

Gabriel Felipe Arakaki

Proposta de algoritmo e desenvolvimento de biblioteca para sistemas de recomendação de produtos de lojas de comércio online

São Paulo, Brasil

4 de maio de 2016

Gabriel Felipe Arakaki

**Proposta de algoritmo e desenvolvimento de biblioteca
para sistemas de recomendação de produtos de lojas
de comércio online**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Departamento de Engenharia de Produção
da Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo.

Universidade de São Paulo
Escola Politécnica
Trabalho de Conclusão de Curso

Orientador: Prof. Dr. Davi Noboru Nakano

São Paulo, Brasil
4 de maio de 2016

Gabriel Felipe Arakaki

Proposta de algoritmo e desenvolvimento de biblioteca para sistemas de recomendação de produtos de lojas de comércio online/ A.G.F. Viggiano; F.F.S. Araújo.
– São Paulo, Brasil, 4 de maio de 2016

86 p.

Orientador: Prof. Dr. Davi Noboru Nakano

Trabalho de Formatura – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.

1. Inteligência artificial. 2. Aprendizado computacional. 3. Comercio eletrônico.
4. Produtos I. Prof. Dr. Fábio Gagliardi Cozman. II. Universidade de São Paulo.
Escola Politécnica. III. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas
Mecânicos

Agradecimentos

Agradecemos ao professor Fábio Cozman pela sua orientação e apoio durante todo o projeto. Agradecemos também ao professor Thiago Martins e aos demais orientadores das disciplinas PMR2500 e PMR2550 – Projeto de Conclusão do Curso I e II – por terem nos guiado na elaboração da monografia e por terem sempre exigido trabalhos de alta qualidade. Esse papel é fundamental na valorização do diploma de Engenharia Mecatrônica da Escola Politécnica.

Make things as simple as possible, but not simpler (Albert Einstein)

Resumo

O objetivo deste trabalho é projetar e avaliar o desempenho de um algoritmo de recomendação e uma biblioteca computacional para sistemas de sugestão de produtos de lojas de comércio online. Essa biblioteca tem finalidade de permitir a fácil implementação de um sistema de recomendação genérico para ser utilizado por acadêmicos e *e-commerce*s que desejem automatizar o processo de sugestão de itens, tal como em *email marketing*.

A biblioteca foi desenvolvida utilizando-se três diferentes algoritmos de recomendação. O algoritmo baseado na ponderação de atributos, que trata-se de um método híbrido entre filtragem colaborativa e filtragem baseada em conteúdo, onde a partir da regressão linear de dados de uma rede social, extraí os pesos que determinam a importância de cada atributo dos itens. O segundo método, baseado em perfil de usuários, leva em consideração o interesse dos usuários por *features*, indiretamente calculado a partir de seu interesse pelos itens. O terceiro método, baseado na correlação usuário-item, é uma variante do método baseado no perfil de usuários e foi desenvolvido pela dupla. Este método busca os itens com *features* mais similares aos atributos pelos quais o usuário se interessa.

A avaliação comparativa dos métodos mostrou a superioridade do algoritmo de perfil de usuários em quase todos os aspectos, e avaliou os principais parâmetros de influência na qualidade da recomendação. A partir dos resultados empíricos mostrados neste trabalho, é possível estabelecer diretrizes para a elaboração de um sistema de recomendação próprio com base na biblioteca elaborada pela dupla.

Palavras-chaves: Inteligência artificial, Aprendizado computacional, Comercio eletrônico, Produtos.

Abstract

This project's scope is to design and assess a recommender system algorithm and library for e-commerce. The goal of this library is to make the implementation of a generic recommender system simple and easy, so it can be used by the academics and e-commerce willing to automate the suggestion of items, such as in email marketing.

The library was developed using three different recommendation algorithms. The feature weighted is a hybrid method, based on collaborative filtering and content-based filtering, in which a linear regression is calculated from a social-network database, extracting the weights that determine each attribute's importance. The second method, based in user profiles, considers the users' interests in specific features, indirectly calculated by the users' interest in different items. The third method, based in the user-item correlation, is derived from the method based in users' profiles and was developed by the authors. This method searches for them items with the features that are more similar to the attributes that the user has shown interest for.

The comparative assessment of the methods has shown the superiority of the user-profile algorithm in almost all aspects, and has measured the main parameters that affect the recommendation quality. From the empirical results shown in this work, it is possible to establish some guidelines on how to create a recommender system based on the library developed by the authors.

Key-words: Artificial intelligence, Machine learning, e-Commerce, Products.

Lista de tabelas

Tabela 1 – Atributos a_{if}	27
Tabela 2 – Avaliações r_{ui}	27
Tabela 3 – Avaliações r_{ui}	29
Tabela 4 – Atributos a_{if}	29
Tabela 5 – Avaliação de sistemas de predição	42
Tabela 6 – Avaliações r_{ui}	43
Tabela 7 – Atributos a_{if}	43
Tabela 8 – d_{ij}^f	46
Tabela 9 – Medidas de distância entre alguns atributos	46
Tabela 10 – e_{ij}	46
Tabela 11 – w_f	46
Tabela 12 – s_{ij}	48
Tabela 13 – \hat{i}_u (FW)	48
Tabela 14 – TF _{uf}	48
Tabela 15 – IDF _f	48
Tabela 16 – w_{uf}	48
Tabela 17 – s_{uv}	48
Tabela 18 – f _{uf}	50
Tabela 19 – ω_{ui} (UP)	50
Tabela 20 – \hat{i}_u (UP)	50
Tabela 21 – ω_{ui} (UI)	50
Tabela 22 – \hat{i}_u (UI)	50
Tabela 23 – Parâmetros de influência no desempenho dos algoritmos de recomendação	59

Listas de ilustrações

Figura 1 – Diagrama de casos de uso representando os relacionamentos entre o administrador e o sistema de recomendações	39
Figura 2 – Diagrama Atividades - Registro de Avaliação	40
Figura 3 – Diagrama Atividades - Gerar Recomendação	41
Figura 4 – Precisão em função do tamanho da lista de recomendações N	63
Figura 5 – Abrangência em função do tamanho da lista de recomendações N	63
Figura 6 – Medida F_1 em função do tamanho da lista de recomendações N	64
Figura 7 – Tempo de execução em função do tamanho da lista de recomendações N	64
Figura 8 – Precisão em função do percentual da base de aprendizado T	65
Figura 9 – Abrangência em função do percentual da base de aprendizado T	65
Figura 10 – Medida F_1 em função do percentual da base de aprendizado T	66
Figura 11 – Tempo de execução em função do percentual da base de aprendizado T	66
Figura 12 – Precisão em função do percentual de avaliações “escondidas” H	67
Figura 13 – Abrangência em função do percentual de avaliações “escondidas” H	67
Figura 14 – Medida F_1 em função do percentual de avaliações “escondidas” H	68
Figura 15 – Tempo de execução em função do percentual de avaliações “escondidas” H	68
Figura 16 – Precisão em função do valor mínimo para avaliações positivas M	69
Figura 17 – Percentual de avaliações por valor de M	69
Figura 18 – Abrangência em função do valor mínimo para avaliações positivas M	70
Figura 19 – Medida F_1 em função do valor mínimo para avaliações positivas M	70
Figura 20 – Tempo de execução em função do valor mínimo para avaliações positivas M	71
Figura 21 – Precisão em função do número de vizinhos mais próximos k	71
Figura 22 – Abrangência em função do número de vizinhos mais próximos k	72
Figura 23 – Medida F_1 em função do número de vizinhos mais próximos k	72
Figura 24 – Precisão em função do tamanho da lista de recomendações N excluindo-se alguns atributos f	73
Figura 25 – Abrangência em função do tamanho da lista de recomendações N excluindo-se alguns atributos f	73
Figura 26 – Medida F_1 em função do tamanho da lista de recomendações N excluindo-se alguns atributos f	74
Figura 27 – Precisão em função do tamanho da lista de recomendações N para diferentes medidas d^f	74
Figura 28 – Abrangência em função do tamanho da lista de recomendações N para diferentes medidas d^f	75

Figura 29 – Medida F_1 em função do tamanho da lista de recomendações N para diferentes medidas d^f	75
Figura 30 – Precisão em função da quantidade de pesos W	76
Figura 31 – Abrangência em função da quantidade de pesos W	76
Figura 32 – Medida F_1 em função da quantidade de pesos W	77
Figura 33 – Tempo de execução em função da quantidade de pesos W	77

Lista de símbolos

k	Número de vizinhos mais próximos
N	Tamanho da lista de recomendação
\mathcal{U}	Conjunto de todos os usuários
\mathcal{I}	Conjunto de todos os itens
\mathcal{F}	Conjunto de todos os atributos dos itens
u, v	Usuários
i, j	Itens
f	Atributos dos itens
$\mathbf{X}_{M \times N}, \mathbf{X}$	Matriz de elementos x_{mn}
\mathbf{x}_N, \mathbf{x}	Vetor de elementos x_n
\tilde{x}	Valor ótimo de x
\hat{x}	Valor estimado de x
$ \mathcal{X} $	Número de elementos do conjunto \mathcal{X}
\mathbf{R}, r_{ui}	Avaliação feita pelo usuário u do item i
\mathbf{A}, a_{if}	Atributo f presente no item i
$\mathbf{S}, s_{ij}, s_{uv}$	Similaridade entre itens i e j ou entre usuários u e v
\mathbf{W}, w_{uf}	Correlação ponderada entre usuário u e atributo f
Ω, ω_{ui}	Correlação entre usuário u e item i
\mathbf{w}, w_f	Peso do atributo f

Sumário

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	Motivação	22
1.2	Objetivos	23
2	ESTADO DA ARTE	25
2.1	Estado da arte dos problemas	25
2.2	Estado da arte das soluções	28
2.3	Desafios científicos e tecnológicos	28
2.4	Soluções propostas	30
3	METODOLOGIA	33
3.1	Definição da Necessidade	33
3.2	Definição dos Parâmetros de Sucesso	33
3.3	Síntese de Soluções	33
3.4	Detalhamento da Solução	34
3.5	Estruturação do Banco de Dados	34
3.6	Validação Cruzada	35
4	REQUISITOS	37
4.1	Diagrama de Casos de Uso	38
4.2	Diagrama de Atividades	40
4.3	Avaliação de Desempenho	41
5	DETALHAMENTO DE SOLUÇÕES	43
5.1	Algoritmo baseado na ponderação de atributos (FW)	43
5.2	Algoritmo baseado no perfil de usuários (UP)	45
5.3	Algoritmo baseado na correlação usuário-item (UI)	49
6	DESENVOLVIMENTO DA BIBLIOTECA	51
6.1	Recursos acadêmicos	51
6.2	Ferramentas utilizadas	52
6.3	Métodos computacionais	52
6.3.1	Estrutura da biblioteca	52
6.3.2	Algoritmo baseado na ponderação de atributos (FW)	53
6.3.2.1	Determinação de e_{ij}	53
6.3.2.2	Determinação de d_{ij}^f	53
6.3.2.3	Determinação de w_f	54

6.3.2.4	Determinação de s_{ij}	54
6.3.2.5	Determinação de \hat{i}_u	54
6.3.3	Algoritmo baseado no perfil de usuários (UP)	55
6.3.3.1	Determinação de w_{uf}	55
6.3.3.2	Determinação de s_{uv}	55
6.3.3.3	Determinação de ω_{ui}	56
6.3.3.4	Determinação de \hat{i}_u	56
6.3.4	Algoritmo baseado na correlação usuário-item (UI)	56
6.4	Ambiente de testes	57
7	RESULTADOS	59
7.1	Tamanho da lista de recomendações N	59
7.2	Percentual da base de aprendizado T	60
7.3	Percentual de avaliações “escondidas” dos usuários-teste na validação cruzada H	60
7.4	Valor mínimo para avaliações positivas M	61
7.5	Número de vizinhos mais próximos k	61
7.6	Conjunto de atributos dos itens \mathcal{F}	62
7.7	Medida de distância entre atributos d^f	62
7.8	Pesos dos atributos w_f	62
8	CONCLUSÃO	79
8.1	Discussão	79
8.2	Trabalhos futuros	80
A	DOCUMENTAÇÃO DA BIBLIOTECA	83

1 Introdução

Segundo as palavras do professor diretor da Escola Politécnica: “A engenharia deve erradicar a pobreza gerando riqueza, e a melhor maneira de gerar riqueza é através da geração de empregos e criação de empresas”. Tais palavras dizem respeito a inauguração do laboratório Ocean em parceria entre o departamento de Engenharia de Produção (PRO) e a grande multinacional Samsung, tendo suas operações dentro da Escola Politécnica. O laboratório é uma parceria de cogestão entre universidade e empresa que tem como principal mérito a geração de valor derivada da sinergia entre as pesquisas da academia e o conhecimento aplicado da indústria.

O Ocean é um dos quatro grandes projetos que o PRO acompanha atualmente, esquematizado pela figura a seguir:

Inovalab, que existe e funciona, e é interno ao PRO Fábrica Didática, que não existe mas seria interno ao PRo Ocean, que existe e é de cogestão PRO Samsung NEU, que existe e funciona mas é externo ao PRO

1.1 Motivação

Conforme apresentado, a quantidade de lojas de varejo online cresce em ritmo acelerado no Brasil e no mundo. Motivados pela importância econômica dos e-commerces, bem como pela possibilidade de criar um conjunto de ferramentas *open source* que possam ser utilizadas pela comunidade acadêmica e empresarial, propomos como Trabalho de Conclusão de Curso o desenvolvimento de um algoritmo e biblioteca computacional para sistemas de recomendação de produtos de lojas de comércio online.

O pacote computacional é composto de métodos de leitura de dados de histórico de compras e de informações de clientes e produtos, de cálculo de sugestões de itens com base em algoritmos de recomendação e de análise de desempenho das recomendações. Além disso, propusemos um algoritmo baseado em um método já existente, a fim de avaliar a sua qualidade comparado a outras soluções.

A motivação de se criar uma biblioteca de software decorre principalmente da sua abrangência e capacidade de adaptação, visto que é possível atender a mais casos de uso que um sistema de recomendação completo. De um lado, um sistema de recomendação possui uma finalidade específica – como por exemplo de sugerir notícias para usuários de internet – e uma entrada e saída de dados específica – como por exemplo o fato de as notícias sempre estarem ordenada pelas mais recentes em uma tabela de sugestões. De outro lado, uma biblioteca computacional pode receber qualquer tipo de dados e gerar

qualquer saída de dados.

Caso uma empresa ou um acadêmico queira construir seu próprio sistema de recomendação, basta elaborar a conexão entre o pacote apresentado pela dupla, seu banco de dados e a interface gráfica de apresentação de resultados.

As contribuições científica e tecnológica deste trabalho para a Engenharia Mecatrônica estão sobretudo nos campos de inteligência artificial, de sistemas de informação e de automação de processos.

As competências acadêmicas necessárias para a execução desse trabalho envolvem algoritmos e estruturas de dados (abordados em PMR2300 – Computação para Automação), documentação e modelagem de sistemas computacionais (explicados em PMR2440 – Programação para Automação), sistemas de informação e banco de dados (tratados em PMR2490 – Sistemas de Informação) e inteligencia artificial, com enfase em aprendizado de máquina (aprofundados em PMR2728 – Teoria de Probabilidades em Inteligência Artificial e Robótica). As competências técnicas abrangem programação estatística e funcional, demonstradas através da linguagem R.

1.2 Objetivos

O objetivo do presente Trabalho de Conclusão de Curso é o desenvolvimento de um algoritmo e uma biblioteca computacional para sistemas de recomendação de produtos de lojas de comércio online, e respectiva análise de desempenho das recomendações propostas.

O pacote de software é composto de três diferentes algoritmos de recomendação, além de funções para avaliar a qualidade das sugestões. Neste texto, será feita uma avaliação comparativa entre os três algoritmos. A explicação detalhada dos métodos se encontra no Capítulo 5.

A fim de se poder experimentar a influência de diversos parâmetros na qualidade das recomendações, todas as funções foram desenvolvidas integralmente pela dupla, e nenhuma biblioteca externa foi utilizada. O objetivo do trabalho não é, portanto, o uso de ferramentas de recomendação já disponíveis no mercado, mas sim a elaboração de uma biblioteca que possibilite a construção e análise de um sistema de recomendação próprio. Qualquer e-commerce interessado no assunto pode, portanto, apropriar-se do pacote de software e modificá-lo para atender a suas especificidades e melhorar as sugestões.

Essa ferramenta tem como finalidade a automatização do processo de recomendação de itens, e pode ser aplicada em diversas áreas da indústria, tais como na indicação de notícias, músicas, relações de amizade ou artigos científicos. No nosso trabalho, a biblioteca terá como foco a sugestão de produtos de lojas de comércio online que disponham de um histórico de compras dos usuários e das características dos produtos.

A qualidade das recomendações será avaliada quanto a precisão, abrangência e tempo de execução. Uma descrição detalhada da avaliação do sistema de recomendação está descrita na Seção 4.3.

Por meio de uma validação cruzada, analisaremos a influência dos principais parâmetros do problema na qualidade das recomendações, como o tamanho do banco de dados, a quantidade de informações de itens e clientes utilizadas na recomendação e outros.

Será discutido o impacto dos principais desafios tecnológicos e científicos dos sistemas de recomendação na nossa proposta de solução, tal como a adaptação a novos usuários (??).

Ao final, será possível extrair uma validação experimental das diretrizes fundamentais a serem seguidas por e-commerce que desejem desenvolver um sistema de recomendação próprio a partir da biblioteca desenvolvida neste trabalho.

2 Estado da Arte

As terminologias *cliente* e *usuário* neste texto serão intercambiáveis e sem distinção semântica, mesmo que na prática essas duas entidades possam ser diferentes. Da mesma forma, *item* e *produto* terão o mesmo significado neste trabalho.

A fim de tornar a formulação mais genérica, também não faremos distinção entre *avaliação positiva* de um item e *compra* de um item. Avaliação positiva é toda avaliação r_{ui} do item i feita pelo usuário u tal que $r_{ui} > M$, e avaliação negativa tal que $r_{ui} \leq M$, sendo M um valor mínimo escolhido a priori, indicador de que o usuário u “gostou” do item i . No caso de um banco de dados sem avaliações dos produtos, será levada em conta a compra dos itens e será admitida avaliação unitária e valor mínimo nulo. Desta forma, os bancos de dados que contenham informações do tipo “usuário u avaliou o item i em $r_{ui} = 3.54 > M$ ” e aqueles que contenham “usuário u comprou o item i , logo $r_{ui} = 1 > 0$ ” serão tratados equivalentemente. Vale observar que essa definição difere da Referência ??, em que avaliação positiva é aquela tal que $r_{ui} \geq M$.

2.1 Estado da arte dos problemas

O problema de recomendação pode ser formulado como se segue, adaptado da Referência ??, com notação inspirada no artigo ??:

“Seja \mathcal{U} o conjunto de todos os usuários e seja \mathcal{I} o conjunto de todos os itens que podem ser recomendados, tais como livros, filmes ou artigos científicos. Seja ℓ uma função de utilidade, que mede a relevância do produto i para usuário u . Em notação matemática, $\ell : \mathcal{U} \times \mathcal{I} \rightarrow \mathcal{R}$, onde \mathcal{R} é um conjunto totalmente ordenado – por exemplo, números inteiros ou números reais dentro de um determinado intervalo, em geral $\{-1, 0, +1\}$ ou $[1, 5]$. O objetivo do sistema de recomendação é determinar o item \tilde{i}_u que maximize a utilidade ℓ_{ui} do usuário u .”

$$\forall u \in \mathcal{U}, \tilde{i}_u = \arg \max_{i \in \mathcal{I}} \ell_{ui} \quad (2.1)$$

O problema central da recomendação é que “em geral a função ℓ é desconhecida ou não é definida para todo o espaço $\mathcal{U} \times \mathcal{I}$ ”, e portanto determinar \tilde{i} através da Equação 2.1 é inviável.

Em algumas formulações, “a utilidade é descrita pela avaliação r_{ui} do item i feita pelo usuário u ”. Neste caso, o sistema de recomendação busca determinar \hat{r}_{ui} que melhor se aproxime de r_{ui} , e a qualidade da recomendação é normalmente descrita pela distância

entre esses dois valores. Em outros sistemas, todavia, a utilidade é descrita diferentemente, de forma que o item com maior valor de \hat{r}_{ui} não é necessariamente recomendado.

Para lidar com o problema da recomendação, existem três grandes grupos de estratégias de sugestão de itens, segundo as Referências ????:

- Recomendações baseadas em conteúdo: o usuário recebe sugestões de itens similares àqueles pelos quais ele se interessou no passado;
- Recomendações colaborativas: o usuário recebe sugestões de itens que pessoas com preferências semelhantes gostaram no passado;
- Recomendações híbridas: esses métodos combinam características de sistemas colaborativos e baseados em conteúdo. O usuário recebe sugestões de itens compatíveis com seu perfil e de itens do interesse de usuários com perfil similar.

As estratégias de recomendação baseadas em conteúdo exploram os dados dos itens para calcular a sua relevância conforme o perfil do usuário. Suas técnicas de recomendação podem ser classificadas em dois grupos: aquelas baseadas em heurísticas ou memória – fazem a previsão com base em toda a coleção de itens anteriormente classificados pelos usuários – e aquelas baseadas em modelos – utilizam o conjunto de avaliações com o objetivo de descrever a interação entre usuários e itens, tal como em uma regressão linear ou em uma rede Bayesiana.

Na abordagem de sistemas baseados em conteúdo, a recomendação pode ser vista como um problema de aprendizado de máquina, em que o sistema adquire conhecimento sobre o usuário. Muitas vezes é recomendado que o aprendizado seja feito com base no perfil do usuário em uso contínuo, ao invés de forçá-lo a responder diversas perguntas demográficas, como idade, gênero, classe social, etc (??). O objetivo é categorizar novas informações baseadas em informações previamente adquiridas e rotuladas como interessantes ou não pelo usuário. Com estas informações em mãos, é possível gerar modelos preditivos que evoluem conforme aparecem novas informações.

Em sistemas baseados em conteúdo, os itens a serem recomendados podem possuir diversos atributos e formas de classificação. Em documentos como e-mails, *websites* ou comentários de usuários, os textos não têm estrutura definida e a abordagem mais comum para escolher o melhor item é a mineração de informações. O usuário procura por uma lista de termos desejados e o sistema retorna os textos de maior relevância, tal como é feito em um motor de busca (??). Nesses casos, calcula-se a similaridade entre documentos a partir da importância das palavras ou termos similares, como a TF-IDF ou o classificador Bayesiano (??).

Em bancos de dados relacionais, os itens possuem uma categorização pré-definida, e sua relevância depende das suas características, descritas pela matriz de atributos **A**. Cada

feature pertence a um conjunto distinto, podendo ser booleano (possui ou não possui), inteiro ou real (preço, data, etc.), ou um coleção finita de valores (marca, modelo, gênero, etc.), como exemplifica a Tabela 1.

Tabela 1 – Atributos a_{if}

	f_1	f_2	f_3	f_4
i_1	1	50	0.8	P
i_2	0	75	0.3	M
i_3	1	30	0.4	G

As recomendações colaborativas, por sua vez, tentam prever a utilidade dos itens para cada cliente com base em itens previamente avaliados por outros usuários. Elas podem ser baseadas em usuários, isto é, na escolha de clientes que possuam avaliações similares de produtos, quanto baseadas em itens, na escolha de produtos avaliados similarmente (??).

Mais formalmente, quando a filtragem colaborativa é baseada em usuários, a utilidade ℓ_{ui} de um item i para um usuário u é estimada com base nas utilidades $\ell_{v_k^u}$ dos usuários $v_k^u \in \mathcal{U}$ que são “similares” ao usuário u . De maneira análoga, quando baseada em itens, a utilidade ℓ_{ui} é prevista com base nas utilidades $\ell_{uj_k^u}$, dado itens $j_k^u \in \mathcal{I}$ que são “similares” aos itens i .

Na prática, o cálculo das recomendações para sistemas colaborativos é feito a partir da matriz de avaliações \mathbf{R} . Isso pode ser exemplificado pela Tabela 2, que possui avaliações de 1 a 5, sendo $M = 2$. Em um sistema usuário-usuário, o cliente u_1 receberia recomendação do item i_4 , pois para os itens i_2 e i_3 suas avaliações foram similares às do cliente u_2 . Já para um sistema item-item, o usuário u_3 receberia recomendação do item i_3 , pois este tem avaliações similares às do item i_2 , avaliado positivamente pelo usuário u_3 .

Tabela 2 – Avaliações r_{ui}

	i_1	i_2	i_3	i_4
u_1	-	4	3	-
u_2	-	4	3	5
u_3	2	5	-	1

Por fim, as recomendações híbridas combinam aspectos tanto da filtragem colaborativa (baseada em usuários ou em itens) quanto da filtragem baseada em conteúdo, com o objetivo de atingir uma melhor recomendação ou de superar problemas recorrentes nas técnicas individuais, como a esparsidade (*sparsity*) dos dados ou o *cold start* (??).

2.2 Estado da arte das soluções

Do ponto de vista do estado da arte das soluções, as variáveis de interesse estão ligadas ao número de usuários no sistema, ao número de itens, à medida de qualidade da recomendação e ao custo computacional (??).

No que se refere à dependência do número de usuários, a filtragem colaborativa baseada em usuários é extremamente efetiva para um baixo número de usuários. A filtragem colaborativa a base de itens é consideravelmente pior para um baixo número de usuários, mas supera todos os outros métodos baseados em memória conforme o número de clientes aumenta.

A dependência do número de itens é, de certa forma, oposta à de usuários: a filtragem colaborativa baseada em itens é extremamente efetiva para poucos itens, enquanto aquela baseada em usuários supera todos os outros métodos baseados em memória para grandes quantidades de itens.

Com relação à medida de qualidade, avaliada a partir da abrangência dos dados, a filtragem baseada em usuários e a baseada em itens mostram uma dependência semelhante. Na análise de menor erro quadrático médio entre o item sugerido e o item efetivamente comprado, todos os métodos de recomendação variam não-linearmente com o número de usuários, itens e acurácia, e de modo geral há um compromisso (*trade-off*) entre a esparsidade (*sparsity*) dos dados e o tempo de processamento.

2.3 Desafios científicos e tecnológicos

Um dos maiores desafios tecnológicos dos sistemas de recomendação é, atualmente, o da escalabilidade (??). O sistema de recomendação deve ser flexível no sentido de poder operar igualmente bem tanto em pequenas quanto em grandes bases de dados, que podem chegar até centenas de milhões de clientes (??) e de produtos (??). Isso significa que as recomendações devem ser suficientemente rápidas e ainda assim prover sugestões valiosas aos consumidores.

Um problema muito comum nos sistemas de recomendação é o do *cold start*, que atinge principalmente os sistemas de filtragem colaborativa, grandemente dependentes da matriz de avaliações **R**. Quando itens ou usuários são inicialmente introduzidos no sistema, existe pouca ou nenhuma informação sobre eles. O sistema é incapaz de realizar inferências sobre quais itens recomendar ao novo usuário ou sobre quais produtos são similares ao novo item. Na Tabela 3, por exemplo, o item i_{100} não possui nenhuma avaliação, e nunca seria recomendado em sistemas puramente baseados em itens. Analogamente, o usuário u_3 também não teria nenhuma sugestão de itens para sistemas puramente baseados em usuários.

Tabela 3 – Avaliações r_{ui}

	i_1	i_2	...	i_{100}
u_1	5	4	...	-
u_2	-	2	...	-
u_3	-	-	...	-

Também é uma grande dificuldade dos algoritmos baseados em filtragem colaborativa a esparsidade dos dados. Como a maioria dos clientes interage com uma pequena quantidade de itens, a matriz de avaliações tem em geral menos de 1% dos valores preenchidos, e o sistema deve prever os outros valores (??).

Outro desafio científico é referente à diversidade das recomendações realizadas, também chamado de excesso de especialização (*over-specialization*) (??). Ao mesmo tempo que o sistema deve apresentar itens similares ao que o usuário está procurando, ele também deve sugerir itens que o usuário desconheça ou que nem saiba que poderiam interessá-lo. Esse problema afeta principalmente os sistemas baseados em conteúdo, pois itens com características similares tendem a ser sempre recomendados. Na Tabela 4, o item i_2 seria sugerido para um usuário que tenha avaliado i_1 , apesar de esse não apresentar nenhuma característica diferente do item previamente comprado. Para contornar essa dificuldade, costuma-se introduzir elementos de aleatoriedade na recomendação, por exemplo a partir de algoritmos genéticos (??).

Tabela 4 – Atributos a_{if}

	f_1	f_2	f_3
i_1	1	50	0.8
i_2	1	50	0.8
i_3	0	75	0.3

Além desse desafio, existe também o da análise rasa do conteúdo (*shallow content analysis*). O sistema, ao avaliar a característica dos itens, não consegue extraír importantes aspectos para o usuário caso eles não estejam explicitamente descritos na categorização do banco de dados. Isso pode ocorrer, por exemplo, com fatores externos ao produto que influenciem na compra do usuário, como em datas comemorativas, em compras induzidas por propaganda, em compras “impulsivas”, etc. Se um usuário comprou um arranjo de flores no dia das mães, não é necessariamente verdade que ele se interessa por flores. Da mesma maneira, sistemas que ignorem a sazonalidade de certos produtos não recomendariam arranjos de flores para clientes que não tenham comprado itens parecidos, mesmo no dia das mães.

Por fim, um desafio científico que este trabalho enfrentará é a execução de um sistema híbrido do ponto de vista de efemeridade e persistência, ao construir um modelo

de recomendação que integre as preferências de curto e longo termo dos usuários (??). A análise dos dados de compras anteriores, bem como de dados demográficos, deverá portanto ser incorporada à análise de característica dos produtos, a fim de enriquecer a acurácia do sistema (??).

Esse tópico de pesquisa inclui ainda diversos desafios científicos e tecnológicos que não serão tratados no nosso projeto, tais como a preservação da privacidade dos usuários, a criação de modelos de recomendação inter-domínios, o desenvolvimento de sistemas descentralizados operando em redes computacionais distribuídas, a otimização de sistemas para sequências de recomendações, a otimização de sistemas para dispositivos móveis e outros. Um sistema de recomendação inteligente também deveria prever quando enviar uma determinada recomendação, e não agir apenas mediante requisição dos clientes (??).

2.4 Soluções propostas

Este Trabalho de Conclusão de Curso aborda três propostas de solução para o problema da recomendação, sendo duas delas retiradas de referências bibliográficas (????), e uma outra apresentada pela dupla. O objetivo é realizar uma análise comparativa entre cada um dos métodos e estabelecer diretrizes para sua aplicação em e-commerce. Os algoritmos propostos estão descritos com maior detalhe no Capítulo 5.

Todas as soluções são algoritmos híbridos, por utilizarem na recomendação tanto a matriz de avaliações **R** quanto a matriz de atributos **A**. Optou-se por dar importância aos algoritmos híbridos em razão de os e-commerce estruturarem seus bancos de dados em torno da descrição dos itens à venda. De modo geral, as tabelas de itens possuem dezenas de atributos, dependendo do ramo de negócios da loja, e pouco detalhe é dado à interação entre o grupo de usuários e itens. A tabela de histórico de compras se limita a informações como data e método de pagamento, e detém pouca informação adicional que possa ser utilizada na recomendação de produtos. Dessa forma supusemos que métodos puramente colaborativos, fundamentados na avaliação dos itens por parte dos usuários, teriam pior desempenho que métodos baseados em conteúdo, que exploram as características dos itens na recomendação.

A solução FW determina a similaridade de dois itens a partir de medidas de distância para cada um dos atributos dos itens, ponderadas por pesos determinados na regressão linear de uma equação descrita pelo interesse dos usuários em cada *feature*.

O método UP parte do princípio que os usuários estão interessados nos atributos dos itens, e traça correlações entre esses dois elementos para obter pesos que servirão de base para o cálculo da similaridade inter-usuários, utilizada na recomendação pelo método da vizinhança (*nearest neighbors*).

A variante UI, elaborada pela dupla, recomenda o melhor item a partir das matrizes de correlação usuário-atributo e atributo-item, a fim de obter a matriz de correlação usuário-item. De antemão espera-se que essa solução tenha desempenho similar ao método de base UP, pois ambos buscam explorar as características dos itens para determinar a preferência do usuário.

3 Metodologia

Por se tratar de um projeto de Engenharia de Software, foi necessário dar ênfase às etapas iterativas de desenvolvimento dos algoritmos na metodologia de projeto deste Trabalho de Conclusão de Curso. Esse processo cíclico, com fases de especificação, desenvolvimento e validação, permitiu obter resultados preliminares e os modificar ao longo da disciplina, ajustando detalhes e melhorando o sistema gradativamente (??).

A metodologia de execução do projeto, assim como a de avaliação dos resultados, pode ser consolidada da seguinte maneira:

3.1 Definição da Necessidade

Com o crescente número de lojas de comércio online, tornou-se necessário a criação de sistemas que pudessem entender e prever o comportamento de consumidores, a fim de oferecer produtos específicos para cada um deles, aumentando o número de vendas e a satisfação do cliente. Observa-se atualmente que o número de sistemas de recomendação gratuitos, de fácil integração e de código aberto (*open source*) são limitados e não correspondem às necessidades do mercado. Existe, pois, a necessidade da criação de uma biblioteca que possa ser utilizada por e-commerce que desejem estabelecer seu próprio sistema de recomendação ou mesmo por indivíduos interessados na temática da recomendação de itens.

3.2 Definição dos Parâmetros de Sucesso

O sucesso do projeto pode ser medido em duas frentes: a primeira, quantitativa, mede a precisão e a abrangência das recomendações. Essas duas medidas devem ser superiores a 20%, e seu significado será melhor detalhado no Capítulo 4. A segunda, qualitativa, avalia se a biblioteca responde bem aos problemas recorrentes de sistemas de recomendação, tais como a escalabilidade e o excesso de especialização.

3.3 Síntese de Soluções

Nesta fase do projeto, foram propostas possíveis soluções para o desafio da recomendação. Decidiu-se avaliar dois métodos híbridos do meio acadêmico e um outro elaborado pela dupla.

3.4 Detalhamento da Solução

Após a escolha dos métodos de recomendação, as soluções foram detalhadas matematicamente segundo uma mesma notação, e a estrutura dos algoritmos foi descrita e exemplificada. Neste ponto, escolheu-se também a linguagem de programação R e a forma de entrada e saída de dados, por meio de arquivos .csv.

A fim de facilitar o pré-processamento dos dados, estabelecemos que seriam necessários dois arquivos. Um deles deve conter a matriz de atributos **A** e o outro, a matriz de avaliações **R**.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{i_1 f_1} & a_{i_1 f_2} & a_{i_1 f_3} & \dots \\ a_{i_2 f_1} & a_{i_2 f_2} & a_{i_2 f_3} & \dots \\ a_{i_3 f_1} & a_{i_3 f_2} & a_{i_3 f_3} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{u_1 i_1} & r_{u_1 i_2} & r_{u_1 i_3} & \dots \\ r_{u_2 i_1} & r_{u_2 i_2} & r_{u_2 i_3} & \dots \\ r_{u_3 i_1} & r_{u_3 i_2} & r_{u_3 i_3} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

3.5 Estruturação do Banco de Dados

Uma vez determinada a forma de entrada de informações, definiram-se os conjuntos de dados a serem utilizados.

O primeiro conjunto de dados abertos é proveniente do sistema de recomendações de filmes MovieLens (<http://movielens.umn.edu>), e é composto de 100 000 avaliações (valores inteiros de 1 a 5) de 943 usuários para 1682 filmes (??). Além disso, cada usuário (idade, sexo, profissão, logradouro) avaliou pelo menos 20 filmes (categoria, ano de publicação). Nessa base de dados, chamada de 100k, o catálogo de filme faz o papel de catálogo de produtos, e o histórico de compras se refere à avaliação dos filmes feita por cada usuário.

O segundo banco de dados é extraído do Internet Movie Database (IMDB), e possui 28 819 filmes. Esse banco está presente na biblioteca `ggplot2` da linguagem de programação R (??).

Na nossa análise, os bancos de dados 100k e IMDB foram utilizados complementarmente. A união desses dois conjuntos deu origem à base 100k-IMDB, composta por 943 usuários, 1682 itens e 25 atributos. Na biblioteca proposta pela dupla, os dados demográficos de usuários não são utilizados.

Ainda na etapa de implementação, confirmamos a validade de cada um dos métodos aplicando-os nas matrizes-referência (Tabelas 6 e 7).

3.6 Validação Cruzada

A fim de realizar um estudo comparativo (*benchmarking*) com os artigos de referência, mantivemos a mesma metodologia de avaliação de qualidade do artigo ??.

Em particular, implementamos uma validação cruzada considerando $T = 75\%$ do banco de dados como base de treinamento ou aprendizado e os 25% restantes como base de testes. Em seguida, mascaramos $H = 75\%$ das avaliações dos usuários-teste, de modo a medir a qualidade do sistema de recomendação em prever os itens positivamente avaliados. Cerca de uma dezena de parâmetros de interesse foram avaliados para cada um dos métodos (Tabela 23).

Além disso, não fizemos distinção entre valores não observados (*NA value/NULL value*) e avaliações nulas ($r_{ui} = 0$), pois na maioria dos casos essa simplificação é válida. Esse não é o caso, por exemplo, de sistemas em que o usuário pode deliberadamente dar nota zero para um item.

Sabe-se que a extração de um modelo por meio de uma validação cruzada sobre uma mesma base de dados pode gerar *overfitting* (??). Para não cair nesse erro e com foco na reproduzibilidade do trabalho, realizamos todas as amostragens em R utilizando o número 2 como semente aleatória (*state seed*). Dessa forma, os parâmetros calculados para os modelos são sempre os mesmos para qualquer teste de qualidade. Evidentemente, caso se deseje avaliar a performance dos métodos para um outro banco de dados, uma validação cruzada rigorosa deverá ser aplicada.

Como a complexidade dos algoritmos excede o limite dos computadores pessoais da dupla, foi necessário contratar o serviço de computação nas nuvens Amazon Web Services.

Alugamos duas máquinas virtuais do tipo `r3.large`, otimizadas para memória. As máquinas, de especificação 2 vCPU, 15 GB de memória RAM e sistema operacional Amazon Linux AMI release 2014.09 x86_64, baseado em RHEL Fedora, custaram USD 0,175 por hora de uso. Todos os testes foram realizados em poucas horas, e o custo total do projeto foi de apenas R\$ 5,70. Uma explicação detalhada da configuração do ambiente de testes se encontra na Seção 6.4.

4 Requisitos

A partir dos objetivos deste Trabalho de Conclusão de Curso, é possível extrair os requisitos funcionais da biblioteca de sistemas de recomendação. Esses requisitos ditam principalmente sobre a escalabilidade e o desempenho das recomendações do sistema.

A fim de poder estabelecer uma base comparativa entre o sistema proposto UI e os sistemas de referência FW e UP, serão utilizados os mesmos indicadores de desempenho dos artigos-base: precisão, abrangência e medida F_1 (????). Precisão é a porcentagem de casos corretamente preditos em relação ao tamanho da lista de recomendações. Abrangência é a razão entre o número de itens corretamente preditos e daqueles que foram efetivamente avaliados pelo usuário. A medida F_1 , por sua vez, é a média harmônica entre precisão e abrangência.

Todas essas métricas são dependentes dos diversos parâmetros do problema, como do tamanho da lista de recomendações N , da quantidade de vizinhos mais próximos k , e principalmente do banco de dados de teste. Como os artigos de referência não os disponibilizaram integralmente, serão estimados os valores de precisão, abrangência e medida F_1 para o banco de dados da dupla.

Espera-se que a precisão, abrangência e consequentemente a medida F_1 sejam maiores que 20%. Esses valores foram escolhidos por serem superiores aos de algoritmos puramente baseados em conteúdo ou em filtragem colaborativa (????). Na prática, o resultado mais importante é a comparação entre os três métodos para um banco de dados de referência.

Os requisitos funcionais são suportados por requisitos não-funcionais, e estes são determinados pelas restrições sobre o projeto ou execução, tais como desenvolvimento e confiabilidade.

A biblioteca de sistemas de recomendação deverá poder ser utilizada por qualquer e-commerce que disponha de um banco de dados de clientes, produtos e histórico de compras, desde que o formato de entrada seja seguido.

Além disso um requisito não funcional é o desenvolvimento da biblioteca em tecnologias abertas (*open source*) que tenham um alto número de colaboradores, como a linguagem de programação estatística R, a fim de torná-la reutilizável por alunos ou e-commerces interessados.

Por fim, o sistema de recomendação deverá ser escalável e flexível no sentido de poder operar igualmente bem tanto em pequenas quanto em grandes bases de dados.

Apesar serem importantes parâmetros de um sistema de recomendação, a taxa de

recomendações por período de tempo e a escalabilidade estão intimamente relacionados ao orçamento do projeto (??). Pode-se obter virtualmente qualquer *throughput* desejado, contanto que haja investimento equivalente em infra-estrutura computacional. O mesmo não é válido para os parâmetros de qualidade da recomendação, que dependem tão somente dos algoritmos de sugestão. Por esse motivo, os requisitos de projeto não são pautados em taxa de recomendações por tempo.

Com os requisitos do sistema de recomendação definidos, devemos estruturar o seu relacionamento com o administrador do sistema. Para isto determinamos seus casos de uso, classes e atividades.

4.1 Diagrama de Casos de Uso

Os casos de uso se dividem em *Avaliar Performance*, *Configurar Banco de Dados*, *Recomendar UI*, *Recomendar UP*, *Recomendar FW*.

O caso de uso *Avaliar Performance* visa avaliar a performance do sistema de recomendação. Esse caso se relaciona com outros três casos de uso. O primeiro deles, *Mascarar Dados*, serve para esconder dados de alguns usuários-teste na matriz de avaliações, para, posteriormente, compará-los às recomendações calculadas pelo sistema. O segundo caso, *Dividir Banco de Treino*, tem o objetivo de dividir o banco de dados em dois, um para o aprendizado do sistema e o segundo para testes. O terceiro caso, *Devolver Indicadores*, torna os indicadores de performance acessíveis ao administrador do sistema.

O caso de uso *Configurar Banco de Dados* tem a utilidade de converter o banco de dados de entrada em matrizes. O caso *Ler Itens*, é o encarregado de ler o arquivo de itens fornecido pelo banco de dados, assim como *Ler Usuários* e *Ler Histórico* são para usuários e histórico de compras. Os casos de uso *Gerar Matriz de Atributos* e *Gerar Matriz de Avaliação* constroem as matrizes de acordo com dados lidos pelos casos de uso de leitura.

Já os casos de uso *Recomendar UI*, *Recomendar UP* e *Recomendar FW*, são os casos de uso em que se geram as recomendações pelos métodos baseados na correlação usuário-item, no perfil de usuários e na ponderação de atributos respectivamente. O método de recomendação baseado na ponderação de atributos necessita de outros três casos de uso, o *Normalizar Matriz*, onde se normaliza as colunas da matriz de distância entre atributos. Esta distância entre atributos é calculada pelos dois outros casos de uso, *Fazer Delta de Kronecker* e *Fazer Índice Jaccard*.

Estes casos de uso foram representados no diagrama de casos de uso (Figura 1).

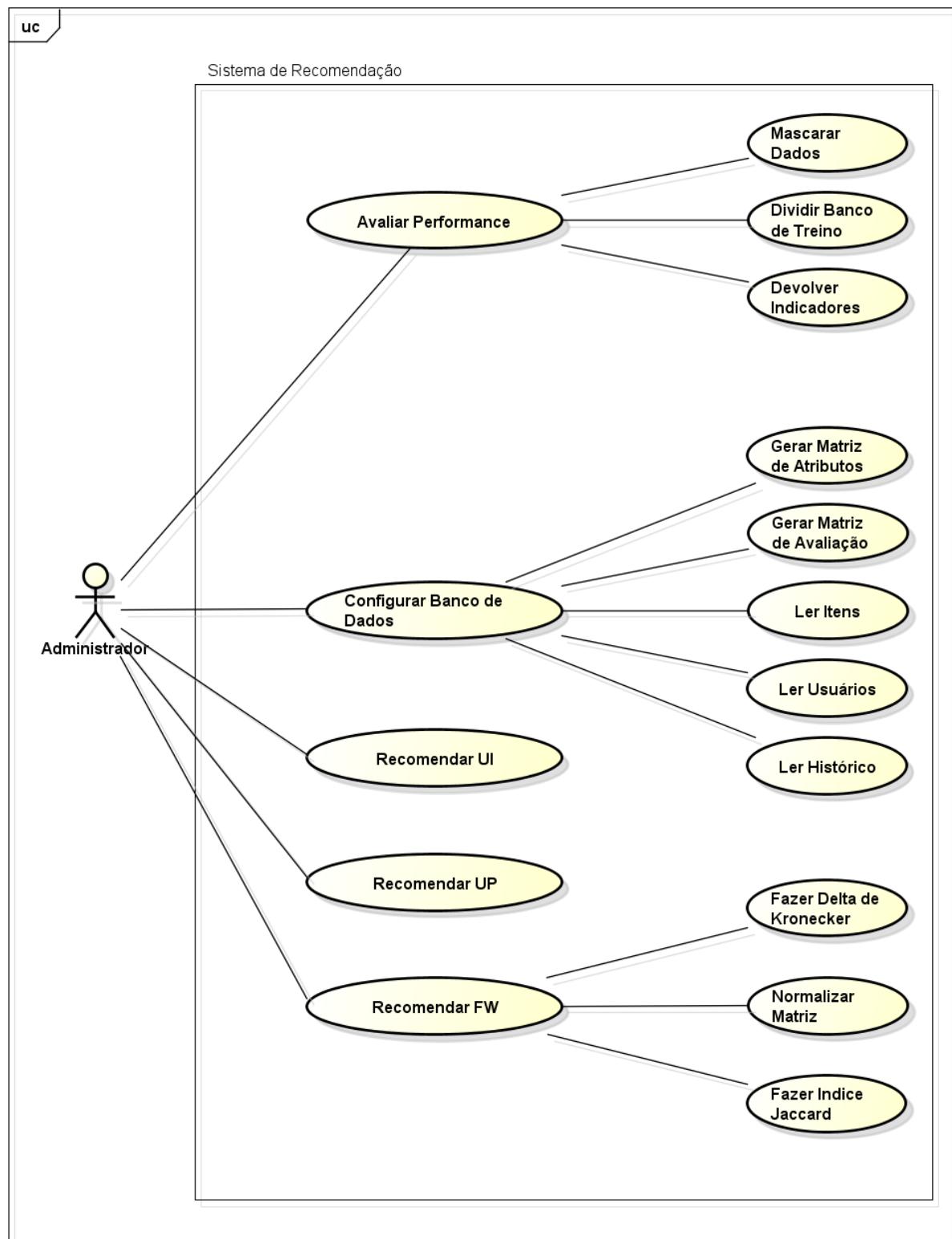


Figura 1 – Diagrama de casos de uso representando os relacionamentos entre o administrador e o sistema de recomendações.

4.2 Diagrama de Atividades

Para representar o fluxo de informação foi considerado o diagrama de atividades. Assim é possível visualizar os processos que vão desde a informação fornecida pelo usuário até a geração de recomendações.

O primeiro diagrama de atividade (Figura 2) representa o registro de uma avaliação por parte do cliente, onde o cliente solicita o item para visualizá-lo e a plataforma web faz o pedido de informações ao banco de dados. O banco de dados devolve as informações pedidas e a plataforma o exibe no dispositivo do cliente. Após a visualização, o cliente avalia o item, a plataforma web informa o banco de dados sobre a avaliação. Este registra a avaliação e a plataforma web confirma a avaliação finalizando o processo.

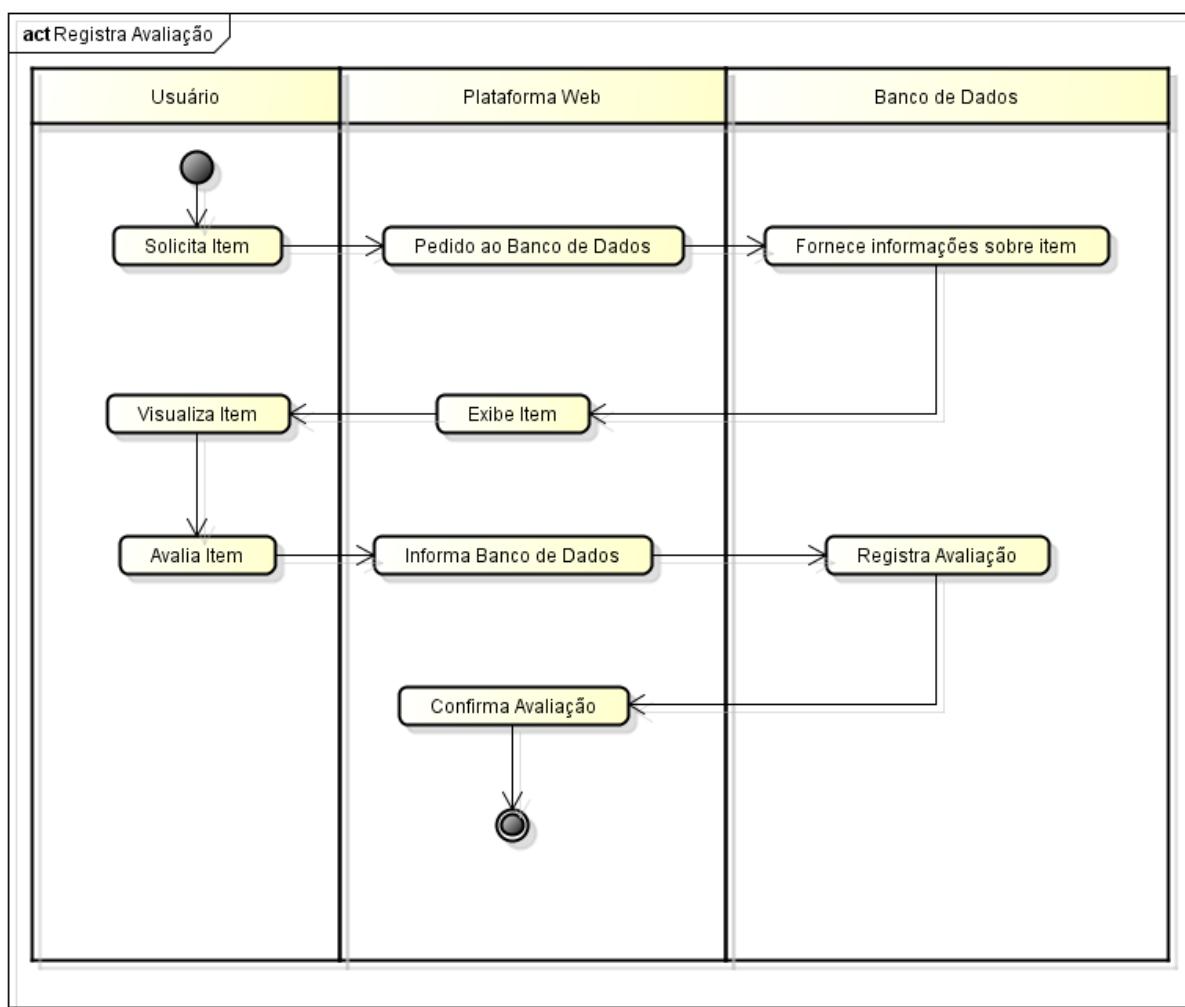


Figura 2 – Diagrama Atividades - Registro de Avaliação

O segundo diagrama (Figura 3), representa o fluxo de informação desde o pedido de uma recomendação pela plataforma web até a finalização da atividade pelo cliente. O primeiro passo é o pedido de uma recomendação, ao banco de dados, pela plataforma web. O banco de dados envia as informações necessárias para o sistema de recomendação que,

de acordo com as regras pré-estabelecidas, as calcula e retorna para o banco de dados. O banco de dados registra estas recomendações e informa a plataforma web, que envia a recomendação ao usuário. O usuário avalia o item recomendado e finaliza o processo.

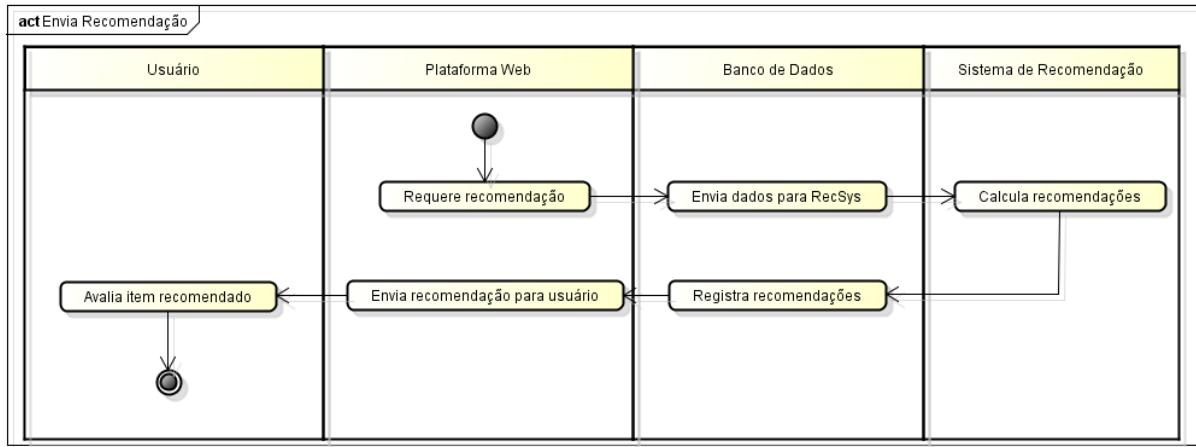


Figura 3 – Diagrama Atividades - Gerar Recomendação

4.3 Avaliação de Desempenho

De modo geral, sistemas de recomendação tem o objetivo de apresentar ao usuário itens pelos quais ele possa se interessar. O desempenho de um sistema de recomendação se mede, portanto, na qualidade com a qual ele executa essa tarefa.

Essa qualidade pode ser medida de diferentes maneiras, tal como pela medida de distância entre os produtos recomendados $\hat{\mathbf{x}}$ e aqueles que seriam efetivamente comprados \mathbf{x} pelo cliente em uma validação cruzada (*cross validation*). Outras medidas de predição também podem ser utilizadas, a exemplo de trabalhos de recuperação de informação, tais como acurácia (*accuracy*), especificidade (*specificity*), precisão (*precision*), abrangência (*recall*), medida F_1 (F_1 -score), e outras (??).

No nosso Trabalho de Conclusão de Curso, serão utilizados precisão, abrangência, e medida F_1 . Essas medidas foram escolhidas a fim de se poder estabelecer uma base comparativa com os textos de referência, que também as utilizam, e com algoritmos que fornecem recomendações do tipo lista *top-N* (??). As medidas estão sumarizadas na Tabela 5. As quantidades VP , FP , VN e FN significam o número de verdadeiro e falso positivos e o número de verdadeiro e falso negativos.

Por fim, avaliaremos o desempenho do sistema mediante a mudança nas variáveis de importância do problema, como por exemplo na quantidade de atributos utilizados na recomendação. O tempo de execução também será avaliado em função do algoritmo utilizado e do tamanho do banco de dados.

Tabela 5 – Avaliação de sistemas de predição

Medida	Fórmula	Significado
Precisão	$\frac{VP}{VP+FP}$	Porcentagem de casos positivos corretamente preditos.
Abrangência	$\frac{VP}{VP+FN}$	Porcentagem de casos positivos sobre aqueles que foram marcados como positivos.
F_1	$2 \cdot \frac{\text{Precisão} \cdot \text{Abrangência}}{\text{Precisão} + \text{Abrangência}}$	Média harmônica entre precisão e abrangência.

5 Detalhamento de Soluções

A fim de facilitar a compreensão dos métodos propostos neste trabalho, serão utilizadas as matrizes de avaliações \mathbf{R} e de atributos \mathbf{A} abaixo, adaptadas da Referência ???. Em todos os exemplos, considera-se valor mínimo $M = 2$. Os logaritmos são expressos em base 10 e todos os pesos w_f , descritos a seguir, são utilizados.

Tabela 6 – Avaliações r_{ui}

	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6
u_1	-	4	-	-	5	-
u_2	-	3	-	4	-	-
u_3	-	-	-	-	-	4
u_4	5	-	3	-	-	-

Tabela 7 – Atributos a_{if}

	f_1	f_2	f_3	f_4
i_1	0	1	0	0
i_2	1	1	0	0
i_3	0	1	1	0
i_4	0	1	0	0
i_5	1	1	1	0
i_6	0	0	0	1

5.1 Algoritmo baseado na ponderação de atributos (FW)

O primeiro algoritmo que utilizaremos no sistema de recomendação, adaptado da Referência ?? e denominado ponderação de atributos, *feature weighting* ou FW, trata-se de um híbrido entre filtragem colaborativa e filtragem baseada em conteúdo. A partir da regressão linear de dados de uma rede social (*Internet Movie Database, IMDB*), extraem-se os pesos que determinam a importância de cada atributo dos itens, e é onde ocorre a filtragem colaborativa dos usuários. Após obtenção dos pesos, realiza-se a filtragem baseada em conteúdo para determinar os itens com maior similaridade, que são finalmente recomendados.

Na filtragem baseada em conteúdo, “cada item é representado por um vetor de atributos ou *features*”. A similaridade s_{ij} entre dois itens i e j é dada pela média ponderada

das distâncias entre as *features* dos itens:

$$s_{ij} = \sum_f w_f (1 - d_{fij}) \quad (5.1)$$

As distâncias entre os atributos d_f são determinadas conforme o tipo de dado avaliado e seu domínio, normalizadas no intervalo $[0, 1]$.

Para atributos literais, como categoria, marca, cor, etc., uma possível medida de distância é o delta de Kronecker descrito em 5.2. A similaridade entre as cores “azul” e “vermelho” é, nesse caso, 0, e sua distância é 1. O valor da distância é nulo se e somente se os atributos são idênticos.

Para atributos pertencentes a uma coleção finita de itens, tais como os atores participantes de um filme, é possível estabelecer a similaridade entre dois conjuntos a partir do índice Jaccard, descrito em 5.3. Neste caso, a similaridade entre os conjuntos $\{\text{Al Pacino, Tom Hanks}\}$ e $\{\text{Tom Hanks, Marlon Brando}\}$ é $1/3$, e a sua distância é $2/3$.

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 1, & \text{se } m = n \\ 0, & \text{se } m \neq n \end{cases} \quad (5.2)$$

$$J(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} \quad (5.3)$$

Vale considerar a correlação entre atributos no cálculo das distâncias: a similaridade de duas marcas de calçado, por exemplo, é maior que a de duas marcas de produtos de categorias diferentes, mesmo que as marcas sejam distintas nos dois casos. Em uma primeira análise, todavia, utilizaremos para a maior parte das *features* as medidas de distância do delta de Kronecker 5.4 (Tabela 8) e do índice Jaccard 5.5. Isso significa que se os atributos de dois itens são idênticos, a distância é nula e portanto a similaridade é máxima. O sumário de algumas medidas de distância que podem ser utilizadas para casos específicos estão na Tabela 9.

$$\begin{aligned} d_{fij} &= 1 - \delta_{ij}^f \\ &= 1 - \delta_{a_{if} a_{jf}} \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} d_{fij} &= 1 - J^f(i, j) \\ &= 1 - J(a_{if}, a_{jf}) \end{aligned} \quad (5.5)$$

Os pesos w_f são a priori desconhecidos. A Referência ?? os determina a partir de uma regressão linear do tipo 5.6, onde e_{ij} é o número de usuários que se interessam

tanto por i quanto por j . Esses valores permitem determinar “o julgamento humano de similaridade entre itens”, e pode ser calculado a partir da matriz de avaliações, conforme a equação 5.7 (Tabela 10). O operador booleano b_M , descrito pela Equação 5.8, nada mais é que uma ferramenta matemática para se poder extrair o número de usuários que avaliaram *positivamente* tanto i quanto j a partir de \mathbf{R} .

$$e_{ij} = w_0 + \sum_f w_f (1 - d_{fij}) \quad (5.6)$$

$$e_{ij} = \sum_u b_M (r_{ui} r_{uj}) \quad (5.7)$$

$$b_M (x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x > M \\ 0, & \text{se } x \leq M \end{cases} \quad (5.8)$$

Desta forma, os pesos w_f são determinados a partir resolução do sistema de equações lineares 5.9 (Tabela 11). Apenas os pesos positivos e com valor absoluto expressivo (maior que um piso arbitrariamente escolhido a posteriori) são utilizados na recomendação.

$$w_0 + \sum_f w_f (1 - d_{fij}) = \sum_u b_0 (r_{ui} r_{uj}), \quad \forall i \neq j \quad (5.9)$$

Calcula-se a matriz de similaridade \mathbf{S} pela Equação 5.1 (Tabela 12) e recomendam-se os itens similares àqueles já comprados, segundo 5.10 (Tabela 13).

$$\hat{i}_u = \arg \max_{i \in \{i \mid r_{ui} > 0\}, j} s_{ij} \quad (5.10)$$

5.2 Algoritmo baseado no perfil de usuários (UP)

O segundo algoritmo, adaptado da Referência ??, é um híbrido entre filtragem colaborativa e filtragem baseada em conteúdo. Os atributos dos itens são ponderados no cálculo de similaridade, com pesos extraídos de um modelo de perfil de usuários, denominado *user profile* ou UP. Esse perfil leva em consideração o interesse dos usuários por *features*, indiretamente calculado a partir de seu interesse pelos itens.

Para se determinar a relevância de f para u , deve-se levar em conta não somente a frequência com a qual uma característica aparece, mas também o fato de algumas características estarem contidas na maioria dos itens. Determina-se, então, os pesos w_{uf} , que mostram a relevância de f para u , a partir da medida estatística TF-IDF (*term frequency-inverse document frequency*), presente em formulações de recuperação de informação e mineração de dados (Equação 5.13).

Tabela 8 – d_{ij}^f

f_1	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	f_2	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6
i_1	-	0	1	1	0	1	i_1	-	1	1	1	1	0
i_2	0	-	0	0	1	0	i_2	1	-	1	1	1	0
i_3	1	0	-	1	0	1	i_3	1	1	-	1	1	0
i_4	1	0	1	-	0	1	i_4	1	1	1	-	1	0
i_5	0	1	0	0	-	0	i_5	1	1	1	1	-	0
i_6	1	0	1	1	0	-	i_6	0	0	0	0	0	-
f_3	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	f_4	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6
i_1	-	1	0	1	0	1	i_1	-	1	1	1	1	0
i_2	1	-	0	1	0	1	i_2	1	-	1	1	1	0
i_3	0	0	-	0	1	0	i_3	1	1	-	1	1	0
i_4	1	1	0	-	0	1	i_4	1	1	1	-	1	0
i_5	0	0	1	0	-	0	i_5	1	1	1	1	-	0
i_6	1	1	0	1	0	-	i_6	0	0	0	0	0	-

Tabela 9 – Medidas de distância entre alguns atributos

Atributo f	Domínio F	Distância d_f
Marca	Literal	$1 - \delta_{ij}^f$
Esporte	Literal	$1 - \delta_{ij}^f$
Gênero	Literal	$1 - \delta_{ij}^f$
Categoria	Conjunto Literal	$1 - J^f(i, j)$
Preço	\mathbb{R}	$\frac{ a_{if} - a_{jf} }{\max_{i,j} a_{if} - a_{jf} }$
Data	\mathbb{R} milissegundos a partir de epoch (??)	$\frac{ a_{if} - a_{jf} }{\max_{i,j} a_{if} - a_{jf} }$

Tabela 10 – e_{ij}

	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6
i_1	-	0	1	0	0	0
i_2	0	-	0	1	1	0
i_3	1	0	-	0	0	0
i_4	0	1	0	-	0	0
i_5	0	1	0	0	-	0
i_6	0	0	0	0	0	-

Tabela 11 – w_f

w_0	w_1	w_2	w_3	w_4
0.41	-0.22	-0.34	-0.03	-

Em nosso caso, TF ou *feature frequency* é a “similaridade intra-usuários”, igual ao número de vezes em que a *feature* f aparece no perfil do usuário u (Equação 5.11, Tabela 14). Se o usuário avaliou *positivamente* algum item r_{ui} , tal que r_{ui} é superior a um valor mínimo M , considera-se que u tem interesse TF_{uf} nos atributos f dos itens i , representados por a_{if} .

$$\text{TF}_{uf} = \sum_i b_M(r_{ui} | a_{if}) \quad (5.11)$$

O termo IDF ou *inverse user frequency* é a “dissimilaridade inter-usuários”, relacionada com o inverso da frequência de um atributo f dentro de todos os usuários (Equação 5.12, Tabela 15).

$$\text{IDF}_f = \log \left(\frac{|\mathcal{U}|}{\sum_u b_0(\text{TF}_{uf})} \right) \quad (5.12)$$

Os pesos w_{uf} , obtidos na TF-IDF 5.13 (Tabela 16), são utilizados para calcular a similaridade s_{uv} entre dois usuários u e v , conforme as Equações 5.14 e 5.15 (Tabela 17).

$$w_{uf} = \text{TF}_{uf} \text{IDF}_f \quad (5.13)$$

$$s_{uv} = \frac{\sum_{f \in \mathcal{F}_{uv}} w_{uf} w_{vf}}{\sqrt{\sum_{f \in \mathcal{F}_{uv}} w_{uf}^2} \sqrt{\sum_{f \in \mathcal{F}_{uv}} w_{vf}^2}} \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{uv} &= \mathcal{F}_u \cap \mathcal{F}_v \\ \mathcal{F}_u &= \{f \in \mathcal{F} \mid t_{uf} > 0\} \end{aligned} \quad (5.15)$$

Dispondo-se de \mathbf{S} , selecionam-se os k vizinhos mais próximos v_k^u com maior similaridade s_{uv} , dentre todos $v \neq u$. Posteriormente, determina-se o conjunto $\mathcal{I}_{v_k^u} = \{i \mid r_{v_k^u i} > M\}$ de itens i avaliados positivamente por v_k^u . Em 5.16 avalia-se a frequência total f_{uf} dos atributos f para os itens de $\mathcal{I}_{v_k^u}$ (Tabela 18).

$$f_{uf} = \sum_{i \in \mathcal{I}_{v_k^u}} b_0(a_{if}) \quad (5.16)$$

Por fim, a partir da Equação 5.17 calcula-se o peso ω_{ui} (Tabela 19) de cada item e gera-se a lista dos *top-N* produtos a serem recomendados para o usuário u , conforme 5.18 (Tabela 20).

$$\omega_{ui} = \sum_f a_{if} f_{uf} \quad (5.17)$$

Tabela 12 – s_{ij}

	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6
i_1	-	0.44	1.00	0.93	0.51	0.17
i_2	0.44	-	0.51	0.44	1	-0.32
i_3	1.00	0.51	-	1.00	0.44	0.24
i_4	0.93	0.44	1.00	-	0.51	0.17
i_5	0.51	1.00	0.44	0.51	-	-0.25
i_6	0.17	-0.33	0.24	0.17	-0.25	-

Tabela 13 – \hat{i}_u (FW)

u_1	u_2	u_3	u_4
3	5	3	4

Tabela 14 – TF_{uf}

	f_1	f_2	f_3	f_4
u_1	2	2	1	0
u_2	1	2	0	0
u_3	0	0	0	1
u_4	0	2	1	0

Tabela 15 – IDF_f

f_1	f_2	f_3	f_4
0.30	0.12	0.30	0.60

Tabela 16 – w_{uf}

	f_1	f_2	f_3	f_4
u_1	0.60	0.25	0.30	0
u_2	0.30	0.25	0	0
u_3	0	0	0	0.60
u_4	0	0.25	0.30	0

Tabela 17 – s_{uv}

	u_1	u_2	u_3	u_4
u_1	-	0.96	0	1
u_2	0.96	-	0	1
u_3	0	0	-	0
u_4	1	1	0	-

$$\hat{i}_u = \arg \max_{i \in \{i \mid r_{ui} = 0\}} \omega_{ui} \quad (5.18)$$

5.3 Algoritmo baseado na correlação usuário-item (UI)

Este método se trata de uma variante da solução UP, e também está embasado no cálculo da preferência do usuário por *features*, medida através do seu interesse pelos itens. O algoritmo UI utiliza as matrizes de correlação ponderada entre usuários e atributos **W** e a matriz de atributos dos itens **A** no cálculo da correlação usuário-item.

A lista dos N produtos a serem recomendados decorre portanto do cálculo de ω_{ui} (Equação 5.19, Tabela 21) e da escolha dos itens que maximizem essa variável para cada usuário (Equação 5.18, Tabela 22).

$$\omega_{ui} = \sum_f w_{uf} a_{if} \quad (5.19)$$

Ao passo que o método *UP* recomenda itens a partir dos k vizinhos mais próximos, o algoritmo *UI* busca os itens com *features* mais similares aos atributos pelos quais u se interessa, diretamente através da matriz de atributos.

Espera-se que esse tipo de recomendação forneça sugestões de qualidade similar ao algoritmo original, pois os dois tem a mesma fundamentação inicial. Pode-se observar que, para o exemplo-base, ambos algoritmos forneceram a mesma recomendação para três de quatro usuários.

Tabela 18 – f_{uf}

	f_1	f_2	f_3	f_4
u_1	0	2	1	0
u_2	1	3	2	0
u_3	1	2	0	0
u_4	2	3	1	0

Tabela 19 – ω_{ui} (UP)

	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6
u_1	2	0	3	0	0	0
u_2	3	0	5	0	6	0
u_3	0	3	0	2	0	0
u_4	0	5	0	3	6	0

Tabela 20 – \hat{i}_u (UP)

u_1	u_2	u_3	u_4
3	5	2	5

Tabela 21 – ω_{ui} (UI)

	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6
u_1	0.25	0.85	0.55	0.25	1.15	0
u_2	0.25	0.55	0.25	0.25	0.55	0
u_3	0	0	0	0	0	0.60
u_4	0.25	0.25	0.55	0.25	0.55	0

Tabela 22 – \hat{i}_u (UI)

u_1	u_2	u_3	u_4
3	5	-	5

6 Desenvolvimento da biblioteca

6.1 Recursos acadêmicos

A principal contribuição da Escola Politécnica para o projeto veio das disciplinas de programação para automação (PMR2300 – Computação para Automação e PMR2440 – Programação para Automação) e de banco de dados (PMR2490 – Sistemas de Informação). Além disso, a disciplina optativa PMR2728 – Teoria de Probabilidades em Inteligência Artificial e Robótica abordou a temática do aprendizado de máquina e dos sistemas de recomendação.

Além das disciplinas do curso de Engenharia Mecatrônica, diversos recursos extra-curriculares foram de fundamental importância para o sucesso deste trabalho. Foram aplicados aprendizados práticos de quatro cursos da plataforma online Coursera (<<https://www.coursera.org/>>), sejam relacionados a teoria dos sistemas de recomendação, sejam relacionados a configuração de servidores na Amazon Web Services.

O curso “Redes: Amigos, Dinheiro e Bytes” (Networks: Friends, Money, and Bytes – <<https://www.coursera.org/course/friendsmoneybytes>>), teve papel importante na introdução a temas ligados à rede mundial de computadores. Mais especificadamente, a aula 4 aborda, de maneira simples mas repleta de exemplos, a temática de sugestão de itens através da pergunta “Como o Netflix recomenda filmes?”. Essa aula ajudou-nos a compreender a teoria por trás do algoritmo de recomendação do Netflix detalhado na Referência ??.

Outro curso que influenciou diretamente o nosso Trabalho de Conclusão de Curso foi “Computação para Análise de Dados” (Computing for Data Analysis – <<https://www.coursera.org/course/compdata>>). As quatro semanas de aula ensinaram a leitura de dados formatados em R, o tratamento de dados, o uso de modelos estatísticos, como por exemplo métodos de regressão linear e polinomial, a aplicação de cálculos vetorizados e a construção de gráficos e tabelas.

Aliado a essas aulas, aprendemos também o paradigma funcional, amplamente utilizado em R, durante as sete semanas de “Princípios de Programação Funcional em Scala” (Functional Programming Principles in Scala – <<https://www.coursera.org/course/progfun>>). Todo o pacote foi construído em torno desse padrão de programação, visto que usuários de bibliotecas desejam utilizar métodos e funções genéricas para construção de resultados específicos.

Por fim, o curso de doze semanas de duração “Engenharia de Startup” (Startup Engineering – <<https://www.coursera.org/course/startup>>) nos ensinou a trabalhar com

diversas ferramentas de software necessárias para a realização dos testes de desempenho dos algoritmos. Utilizamos máquinas virtuais, linha de comando Unix, versionamento de código em `git` e editores de texto sem interface gráfica (tais como vi e Emacs). Além disso, o `setup` de máquinas virtuais na Amazon Web Services também era abordada no curso, facilitando a configuração do ambiente de testes e a automatização desse processo.

6.2 Ferramentas utilizadas

A programação da biblioteca computacional se deu por meio do ambiente de desenvolvimento integrado RStudio versão 0.98.953 (<http://www.rstudio.com/>). Esse IDE inclui console, editor de texto e corretor de sintaxe que suporta a execução direta de código, bem como ferramentas para visualização de gráficos, depuração de erros e gerenciamento de espaço de trabalho. Além disso, o RStudio está disponível via licença de código aberto AGPLv3 (Afferro General Public License version 3) para os principais sistemas operacionais (Windows, Mac e Linux).

6.3 Métodos computacionais

6.3.1 Estrutura da biblioteca

A biblioteca está estruturada em quatro seções principais: `db`, onde está o banco de dados MovieLens 100k, `methods`, onde estão os algoritmos de recomendação, `results`, onde estão os métodos de avaliação de qualidade e `setup`, onde estão codificadas funções diversas, tais como leitura de banco de dados e cálculo de medidas de distância.

Código 6.1 – Estrutura da biblioteca

```
recsys/
|-- db
|   '-- ml-100k
|       |-- u.data
|       |-- u.item
|       |-- u.user
|       |-- ...
|-- methods
|   |-- common
|       '-- up_ui_w.R
|   |-- fw.R
|   |-- ui.R
|   '-- up.R
|-- results
```

```

|   |-- benchmark.R
|   |-- performance.R
|   '-- run_tests.R
'-- setup
    |-- functions.R
    '-- setup.R

```

As principais funções da biblioteca estão descritas na documentação do Apêndice A, e o código pode ser obtido através do endereço <<https://github.com/aviggiano/tcc/tree/master/recsys>>.

6.3.2 Algoritmo baseado na ponderação de atributos (FW)

O algoritmo de ponderação de atributos possui cinco etapas:

6.3.2.1 Determinação de e_{ij}

Em forma matricial, a Equação 5.7 pode ser descrita da forma 6.1.

$$\mathbf{E} = \mathbf{b}_M \left(\mathbf{R}^T \right) \mathbf{b}_M \left(\mathbf{R} \right) \quad (6.1)$$

Em R, isso se traduz por uma simples instrução:

Código 6.2 – Determinação de e_{ij}

```
e = b(t(r), M) %*% b(r, M)
```

6.3.2.2 Determinação de d_{ij}^f

Para o cálculo genérico de FW, a medida de distância padrão utilizada é a distância L_1 entre as duas *features* (Equação 6.2, Código 6.3). Para o cálculo específico do banco de dados 100k-IMDB, as medidas de distância são determinadas segundo a Equação 6.3 e o Código 6.4. Para $f = 2, \dots, 20$, os atributos são gêneros de filmes. Para todos os outros, são parâmetros numéricos normalizados no intervalo $[0, 1]$.

$$d_{ij}^f = |a_{if} - a_{jf}| \quad (6.2)$$

Código 6.3 – Determinação de d_{ij}^f genérico

```
d[i,j,] = abs(a[i,]-a[j,])
```

$$\begin{aligned} d_{ij}^f &= |a_{if} - a_{jf}|, \quad f \in \{1, 21, 23, 24, 25\} \\ d_{ij}^f &= J(a_{if}, a_{jf}), \quad f = 2, \dots, 20 \end{aligned} \quad (6.3)$$

Código 6.4 – Determinação de d_{ij}^f específico

```
d[i,j,1] = abs(a[i,21]-a[j,21])
d[i,j,2] = abs(a[i,22]-a[j,22])
d[i,j,3] = abs(a[i,23]-a[j,23])
d[i,j,4] = abs(a[i,24]-a[j,24])
d[i,j,5] = abs(a[i,25]-a[j,25])
d[i,j,6] = abs(a[i,1]-a[j,1])
d[i,j,7] = 1-jaccard(a[i,2:20],a[j,2:20])
```

6.3.2.3 Determinação de w_f

O vetor \mathbf{w} é obtido através da regressão linear de Equação 5.9. Na linguagem R, basta aplicar o método `lm`, conforme o Código 6.5.

Código 6.5 – Determinação de w_f

```
# linear fit e ~ w0 + w (1-d)
D = 1-d
lm.W = lm(e ~ D, x=FALSE, y=FALSE, model=FALSE, qr=FALSE)
W = as.vector(lm.W$coefficients)
```

6.3.2.4 Determinação de s_{ij}

Para o cálculo da matriz de similaridade, escolhemos os pesos $w_f > 0$ e aplicamos a Equação 5.1, para todo $f > 0$.

Código 6.6 – Determinação de s_{ij}

```
if(W[f] > 0) s = s + W[f] * (1-d[,f-1])
```

6.3.2.5 Determinação de \hat{i}_u

Os itens a serem recomendados são aqueles para os quais s_{ij} tem valor máximo e que ainda não tenham sido comprados pelo usuário. Em alguns casos específicos, é desejado que o cliente possa receber recomendações do mesmo produto, e deve-se indicar através do argumento `repick` o valor TRUE.

Código 6.7 – Determinação de \hat{i}_u

```
not.yet.chosen = if(repick) I.length else union(which(is.na(r[,])),  
      which(r[,]==0))  
iu = intersect(not.yet.chosen, index.top.N(s[i,], N))
```

6.3.3 Algoritmo baseado no perfil de usuários (UP)

O algoritmo baseado no perfil de usuários atributos possui quatro etapas principais:

6.3.3.1 Determinação de w_{uf}

O cálculo de w_{uf} é dado pela TF-IDF de Equação 5.13. Pode-se obter TF_{uf} a partir do Código 6.8, e IDF_f a partir do Código 6.9. Finalmente, a multiplicação desses dois elementos resulta na correlação usuário-atributo (Código 6.10).

Código 6.8 – Determinação de TF_{uf}

```
TF[u,f] = sum(  
  b(r[u,] * a[,f], M),  
  na.rm = TRUE)
```

Código 6.9 – Determinação de IDF_f

```
IDFbar = sapply(1:length(TF[,]), function(f) sum(b0(TF[,f])))  
IDF = log(length(U)/IDFbar, 10)
```

Código 6.10 – Determinação de w_{uf}

```
w[u,] = TF[u,]*IDF
```

6.3.3.2 Determinação de s_{uv}

Para obter a matriz de similaridade intra-usuários, basta aplicar a Equação 5.14.

Código 6.11 – Determinação de s_{uv}

```
Fu = which(TF[u,>0)  
Fv = which(TF[v,>0)  
Fuv = intersect(Fu, Fv)  
  
s[u,v] = if(length(Fuv) == 0)  
         0  
         else  
           sum((w[u,]*w[v,])[Fuv], na.rm=TRUE) /
```

```
( sqrt(sum((w[u,]*w[u,])[Fuv], na.rm=TRUE)) *
  sqrt(sum((w[v,]*w[v,])[Fuv], na.rm=TRUE)) )
```

6.3.3.3 Determinação de ω_{ui}

O cálculo da correlação usuário-item se dá pelo método dos vizinhos mais próximos. Selecionam-se aqueles usuários v_u^k com maior similaridade s_{uv} com relação a u e aplicam-se as Equações 5.16 e 5.17.

Código 6.12 – Determinação de ω_{ui}

```
vuk = index.top.N.not.self(s[u,], u, k, Utest)
Ivuk = unique(unlist(lapply(vuk, function(v) which(r[v,>M)))))

fuf[u,f] = sum(
  b0(a[,f])[Ivuk],
  na.rm = TRUE)

omega = fuf %*% t(a)
```

6.3.3.4 Determinação de \hat{i}_u

Os itens a serem recomendados são aqueles para os quais ω_{ui} tem valor máximo e que ainda não tenham sido comprados pelo usuário. Assim como no método FW, caso o cliente possa receber recomendações do mesmo produto, deve-se indicar o argumento `repick` como TRUE.

Código 6.13 – Determinação de \hat{i}_u

```
repeated = if(repick) NULL else which(r[u,] > 0)
iu = index.top.N(omega[u,], N, repeated)
```

6.3.4 Algoritmo baseado na correlação usuário-item (UI)

Para o algoritmo baseado na correlação usuário-item, a etapa 6.3.3.1 é idêntica à do método UP. Para o algoritmo UI, o cálculo de ω_{ui} se dá pela Equação matricial 6.4, de Código 6.14.

$$\Omega = \mathbf{W}\mathbf{A}^T \quad (6.4)$$

Código 6.14 – Determinação de ω_{ui}

```
omega = w %*% t(a)
```

6.4 Ambiente de testes

Inicialmente, realizamos os testes de qualidade nos nossos próprios computadores pessoais. Todavia, a execução de testes sucessivos exigia muita capacidade computacional, principalmente quanto a memória virtual.

A alocação de objetos e matrizes na memória RAM é muito custosa, principalmente na etapa de determinação de medidas de distância d_{ij}^f para o algoritmo FW (Equação 5.1). Uma matriz de dimensão $|\mathcal{I}| \times |\mathcal{I}| \times |\mathcal{F}|$ possui $1682 \times 1682 \times 25$ elementos (cerca de 71 milhões), e ocupa aproximadamente 500 MB de memória. No total, 4 GB de memória RAM são utilizadas durante todos os testes, fazendo-se necessário o uso máquinas dedicadas.

Por essa razão, realizamos todas as etapas de recomendação e avaliação de qualidade em máquinas *memory-optimized* nos servidores da Amazon Web Services ([<http://aws.amazon.com/>](http://aws.amazon.com/)). Visto que o serviço é cobrado por hora-máquina, desenvolvemos um *script* de inicialização para instalar todos os pacotes de programação e execução imediata dos testes, permitindo assim reduzir os custos da análise.

As etapas de configuração do ambiente de testes envolvem o cadastro na Amazon Web Services, a criação de uma máquina virtual, a instalação das ferramentas de programação e o descarregamento do código de testes.

Após o cadastro na AWS, deve-se seguir os seguintes passos para a criação de uma máquina virtual:

1. Login na plataforma;
2. Acesso ao serviço de máquinas virtuais Elastic Compute Cloud ou EC2;
3. Escolha da configuração do software da máquina. É possível escolher entre diversos sistemas operacionais, versões e distribuições. No nosso caso, escolhemos a configuração *Amazon Linux AMI 2014.09.1 (HVM)*, em virtude da facilidade de se instalar pacotes adicionais;
4. Escolha do tipo de máquina. No nosso caso, escolhemos uma máquina otimizada para memória RAM;
5. Criação da chave privada a ser utilizada para conexão com a máquina;
6. Inicialização da máquina e do DNS público.

Uma vez criada a máquina, deve-se utilizar a chave privada para realizar um *secure shell* e conectar-se remotamente ao EC2. A partir de um computador pessoal dotado de um interpretador de comandos **bash**, utilizamos a seguinte instrução:

Em seguida, para a automatização do ambiente de testes e rápida configuração de novas máquinas, criamos um arquivo **script.sh** na linguagem de programação **bash**. Esse *script* instala os pacotes **R** e **git** e cria a chave pública necessária para acessar o servidor onde o código da biblioteca está hospedado. Em virtude de sua popularidade, utilizamos o serviço de hospedagem de códigos abertos GitHub (<<https://github.com/aviggiano/tcc>>).

Código 6.15 – *Script* de configuração do ambiente de testes

```
#!/usr/bin/env bash
sudo su          # login como administrador. necessário para instalar
                  pacotes no sistema operacional
yes | yum install R  # instala o pacote R no linux
yes | yum install git # instala o git para descarregar os metodos de
                      recomendacao
ssh-keygen -t rsa    # gera a chave para conectar-se ao GitHub
cat ~/.ssh/id_rsa.pub # imprime a chave publica, que deve ser adicionada nas
                      configuracoes do GitHub
```

A saída do *script* é uma chave pública.

Uma vez tendo habilitado a máquina virtual da AWS para manipulação do repositório da biblioteca, pode-se descarregar o código e executar o *script* de testes de qualidade:

Código 6.16 – Script de execução dos testes de qualidade

```
#!/usr/bin/env bash
git clone git@github.com:aviggiano/tcc # clona o repositorio
cd tcc && Rscript recsys/results/run_tests.R  # executa o script de testes
```

7 Resultados

Os resultados deste trabalho são a análise de desempenho dos algoritmos propostos, em termos de precisão, abrangência e tempo computacional, mediante a mudanças em suas variáveis de importância (Tabela 23).

Tabela 23 – Parâmetros de influência no desempenho dos algoritmos de recomendação

Variável	Descrição	Valor padrão
N	Tamanho da lista de recomendação	20
T	Percentual da base de aprendizado na validação cruzada	75%
H	Percentual de avaliações “escondidas” dos usuários-teste na validação cruzada	75%
M	Valor mínimo para avaliações positivas	2
k	Número de vizinhos mais próximos	10
\mathcal{F}	Conjunto de atributos dos itens	Todos atributos
d^f	Medida de distância entre atributos	Distância $L_1 \ \cdot\ ^f$
W	Quantidade de pesos dos atributos	Todo $w_f > 0$

7.1 Tamanho da lista de recomendações N

Assim como mostra a literatura, a medida que o tamanho da lista de recomendações aumenta, a precisão cai e a abrangência cresce (Figuras 4 e 5). A primeira decresce com N porque a quantidade de itens sugeridos se torna excessivamente maior que a quantidade de itens positivamente avaliados pelos usuários-teste. A segunda, por sua vez, cresce com N porque a probabilidade de sugerirmos itens relevantes para o usuário aumenta quando sugerimos mais itens. Para $N = |\mathcal{I}|$, a abrangência atinge 100%, pois todos os itens teriam sido recomendados.

O método UP supera os dois outros algoritmos para todos os valores de N , tanto em precisão quanto em abrangência, como se observa pelo gráfico das medidas F_1 .

Contrariamente ao esperado, a qualidade de recomendação do algoritmo UI é sensivelmente inferior à do algoritmo UP. Isso se deve ao fato de a correlação usuário-item daquele método colocar ênfase no valor do atributo a_{if} , mesmo que esses atributos não sejam diretamente proporcionais à preferência do usuário. Esse cálculo é incoerente, por exemplo, para atributos $f = \text{data}$: mesmo que o usuário tenha um elevado interesse w_{uf} por filmes antigos, o valor de a_{if} não leva em conta se sua preferência é por filmes da década de 1970 ou 1990. Nesse caso, o algoritmo indicaria incorretamente que filmes mais recentes são mais adequados para aquele usuário, porque possuem maior a_{if} .

A fim de corrigir essa falha no algoritmo UI, seria necessário, por exemplo, aplicar nos atributos a_{if} uma função g_f que crescesse no mesmo sentido do interesse do usuário por aquela *feature*. Dessa forma, o cálculo $\sum_f w_{uf} g_f(a_{if})$ significaria de fato a similaridade entre o usuário u e o item i medida através de seu interesse $g(a_{if})$ pelas *features* f .

Apesar de alta qualidade das recomendações do método UP, este possui também a maior complexidade computacional. Seu tempo de execução é 2 vezes maior que o do método FW e 4 vezes maior que o do método UI. Todavia, nenhum desses tempos de execução é crítico, tendo em vista que o sistema não seria colocado diretamente à disposição dos clientes, mas que as recomendações seriam enviadas via email, por exemplo.

7.2 Percentual da base de aprendizado T

A medida que o percentual da base de aprendizados aumenta, a precisão de todos os métodos cresce ligeiramente. Isso é consequência do caráter colaborativo dos algoritmos, já que a qualidade da recomendação depende da quantidade total de dados. Entretanto, pode-se observar que a abrangência e a medida F_1 são praticamente constantes para valores crescentes de T de modo que esse parâmetro não tem grande relevância para o sucesso do sistema de recomendação.

O parâmetro T não exerce nenhuma influência sobre o tempo de execução dos métodos UP e UI, mas apenas sobre o método FW. Isso ocorre porque a etapa de maior custo computacional (Equação 5.9) é linearmente dependente da quantidade de usuários $|\mathcal{U}|$. Quanto menos usuários-teste, mais veloz é o algoritmo.

7.3 Percentual de avaliações “escondidas” dos usuários-teste na validação cruzada H

Quanto maior o número de avaliações “escondidas”, mais fácil é acertar os itens dos usuários-teste, pois a lista de recomendação é pequena em relação ao total de itens positivamente avaliados pelo usuário. Por esse motivo, a precisão cresce com H para todos os métodos.

Para o algoritmo FW, a precisão atinge seu máximo em $H = 75\%$ e depois decresce ligeiramente (Figura 12). Isso ocorre porque o cálculo dos pesos w_f depende da quantidade de avaliações r_{ui} . Existe, pois, um compromisso (*tradeoff*) entre facilidade de se acertar itens avaliados quando há muitas avaliações escondidas e a dificuldade de se estimar w_f quando não há muitos dados de avaliações.

Ao passo que a precisão dos métodos aumenta com H , a abrangência diminui. Visto que a quantidade de itens da lista *top-N* é fixa, quanto maior o número de itens

“escondidos”, mais difícil é de se retornar todos os itens relevantes.

O resultado de uma precisão crescente em função de H e uma abrangência decrescente é que a medida F_1 possui um ponto de máximo. Para todos os métodos, o valor máximo é tal que $H = 50\%$ (Figura 14).

Quanto ao tempo de execução, a influência é a mesma do parâmetro T : para o método FW, a etapa de maior custo computacional (Equação 5.9) é linearmente dependente da quantidade de itens $|\mathcal{I}|$. Quanto menos avaliações de itens dos usuários-teste, mais veloz é o algoritmo.

7.4 Valor mínimo para avaliações positivas M

Contrariamente ao que esperávamos, tornar o algoritmo mais “seletivo” não melhora sua precisão. Apesar de o valor mínimo M estar intimamente ligado com a noção de “avaliação positiva” e de entrar no cálculo de parâmetros importantes dos métodos (Equações 5.7 e 5.11), esse parâmetro pouco influencia a precisão para $0 \leq M \leq 2$.

Esse resultado pode ser explicado porque a maioria das avaliações são positivas (Figura 17), e portanto b_M tem quase o mesmo efeito de b_0 . Isso não ocorre somente pelo fato de os clientes comprarem itens similares a seus gostos, e portanto de raramente se decepcionarem, mas também pelo fato de os usuários terem menos disposição para dar avaliações negativas. Esse fenômeno se chama *hidden feedback*, e se caracteriza pelo fato de que os itens avaliados não são escolhidos ao acaso, mas sim por despertarem aspectos de interesse das preferências do usuário, indo além dos valores numéricos das avaliações (??).

Ao se analisar a abrangência dos métodos, a seletividade influencia na recomendação. Quanto maior M , menor é a quantidade de itens muito bem avaliados. Estes possuem elevada ponderação/correlação e são facilmente escolhidos pelos algoritmos. Por esse motivo, o desempenho do sistema é melhor.

A complexidade computacional dos algoritmos também depende de M , já que mais ou menos parâmetros são analisados no cálculo da TF-IDF (métodos UI e UP) e dos pesos dos atributos (método FW).

Um detalhe a se observar é que a precisão é nula e a abrangência é inexistente para $M = 5$, já que todas as avaliações r_{ui} pertencem ao conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Para o algoritmo UI, tanto a precisão quanto a abrangência são nulas para $M = 4$.

7.5 Número de vizinhos mais próximos k

O único método que recomenda itens com base nos vizinhos mais próximos é o UP. Percebe-se que com o aumento de k , a precisão e a abrangência caem, pois a vizinhança se

torna excessivamente grande e repleta de usuários sem muita similaridade com o usuário-teste. Pode-se observar que o valor máximo de precisão e abrangência ocorre para $k = 20$ (Figura 23).

7.6 Conjunto de atributos dos itens \mathcal{F}

Para o banco de dados 100k-IMDB, o conjunto de atributos dos itens é $\mathcal{F} = \{\text{data de lançamento, gênero, ano, duração, orçamento, avaliação, votos}\}$. A fim de se avaliar a performance dos algoritmos mediante a remoção em determinados atributos, decidimos excluir do conjunto as *features* {data de lançamento, ano}, pois julgamos que elas não eram tratadas corretamente pelos métodos UI e UP.

O resultado desse experimento se observa por exemplo na Figura 24, em que a precisão de todos os métodos melhora substancialmente. Da mesma forma, a abrangência também aumenta para todos os métodos, como se vê na Figura 25.

A conclusão desse experimento é que aumentar a quantidade de atributos dos itens não aumenta necessariamente a qualidade do algoritmo de recomendação. De fato, o algoritmo deve estar preparado para “aprender” quais são as *features* relevantes para cada usuário e eventualmente descartar automaticamente os atributos desnecessários.

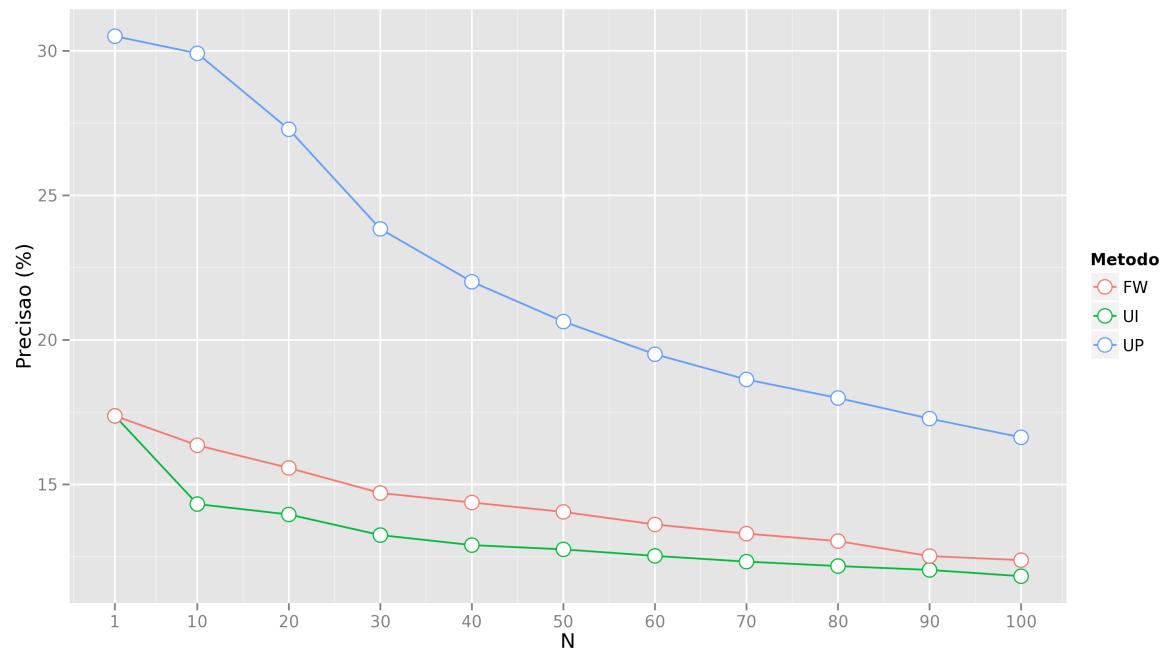
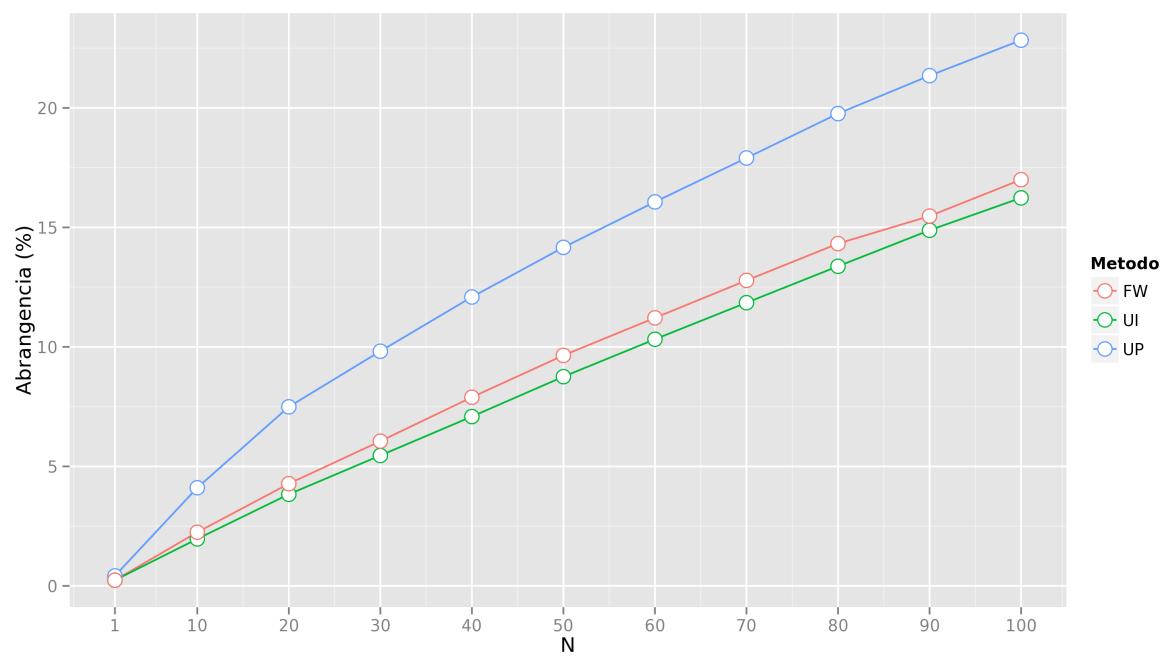
7.7 Medida de distância entre atributos d^f

Contrariamente ao esperado, o emprego de medidas de distância específicas para o método FW não melhorou a qualidade da recomendação. O uso do índice de Jaccard para os atributos do tipo gênero, em vez da distância absoluta, decresceu a precisão e abrangência do método. Nota-se a importância da determinação de uma medida de distância correta, pois a influência no desempenho do método é drástico.

7.8 Pesos dos atributos w_f

A fim de avaliar a influência da quantidade de pesos utilizados na recomendação do método FW, realizamos os testes selecionando apenas os W maiores elementos $w_f > 0$.

Observa-se que a qualidade da recomendação, tanto em termos de precisão, abrangência e tempo de execução, são aproximadamente independentes da quantidade de pesos W . Para $W > 12$, as medidas de desempenho se tornam constantes.

Figura 4 – Precisão em função do tamanho da lista de recomendações N Figura 5 – Abrangência em função do tamanho da lista de recomendações N

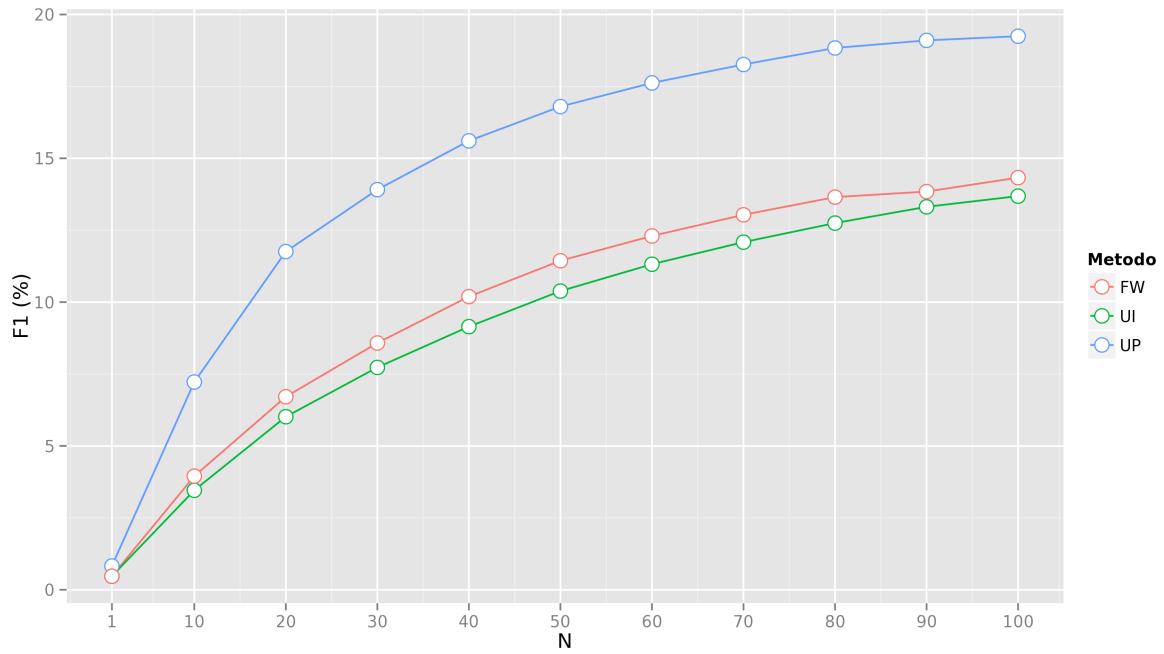


Figura 6 – Medida F_1 em função do tamanho da lista de recomendações N

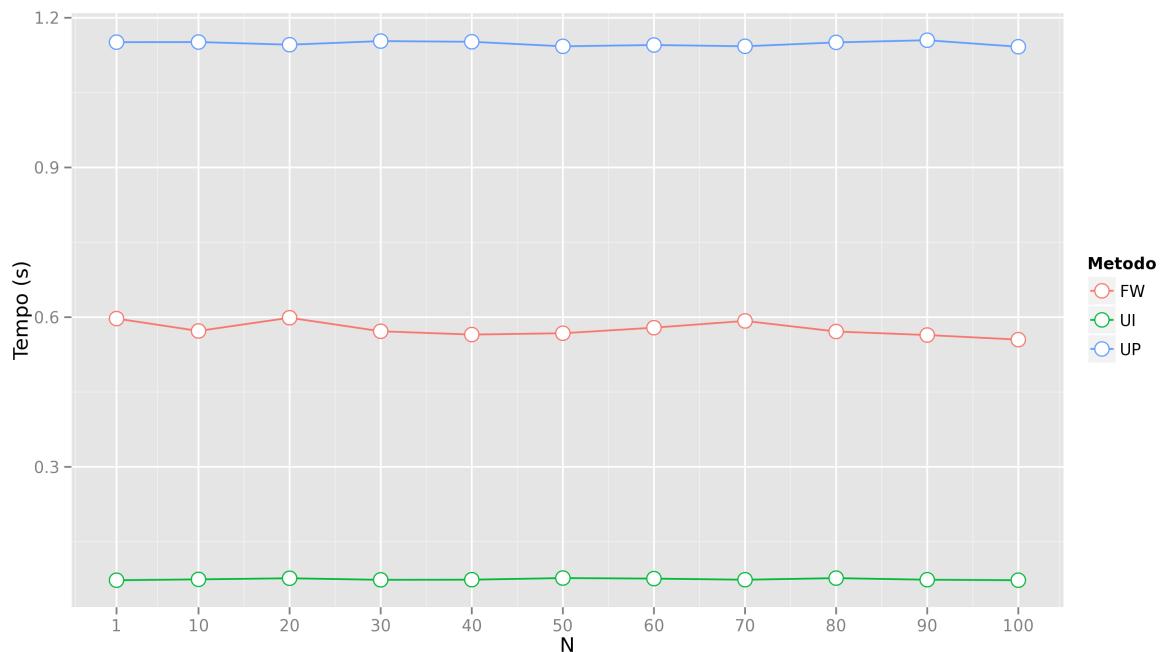
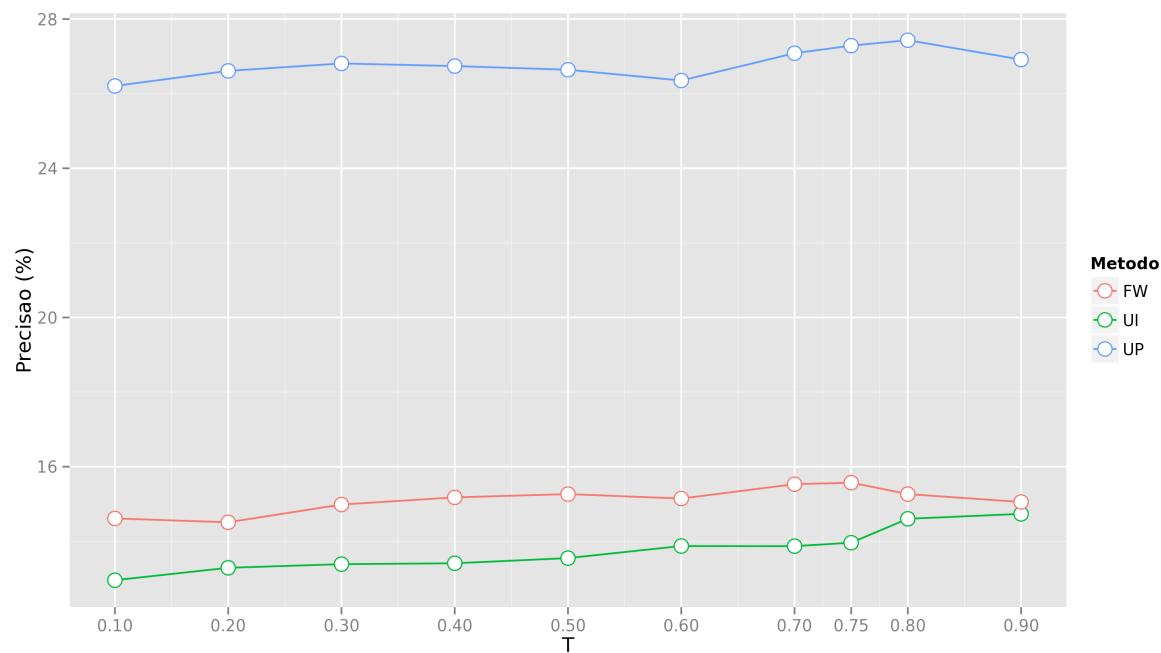
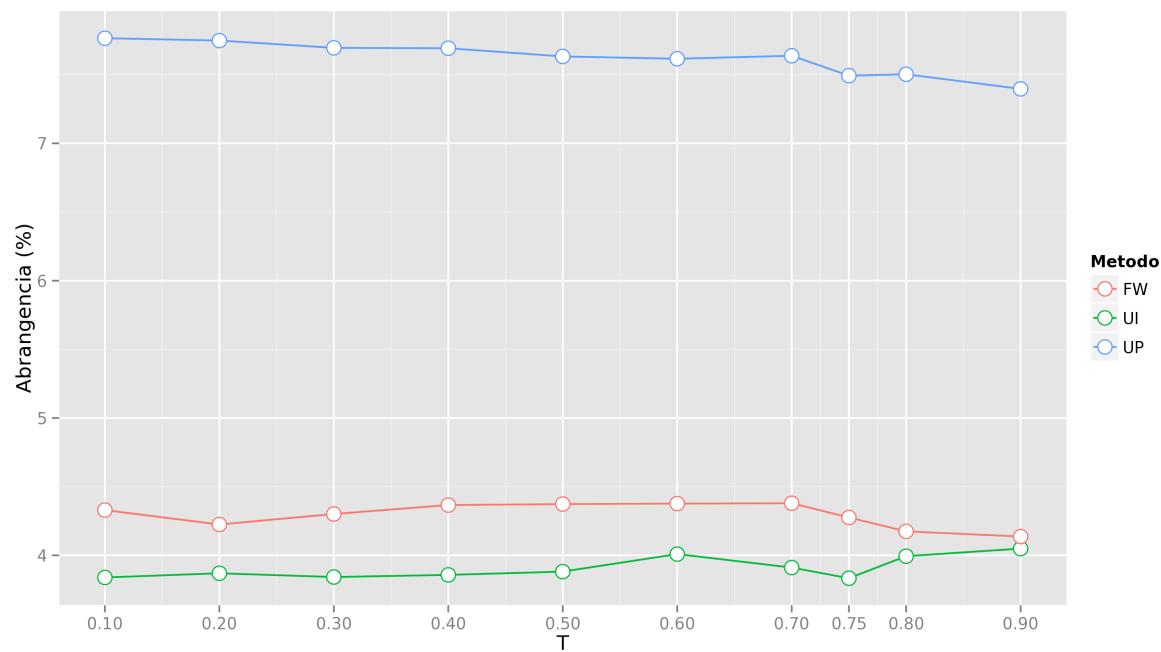


Figura 7 – Tempo de execução em função do tamanho da lista de recomendações N

Figura 8 – Precisão em função do percentual da base de aprendizado T Figura 9 – Abrangência em função do percentual da base de aprendizado T

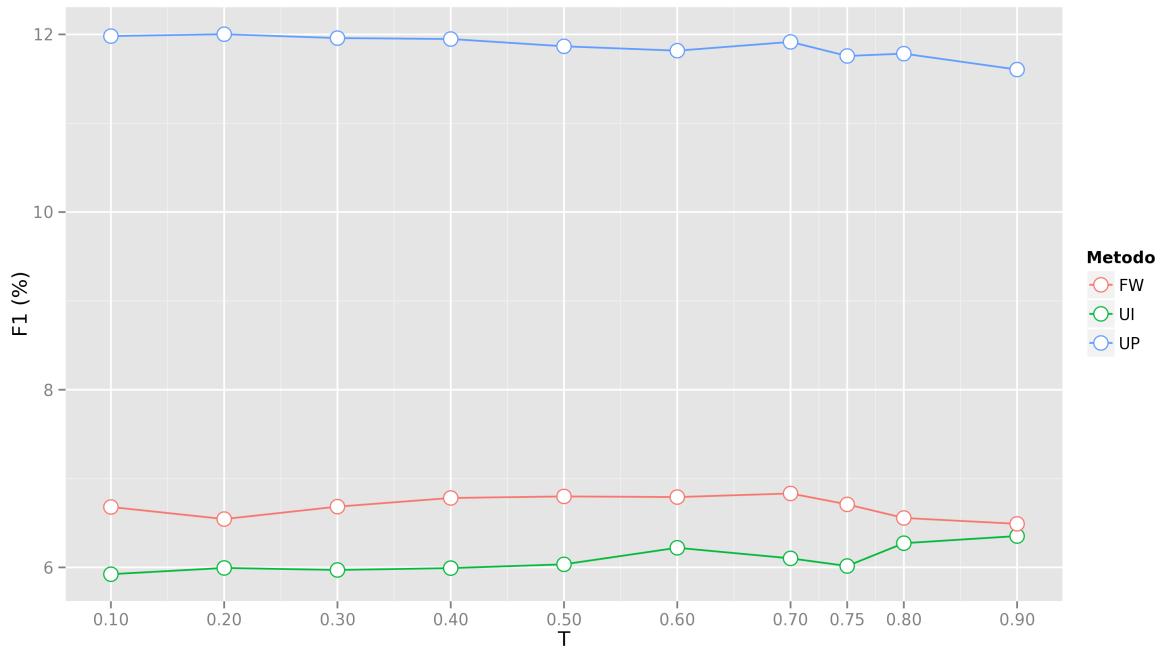


Figura 10 – Medida F_1 em função do percentual da base de aprendizado T

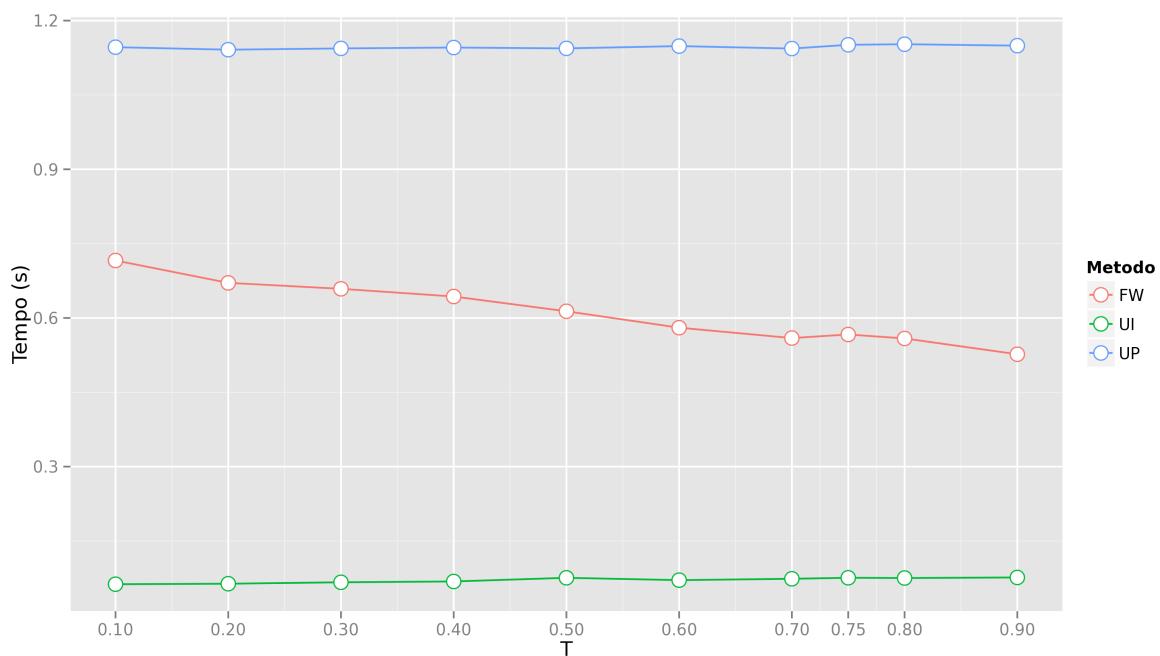
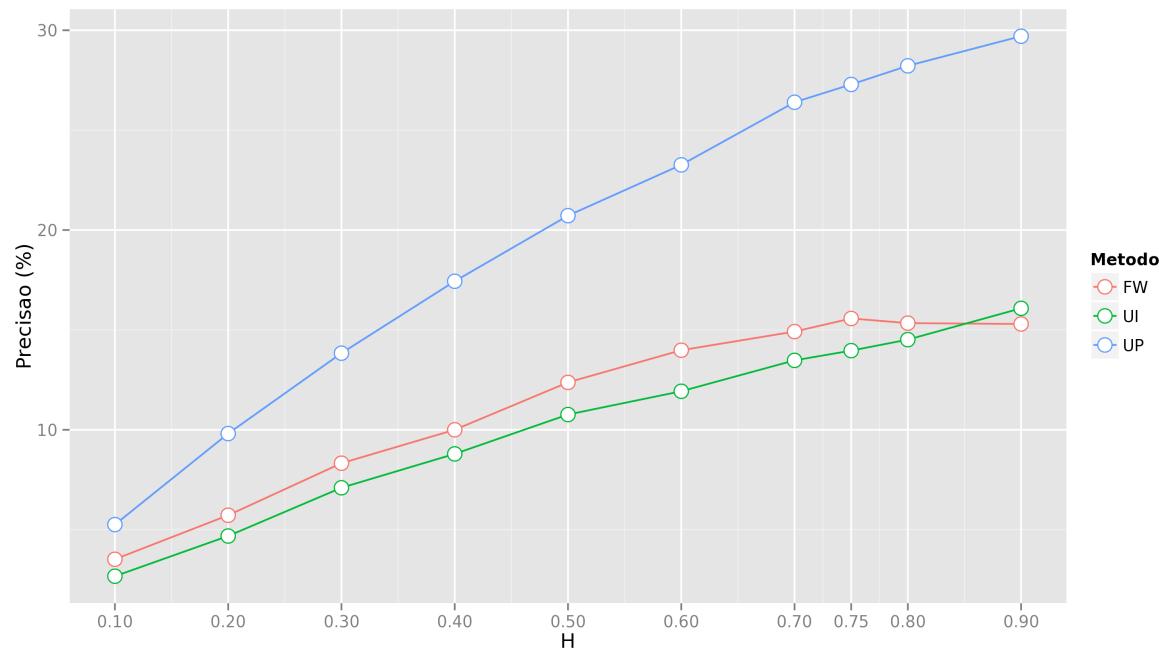
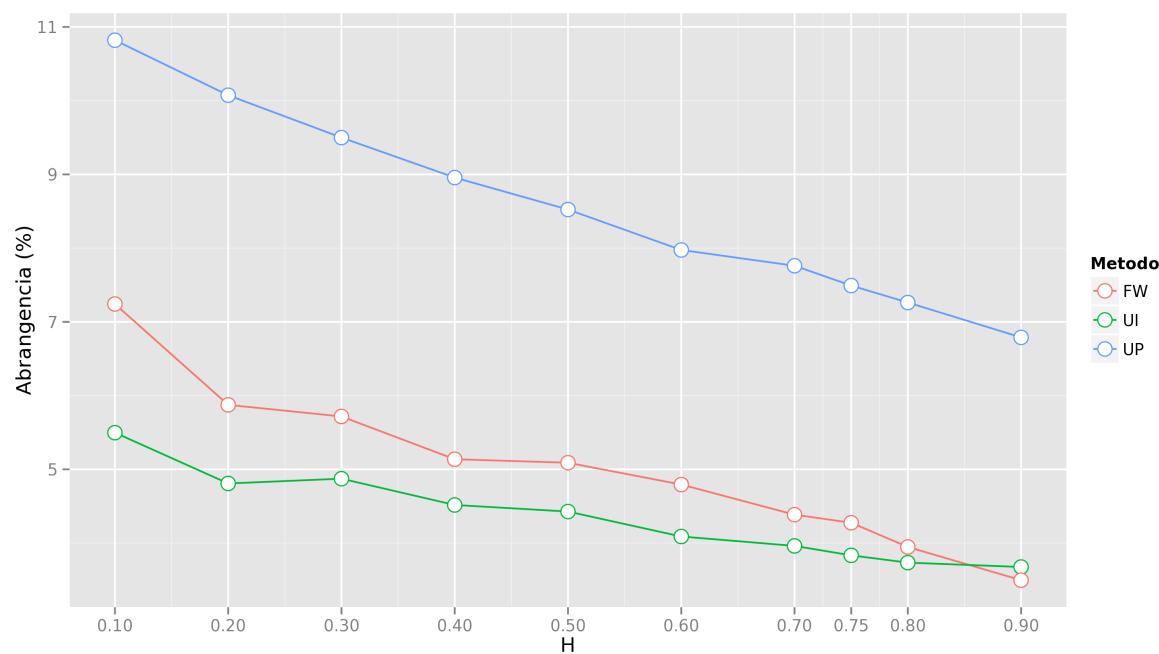


Figura 11 – Tempo de execução em função do percentual da base de aprendizado T

Figura 12 – Precisão em função do percentual de avaliações “escondidas” H Figura 13 – Abrangência em função do percentual de avaliações “escondidas” H

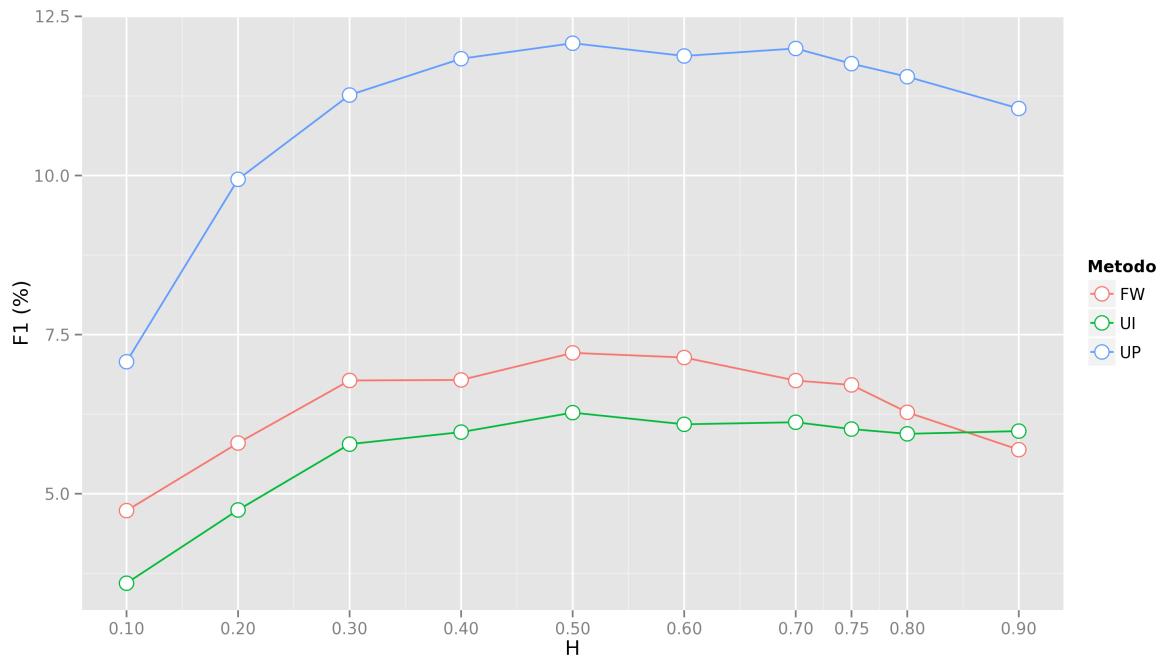


Figura 14 – Medida F_1 em função do percentual de avaliações “escondidas” H

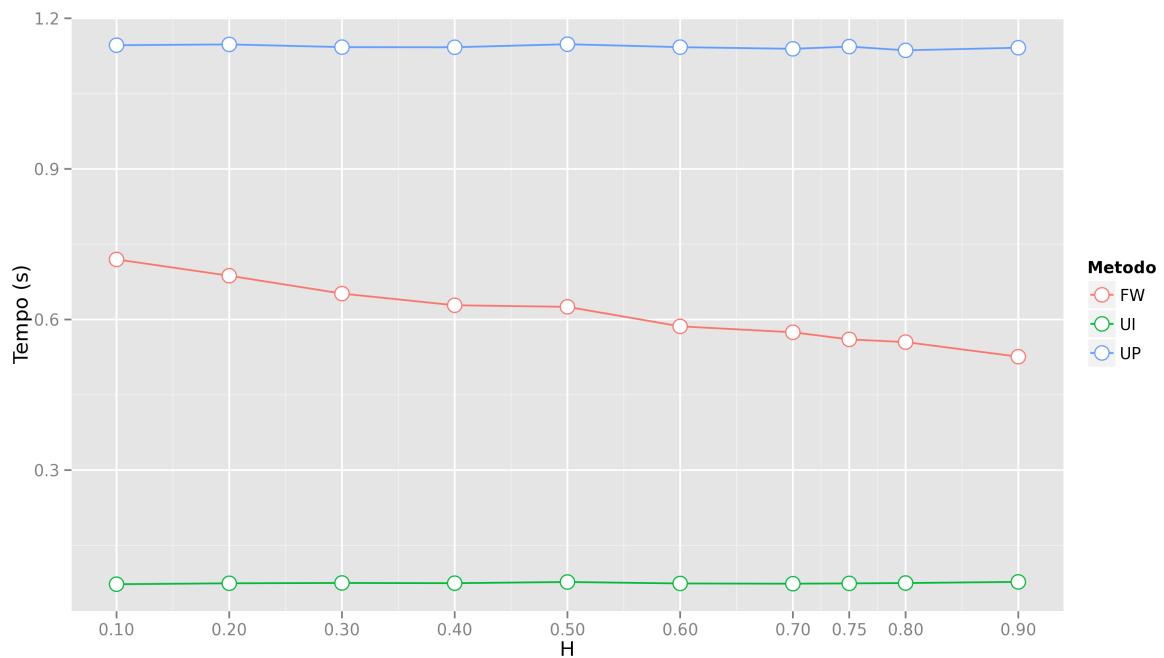
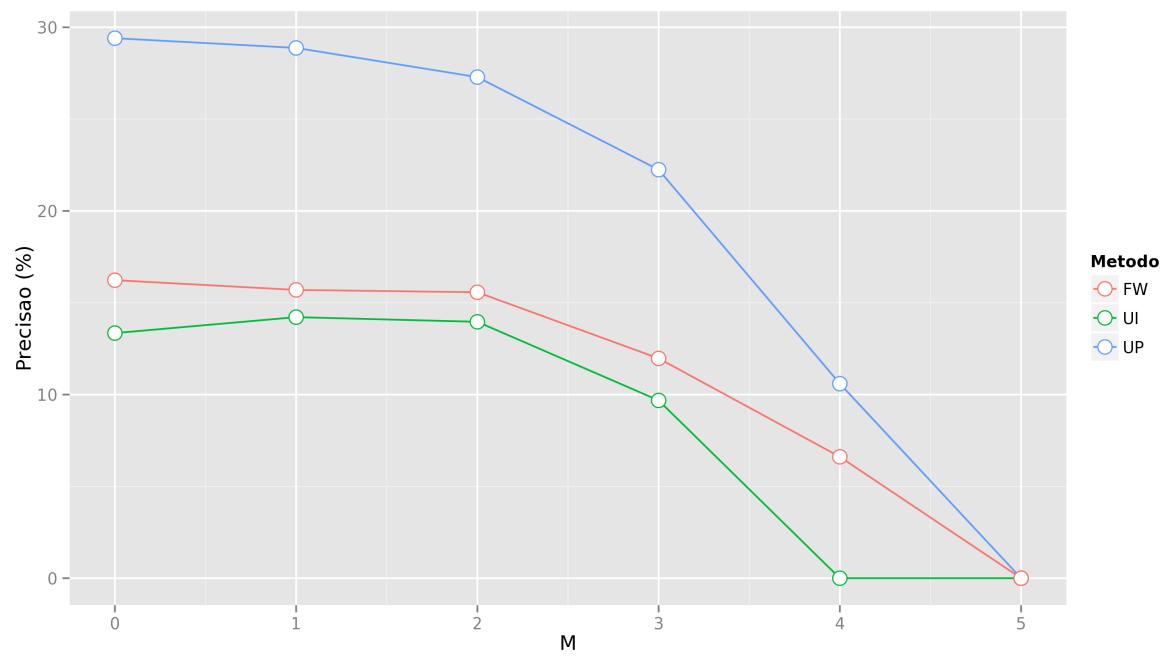
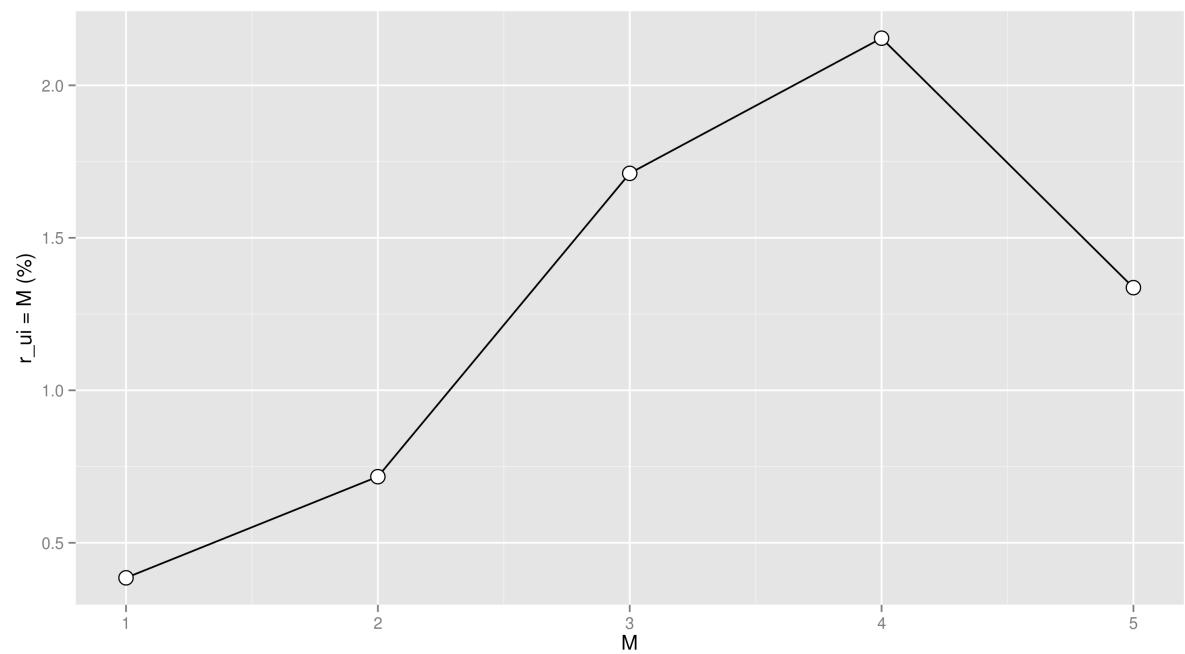


Figura 15 – Tempo de execução em função do percentual de avaliações “escondidas” H

Figura 16 – Precisão em função do valor mínimo para avaliações positivas M Figura 17 – Percentual de avaliações por valor de M

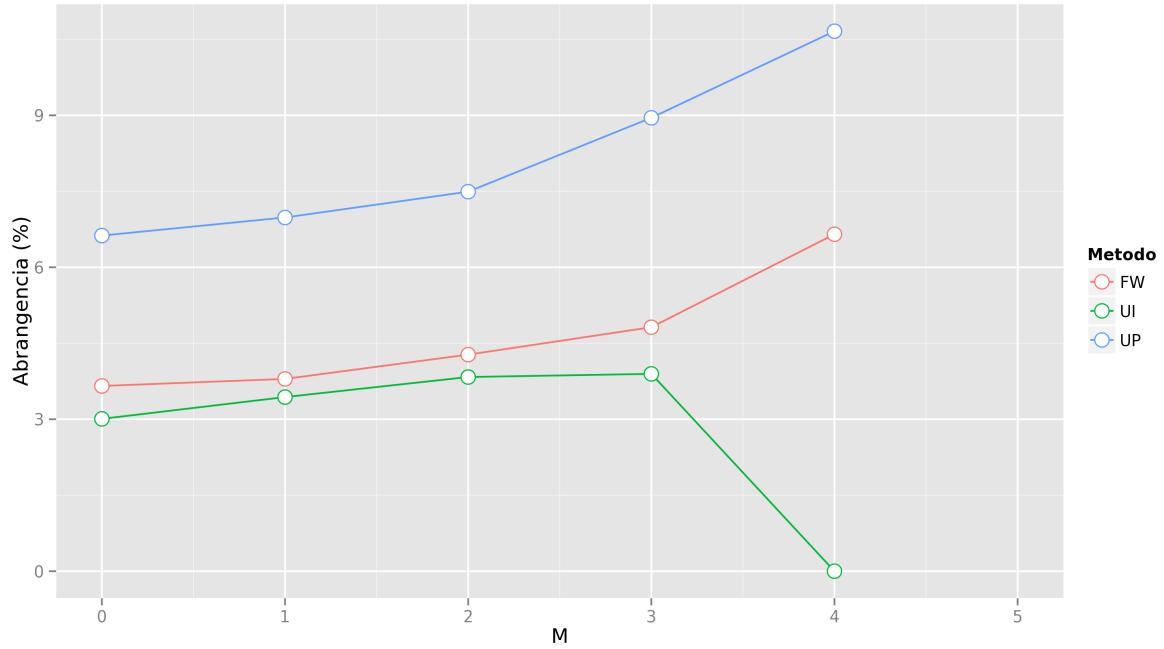


Figura 18 – Abrangência em função do valor mínimo para avaliações positivas M

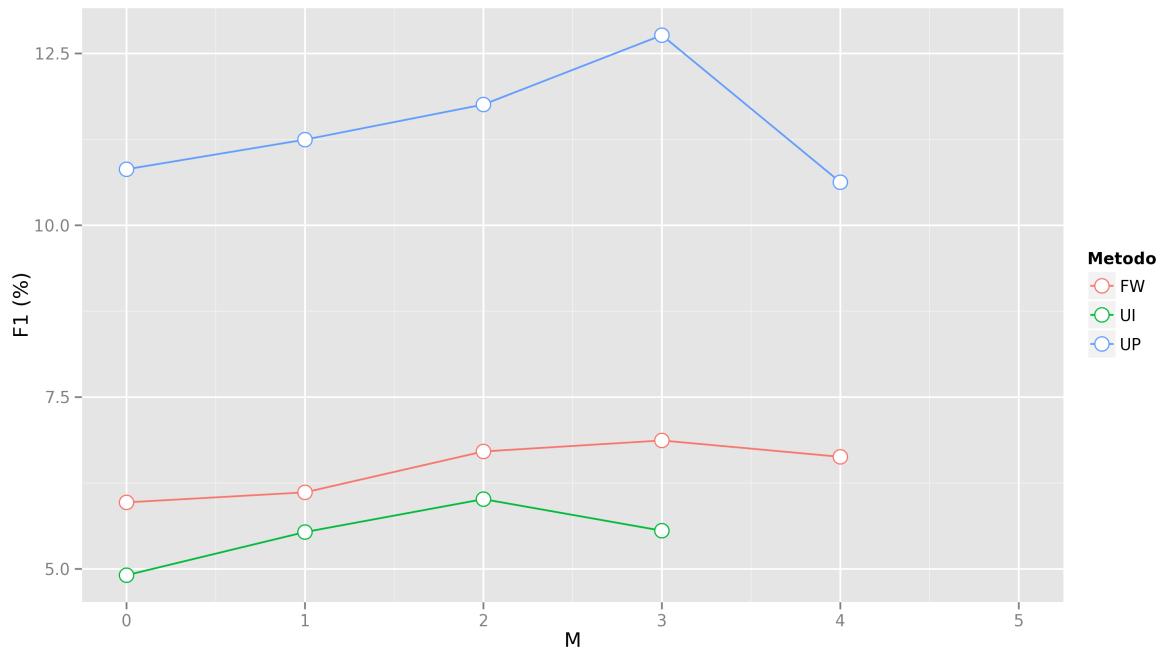
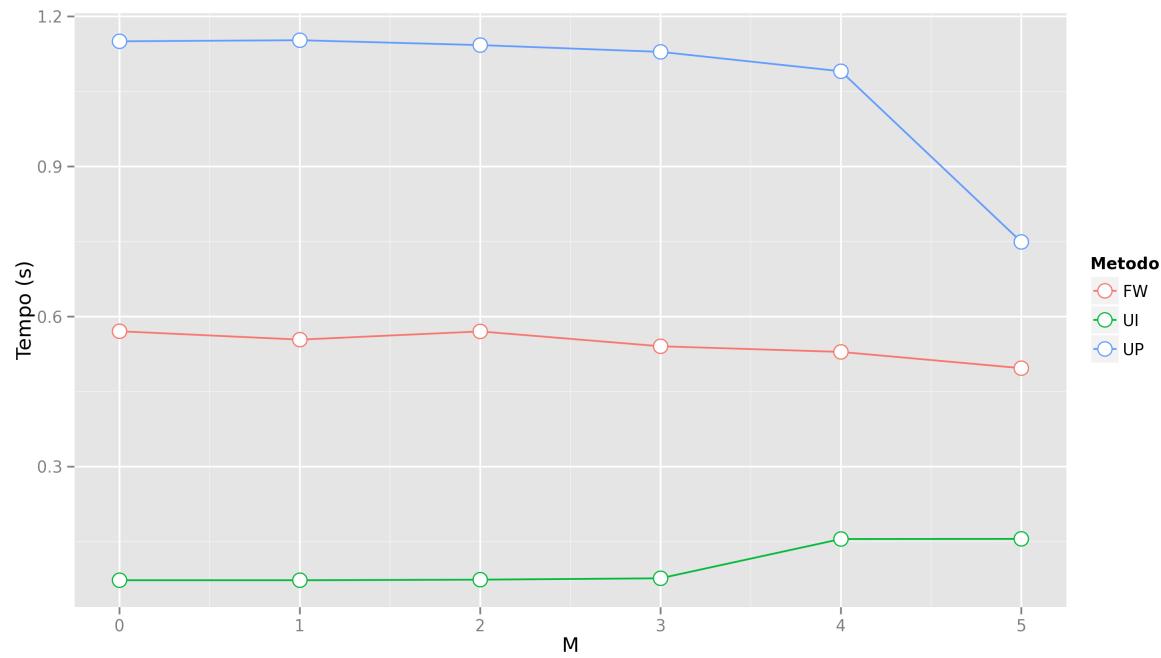
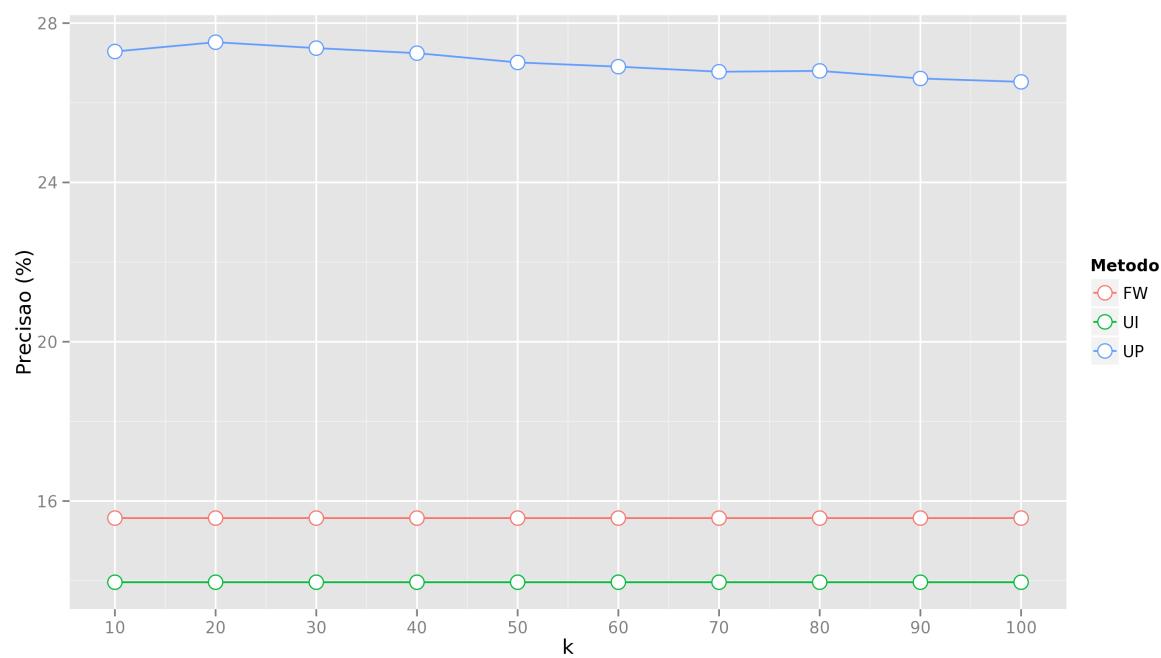


Figura 19 – Medida F_1 em função do valor mínimo para avaliações positivas M

Figura 20 – Tempo de execução em função do valor mínimo para avaliações positivas M Figura 21 – Precisão em função do número de vizinhos mais próximos k

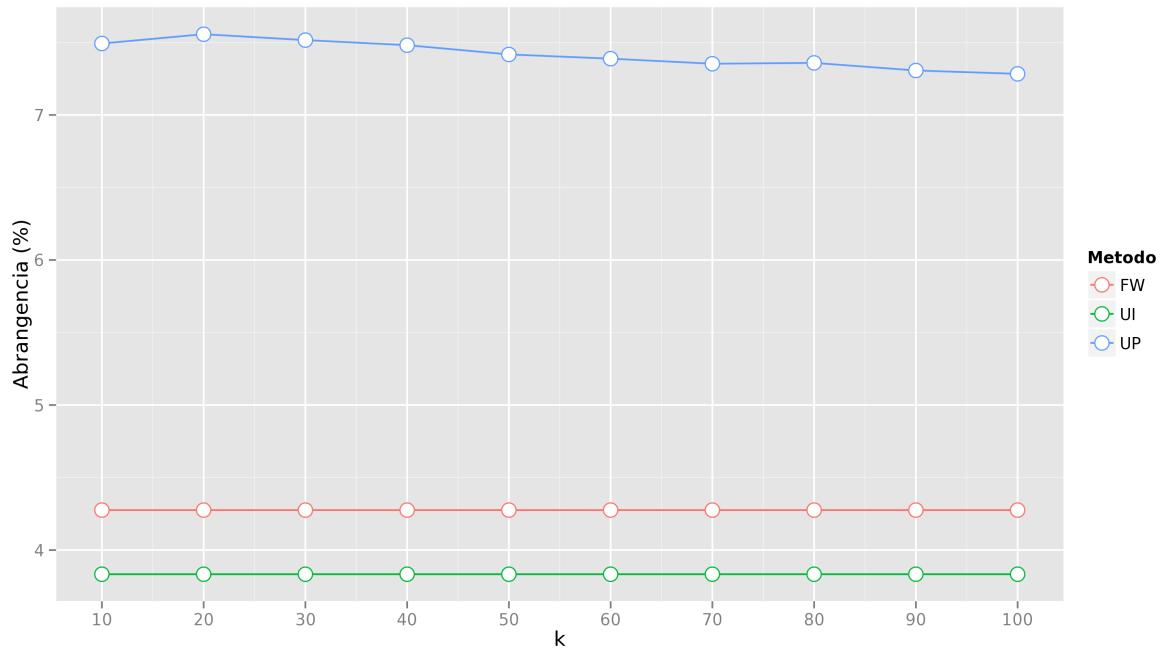


Figura 22 – Abrangência em função do número de vizinhos mais próximos k

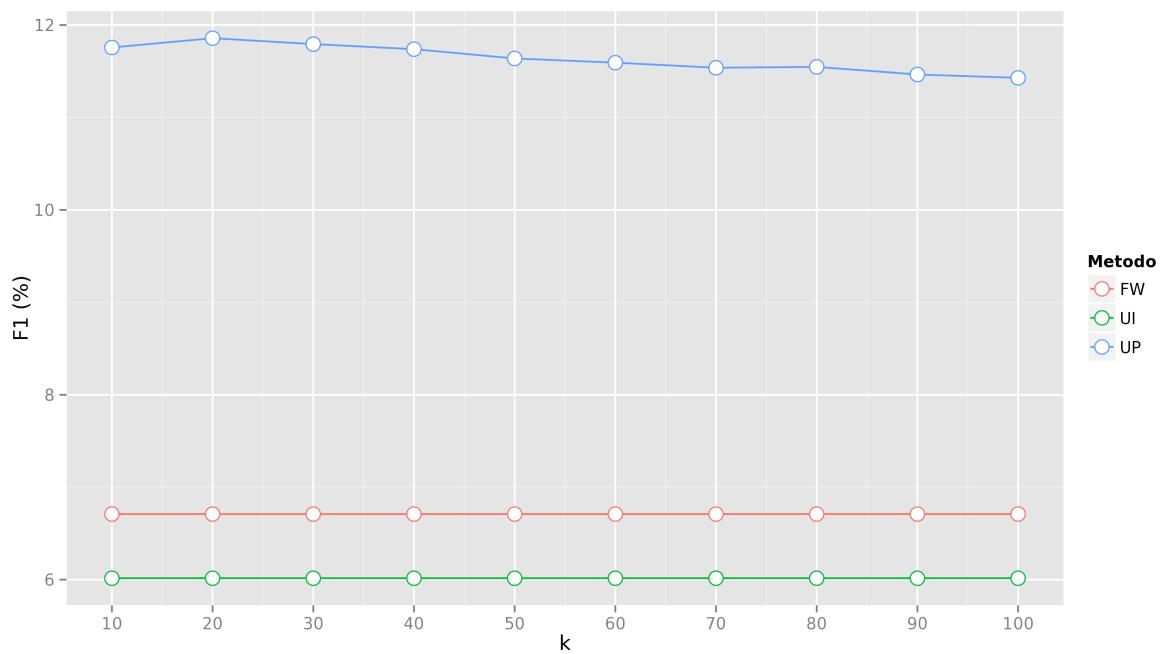


Figura 23 – Medida F_1 em função do número de vizinhos mais próximos k

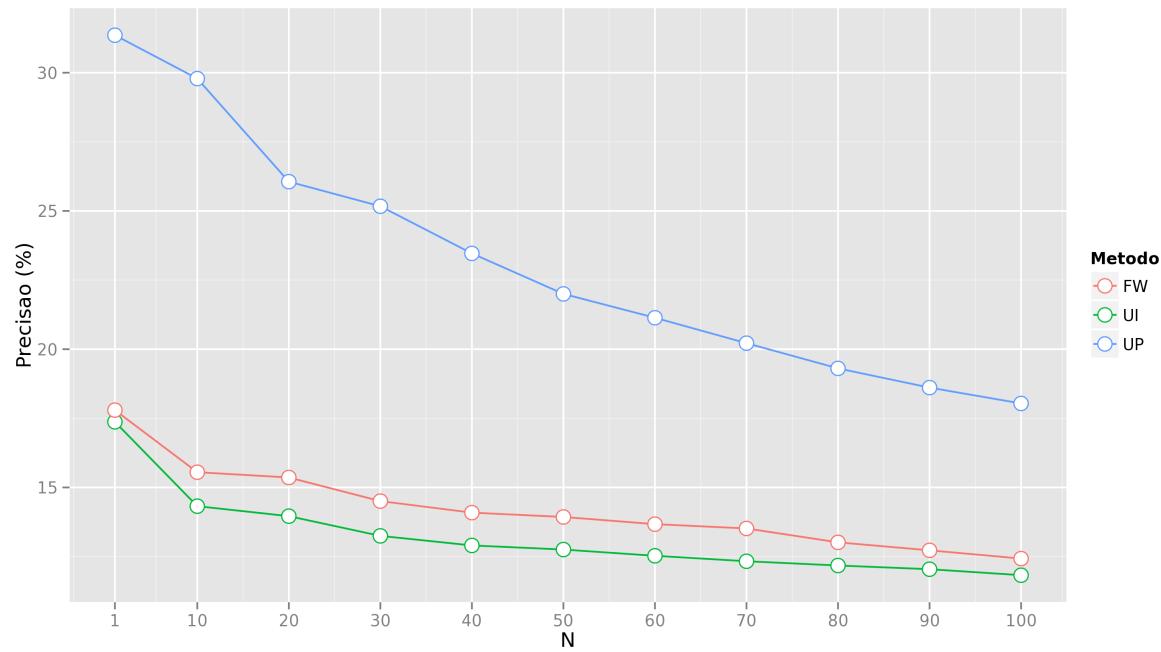


Figura 24 – Precisão em função do tamanho da lista de recomendações N excluindo-se alguns atributos f

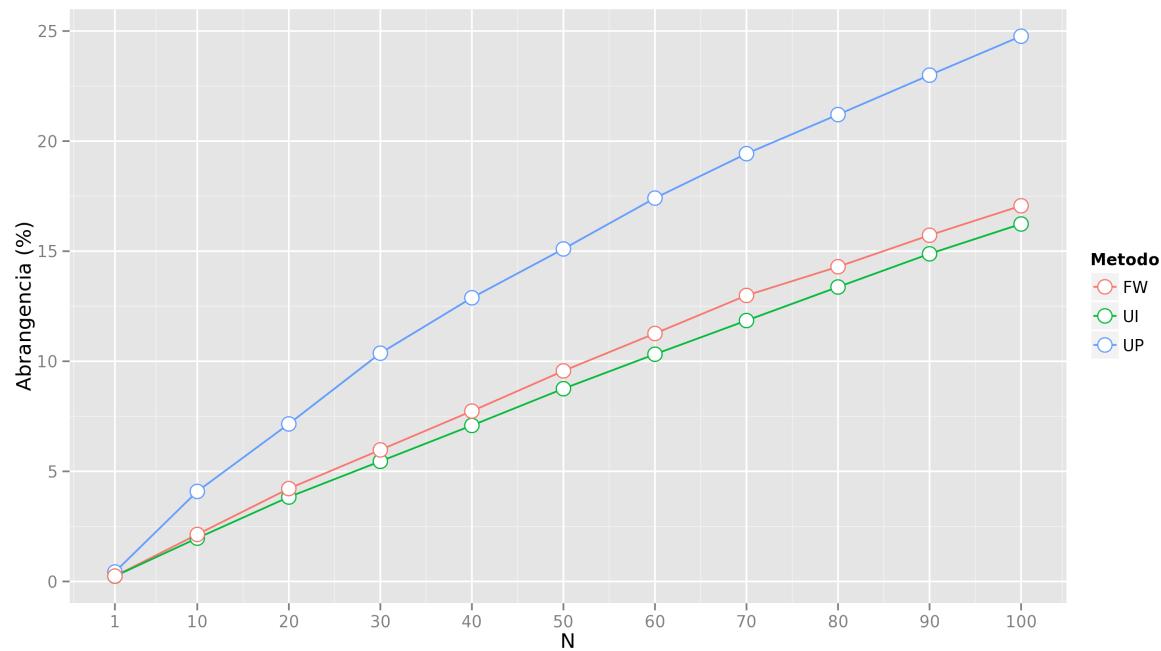


Figura 25 – Abrangência em função do tamanho da lista de recomendações N excluindo-se alguns atributos f

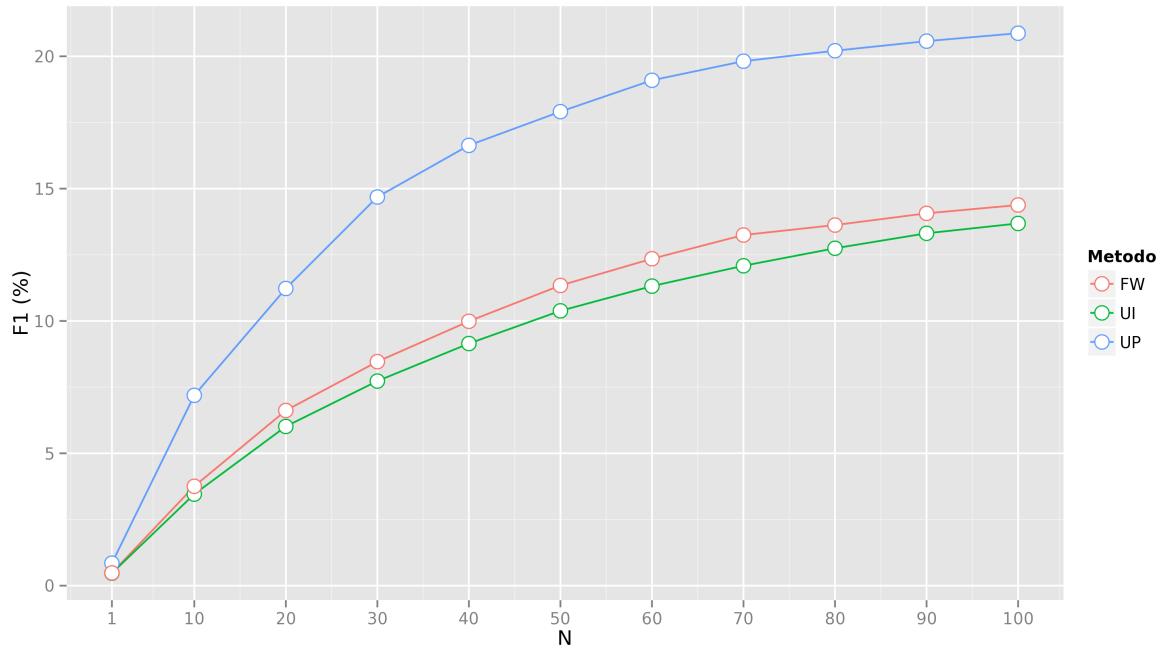


Figura 26 – Medida F_1 em função do tamanho da lista de recomendações N excluindo-se alguns atributos f

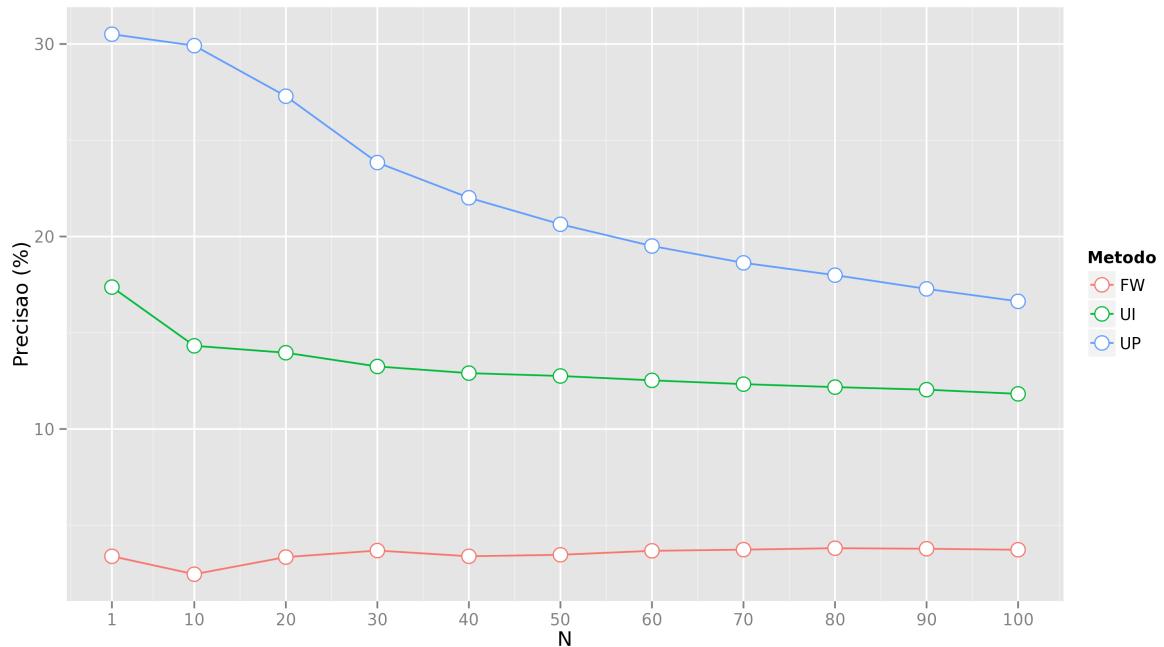


Figura 27 – Precisão em função do tamanho da lista de recomendações N para diferentes medidas d^f

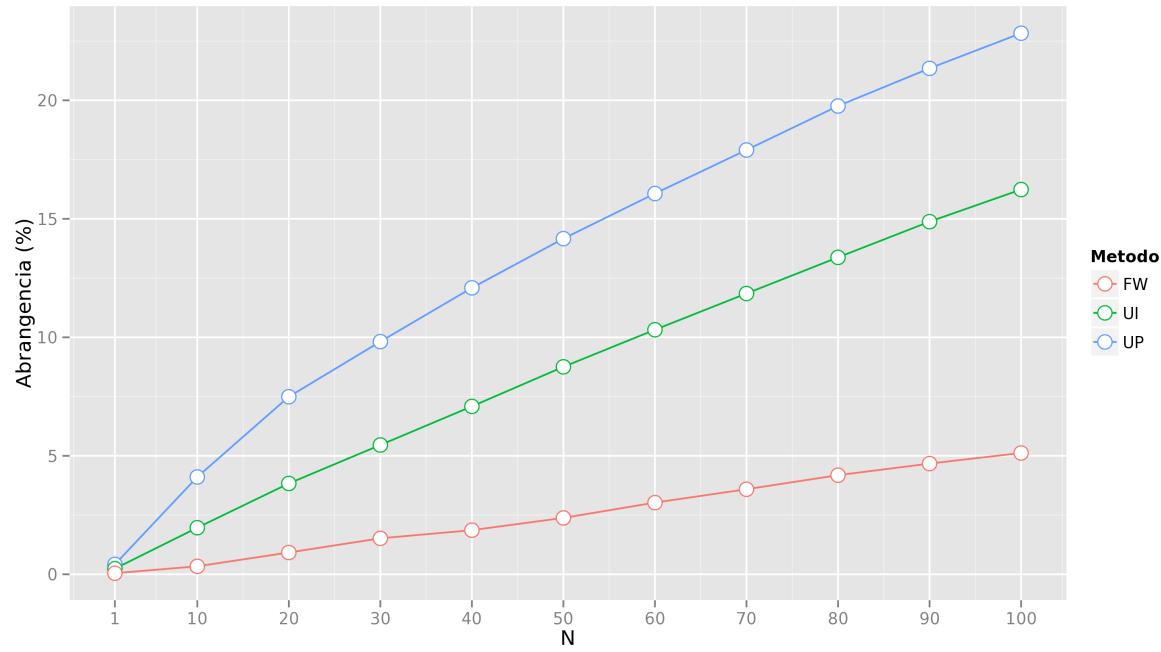


Figura 28 – Abrangência em função do tamanho da lista de recomendações N para diferentes medidas d^f

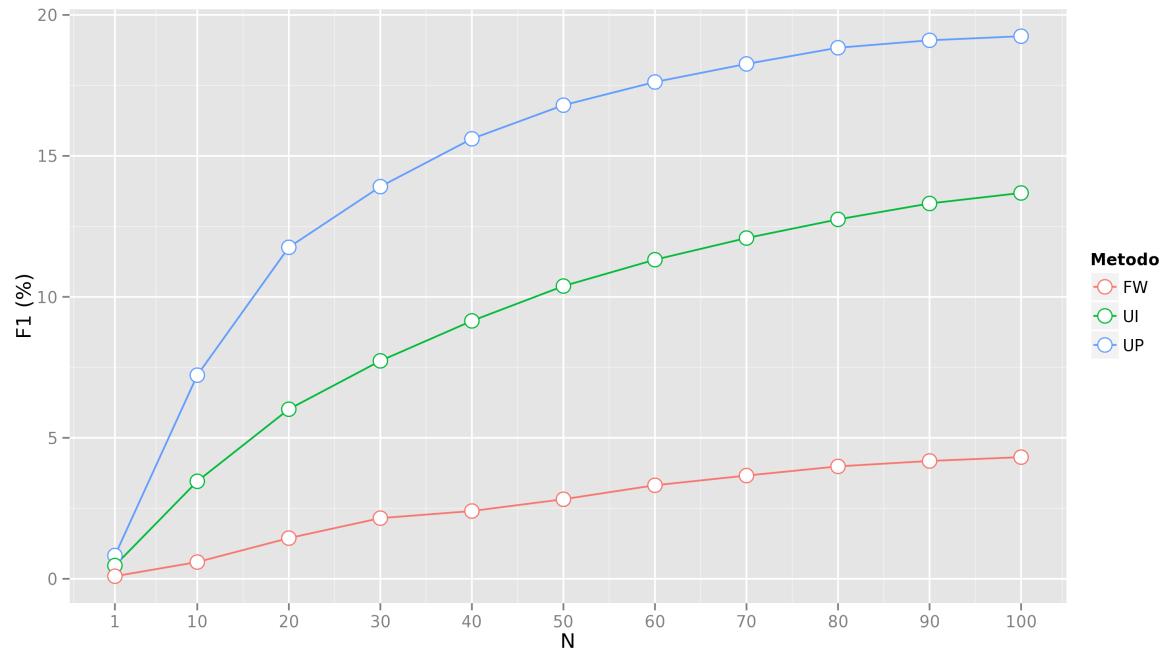


Figura 29 – Medida F_1 em função do tamanho da lista de recomendações N para diferentes medidas d^f

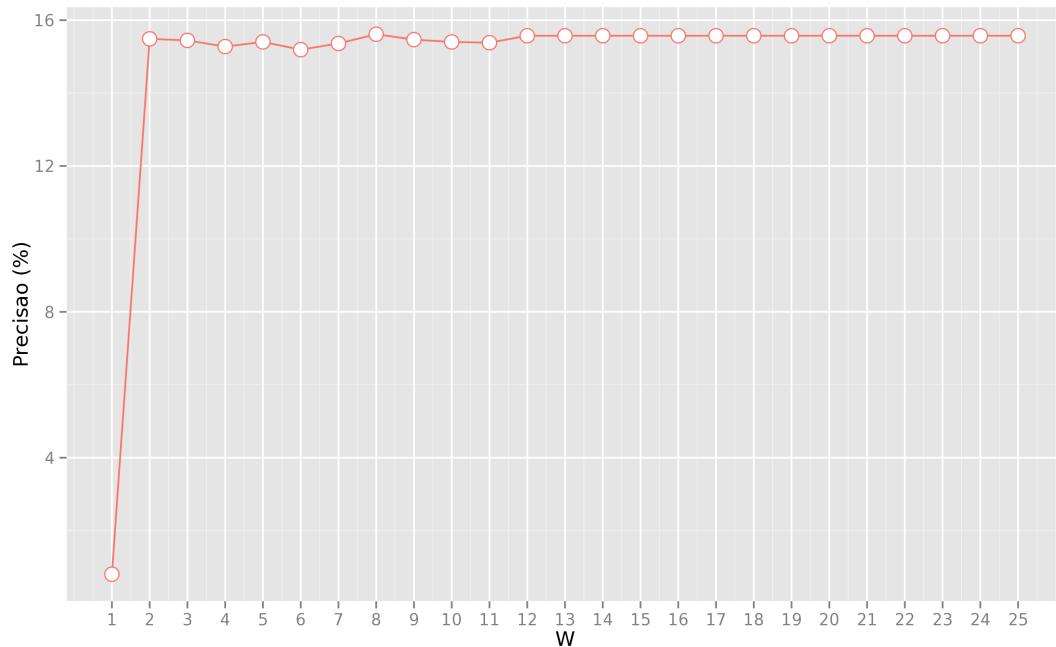


Figura 30 – Precisão em função da quantidade de pesos W

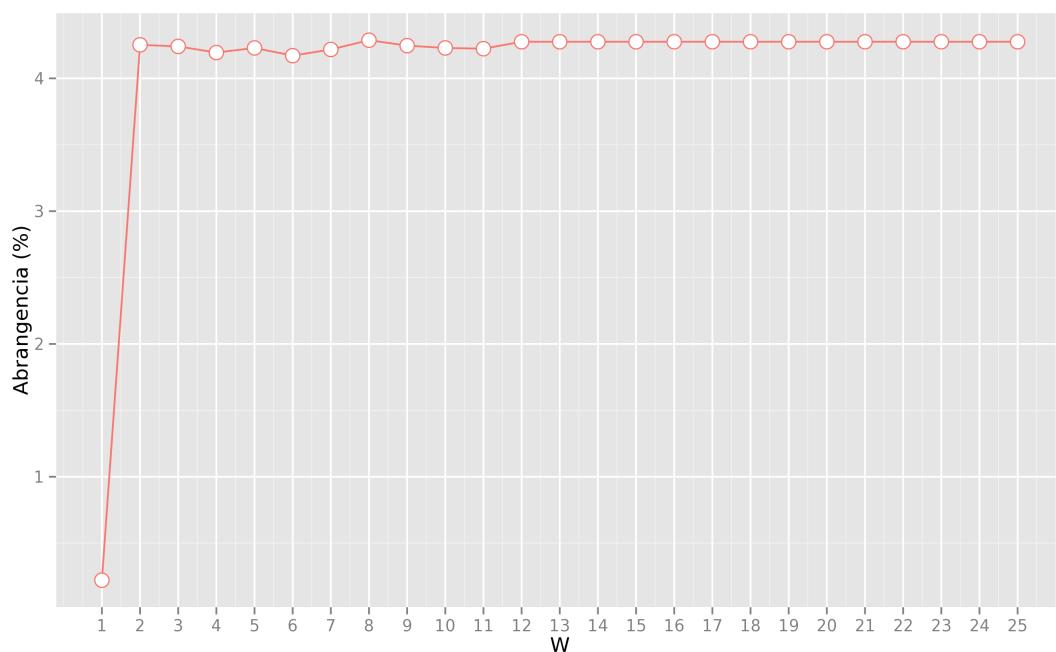
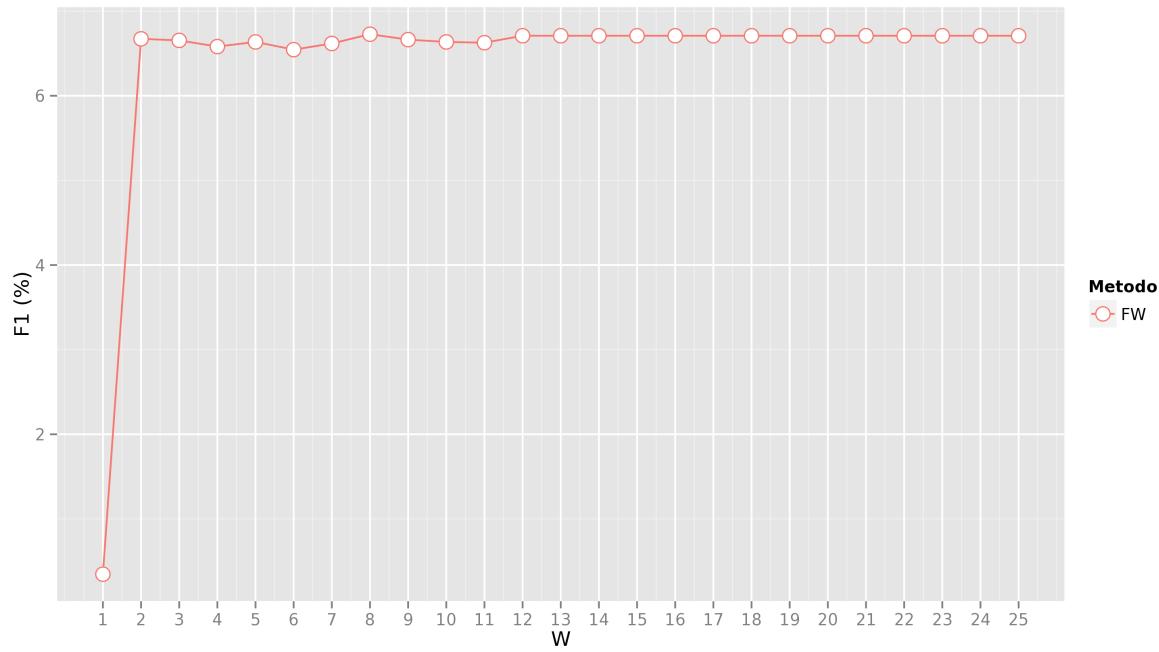
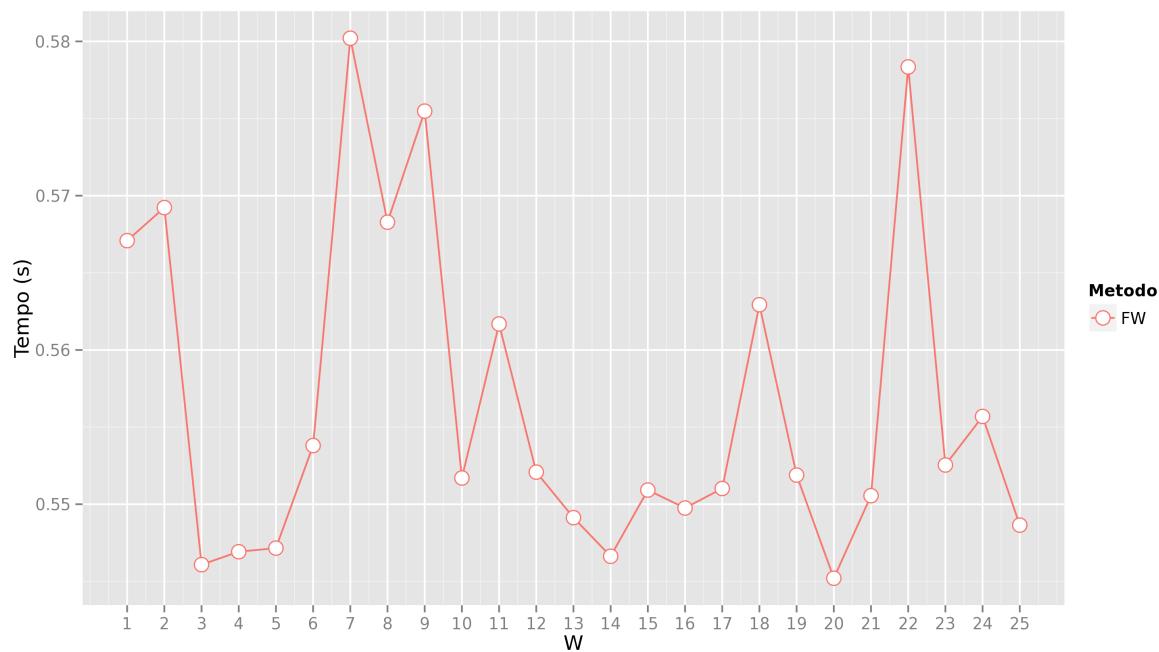


Figura 31 – Abrangência em função da quantidade de pesos W

Figura 32 – Medida F_1 em função da quantidade de pesos W Figura 33 – Tempo de execução em função da quantidade de pesos W

8 Conclusão

8.1 Discussão

Este Trabalho de Conclusão de Curso cumpriu seus objetivos e antedeu aos requisitos estabelecidos no início do projeto. Foi elaborada uma biblioteca para sistemas de recomendação de produtos de e-commerce e foi estabelecida uma respectiva análise de desempenho dos algoritmos de recomendação.

A avaliação de desempenho dos métodos propostos na biblioteca deste trabalho verificaram resultados já conhecidos no meio acadêmico. Em particular, a dependência entre qualidade de recomendação e tamanho da lista de sugestões se verificou (impacto de N).

Além disso, mostramos que um banco de dados com maior quantidade de avaliações (impacto de H) tem mais relevância que um banco de dados com mais usuários (impacto de T).

Outro resultado do trabalho foi a comprovação do fenômeno de *hidden feedback* (impacto de M). Mesmo que construamos métodos embasados na “avaliação positiva” dos usuários, esse parâmetro pode não ter tanta influência, visto que a maioria das avaliações dos clientes já são de fato positivas.

Também foi verificada a influência da quantidade de vizinhos mais próximos em algoritmos que usam essa metodologia colaborativa (impacto de k). Apesar de influenciar na qualidade da recomendação, esse parâmetro desempenha papel secundário.

Uma outra conclusão importante deste trabalho foi da importância de se escolher *a priori* o conjunto de atributos dos itens (impacto de \mathcal{F}). A categorização excessiva dos itens pode ser maléfica para a recomendação, caso as *features* não tenham relevância para os usuários.

Avaliamos também diferentes medidas de distância entre os atributos (impacto de d_{ij}^f). A medida da diferença em valor absoluto foi comparada com outros índices, como o índice Jaccard, para uma lista de gêneros, e verificou-se que a distância L_1 resulta em melhor qualidade de recomendação. Vale ressaltar a importância da escolha das medidas de distância, visto seu impacto no desempenho dos algoritmos, sobretudo nos algoritmos UI e FW.

Por fim, avaliamos também a quantidade de pesos dos atributos no método FW (impacto de W). Vimos que a quantidade de $w_f > 0$ não tem grande impacto na recomendação, visto que o valor dos pesos, em si, já é suficiente para alterar a qualidade das

sugestões.

Apenas o método UP atingiu os requisitos funcionais em termos de precisão e abrangência, para uma combinação específica de parâmetros, como valores pequenos de N . Tanto para esse algoritmo quanto para o método FW, o desempenho é sensivelmente inferior ao relatado nos artigos de referência. O motivo por trás disso é a dissimilaridade entre os bancos de dados. Assim como foi confirmado, o emprego de bases com mais recomendações r_{ui} influencia grandemente na qualidade das recomendações. Para se obter um *benchmarking* mais fiel, seria necessário utilizar o banco de dados dos autores de referência.

Apesar de, por definição, o método UI ser similar ao método UP, seu desempenho foi sensivelmente inferior ao do algoritmo-base. Isso se deve fundamentalmente a dois motivos: o primeiro é devido ao fato de o algoritmo UP possuir uma etapa de correlação entre vizinhos mais próximos, que cumpre com eficácia o papel de selecionar apenas as melhores recomendações. O segundo é devido à má escolha da função que calcula a correlação usuário-item. A simples multiplicação da correlação usuário-atributo w_{uf} pelo valor numérico do atributo do item a_{if} não tem ligação direta com a qualidade de um item para um determinado usuário.

Conforme foi exemplificado no Capítulo 7, se um usuário gosta filmes de época (elevado w_{uf}), mas apenas de filmes antigos, a multiplicação $w_{uf} \cdot a_{if}$ apontaria que ele se interessa por filmes *atuais* (elevado a_{if}). Faz-se necessário, portanto, substituir a multiplicação direta entre \mathbf{W} e \mathbf{A} por uma expressão que correlacione o valor numérico do atributo com o interesse do usuário pela *feature*, seja \mathbf{W} e $g(\mathbf{A})$, sendo a função g a se determinar.

Mesmo com essa falha de concepção, o algoritmo UP mostrou desempenho similar ao algoritmo FW, superando-o inclusive em tempo de processamento.

8.2 Trabalhos futuros

A extensão desse Trabalho de Conclusão de Curso pode se dar de diversas maneiras, tanto na área acadêmica quanto na área empresarial. Seguindo o atual encaminhamento do projeto, a principal oportunidade do nosso trabalho é a criação de um serviço de um “Sistema de Recomendação nas Nuvens”.

Desejamos eliminar as restrições quanto a entrada e saída de dados, de forma que elas fossem completamente arbitrárias. O objetivo é que o usuário possa informar ao sistema como é formado sua base, e que todo o tratamento preliminar seja feito automaticamente.

É possível explorar também a construção de um *driver* que possibilite a conexão entre o sistema de recomendação e um banco de dados SQL, sem que seja necessária a

etapa intermediária de arquivos `csv` para aquisição de dados. Em seguida, é importante elaborar um *website* para o sistema de recomendação e exportar toda a lógica para um servidor dedicado.

Outra melhoria desejada é a melhoria dos métodos e funções, a fim de aprimorar a performance computacional. Dessa forma, o serviço de “sistema de recomendação nas nuvens” estaria completo e poderia ser utilizado por e-commerce reais.

Também seria desejável, para uma avaliação mais completa do trabalho, o emprego dos métodos computacionais em um banco de dados de um e-commerce real. Apesar de termos contatado diversas lojas de comércio online, devido a impedimentos administrativos, não obtivemos sucesso em firmar uma parceria com essas lojas.

No campo acadêmico, há muito espaço para melhorias nos algoritmos de recomendação. Conforme mostrado, a quantidade de atributos, seus pesos e suas medidas de distância tem grande influência na qualidade da recomendação. Seria interessante, portanto, explorar diferentes estratégias de determinação dessas variáveis para todos os métodos. É possível, por exemplo, utilizar algoritmos genéticos ou redes neurais que explorem combinações de parâmetros e pesos a fim de maximizar a precisão e acurácia para uma determinada base.

Além disso, as metodologias de solução de cada um dos sistemas deveriam ser debatidas ao máximo, de modo a explorar casos de uso particulares e a propor mudanças e otimizações. Faz-se necessário responder a perguntas como “O que acontece com itens ou usuários sem nenhuma avaliação?” e “Qual o desempenho dos métodos para outros bancos de dados?”.

A Documentação da biblioteca

Código A.1 – setup.R

```

read.history
  input      filename, separator, header, col.names
  output     history
  description Lê o arquivo de histórico de compras e retorna uma matriz
              correspondente. Os parametros separator e header indicam a formatação
              do arquivo e são opcionais. Caso header seja FALSE, col.names deve
              conter um arranjo de palavras indicando os nomes das colunas da matriz.

read.item
  input      filename, separator, header, col.names
  output     item
  description Lê o arquivo de descrição dos itens e retorna uma matriz
              correspondente. Os parametros separator e header indicam a formatação
              do arquivo e são opcionais. Caso header seja FALSE, col.names deve
              conter um arranjo de palavras indicando os nomes das colunas da matriz.

read.user
  input      filename, separator, header, col.names
  output     user
  description Lê o arquivo de descrição dos usuários e retorna uma matriz
              correspondente. Os parametros separator e header indicam a formatação
              do arquivo e são opcionais. Caso header seja FALSE, col.names deve
              conter um arranjo de palavras indicando os nomes das colunas da matriz.

get.r
  input      history
  output     r
  description Le a matriz de histórico de compras e retorna a matriz de
              avaliação r_ui

get.a
  input      item
  output     a
  description Le a matriz de descrição de itens e retorna a matriz de
              atributos dos itens a_if

```

 Código A.2 – performance.R

```

hide.data
  input      r, Utrain.Utest, HIDDEN, random=FALSE, has.na=TRUE
  output     matriz r com dados mascarados
  description mascara os dados da matriz r para os usuários de teste da
    lista Utrain.Utest. HIDDEN é o percentual de avaliações a serem
    mascaradas. random é o modo de operação; caso seja TRUE, os dados são
    mascarados aleatoriamente para os usuários-teste. has.na indica se os
    itens não avaliados em r são indicados como NA ou como 0.

divide.train.test
  input      r, TRAIN
  output     lista contendo U.train e U.test
  description divide os usuários em duas bases, uma de treinamento de uma
    de testes, segundo a proporção TRAIN

performance
  input      a, r, M=2, k=10, N=20, norm=TRUE, remove=FALSE, method,
            TRAIN=0.75, HIDDEN=0.75, W=FALSE, repick=FALSE
  output     lista contendo precisão, abrangência, medida F1 e tempo de
            execução do método
  description norm indica se a matriz de avaliações deve ser normalizada.
            W, caso diferente de FALSE, indica a quantidade de pesos de atributos a
            serem utilizados no método FW

```

 Código A.3 – fw.R

```

fw
  input      a, r, rtrain.rtest, Utrain.Utest, M, k, N, W
  output     iu
  description Retorna uma lista de recomendação para todos os usuários
            Utest, após obter o modelo a partir dos usuários Utrain

```

 Código A.4 – ui.R

```

ui
  input      a, r, rtrain.rtest, Utrain.Utest, M, k, N
  output     iu
  description Retorna uma lista de recomendação para todos os usuários
            Utest, após obter o modelo a partir dos usuários Utrain

```

Código A.5 – up.R

```

up
  input      a, r, rtrain.rtest, Utrain.Utest, M, k, N
  output     iu
  description Retorna uma lista de recomendação para todos os usuários
              Utest, após obter o modelo a partir dos usuários Utrain

```

Código A.6 – functions.R

```

b
  input      x, y
  output     1 se x > y ou 0 se x <= y
  description A definição da função b_M é diferente da do artigo de
               referência, em que b_Pt(x) é tal que x >= Pt

delta
  input      m, n
  output     1 se m == n ou 0 se m != n
  description Delta de Kronecker

jaccard
  input      xs, ys
  output     número entre 0 e 1
  description Índice Jaccard entre os conjuntos xs e ys

h
  input      matrix, N=6
  output     imprime as primeiras N linhas e N colunas da matriz
  description Caso a entrada seja um vetor, imprime os N primeiros
               elementos.

top.N
  input      xs, N=10
  output     N maiores elementos da lista xs
  description Usado na construção da lista de itens top-N

index.top.N
  input      xs, N=10, ys.remove=NULL
  output     Índice dos N maiores elementos da lista xs
  description ys.remove é uma lista em que se deseja excluir os elementos
               da lista top.N

```

```
normalize
  input      matrix, columns=FALSE
  output     matriz normalizada
  description Caso columns seja TRUE, as colunas da são normalizadas
               dependendo do maior valor absoluto de cada uma delas
```
