. En consecuencia, los periodos anuales para estos datos difieren entre las cuatro estaciones climatológicas estudiadas.

	Mes	Dia	Año	Datos
0	1	1	1942	0.0
1	1	2	1942	0.7
2	1	3	1942	0.0
3	1	4	1942	0.0
4	1	5	1942	0.0
27083	2	25	2016	0.0
27084	2	26	2016	0.0
27085	2	27	2016	0.0
27086	2	28	2016	0.0
27087	2	29	2016	0.0

Figura 1: Datos origen / Jaina

	Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	1942	0.7	16.5	0.3	0.0	0.0	0.9	44.2	59.2	47.8	119.4	62.0	15.0
1	1943	2.0	0.0	0.0	0.0	0.0	59.7	33.6	68.6	239.4	159.0	12.8	219.0
2	1944	17.0	24.0	9.4	0.0	0.0	0.8	44.8	47.6	56.0	16.2	35.8	8.5
3	1946	8.0	0.0	2.0	0.0	0.0	51.5	28.5	61.7	41.2	31.5	0.0	19.0
4	1947	8.2	3.8	12.5	0.0	20.0	32.5	89.0	83.5	57.5	2.0	6.2	44.6
68	2011	0.0	0.0	0.0	0.0	NaN	7.5	110.0	80.0	64.0	12.0	31.5	12.0
69	2012	0.0	1.5	0.0	0.0	NaN	29.0	71.5	93.0	60.0	21.5	0.0	41.5
70	2013	7.0	0.0	0.0	0.0	NaN	3.0	21.0	60.0	105.0	2.0	44.0	30.5
71	2014	0.0	0.0	3.5	0.0	NaN	35.0	64.5	106.0	37.0	16.0	NaN	0.0
72	2015	7.5	12.5	13.0	3.5	NaN	62.0	59.0	90.5	93.5	24.5	19.5	1.5
71	2014	0.0	0.0	3.5	0.0	NaN	35.0	64.5	106.0	37.0	16.0	NaN	

Figura 2: Precipitaciones máximas diarias mensuales anuales / Jaina

En la **Figura** 2 se construye una tabla pivote o tabla dinámica ordenada por año y mes, tomando la precipitación máxima por año, además, se eliminan años en los que hubo  $\geq 9$  meses de datos Null o NaN

(datos faltantes). Podemos comparar la **Figura** 1 y **Figura** 2 con un orden que ahora es mas claro y manipulable.

Finalmente después de limpiar y organizar los datos con los que vamos a trabajar obtenemos la **Figura** 3, esta se conforma por filtrar los datos máximos históricos de precipitación en mm de cada año, teniendo así un registro de  $73~a\tilde{n}os$ .

	Año	Hpmax (mm)	
0	1942	119.4	
1	1943	239.4	
2	1944	56.0	
3	1946	61.7	
4	1947	89.0	
68	2011	110.0	
69	2012	93.0	
70	2013	105.0	
71	2014	106.0	
72	2015	93.5	

Figura 3: Precipitación máxima anual en 24h / Jaina

# 2 DESCRIPCIÓN ESTADÍSTICA DE LAS SERIES

#### 2.1 Tabla de frecuencias

El objetivo principal de ésta sección es describir las características fundamentales de un conjunto de datos, sin realizar inferencias más allá de la muestra recopilada. La estadística descriptiva proporciona herramientas y técnicas que ayudan a los investigadores, analistas y profesionales a entender la estructura de los datos y comunicar de manera efectiva la información a otras personas.

Para comenzar con la descripción estadística comenzaremos tomando en cuenta el máximo mensual histórico durante los 73 años analizados, en la **Figura** 4 se muestran cuáles fueron en cada uno de los 12 meses.

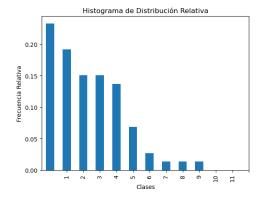
	Mes	Datos
0	1	84.0
1	2	72.0
2	3	33.7
3	4	52.0
4	5	47.8
5	6	126.0
6	7	170.0
7	8	141.8
8	9	248.6
9	10	159.0
10	11	144.0
11	12	219.0

Figura 4: Precipitación máxima mensual histórica / Jaina

Definiendo el número de clase = 12, comenzamos con la estadística descriptiva que se muestra en la **Tabla** 1 de frecuencias y mostrando que la **Figura** 7 se encuentra sesgada hacia la derecha, y mostrando la distribución acumulada en la **Figura** 6.

Tabla 1: Frecuencias de datos / Jaina

N Clase	Eventos	Clases	Frecuencia Relativa	Frecuencia Acumulada
1	17	(57.933, 75.267]	0.233	0.233
2	14	(75.267, 92.6]	0.192	0.425
3	11	(92.6, 109.933]	0.151	0.575
4	11	(109.933, 127.267]	0.151	0.726
5	10	(40.3910, 57.933]	0.137	0.863
6	5	(127.267, 144.6]	0.068	0.932
7	2	(231.267, 248.6]	0.027	0.959
8	1	(144.6, 161.933]	0.014	0.973
9	1	(161.933, 179.267]	0.014	0.986
10	1	(179.267, 196.6]	0.014	1.000
11	0	(196.6, 213.933]	0.000	1.000
12	0	(213.933, 231.267]	0.000	1.000



Histograma de Distribución Acumulada

1.0

0.8

0.8

0.0

0.1

0.2

0.2

0.3

Clases

Figura 5: Distribución Relativa / Jaina

Figura 6: Distribución Acumulada / Jaina

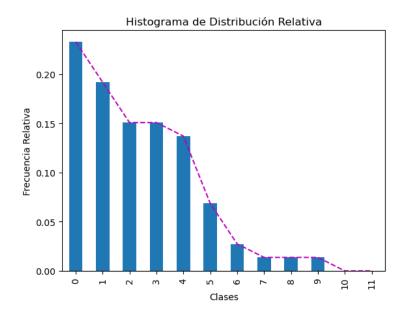


Figura 7: Sesgo a la derecha / Jaina

## 3 CURVA DE FRECUENCIA HP MÁXIMA ANUAL EN 24H

#### 3.1 Método de Weibull para estimar Eventos Hidroclimatológicos Extremos

(Dodson, 2006) describe que el método de Weibull se aplica en la hidrología para modelar y analizar la distribución de las lluvias, caudales de ríos y otros eventos hidrológicos. Así mismo se utiliza para ajustar las series de datos hidrológicos y estimar parámetros que describen la forma de la distribución. La distribución de Weibull puede ser especialmente útil en hidrología debido a su flexibilidad para adaptarse a diferentes formas de distribución de datos. En el contexto hidrológico, se puede utilizar para modelar eventos extremos como caudales máximos o mínimos, o para describir la duración y la intensidad de las lluvias.

$$Tr = \frac{n+1}{m} \tag{1}$$

$$P(X \ge x) = \frac{1}{Tr} \tag{2}$$

$$F(x) = p(X \le x) = \frac{Tr - 1}{Tr} \tag{3}$$

Mediante las ecuaciones (1), (2), y (3), se obtuvo como resultado la **Tabla** 2, y así mismo su representación gráfica en la **Figura** 8.

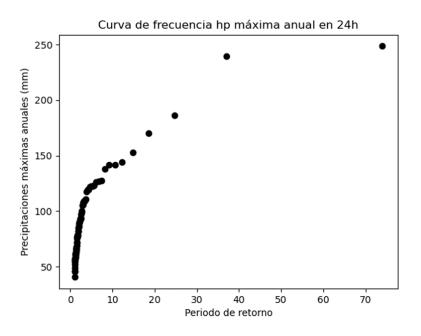


Figura 8: Curva de frecuencia máxima anual 24h / Jaina

Tabla 2: Método Weibull/Estación Jaina

m	Hpmax Ordenada (mm)	Tr	Probabilidad de excendencia	Probabilidad de no excendencia
1	248.600	74.000	0.014	0.986
2	239.400	37.000	0.027	0.973
3	186.500	24.667	0.041	0.959
4	170.000	18.500	0.054	0.946
5	153.000	14.800	0.068	0.932
6 7	144.000 141.900	12.333 $10.571$	0.081 0.095	$0.919 \\ 0.905$
8	141.800	9.250	0.108	0.892
9	138.000	8.222	0.122	0.878
10	127.800	7.400	0.135	0.865
11	127.000	6.727	0.149	0.851
12	126.000	6.167	0.162	0.838
13	123.000	5.692	0.176	0.824
14	122.400	5.286	0.189	0.811
15	122.400 122.000	4.933	0.203	0.797
$\frac{16}{17}$	119.400	4.625 $4.353$	$0.216 \\ 0.230$	$0.784 \\ 0.770$
18	119.300	4.333 $4.111$	0.230	0.770
19	117.600	3.895	0.257	0.743
20	110.800	3.700	0.270	0.730
21	110.000	3.524	0.284	0.716
22	109.000	3.364	0.297	0.703
23	109.000	3.217	0.311	0.689
24	108.000	3.083	0.324	0.676
25	106.000	2.960	0.338	0.662
26	105.000	2.846	0.351	0.649
27	100.500	2.741	0.365	0.635
28	99.000	2.643	0.378	0.622
29 30	97.300 93.500	$2.552 \\ 2.467$	$0.392 \\ 0.405$	0.608 $0.595$
31	93.400	2.387	0.403	0.581
32	93.000	2.312	0.413	0.568
33	91.100	2.242	0.446	0.554
34	90.500	2.176	0.459	0.541
35	89.000	2.114	0.473	0.527
36	87.300	2.056	0.486	0.514
37	86.000	2.000	0.500	0.500
38	84.500	1.947	0.514	0.486
39	82.600	1.897	0.527	0.473
40	81.800	1.850	0.541	0.459
$\frac{41}{42}$	78.900 78.400	$1.805 \\ 1.762$	$0.554 \\ 0.568$	$0.446 \\ 0.432$
43	78.000	1.721	0.581	0.432
44	77.200	1.682	0.595	0.405
45	76.900	1.644	0.608	0.392
46	75.800	1.609	0.622	0.378
47	72.000	1.574	0.635	0.365
48	71.800	1.542	0.649	0.351
49	69.500	1.510	0.662	0.338
50	67.500	1.480	0.676	0.324
51 52	66.200 66.000	1.451	0.689	0.311
52 53	66.000 65.800	1.423 $1.396$	0.703 0.716	0.297 $0.284$
53 54	65.000	1.390 $1.370$	0.716	0.284 $0.270$
55	64.000	1.345	0.743	0.270
56	62.600	1.321	0.757	0.243
57	61.700	1.298	0.770	0.230
58	61.200	1.276	0.784	0.216
59	61.000	1.254	0.797	0.203
60	60.800	1.233	0.811	0.189
61	60.300	1.213	0.824	0.176
62	59.000	1.194	0.838	0.162
63	58.100	1.175	0.851	0.149
64	57.100	1.156	0.865	0.135
65 66	57.000 56.000	1.138	0.878	0.122
66 67	56.000 55.000	1.121 $1.104$	0.892 $0.905$	$0.108 \\ 0.095$
68	54.000	1.104	0.903	0.093
69	52.000	1.072	0.932	0.068
70		1.057	0.946	0.054
70	49.200			
71	49.200 46.000	1.042	0.959	0.041

# 4 SELECCIONANDO EL MODELO QUE MEJOR SE AJUSTE A LOS DATOS

#### 4.1 Método Gumbell

(Orduña, 2021) señala que en el ámbito de la hidrología, se emplea el método Gumbel para llevar a cabo análisis de valores extremos y calcular cuantiles extremos. Este análisis implica ajustar la distribución de Gumbel a los valores extremos observados en un conjunto de datos hidrológicos, utilizando técnicas estadísticas como el método de máxima verosimilitud para estimar los parámetros de la distribución.

Una vez que la distribución de Gumbel ha sido ajustada, es posible realizar inferencias sobre eventos extremos, como determinar la probabilidad de que ciertos niveles de caudal máximo ocurran en un periodo de retorno específico. Este tipo de análisis resulta fundamental en la planificación hidrológica y en el diseño de infraestructuras destinadas a enfrentar condiciones hidrológicas extremas, como las inundaciones.

Los parámetros que mostramos en la **Tabla** 3 se utilizaron para ajustar el método *Gumbel* utilizando las ecuaciones (4),(5), (6), (7), y finalmente el modelo estadístico Gumbel (8),(9) que se muestran en la **Tabla** 4.

$$\alpha = \frac{1.2825}{S} \tag{4}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{5}$$

$$\beta = \bar{X} - 0.45S \tag{6}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}} \tag{7}$$

$$F(x) = e^{-e^{-\alpha(x-\beta)}}$$
(8)

$$x_T = \beta - \frac{1}{\alpha} \ln \left[ \ln \left( \frac{\text{Tr} - 1}{Tr} \right) \right]$$
 (9)

Tabla 3: Parametros para ajuste/ Jaina

Desviación Estándar	Alfa	Beta	Media	Kurtosis	Coeficiente de asimetría
40.167	0.032	76.274	94.349	3.350	1.576

Tabla 4: Datos Observados vs Calculados / Jaina

$\overline{}$ Tr	Hpmax Observada	Hpmax Calculada Gumbel
74.000	248.600	210.861
37.000	239.400	188.937
24.667	186.500	176.020
18.500	170.000	166.790
14.800	153.000	159.579
12.333	144.000	153.643
12.555 $10.571$	141.900	148.586
9.250	141.800	144.173
8.222	138.000	140.250
7.400	127.800	136.713
6.727	127.000	133.488
6.167	126.000	130.519
5.692	123.000	127.765
5.286	122.400	125.194
4.933	122.400	122.780
4.625	122.000	120.501
4.353	119.400	118.342
4.111	119.300	116.287
3.895	117.600	114.325
3.700	110.800	112.446
3.524	110.000	110.641
3.364	109.000	108.902
3.217	109.000	107.224
3.083	108.000	105.601
2.960	106.000	104.027
2.846	105.000	102.499
2.741	100.500	101.011
2.643	99.000	99.562
2.552	97.300	98.146
2.467	93.500	96.762
2.387	93.400	95.407
2.312	93.000	94.078
2.242	91.100	92.773
2.176	90.500	91.490
2.114	89.000	90.227
2.056	87.300	88.982
2.000	86.000	87.753
1.947	84.500	86.539
1.897	82.600	85.338
1.850	81.800	84.148
1.805	78.900	82.968
1.762	78.400	81.797
1.721	78.000	80.633
1.682	77.200	79.474
1.644	76.900	78.320
1.609	75.800	77.168
1.574	72.000	76.018
1.542	71.800	74.867
1.510	69.500	73.714
1.480	67.500	72.557
1.451	66.200	71.395
1.423	66.000	70.226
1.396	65.800	69.047
1.370	65.000	67.857
1.345	64.000	66.653
1.321	62.600	65.431
1.298	61.700	64.190
1.276	61.200	62.925
1.254	61.000	61.632
1.233	60.800	60.307
1.213	60.300	58.943
1.194 $1.175$	59.000 58.100	57.534 56.070
	58.100 57.100	56.070 54.542
1.156 $1.138$		54.542
1.138 $1.121$	57.000 56.000	52.936 51.232
1.121 $1.104$	55.000	49.406
1.104	54.000	47.423
1.072	52.000	45.229
1.072	49.200	43.229
1.037 $1.042$	46.000	39.792
1.042	45.500	36.062
1.014	40.600	30.562
1.014	40.000	50.502

Con la **Tabla** 4, podemos graficar la comparación entre los *datos observados y los calculados* que se muestran en la Figura 9.

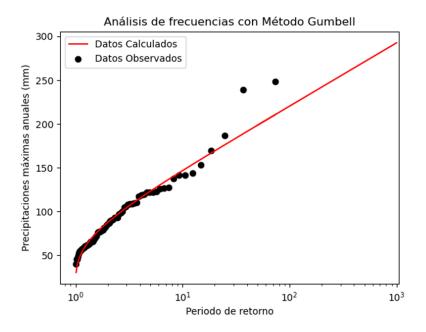


Figura 9: Análisis de frecuencias Gumbel / Jaina

## 4.2 Método LogNormal

De acuerdo con (Béjar, 2006) la aplicación del método lognormal en hidrología implica ajustar la distribución lognormal a los datos observados utilizando técnicas estadísticas, como el método de máxima verosimilitud. Esto permite estimar los parámetros de la distribución (media y desviación estándar en escala logarítmica) para describir mejor la variabilidad de las variables hidrológicas y facilitar la predicción de eventos futuros.

Las ecuaciones utilizadas son (10), (11), que representa llevar a  $\alpha$  y  $\beta$  a escala logarítmica.

$$\alpha = \sum_{i=1}^{n} \frac{\ln x_i}{n} \tag{10}$$

$$\beta = \left[ \sum_{i=1}^{n} \frac{\left( \ln x_i - \alpha \right)^2}{n} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{11}$$

Finalmente obtenemos la Figura 10 que se grafica mediante los datos de la Tabla 5.

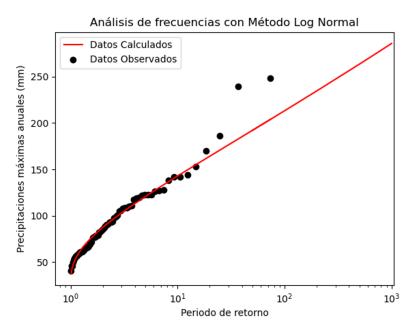


Figura 10: Análisis de frecuencias Lognormal / Jaina

Tabla 5: Método Lognormal/Jaina

74,000 248,000 188,937 192,825 24,667 186,500 170,000 166,700 1170,505 24,667 186,500 170,000 166,700 161,736 148,800 153,000 159,579 154,92 148,800 153,000 159,579 154,92 10,571 141,900 148,586 144,507 10,571 141,900 148,586 144,73 10,571 141,900 148,586 144,73 10,571 141,900 148,586 144,73 10,303 8,222 138,800 140,250 136,713 133,299 6,727 127,000 133,488 130,258 6,167 126,000 130,519 127,765 5,286 122,400 125,194 1,933 122,400 127,765 124,865 5,286 122,400 125,194 1,933 122,400 122,780 120,169 1,333 193,400 118,342 115,992 1,4,111 118,300 116,287 114,059 3,895 117,600 114,325 112,244 3,310 116,287 114,059 3,895 117,600 114,325 112,244 3,524 110,800 110,461 110,461 110,478 3,524 110,800 110,461 110,461 110,478 3,524 110,800 10,56,601 110,461 110,478 3,524 110,600 110,500 110,56,601 110,462 3,363 199,800 90 105,5601 110,462 3,364 199,800 90 105,5601 110,462 3,364 199,800 90 105,5601 110,462 3,364 199,800 90 105,5601 110,462 2,960 106,800 99,562 98,361 10,402 2,960 106,800 99,562 98,361 10,101 2,960 106,800 99,562 98,361 10,101 2,960 106,800 99,562 98,361 10,101 2,960 106,800 99,562 98,361 10,101 2,960 106,800 99,562 98,361 10,101 2,960 90 90,562 98,361 10,101 2,960 90 90,560 91,400 99,562 98,361 10,101 2,960 90 90,560 91,400 99,562 98,361 10,101 2,960 90,77,789 91,407 94,477 2,312 93,000 94,078 93,236 2,467 93,500 96,762 95,743 3,304 99,000 99,562 98,361 3,307 94,477 3,312 93,000 94,078 93,236 6,730 88,982 88,489 2,387 93,400 95,407 94,477 2,312 93,000 97,718 91,407 94,477 2,312 93,000 97,718 91,407 94,477 2,312 93,000 97,560 97,573 92,019 2,176 90,500 97,718 91,407 94,477 2,312 93,000 97,560 97,573 92,019 2,176 90,500 97,718 97,718 97,737 2,242 91,100 97,773 92,019 2,176 90,500 97,718 9	Tr	Hpmax Observada	Hpmax Calculada Gumbel	Hpmax Calculada LogNormal
37.000 239.400 188.937 182.825 18.500 170.000 166.790 161.736 18.500 170.000 166.790 161.736 18.500 170.000 159.579 154.902 12.333 144.000 153.643 149.286 10.571 141.900 148.566 144.573 140.339 9.250 141.800 144.173 140.339 9.250 141.800 144.173 140.339 9.250 141.800 132.780 136.636 7.400 127.800 136.713 133.299 6.167 125.000 133.488 130.258 6.167 125.000 130.519 127.460 6.167 125.000 127.765 124.865 5.286 122.400 125.194 122.448 4.932 122.400 122.780 120.84 4.933 122.400 122.780 120.84 4.933 122.400 122.780 120.84 4.933 122.400 122.780 120.87 3.895 117.600 136.823 136.823 3.895 117.600 136.823 3.895 117.600 136.823 3.895 117.600 114.325 136.83 3.700 110.800 124.46 3.524 110.000 110.641 108.782 3.364 109.000 108.902 107.719 3.217 109.000 108.902 107.224 3.217 109.000 108.902 107.224 3.2960 106.000 104.027 102.545 2.846 105.000 102.499 101.112 2.846 105.000 104.027 102.545 2.846 105.000 104.027 102.545 2.846 105.000 104.027 102.545 2.846 105.000 104.027 102.545 2.846 105.000 104.027 102.545 2.846 105.000 104.027 102.545 2.846 105.000 104.027 102.545 2.846 105.000 104.027 102.545 2.846 105.000 104.027 102.545 2.846 105.000 199.562 98.361 2.552 97.300 99.5407 99.542 2.341 100.500 99.562 98.361 2.542 91.100 99.562 98.361 2.542 91.100 99.562 98.361 2.544 190.500 99.562 98.361 2.5452 97.300 99.562 98.361 2.5407 99.500 99.562 98.361 2.5407 99.500 99.562 98.361 2.5407 99.500 99.562 98.361 2.541 109.500 99.562 98.361 2.552 97.300 99.6762 95.743 2.341 80.000 99.562 98.361 2.541 80.000 99.562 98.361 2.542 91.100 99.773 99.019 2.741 100.500 99.562 98.361 2.542 91.100 99.773 99.019 2.744 130.500 99.562 98.361 2.5407 99.562 99.360 3.800 99.562 99.361 3.803 99.562 99.361 3.803 99.562 99.361 3.803 99.562 99.360 3.804 99.562 99.360 3.808 99.562 99.360 3.808 99.562 99.360 3.808 99.562 99.360 3.808 99.562 99.360 3.808 99.562 99.360 3.809 99.562 99.360 3.809 99.562 99.360 3.809 99.562 99.360 3.809 99.562 99.360 3.809 99.562 99.360 3.809 99.562 99.360 3.809 99.562 99.360 3.809 99.562 99.360 3.809 99.562 99.360 3.809 99.562 99.360 3	74 000	248 600	210.861	203 915
176,020   170,000   166,790   161,736   141,800   153,000   159,579   154,902   10.571   141,800   153,000   159,579   154,902   10.571   141,900   148,586   144,507   144,500   136,343   149,286   144,507   144,500   144,173   140,339   8.222   138,000   140,250   136,636   6.727   127,000   133,488   130,258   6.727   127,000   133,488   130,258   6.167   126,000   130,519   127,460   5.602   123,000   127,765   124,865   124,403   124,400   122,780   120,169   120,169   120,169   120,169   120,169   120,169   120,169   120,169   120,169   120,169   120,169   130,333   194,400   122,780   120,169   130,333   119,400   118,342   115,992   141,111   119,300   116,287   114,059   3.895   117,600   114,325   112,214   130,300   112,466   110,448   3.524   110,000   110,641   108,752   130,400   108,392   107,119   109,300   107,224   105,443   109,300   108,392   107,119   30,217   109,000   105,407   105,443   109,400   108,407   106,413   109,400   108,407   106,413   106,545   128,468   105,000   105,407   100,500   101,011   109,719   2.643   99,000   99,562   98,361   99,709   99,562   98,361   99,709   99,562   98,361   99,709   99,562   99,833   106,400   106,407   106,545   2.846   105,000   105,407   100,111   99,719   2.643   99,000   99,562   99,836   99,000   99,562   99,836   106,500   106,407   106,545   2.846   105,000   105,409   106,545   2.846   105,000   105,409   106,545   2.846   105,000   105,409   106,545   2.846   105,000   105,409   106,545   2.846   105,000   106,409   106,545   2.846   105,000   106,500   107,224   105,545   2.846   105,000   106,500   107,224   105,545   2.846   105,000   105,409   106,545   2.846   105,000   105,409   106,545   2.846   105,000   105,409   106,545   2.846   105,000   105,409   106,545   2.846   105,000   105,409   106,545   2.846   105,000   105,409   106,545   2.846   106,000   106,500   106,500   106,500   106,500   106,500   106,500   106,500   106,500   106,500   106,500   106,500   106,500   106,500   106,500   106,500   106,500   106,500   106,				
18.500				
14.800				
12.333				
10.571				
9.250				
8.222   138.000   140.250   136.636   7.400   127.800   136.713   133.299   6.727   127.000   133.488   130.258   6.167   126.000   130.519   127.460   5.692   123.000   127.765   124.865   5.286   122.400   122.780   120.169   4.625   122.200   120.501   111.8025   4.353   119.400   118.342   115.992   4.353   119.400   118.342   115.992   4.111   119.300   116.287   114.059   38.95   117.600   114.325   112.244   3.700   110.800   112.446   110.446   110.446   3.524   110.900   107.224   3.700   110.800   110.800   116.875   3.364   109.000   108.902   107.119   3.286   3.217   109.000   107.224   3.033   108.000   105.601   104.021   2.960   106.000   104.277   102.545   2.846   105.000   104.279   101.112   2.431   99.000   99.502   98.361   2.552   97.300   98.146   97.037   99.502   98.361   2.387   93.400   94.078   93.236   2.242   91.100   92.773   99.014   2.242   91.100   92.773   99.012   2.176   90.500   91.400   90.823   2.114   89.000   94.078   93.236   2.242   91.100   92.773   99.014   88.952   88.489   2.200   86.000   87.753   88.952   88.489   2.000   86.509   86.509   86.509   86.519   86.219   87.500   86.539   86.219   87.500   86.539   86.219   87.500   87.				
7.400 127.800 136.713 133.299 6.727 127.000 133.488 130.258 6.167 126.000 130.519 127.460 5.692 123.000 127.765 124.865 5.286 122.400 125.194 122.443 4.933 122.400 122.501 118.025 4.625 122.000 120.501 118.025 4.111 119.300 116.287 114.059 3.895 117.600 114.325 112.214 3.700 110.800 112.446 110.448 3.524 110.000 110.641 10.875 2.3464 109.000 189.902 107.119 2.3644 109.000 107.224 105.544 3.083 108.000 105.601 104.021 2.960 106.000 104.027 102.545 2.846 105.000 104.027 102.545 2.846 105.000 102.499 101.112 2.741 100.500 101.011 99.719 2.643 99.000 99.562 98.361 2.552 97.300 98.146 97.037 2.467 93.500 96.762 95.743 2.387 93.400 94.078 93.326 2.387 93.400 94.078 93.326 2.242 91.100 92.773 92.011 2.2176 90.500 91.400 94.078 93.326 2.212 91.100 92.773 92.011 2.114 89.000 90.227 88.489 2.116 87.300 88.982 88.489 2.1176 90.500 86.500 87.53 88.982 2.118 87.300 88.982 88.489 2.119 78.8600 86.539 88.291 2.114 89.000 90.227 8.8600 86.539 88.291 2.114 89.000 90.227 8.8600 86.539 86.219 3.1644 76.900 86.533 86.219 3.1721 78.000 80.633 86.219 3.1807 82.600 87.735 88.298 3.200 87.746 86.539 86.219 3.1807 82.600 86.539 86.219 3.1807 82.600 87.753 87.347 3.1947 84.600 86.539 86.219 3.1807 82.600 87.753 88.298 3.1947 84.600 86.539 86.219 3.1807 82.600 87.753 88.298 3.1947 84.600 86.539 86.219 3.1807 82.600 87.753 88.298 3.200 84.148 84.003 3.805 77.168 77.565 3.500 79.474 79.086 3.600 77.168 76.018 76.509 3.1807 82.600 77.168 77.565 3.1807 78.500 77.168 77.565 3.1807 78.500 77.168 77.565 3.1807 78.500 77.168 77.565 3.1807 78.500 77.168 77.565 3.1807 78.500 77.564 3.1807 78.500 77.564 3.1807 78.500 77.564 3.1807 78.500 77.565 3.380 78.500 77.168 77.565 3.380 78.500 77.168 77.565 3.380 78.500 77.168 77.565 3.380 78.500 77.168 77.565 3.380 78.500 77.168 77.565 3.3800 77.168 77.565 3.3800 77.168 77.565 3.3800 77.168 77.565 3.3800 77.168 77.565 3.3800 77.168 77.565 3.3800 77.168 77.565 3.3800 77.168 77.565 3.3800 77.168 77.565 3.3800 77.168 77.565 3.3800 77.168 77.565 3.3800 77.168 77.565 3.3800 77.168 77.565 3.3800 77.168 77.565 3.3				
6.727   127.000   133.488   130.258   6.167   126.000   130.519   127.465   124.865   5.286   122.400   127.765   124.865   5.286   122.400   125.194   122.434   4.933   122.400   122.780   120.169   4.625   122.000   120.501   118.025   4.353   119.400   118.342   115.992   4.111   119.300   116.287   114.059   3.895   117.600   114.325   112.214   110.870   13.700   110.800   112.446   110.448   3.524   110.000   110.641   108.752   3.364   110.000   108.902   107.119   3.363   108.000   107.224   105.544   3.083   108.000   107.224   105.544   3.083   108.000   105.601   104.021   2.960   106.000   104.027   102.545   2.846   105.000   102.499   101.112   2.643   99.000   99.562   98.361   2.552   97.300   98.146   97.037   2.312   39.000   99.562   98.361   2.387   39.400   99.562   98.361   2.387   39.400   99.502   95.743   2.312   29.000   99.502   99.5407   99.477   2.312   39.000   99.507   99.578   99.326   2.242   91.100   92.773   92.019   21.766   90.500   91.490   99.823   21.144   89.000   87.753   89.82   88.489   22.144   89.000   87.753   89.82   88.489   20.566   87.300   88.982   88.489   20.566   87.300   88.982   88.489   20.566   87.300   88.982   88.489   20.566   87.300   87.753   87.347   1.947   84.500   86.539   86.219   1.850   81.800   81.797   81.829   1.721   78.000   77.168   77.565   77.340   79.686   77.200   79.474   79.686   77.505   77.200   79.474   79.686   77.505   77.200   79.474   79.686   77.505   77.245   77.200   77.474   79.686   77.505   77.245   77.200   77.474   79.686   77.505   77.245   77.200   77.474   79.686   77.505   77.24				
6.167 126.000 130.519 127.460 5.692 123.000 127.765 124.865 5.286 122.400 125.194 122.443 1.933 122.400 125.194 122.443 1.933 122.400 127.765 124.865 5.286 122.000 120.501 12				
5.692         123.000         127.765         124.865           5.286         122.400         125.194         122.482           4.933         122.400         122.780         120.169           4.625         122.000         120.501         118.922           4.353         119.400         118.342         115.992           4.111         119.300         116.287         114.059           3.895         117.600         112.446         110.483           3.524         110.000         10.641         108.752           3.364         109.000         108.902         107.119           3.083         108.000         105.601         104.021           2.960         106.000         104.027         102.545           2.846         105.000         102.499         101.112           2.643         99.000         99.562         98.361           2.552         97.300         98.146         97.037           2.467         93.500         96.762         95.743           2.387         93.400         92.773         92.019           2.176         90.500         91.490         90.223           2.114         89.000         92.				
5.286         122.400         125.194         122.483           4.625         122.000         120.501         118.025           4.353         119.400         118.342         115.992           4.111         119.300         116.287         114.059           3.895         117.600         114.325         112.214           3.700         110.800         112.446         110.448           3.524         110.000         106.92         107.119           3.217         109.000         107.224         105.544           3.083         108.000         105.601         104.021           2.960         106.000         104.027         102.545           2.846         105.000         104.027         102.545           2.843         99.000         99.562         98.361           2.552         97.300         98.146         97.037           2.643         99.000         99.562         98.361           2.387         93.400         99.562         98.73           2.387         93.400         94.078         93.23           2.242         91.100         92.773         92.019           2.176         90.500         91.490 </td <td></td> <td></td> <td></td> <td></td>				
4.933         122.400         122.780         120.101           4.625         122.000         120.501         118.92           4.353         119.400         118.342         115.992           4.111         119.300         116.287         114.993           3.895         117.600         114.325         112.214           3.700         110.800         112.446         110.483           3.524         110.000         108.902         107.119           3.364         109.000         108.902         107.119           3.083         108.000         105.601         104.021           2.960         106.000         104.027         102.545           2.846         105.000         102.499         101.112           2.643         99.000         99.562         98.361           2.552         97.300         98.146         97.037           2.467         93.500         96.762         95.743           2.387         93.400         95.602         98.361           2.242         91.100         92.773         92.019           2.176         90.500         91.490         90.823           2.114         89.000         90.227				
4.625 122.000 120.501 118.025 4.111 119.400 118.342 115.992 4.111 119.300 116.287 114.059 3.895 117.600 114.325 112.214 3.700 110.800 112.446 110.48 3.524 110.000 18.902 107.119 3.217 109.000 107.224 105.544 3.083 108.000 105.601 104.027 2.960 106.000 104.027 102.545 2.846 105.000 102.499 101.112 2.741 100.500 101.011 99.719 2.643 99.000 99.562 98.361 2.552 97.300 98.146 97.037 2.467 93.500 99.562 98.361 2.387 93.400 95.407 94.477 2.312 95.000 94.078 93.326 2.522 1144 89.000 95.407 94.477 2.312 95.000 80.91.499 90.227 2.176 90.500 91.499 90.227 2.176 90.500 91.499 90.227 2.177 90.500 91.499 90.227 3.187 82.600 85.338 8.982 88.489 2.000 86.000 87.753 87.347 1.947 84.500 86.539 86.219 1.897 82.600 85.338 85.105 1.850 81.800 84.148 84.003 1.805 78.900 82.968 82.91 1.762 78.400 81.797 81.829 1.721 78.000 79.474 79.686 1.644 70.900 78.3296 82.91 1.762 78.400 81.797 81.829 1.721 78.000 76.018 77.665 1.574 72.000 76.018 77.665 1.574 72.000 76.018 77.665 1.574 72.000 76.018 77.665 1.574 72.000 76.018 77.665 1.574 72.000 76.018 77.665 1.574 72.000 76.018 77.665 1.574 72.000 76.018 76.509 1.491 66.200 77.395 72.287 1.423 66.000 77.226 77.287 1.435 64.000 66.653 67.990 1.298 61.700 66.030 77.168 76.509 1.298 61.700 66.030 77.168 77.565 1.574 72.000 76.018 76.509 1.298 61.700 66.030 77.168 77.565 1.574 72.000 76.018 76.509 1.296 66.500 67.857 70.345 1.451 66.200 77.395 72.287 1.423 66.000 66.653 67.990 1.298 61.700 64.190 65.775 1.345 64.000 66.653 67.990 1.298 61.700 64.190 65.775 1.345 64.000 67.857 79.345 1.451 66.200 77.256 77.345 1.451 66.200 77.256 77.345 1.451 66.200 77.395 72.287 1.423 66.000 70.226 77.224 1.396 65.500 65.331 66.800 77.585 1.516 65.000 67.857 75.345 1.516 65.000 67.857 75.345 1.451 66.200 77.256 77.257 1.345 64.000 66.653 67.990 1.298 61.700 65.000 66.653 67.990 1.298 61.700 65.000 67.857 75.345 1.451 66.200 77.256 77.235 1.452 77.800 74.867 75.555 1.516 65.000 67.857 75.345 1.516 65.000 67.857 75.345 1.516 65.000 67.857 77.344 1.401 74.401 1.404 55.000 44.200 69.202 59.366 1.1016 67.700 67.000 67.	4.933	122.400	122.780	120.169
4.111         119.300         116.287         114.052         12.214           3.700         110.800         112.446         110.448           3.524         110.000         110.641         108.752           3.364         109.000         108.902         107.119           3.217         109.000         105.601         104.021           2.960         106.000         104.027         102.545           2.846         105.000         101.011         99.719           2.960         106.000         102.499         101.112           2.741         100.500         101.011         99.719           2.643         99.000         99.562         98.361           2.552         97.300         98.146         97.037           2.387         93.500         96.762         95.743           2.387         93.000         94.078         93.236           2.242         91.100         92.773         92.019           2.176         90.500         91.490         99.823           2.144         89.000         89.227         89.647           2.056         87.300         88.982         88.488           2.194         88.539		122.000		
3.895 117.600 114.325 112.214 3.700 110.800 112.446 110.488 3.524 110.000 110.641 108.752 3.364 109.000 108.902 107.119 3.217 109.000 107.224 105.544 3.083 108.000 105.601 104.027 2.960 106.000 104.027 102.545 2.846 105.000 102.499 101.112 2.741 100.500 101.011 99.719 2.643 99.000 99.562 98.361 2.552 97.300 98.146 97.037 2.467 93.500 96.762 95.447 2.312 93.000 95.407 94.477 2.312 93.000 95.407 94.477 2.312 93.000 99.4078 93.236 2.242 91.100 92.773 92.019 2.176 90.500 91.490 90.823 2.114 89.000 90.227 88.647 2.056 87.300 88.982 88.489 2.000 86.000 87.753 88.982 2.114 89.000 86.000 87.753 88.387 2.000 86.000 87.753 88.381 2.000 86.000 87.753 88.381 2.000 86.000 87.753 88.381 2.000 86.000 87.753 88.381 1.947 84.500 86.539 86.219 1.897 82.600 85.338 85.105 1.850 81.800 84.148 84.003 1.805 78.900 82.968 82.911 1.762 78.400 81.797 81.829 1.721 78.000 80.633 80.754 1.682 77.200 79.474 79.686 1.684 76.900 75.800 77.168 77.565 1.574 72.000 76.018 76.509 1.480 67.500 70.226 71.224 1.396 65.800 69.047 71.395 72.287 1.345 64.000 66.653 67.990 1.298 61.700 64.190 66.533 67.990 1.298 61.700 64.190 66.531 66.890 1.298 61.700 64.190 66.531 66.890 1.298 61.700 64.190 66.531 66.890 1.298 61.700 64.190 66.531 66.890 1.298 61.700 64.190 65.755 1.156 57.100 64.190 65.755 1.156 57.100 54.542 57.235 1.138 57.000 55.834 61.101 1.194 59.000 55.834 51.121 1.66.000 70.226 71.224 1.396 65.800 60.007 70.22	4.353	119.400	118.342	115.992
3.700 110.800 112.446 110.437 3.524 110.000 110.641 108.752 3.364 109.000 108.902 107.119 3.217 109.000 107.224 105.544 105.544 109.000 107.224 105.543 3.083 108.000 105.601 104.021 2.960 106.000 104.027 102.545 2.846 105.000 102.499 101.112 2.741 100.500 101.011 99.719 2.643 99.000 99.562 98.361 2.552 97.300 98.146 97.037 2.467 93.500 96.762 95.743 2.387 93.400 95.407 94.477 2.312 93.000 94.078 93.236 2.242 91.100 92.773 92.019 2.176 90.500 91.490 99.227 89.647 2.242 91.00 92.773 92.019 2.176 90.500 91.490 90.227 89.647 2.056 87.300 88.982 88.849 2.214 89.000 86.000 87.753 87.347 1.947 84.500 86.539 86.219 1.897 82.600 85.338 85.105 81.800 84.148 84.003 1.805 78.900 82.968 82.911 1.897 82.600 85.338 85.105 1.850 81.800 84.148 84.003 1.805 78.900 82.968 82.911 1.721 78.000 80.633 80.754 1.682 77.200 79.474 79.686 1.644 76.900 78.320 78.624 1.609 75.800 77.168 77.565 1.574 72.000 75.816 77.565 1.574 72.000 75.818 77.565 1.574 72.000 75.818 77.565 1.574 72.000 75.818 77.565 1.574 72.000 75.818 77.565 1.574 72.000 75.818 77.565 1.574 72.000 75.818 77.565 1.510 69.500 72.557 73.345 1.510 69.500 72.557 73.345 64.000 66.653 67.990 1.321 62.600 65.831 66.890 77.284 1.396 65.800 69.047 70.154 1.480 67.500 72.287 73.345 64.000 66.653 67.990 72.287 73.345 64.000 66.653 67.990 72.287 73.345 64.000 66.653 67.990 72.287 73.345 64.000 66.653 67.990 72.287 73.345 64.000 66.653 67.990 72.287 73.345 64.000 66.653 67.990 72.287 73.345 64.000 66.653 67.990 72.287 73.345 64.000 66.653 67.990 72.287 73.345 64.000 66.653 67.990 72.287 73.345 64.000 66.653 67.990 72.287 73.345 64.000 66.653 67.990 73.345 64.000 66.653 67.990 73.345 64.000 66.653 67.990 73.345 64.000 66.653 67.990 73.345 64.000 66.653 67.990 73.345 64.000 66.653 67.990 73.345 64.000 66.653 67.990 73.345 64.000 66.653 67.990 73.345 64.000 66.653 67.990 73.345 64.000 66.653 67.990 73.345 64.000 66.653 67.990 73.345 64.000 66.653 67.990 73.345 64.000 66.653 67.990 73.345 64.000 66.653 67.990 73.345 64.000 66.653 67.990 73.345 64.000 66.653 67.990 73.345 64.000 66.653 67.	4.111	119.300	116.287	114.059
3.524 110.000 110.641 108.752 3.364 109.000 108.902 107.119 3.217 109.000 107.224 105.544 3.083 108.000 105.601 104.021 2.960 106.000 102.499 101.12 2.961 105.000 102.499 101.12 2.741 100.500 101.011 99.719 2.643 99.000 99.562 98.361 2.552 97.300 98.146 97.037 2.467 93.500 96.762 95.743 2.387 93.400 95.407 94.477 2.312 93.000 94.078 93.236 2.242 91.100 92.773 92.010 2.176 90.500 91.490 90.227 89.647 2.114 89.000 90.227 89.647 2.056 87.300 88.982 88.489 2.000 86.000 87.753 88.982 2.014 84.500 86.539 86.219 1.897 82.600 85.338 85.105 1.850 81.800 84.148 84.003 1.805 78.900 82.968 82.911 1.762 78.400 81.797 81.829 1.721 78.000 80.633 80.754 1.682 77.200 79.474 79.686 1.684 76.900 77.8320 78.624 1.609 75.800 77.168 77.565 1.510 69.500 77.168 77.565 1.542 71.800 76.018 77.565 1.542 71.800 76.018 77.565 1.542 71.800 76.018 77.565 1.542 71.800 76.018 77.565 1.542 71.800 76.018 77.565 1.542 71.800 76.018 77.565 1.542 71.800 76.018 77.565 1.542 71.800 76.018 77.565 1.542 71.800 76.018 77.565 1.542 71.800 76.018 77.565 1.544 71.800 76.018 77.565 1.545 71.800 77.168 77.565 1.542 71.800 76.018 76.509 1.321 62.600 67.500 70.226 71.224 1.396 65.800 69.047 70.154 1.480 67.500 70.226 77.1224 1.396 65.800 69.047 70.154 1.490 67.500 66.653 66.907 1.345 64.000 66.653 67.900 1.298 61.700 64.190 65.775 1.345 64.000 66.653 67.900 1.298 61.700 64.190 65.775 1.345 64.000 66.653 67.900 1.298 61.700 64.190 65.775 1.345 64.000 67.857 69.077 1.345 64.000 66.653 67.900 1.298 61.700 64.190 65.775 1.345 64.000 66.653 67.900 1.298 61.700 64.190 65.775 1.345 64.000 66.653 67.900 1.298 61.700 64.190 65.775 1.345 64.000 66.653 67.900 1.298 61.700 64.190 65.775 1.345 64.000 66.653 67.900 1.298 61.700 64.190 65.775 1.345 64.000 66.653 67.900 1.298 61.700 64.190 65.775 1.345 64.000 66.653 67.900 1.298 61.700 64.190 65.775 1.345 64.000 66.653 67.900 1.298 61.700 64.190 65.775 1.345 64.000 66.653 67.900 1.298 61.700 64.190 65.775 1.345 64.000 67.822 63.489 1.201 62.000 67.822 63.489 1.201 62.000 67.822 63.489 1.202 64.600 66.653 67.900 1.202 64.5229	3.895	117.600	114.325	112.214
3.364 109.000 108.902 107.119 3.217 109.000 107.224 105.544 3.083 108.000 105.601 104.027 102.54 2.846 105.000 104.027 102.54 2.846 105.000 102.499 101.112 2.741 100.500 101.011 99.719 2.643 99.000 99.562 98.361 2.552 97.300 98.146 97.037 2.346 93.500 96.762 95.743 2.387 93.400 95.407 94.477 2.312 93.000 94.078 93.236 2.242 91.100 92.773 92.019 2.176 90.500 91.490 90.227 3.14 89.000 90.227 89.647 2.056 87.300 88.982 88.489 2.000 86.000 87.753 87.347 1.947 84.500 86.539 86.219 1.897 82.600 85.338 85.105 1.850 81.800 84.148 84.003 1.805 78.900 82.968 82.911 1.762 78.400 80.633 88.797 1.721 78.000 80.633 80.754 1.644 76.900 79.474 79.686 1.644 76.900 75.800 77.168 77.565 1.574 72.000 76.018 77.565 1.575 72.000 76.018	3.700	110.800	112.446	110.448
3.217 109.000 107.224 105.544 105.543 108.000 105.601 104.021 2.960 106.000 104.027 102.545 2.846 105.000 102.499 101.112 2.741 100.500 101.011 99.719 2.643 99.000 99.562 98.361 2.552 97.300 98.146 97.037 2.467 93.500 96.762 95.743 2.387 93.400 95.407 94.477 2.312 93.000 94.078 93.236 2.242 91.100 92.773 92.019 2.176 90.500 91.490 90.823 2.114 89.000 90.227 89.647 2.056 87.300 88.982 88.8489 2.000 86.000 87.753 87.347 1.947 84.500 86.539 86.239 86.219 1.897 82.600 85.338 85.105 1.850 81.800 84.148 84.003 1.805 78.900 82.968 82.918 84.003 1.805 78.900 82.968 82.918 1.762 78.400 81.797 81.829 1.721 78.000 79.474 79.686 1.644 70.900 79.474 79.686 1.644 70.900 79.474 79.686 1.644 70.900 79.474 79.686 1.574 72.000 76.018 76.509 78.624 71.800 74.867 75.655 1.574 72.000 76.018 76.509 78.624 71.200 79.474 74.401 1.430 66.500 77.168 77.565 1.574 72.000 76.018 76.509 78.624 71.234 66.000 70.226 71.235 66.000 70.226 71.235 1.451 66.200 71.395 72.287 1.423 66.000 70.226 71.235 1.451 66.200 71.395 72.287 1.423 66.000 70.226 71.2287 1.423 66.000 66.653 67.990 1.321 62.600 65.431 66.890 1.233 60.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.325 71.335 64.000 66.653 67.990 65.800 70.226 71.2287 1.2287 1.228 66.000 66.653 67.990 65.800 70.226 71.2287 1.2287 1.2287 64.000 66.653 67.990 65.800 60.307 62.357 72.287 1.2287 1.2287 66.000 65.431 66.890 65.800 60.307 62.310 65.800 60.800 60.307 62.310 65.800 60.800 60.307 62.310 65.800 60.800 60.307 62.310 65.800 60.800 60.307 62.310 65.800 60.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.800 60.307 62.310 65.800 60.800 60.307 62.310 65.800 60.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.307 62.310 65.800 60.300 60.300 60.300 60.300 60.300 60.300 60.30	3.524	110.000	110.641	108.752
3.083				
2.980         106.000         104.027         102.549         101.112           2.741         100.500         101.011         99.719           2.643         99.000         99.562         98.361           2.552         97.300         98.146         97.037           2.467         93.500         96.762         95.743           2.387         93.400         95.407         94.477           2.312         93.000         94.078         93.236           2.242         91.100         92.773         92.019           2.176         90.500         91.490         90.823           2.114         89.000         90.227         89.647           2.056         87.300         88.982         88.489           2.000         86.000         87.753         87.347           1.947         84.500         86.539         86.219           1.897         82.600         85.338         85.105           1.850         81.800         84.148         84.003           1.805         78.900         82.968         82.911           1.762         78.400         81.797         81.829           1.721         78.000         78.320 </td <td></td> <td></td> <td></td> <td></td>				
2.846       105.000       102.499       101.112         2.741       100.500       101.011       99.719         2.643       99.000       99.562       98.361         2.552       97.300       98.146       97.037         2.467       93.500       96.762       95.743         2.387       93.400       95.407       94.477         2.312       93.000       94.078       93.236         2.242       91.100       92.773       92.019         2.176       90.500       91.490       90.823         2.14       89.000       90.227       86.447         2.056       87.300       88.982       88.489         2.000       86.000       87.753       87.347         1.947       84.500       86.539       86.219         1.897       82.600       85.338       85.105         1.850       81.800       84.148       84.003         1.805       78.900       82.968       82.911         1.721       78.000       80.633       80.754         1.644       76.900       78.320       78.624         1.609       75.800       77.168       77.565         <				
2.741         100.500         101.011         99.719           2.643         99.000         99.562         98.361           2.552         97.300         98.146         97.037           2.467         93.500         96.762         95.743           2.387         93.400         95.407         94.477           2.312         93.000         94.078         93.236           2.176         90.500         91.490         90.823           2.114         89.000         90.227         89.647           2.056         87.300         88.982         88.489           2.000         86.000         87.753         87.347           1.947         84.500         86.539         86.219           1.897         82.600         85.338         85.105           1.897         82.600         85.338         85.105           1.850         81.800         84.148         84.003           1.805         78.900         82.968         82.911           1.762         78.400         81.797         81.829           1.721         78.000         80.633         80.754           1.682         77.200         79.474         79.686				
2.643       99.000       99.562       98.361         2.552       97.300       98.146       97.037         2.467       93.500       96.762       95.743         2.387       93.400       95.407       94.477         2.312       93.000       94.078       93.236         2.242       91.100       92.773       92.019         2.176       90.500       91.490       90.823         2.114       89.000       90.227       88.642         2.056       87.300       88.982       88.489         2.000       86.000       87.753       87.347         1.947       84.500       86.539       86.219         1.897       82.600       85.338       85.105         1.850       81.800       84.148       84.003         1.805       78.900       82.968       82.911         1.762       78.400       81.797       81.829         1.721       78.000       80.633       80.754         1.682       77.200       79.474       79.686         1.644       76.900       78.320       78.624         1.659       75.800       77.168       77.565         1				
2.552         97.300         98.146         97.037           2.467         93.500         96.762         95.743           2.387         93.400         95.407         94.477           2.312         93.000         94.078         93.236           2.242         91.100         92.773         92.019           2.176         90.500         91.490         90.823           2.114         89.000         90.227         89.647           2.056         87.300         88.982         88.489           2.000         86.000         87.753         87.347           1.947         84.500         86.539         86.219           1.897         82.600         85.338         85.105           1.850         81.800         84.148         84.003           1.805         78.900         82.968         82.911           1.762         78.400         81.797         81.829           1.721         78.000         80.633         80.754           1.682         77.200         79.474         79.686           1.544         76.900         78.320         78.624           1.574         72.000         76.018         76.509				
2.487       93.500       96.762       95.743         2.387       93.400       95.407       94.477         2.312       93.000       94.078       93.236         2.242       91.100       92.773       92.019         2.176       90.500       91.490       90.823         2.114       89.000       90.227       89.647         2.006       87.300       88.982       88.489         2.000       86.000       87.753       87.347         1.947       84.500       86.539       86.219         1.8897       82.600       85.338       85.105         1.850       81.800       84.148       84.003         1.805       78.900       82.968       82.911         1.702       78.400       81.797       81.829         1.721       78.000       80.633       80.754         1.682       77.200       79.474       79.686         1.644       76.900       78.320       78.624         1.609       75.800       77.168       77.565         1.542       71.800       74.867       75.455         1.544       72.000       76.018       76.508				
2.387         93.400         95.407         94.477           2.312         93.000         94.078         93.236           2.242         91.100         92.773         92.019           2.114         89.000         90.227         89.647           2.056         87.300         88.982         88.489           2.000         86.000         87.753         87.347           1.947         84.500         86.539         86.219           1.897         82.600         85.338         85.105           1.850         81.800         84.148         84.003           1.805         78.900         82.968         82.911           1.762         78.400         81.797         81.829           1.721         78.000         80.633         80.754           1.682         77.200         79.474         79.686           1.644         76.900         78.320         78.624           1.609         75.800         77.168         77.565           1.574         72.000         74.867         75.455           1.510         69.500         73.714         74.401           1.480         67.500         72.557         73.345				
2.312       93.000       94.078       93.236         2.242       91.100       92.773       92.019         2.176       90.500       91.490       90.823         2.114       89.000       90.227       89.647         2.056       87.300       88.982       88.489         2.000       86.000       87.753       87.347         1.947       84.500       86.539       86.219         1.897       82.600       85.338       85.105         1.850       81.800       84.148       84.003         1.805       78.900       82.968       82.911         1.762       78.400       81.797       81.829         1.721       78.000       80.633       80.754         1.682       77.200       79.474       79.686         1.644       76.900       78.320       78.624         1.609       75.800       77.168       77.555         1.574       72.000       76.018       76.509         1.542       71.800       74.867       75.455         1.510       69.500       73.714       74.401         1.480       67.500       72.557       73.345         1				
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				
2.176         90.500         91.490         90.823           2.114         89.000         90.227         89.647           2.056         87.300         88.982         88.489           2.000         86.000         87.753         87.347           1.947         84.500         86.539         86.219           1.897         82.600         85.338         85.105           1.850         81.800         84.148         84.003           1.805         78.900         82.968         82.911           1.721         78.000         80.633         80.754           1.682         77.200         79.474         79.686           1.644         76.900         78.320         78.624           1.609         75.800         77.168         77.565           1.574         72.000         76.018         76.509           1.542         71.800         74.867         75.455           1.510         69.500         73.714         74.401           1.480         67.500         72.557         73.345           1.423         66.000         70.226         71.224           1.396         65.800         69.047         70.154				
2.114       89.000       90.227       89.647         2.000       86.000       87.353       87.347         1.947       84.500       86.539       86.219         1.897       82.600       85.338       85.105         1.850       81.800       84.148       84.003         1.805       78.900       82.968       82.911         1.702       78.400       81.797       81.829         1.721       78.000       80.633       80.754         1.682       77.200       79.474       79.686         1.644       76.900       78.320       78.624         1.609       75.800       77.168       77.565         1.574       72.000       76.018       76.509         1.542       71.800       74.867       75.455         1.510       69.500       73.714       74.401         1.480       67.500       72.557       73.345         1.451       66.200       71.395       72.287         1.423       66.000       70.226       71.224         1.396       65.800       69.047       70.154         1.276       61.000       66.653       67.990         1				
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1.947	84.500	86.539	86.219
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1.897	82.600	85.338	85.105
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1.850	81.800	84.148	84.003
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1.298	61.700	64.190	
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1.276	61.200	62.925	64.643
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				
1.042     46.000     39.792     44.746       1.028     45.500     36.062     41.731				
1.028   45.500   36.062   41.731				

#### 4.3 Método de Regresión con RandomForest (Machine Learning)

De acuerdo con (Grus, 2023) Random Forest Regression (o RandomForestRegressor) es un algoritmo de aprendizaje supervisado que se utiliza para tareas de regresión en machine learning. Forma parte de la familia de algoritmos conocida como Random Forest, que también incluye Random Forest Classification para problemas de clasificación. El Random Forest es una técnica basada en ensambles que combina múltiples modelos más simples, llamados árboles de decisión, para mejorar el rendimiento predictivo y la robustez del modelo.

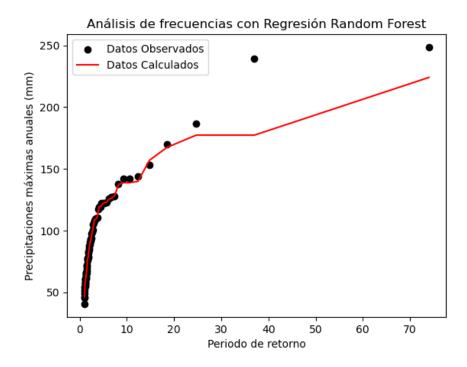


Figura 11: Análisis de frecuencias con Regresión Random Forest / Jaina

Tabla 6: Método Regresión con RandomForest/Jaina

Tr	Hpmax Observada	Hpmax Calculadas Gumbel	Precipitaciones Calculadas LogNormal	Hpmax Calculada RandomForestRegression
74.000	248.600	210.861	203.915	224.070
37.000	239.400	188.937	182.825	177.300
24.667	186.500	176.020	170.505	177.300
18.500	170.000	166.790	161.736	167.400
14.800	153.000	159.579	154.902	157.000
12.333	144.000	153.643	149.286	139.860
10.571	141.900	148.586	144.507	138.790
$9.250 \\ 8.222$	141.800 138.000	144.173 140.250	140.339 136.636	138.750 137.260
7.400	127.800	136.713	133.299	128.280
6.727	127.000	133.488	130.258	126.300
6.167	126.000	130.519	127.460	125.400
5.692	123.000	127.765	124.865	122.960
5.286	122.400	125.194	122.443	122.780
4.933	122.400	122.780	120.169	121.940
4.625	122.000	120.501	118.025	120.730
4.353	119.400	118.342	115.992	119.380
$4.111 \\ 3.895$	119.300 117.600	116.287 114.325	$   \begin{array}{c}     114.059 \\     112.214   \end{array} $	119.310 115.050
3.700	110.800	112.446	110.448	110.640
3.524	110.000	110.641	108.752	109.880
3.364	109.000	108.902	107.119	109.280
3.217	109.000	107.224	105.544	108.700
3.083	108.000	105.601	104.021	108.200
2.960	106.000	104.027	102.545	104.450
2.846	105.000	102.499	101.112	102.280
2.741	100.500	101.011	99.719	99.730
2.643 $2.552$	99.000 97.300	99.562 98.146	98.361 97.037	98.960 96.870
$\frac{2.332}{2.467}$	93.500	96.762	95.743	95.170 95.170
2.387	93.400	95.407	94.477	92.520
2.312	93.000	94.078	93.236	91.270
2.242	91.100	92.773	92.019	90.980
2.176	90.500	91.490	90.823	90.410
2.114	89.000	90.227	89.647	88.830
2.056	87.300	88.982	88.489	86.670
2.000	86.000	87.753	87.347	85.620
1.947 $1.897$	84.500 82.600	86.539 85.338	86.219 85.105	83.740 82.280
1.850	81.800	84.148	84.003	80.930
1.805	78.900	82.968	82.911	78.800
1.762	78.400	81.797	81.829	78.450
1.721	78.000	80.633	80.754	77.320
1.682	77.200	79.474	79.686	77.060
1.644	76.900	78.320	78.624	76.360
1.609	75.800	77.168	77.565	75.300
$1.574 \\ 1.542$	72.000 71.800	76.018 74.867	76.509 $75.455$	71.240 $70.700$
1.510	69.500	73.714	74.401	69.580
1.480	67.500	72.557	73.345	68.450
1.451	66.200	71.395	72.287	67.260
1.423	66.000	70.226	71.224	66.710
1.396	65.800	69.047	70.154	64.210
1.370	65.000	67.857	69.077	64.210
1.345	64.000	66.653 65.421	67.990 66.800	64.210
1.321 $1.298$	62.600 61.700	65.431 64.190	66.890 65.775	61.930 $61.420$
1.298 $1.276$	61.200	62.925	64.643	60.950
1.254	61.000	61.632	63.489	60.530
1.233	60.800	60.307	62.310	59.910
1.213	60.300	58.943	61.101	59.910
1.194	59.000	57.534	59.857	59.080
1.175	58.100	56.070	58.572	58.060
1.156	57.100	54.542	57.235	57.310
1.138 $1.121$	57.000 56.000	52.936 51.232	55.838 $54.364$	56.600 55.600
1.121 $1.104$	55.000	49.406	52.796	55.000
1.088	54.000	47.423	51.106	53.720
1.072	52.000	45.229	49.253	50.160
1.057	49.200	42.737	47.172	48.560
1.042	46.000	39.792	44.746	46.640
1.028	45.500	36.062	41.731	46.640
1.014	40.600	30.562	37.415	46.640

# 5 ¿CUÁL ES EL MODELO QUE MEJOR SE AJUSTA?

### 5.1 Comparación de resultados

El análisis de los Errores Cuadráticos Mínimos (ECM) proporciona una visión importante sobre la calidad de ajuste de los modelos utilizados para predecir las precipitaciones máximas anuales en el período de retorno Tr. Vamos a examinar los resultados y realizar una conclusión de acuerdo a la **Tabla** 7 y la Figura 12:

■ ECM Gumbell: 8.433

■ ECM Lognormal: 9.180

■ ECM RandomForestRegression: 8.010

En general, un ECM más bajo indica un mejor ajuste del modelo a los datos observados. El modelo de Regresión RandomForest tiene el ECM más bajo (8.010), lo que sugiere que tiene un mejor rendimiento en términos de ajuste a los datos históricos de precipitaciones máximas anuales. Por otro lado, el modelo Gumbell también presenta un ECM relativamente bajo (8.433), indicando un buen ajuste, pero ligeramente inferior al RandomForest. El modelo LogNormal tiene el ECM más alto (9.180), sugiriendo un ajuste menos preciso.

Es esencial considerar que, aunque el ECM proporciona una medida cuantitativa de ajuste, no es la única métrica a tener en cuenta. Además, factores como la interpretación física del modelo, la simplicidad y la consistencia con el conocimiento previo también son cruciales.

Dado que el objetivo final es realizar un análisis hidrológico con las precipitaciones máximas anuales históricas, se podría seleccionar el modelo RandomForestRegression como el más adecuado en base a los resultados del ECM. Sin embargo, se recomienda una evaluación más completa considerando otros aspectos del modelado y la hidrología para tomar decisiones informadas.

Tabla 7: Errores Cuadráticos Mínimos (ECM)/Jaina

ECM Gumbell	ECM Lognormal	${\bf ECM\ RandomForestRegression}$	
8.433	9.180	8.010	

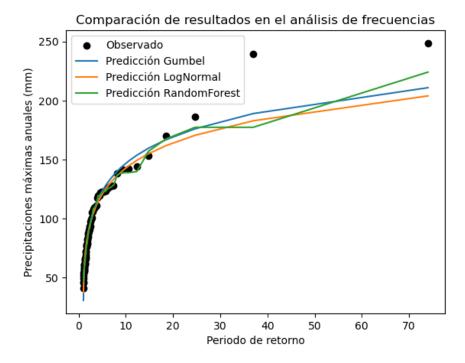


Figura 12: Comparación de resultados en el análisis de frecuencias / Jaina

# 6 CÓDIGO

Para obtener los archivos con los que se trabajaron se recomienda entrar a GITHUB y leer el repositorio "/analisishidrologico".

#### REFERENCIAS

## Referencias

- Béjar, M. (2006). *Hidrología estadística*. Instituto Tecnológico de Costa Rica. https://books.google.com.mx/books?id=BpnGDwAAQBAJ
- Dodson, B. (2006). The Weibull Analysis Handbook (2.ª ed.). ASQ Quality Press.
- Grus, J. (2023). Árboles de desición. En A. Multimedia (Ed.), Ciencia de datos desde cero. Principios básicos con Python (2.ª ed., pp. 282-284). Madrid.
- Orduña, L. (2021). *Hidrología (Acceso)*. Ediciones Paraninfo, S.A. https://books.google.com.mx/books?id= V7G8zgEACAAJ