Métodos Numéricos

Trabajo práctico 3

Hay que poner un poquito más de *e*sfuerzo…

Resumen

Integrante	LU	Correo electrónico
Danós, Alejandro	381/10	adp007@gmail.com
Gandini, Luciano	207/10	gl.gandini@gmail.com
Russo, Christian Sebastián	679/10	christian.russo@gmail.com

Palabras claves:

Índice

1. Desarrollo

En esta sección describiremos los métodos usados para resolver el problema, cada uno con sus ventajas y desventajas.

1.1. Método Uno: Usando Cuadrados Mínimos

Nuestro primer enfoque fue mirar al problema como si fuera uno de analizar los datos obtenidos en un experimento y tratásemos de describir la distribución de estos mediante una función.

En esta perspectiva, nuestra entrada sería el tiempo y la salida la posición en la cancha de la pelota. Además, como las variaciones en las coordenadas x e y de la pelota son independientes podemos dividir al problema en una entrada y dos salidas. De esta forma, deberíamos resolver dos problemas de cuadrados mínimos.

1.1.1. Cuadrados Mínimos: General con Funciones Normales

La siguiente información sobre `Cuadrados Mínimos` fue sacada de [1, p 501]:

El problema general de aproximar un conjunto de datos, $\{(x_i, y_i)|i = 1, 2, \ldots, m\}$ con un polinomio

$$P_n = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0,$$

de grado $n < m - 1$, se reduce a elegir las constantes $a_0, a_1, \ldots, a_n$ que minimicen el cuadrado mínimo $E = E_2(a_0, a_1, \ldots, a_n) donde$

$$\begin{aligned} E &= \textstyle\sum_{i=1}^{m}(y_i - Pn(x_i))^2 \\ &= \ldots^1 = \\ &= \textstyle\sum_{i=1}^{m} y_i^2 - 2\sum_{j=0}^{n} a_j \left(\sum_{i=1}^{m} y_i x_i^j\right) + \sum_{j=0}^{n}\sum_{k=0}^{n} a_j a_k \left(x_i^{j+k}\right) \end{aligned}$$

Para encontrar los mínimos, dado que es una función convexa (falta demostrar), debemos buscar los puntos críticos y éstos serán los mínimos globales. Para ello, diferenciaremos la función por sus constantes a_i y las igualaremos a 0:

$$0 = \tfrac{\partial E}{\partial a_j}$$

Lo que daría, después de algunos pasos[1], $n + 1$ ecuaciones del siguiente estilo, con $0 \leq k \leq n$:

$$a_o \sum i = 1mx_i^k + a_1 \sum i = 1mx_i^{k+1} + a_2 \sum i = 1mx_i^{k+2} + \ldots + a_n \sum i = 1mx_i^{k+n} = \sum i = 1my_i x_i^k$$

Estas ecuaciones terminarían formando las filas de nuestra matriz extendida y el sistema lineal[2] resultante tiene solución única si los x_i distintos.

1.1.2. Cuadrados Mínimos: Nuestro trabajo

Adaptado a nuestro trabajo, tendríamos dos sistemas lineales de ecuaciones de $n + 1$ filas y $n+1$ columnas representando las funciones normales con entrada t tiempo y salida coordenada x; y entrada t tiempo y salida coordenada y, respectivamente.

Es decir, para poder describir el comportamiento de ambas variables con un polinomio de grado como máximo n, necesitaríamos n+1 tiempos.

[1] Para el desarrollo completo referirse al libro citado
[2] Es lineal dado que las incógnitas están relacionadas entre ellas de forma lineal

1.2. Referencias bibliográficas

Referencias

[1] Richard L. Burden and J. Douglas Faires *Numerical Analysis*. 2005.