

所属类别	2025 年“华数杯”全国大学生数学建模竞赛	参赛编号
本科组		CM2502509

面向健康照明：多通道 LED 光源照明模式优化模型构建

摘要

全球能源转型需求日益增长的背景下，LED 光源凭借节能高效、光谱可调的特性成为照明核心技术。然而，传统设计多关注视觉需求，忽略了光照对人体生理节律的深层影响。如何在满足色温、显色性等指标的同时实现生物节律精准调控，成为 LED 照明技术升级的关键问题。针对所述问题，本文构建了一套完备的多通道 LED 光源照明模式优化模型。

针对问题一，需基于光谱功率分布数据，按现行标准计算衡量颜色特性、颜色还原、生理节律效应相关的五个参数。对于颜色特性参数求解，首先通过刺激值计算和色度坐标转换，生成黑体轨迹，随后寻找最小距离解得相关色温（CCT）和普朗克轨迹距离（Duv）；对于颜色还原参数求解，首先处理色样反射率数据，经过色适应变换与空间转换，计算保真度指数（Rf）和色域指数（Rg）；对于生理节律参数求解，独立计算测试光源褪黑素辐照度和光源照度，推导褪黑素发光效能比，随后与标准日光作比值得褪黑素日光照度比（mel-DER）。结果显示，CCT=3899K，Duv=-0.001，Rf=99.9，Rg=105.8，mel-DER=0.64。

针对问题二所述日间照明与夜间助眠场景，分别以保真度指数最大化与视黑素日光效率比最小化为目标，构建多通道 LED 光源照明模式优化模型。在目标优化模型的基础上，本文创新性地提出了基于马尔可夫决策的改进粒子群优化算法（MDPSO），构建强化学习驱动的优化框架。值得一提的是，在模型迭代过程中，本文引入动态惩罚系数机制，相比传统迭代机制，约束满足率达 100%，在解决此类目标最大化与多约束兼容问题上具有显著优势。结果显示：日间模式最优权重组合对应 CCT=5700.1K、Duv=0.0024、Rf=99.9、Rg=100.2、mel-DER=0.788；夜间模式最优权重对应 CCT=2534.0K、Duv=0.0015、Rf=92.8、Rg=96.2、mel-DER=0.400。

针对问题三所述全天太阳光谱节律模拟问题，本文首先在基于 MDPSO 算法的多通道照明优化模型基础上，引入时间序列机制（Time Series），形成了兼顾光谱形状与节律效应的动态时序太阳光谱模拟模型（T-MDPSO）。随后，本文改进模型静态权重设置，设计相邻时间点的平滑过渡约束机制，以精准模拟连续渐进的全天光谱演化过程。最后，针对代表性时间点，绘制合成光谱与目标自然光谱的对比图示。结果显示，光谱时序节律效应高度相同，说明模型在全天自然光谱节律模拟问题上具有优异表现。

针对问题四，采用交叉实验设计，同一被试在三种光照环境下重复试验。基于 T-MDPSO 模型中马尔可夫决策的状态转移思想，在混合线性模型（LMM）基础上，本文引入了分层结构（Hierarchical Model），形成分层混合线性模型（H-LMM），通过动态捕捉被试在不同光照环境下的潜在状态转换，更精准地分离个体差异与环境效应。采用 Friedman 检验，分析样本之间是否存在显著差异。综合检验分析，完全黑暗环境仍是提升睡眠质量的最优选择。优化光照更适合放在在有限光照条件下兼顾基础视觉需求的特殊场景，以在功能性与睡眠友好性之间取得平衡。

关键词：T-MDPSO 、H-LMM 、Friedman 检验

一、问题重述

1.1 问题背景

在全球能源转型与健康照明需求日益增长的背景下，LED 光源凭借高效、节能、光谱可调的特性，已成为照明领域的核心技术。作为一种新型光源，白光 LED 的效率远超传统的白炽灯和荧光灯，能够通过调节色温和光谱特性，适应不同的照明需求，在多个领域得到了广泛应用。

然而，传统 LED 照明设计往往仅关注视觉照明需求，忽略了光照对人体生理节律的深层影响——科学研究表明，光照不仅为我们提供视觉照明，还会通过视网膜深远地影响人体的生理节律系统，特定波长的光照可通过视网膜调控褪黑素分泌，进而影响睡眠质量、认知功能及情绪状态。适当的光照调节可以提高工作效率，而失当的光照则可能干扰正常的昼夜节律。因此，如何在满足色温、显色性等颜色质量的同时，优化光源的光谱特性以实现生物节律的精准调控，成为 LED 照明技术升级的关键痛点。

本研究围绕可调控生物节律的 LED 光源设计展开，核心目标包括：基于光谱功率分布（SPD）计算关键性能参数，优化多通道光谱合成策略，模拟自然光谱的动态变化，并验证优化光源的实际睡眠改善效果。

1.2 待求解问题

问题 1：核心参数计算

SPD 是描述光源物理特性的基础数据，需基于给定的 SPD 数据，依据相关标准建立计算模型，求解颜色特性参数（相关色温 CCT、距离普朗克轨迹的距离 Duv）、颜色还原参数（保真度指数 Rf、色域指数 Rg）和生理节律效应参数（褪黑素日光照度比 mel-DER）。

问题 2：多通道光谱优化

利用五个独立 LED 通道（深红光、绿光、蓝光、暖白光、冷白光），通过调节各通道驱动权重合成所需光谱。针对日间照明和夜间助眠两个场景，寻找最优权重组合，以满足各场景下的特定需求。

问题 3：LED 光源对太阳光谱的动态模拟

自然光的昼夜变化与人类生理心理健康密切相关，其光谱特性随时间呈现规律性变化（如早晨柔和、正午色温高、傍晚回归低色温）。

给定从早晨到傍晚的太阳光谱时间序列数据，需结合五通道 LED 设计控制策略，使合成光谱能在全天范围内模拟太阳光谱的变化，达到相似的节律效果。同时，需选取早晨、正午、傍晚三个代表性时间点，绘制合成光谱与对应太阳光谱的对比图并进行分析。

问题 4：优化光照对睡眠质量的改善效果验证

理论设计的光谱需通过人体实验验证实际效果，现有 11 位健康被试的交叉实验数据，每位被试分别在三种睡前光照环境中停留一晚。实验数据每 30 秒记录一次睡眠阶段。基于这些数据计算客观睡眠质量评估指标，运用统计检验方法分析三种环境对各项指标的影响是否存在显著性差异，进而判断“优化光照”相比其他环境是否对睡眠质量有积极改善作用。

二、问题分析

2.1 问题一的分析

问题一需基于同一光谱功率分布数据，按 CIE 标准等多类现行标准计算衡量颜色特性、颜色还原、生理节律效应的五个参数。对于颜色特性参数计算，通过三刺激值计算和色度坐标转换，生成黑体轨迹，随后寻找最小距离解得 CCT 和 Duv；对于颜色还原参数计算，首先处理色样反射率数据，经过色适应变换、CAM02-UCS 空间转换，以此计算 R_f 和 R_g ；对于生理节律参数计算，独立计算测试光源褪黑素辐照度和光源照度，推导褪黑素发光效能比，随后与标准日光作比值得 mel-DER。

2.2 问题二的分析

问题二需通过调节五通道 LED 权重合成光谱，在满足色温、显色性等约束条件下，分别实现日间与夜间目标。首先明确决策变量为通道权重，优化目标为最大化 R_f 与最小化 mel-DER。随后按场景需求定义色温范围、 R_f 下限、权重非负性与归一化等约束。最后构建优化模型，采用基于马尔科夫决策的改进粒子群优化算法，结合动态惩罚机制求解最优权重，验证优化效果。

2.3 问题三的分析

问题三需结合多通道 LED 设计控制策略，使合成光谱模拟全天太阳光谱变化并具有相似节律效应。针对问题时间连续性特点，在 MDPSO 基础上引入时间序列机制，构建 T-MDPSO 模型。光谱演化具有渐进的特点，这种渐进性避免了人体生理节律系统的应激反应，因此在相邻时间点间，还需设计平滑过渡约束，模拟自然光效应。

2.4 问题四的分析

问题四需要基于被试数据计算客观睡眠质量评估指标，运用统计检验方法分析三种环境对各项指标的影响是否存在显著性差异，进而判断“优化光照”相比其他环境是否对睡眠质量有积极改善作用。

三、模型假设

3.1 SPD 数据准确可靠

- 1、内容：附录提供的 SPD 数据能真实反映光源光谱特性，不存在显著测量误差。
- 2、合理性依据：题目中明确数据为用于竞赛的标准化数据，可认为其准确性符合建模需求。
- 3、对模型的影响：保证基于 SPD 数据计算的各项核心参数的可靠性，为后续模型的建立和求解提供坚实的数据基础。

3.2 多通道 LED 光谱合成满足线性叠加

- 1、内容：多通道光源的总光谱功率分布是各个通道光谱功率分布与对应驱动权重的线性叠加，不存在通道间的相互干扰导致的非线性效应。
- 2、合理性依据：题目中明确说明多通道光源的总光谱是各个通道光谱的加权线性叠加，可认为该处理方式符合建模需求。

3、对模型的影响：通过线性组合的方式构建总光谱模型，降低优化问题的复杂度，便于求解各通道的最优权重。

3.3 mel-DER 可准确量化光照对生理节律的影响

1、内容：褪黑素日光照度比（mel-DER）能够准确反映光照对人体褪黑素分泌的抑制程度，可作为衡量光照对生理节律影响的有效指标。

2、合理性依据：mel-DER 是行业内定义的用于量化光照对人体生理节律影响强度的参数，有相关参考文献支持其有效性。

3、对模型的影响：使光照对生理节律的影响得以量化，便于在夜间助眠模式等场景中，将“最小化对人体生理节律的干扰”这一目标转化为具体的数学优化目标。

3.4 太阳光谱的时间序列数据具有连续性

1、内容：问题三提供的从早晨到傍晚的太阳光谱时间序列数据，其光谱功率分布随时间的变化是连续平滑的，不存在突变情况。

2、合理性依据：自然太阳光谱的变化是由太阳高度角等因素连续变化引起的，其光谱特性通常呈现连续平滑的变化趋势。

3、对模型的影响：便于采用插值、拟合等方法建立太阳光谱随时间变化的模型，为 LED 光源模拟太阳光谱的动态变化提供便利，提高模拟的准确性。

3.5 被试者的个体差异对睡眠实验结果影响可忽略

1、内容：在问题四的睡眠实验中，11 位健康被试者之间的个体差异不会掩盖不同光照环境对睡眠质量的影响。

2、合理性依据：实验采用交叉实验设计，每位被试均体验三种光照环境，可在一定程度上抵消个体差异带来的影响，且被试均为健康人群，个体差异可控。

3、对模型的影响：保证统计分析结果能主要反映不同光照环境对睡眠质量的影响，提高结论的可靠性，便于准确评估“优化光照”的效果。

四、符号说明

符号	说明	单位
CCT	相关色温	K
Duv	距离普朗克轨迹的距离	/
Rf	保真度指数	/
Rg	色域指数	/
mel-DER	褪黑素日光照度比	1
E_{mel}	测试光源褪黑素辐照度	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$
E_v	测试光源照度	lx
$K_{mel,v}$	测试光源褪黑素发光效能	$\text{W} \cdot \text{lm}^{-1}$

五、问题一模型的建立与求解

5.1 基于光谱功率分布的相关色温与普朗克轨迹距离计算模型

5.1.1 模型原理

相关色温（CCT）^[1]和距离普朗克轨迹的距离（Duv）^[2]是描述光源颜色外观的核

心参数，其计算基于 CIE 标准色彩体系和黑体辐射理论。黑体在不同温度下的辐射光谱是自然光源的参考基准，CCT 定义为与光源色坐标最接近的黑体辐射温度，Duv 则量化该色坐标与普朗克轨迹的偏离程度。

5.1.2 三刺激值计算

基于 CIE 1931 标准观察者函数 ($\bar{x}(\lambda)$ 、 $\bar{y}(\lambda)$ 、 $\bar{z}(\lambda)$)，通过加权积分计算 XYZ 三刺激值。计算公式为：

$$\begin{cases} X = k \int_{390}^{780} S(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda \\ Y = k \int_{390}^{780} S(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda \\ Z = k \int_{390}^{780} S(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda \end{cases} \quad (1)$$

其中， $S(\lambda)$ 为光源的光谱功率分布。 k 为归一化常数，其计算公式为：

$$k = 100 / \int_{390}^{780} S(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda \quad (2)$$

引入 k 的目的是确保Y值为 100，以统一光亮度的基准。

5.1.3 色度坐标与 UCS 坐标转换

计算 CIE 1931 色度坐标 (x, y)，公式为：

$$x = \frac{X}{X + Y + Z}, \quad y = \frac{Y}{X + Y + Z} \quad (3)$$

转换为 CIE 1960 UCS 坐标 (u, v)，公式为：

$$u = \frac{4x}{-2x + 12y + 3}, \quad v = \frac{6y}{-2x + 12y + 3} \quad (4)$$

该转换的目的是压缩色度图，使黑体轨迹近似为直线，便于后续计算光源色坐标与黑体轨迹的距离。

5.1.4 黑体辐射轨迹生成

根据普朗克公式计算黑体在不同温度下的光谱辐射亮度，公式为：

$$L(\lambda, T) = \frac{c_1}{\lambda^5 (e^{c_2/(\lambda T)} - 1)} \quad (5)$$

其中， $c_1 = 3.741771852 \times 10^{-16} \text{ W} \cdot \text{m}^2$ ， $c_2 = 1.438776877 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{K}$ ， λ 为波长， T 为黑体温度。

针对温度范围 $T \in [1000, 15000] \text{ K}$ 内的多个温度点，重复步骤，计算每个温度下黑体的 UCS 坐标 (u_T, v_T)，这些坐标点共同构成了普朗克轨迹。

5.1.5 CCT 与 Duv 计算

相关色温 (CCT) 的计算：遍历黑体轨迹上的所有温度点，找到使光源的 UCS 坐标 (u, v) 与黑体轨迹上某点的 UCS 坐标 (u_T, v_T) 之间欧氏距离最小的温度，该温度即为 CCT，计算公式为：

$$\text{CCT} = \underset{T}{\operatorname{argmin}} [(u - u_T)^2 + (v - v_T)^2] \quad (6)$$

距离普朗克轨迹的距离 (Duv) 的计算：Duv 是带符号的距离值，用于表示光源色坐标相对于普朗克轨迹的偏离方向，计算公式为：

$$Duv = \text{sign}(v - v_{\text{CCT}}) \cdot \sqrt{(u - u_{\text{CCT}})^2 + (v - v_{\text{CCT}})^2} \quad (7)$$

其中， u_{CCT} 、 v_{CCT} 为 CCT 对应的黑体轨迹上点的 UCS 坐标， sign 为符号函数，当 $v - v_{\text{CCT}} > 0$ 时，符号为正，反之为负。

5.1.6 结果计算

加载 CIE 1931 标准观察者数据，依模型步骤计算 CCT 与 Duv 值。

计算得到的 XYZ 三刺激值为： $X=102.71$ ， $Y=100.00$ ， $Z=61.41$ 。CIE 1931 色度坐标 (x, y) 为 $(0.3889, 0.3786)$ ，CIE 1960 UCS 坐标 (u, v) 为 $(0.2299, 0.3358)$ 。

最终计算得到的相关色温 CCT 为 3899K，距普朗克轨迹的距离 Duv 为-0.001。

使用 Matplotlib 绘制光源的光谱功率分布曲线，横坐标为波长，纵坐标为光谱功率，直观展示光源的光谱特性。如图 1 所示。

绘制 CIE 1960 UCS 色度图，绘制黑体辐射轨迹，并用特定符号标记出光源的 UCS 坐标点。如图 2 所示。

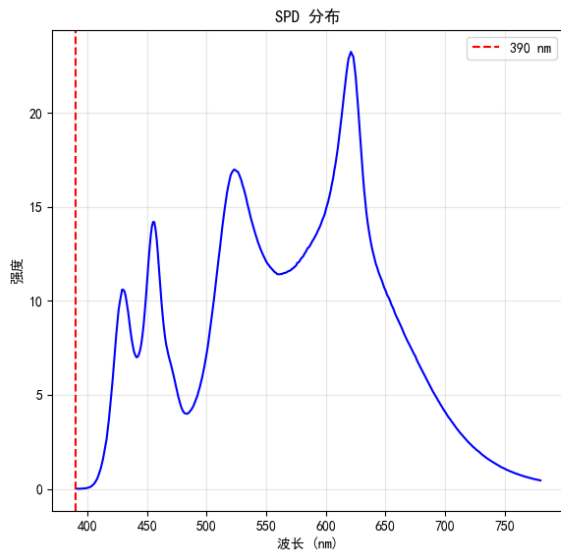


图 1 SPD 分布曲线

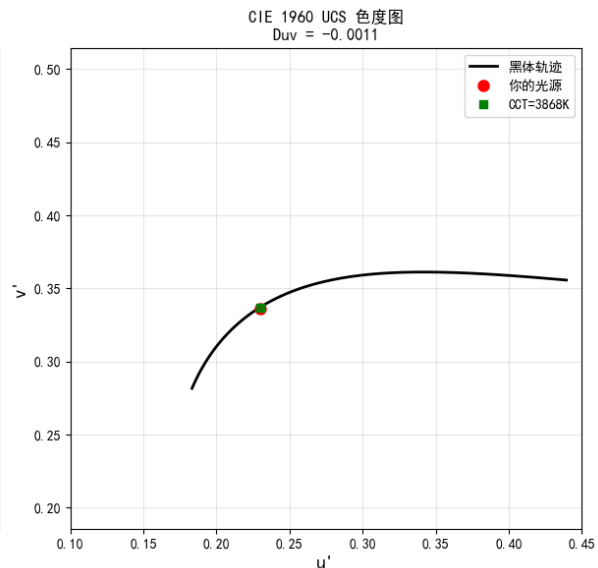


图 2 CIE 1960 UCS 色度图

5.1.7 模型检验

本文同时引入并比较了多种 CCT 计算方法，包括查表法、三角垂足插值法、Chebyshev 法、模拟黑体轨迹弧线法和 McCamy 近似公式法。以下是五种 CCT 计算方法的性能对比展示：

表格 1 五种 CCT 计算方法性能比较表

方法	CCT (K)	Duv	计算时间 (ms)
查表法	3899.4	-0.0011	34.7428
三角垂足插值法	3889.8	-0.0011	53.1406
Chebyshev 法	3903.6	-0.0010	1.9951
模拟黑体轨迹弧线法	3349.9	0.2252	6.3245
McCamy 近似公式法	3903.2	N/A	3.6572

雷达图进一步揭示了各方法的性能权衡：Chebyshev 法在 Duv 计算精度上表现突出，而三角垂足插值法计算耗时最多，如图 3 所示：

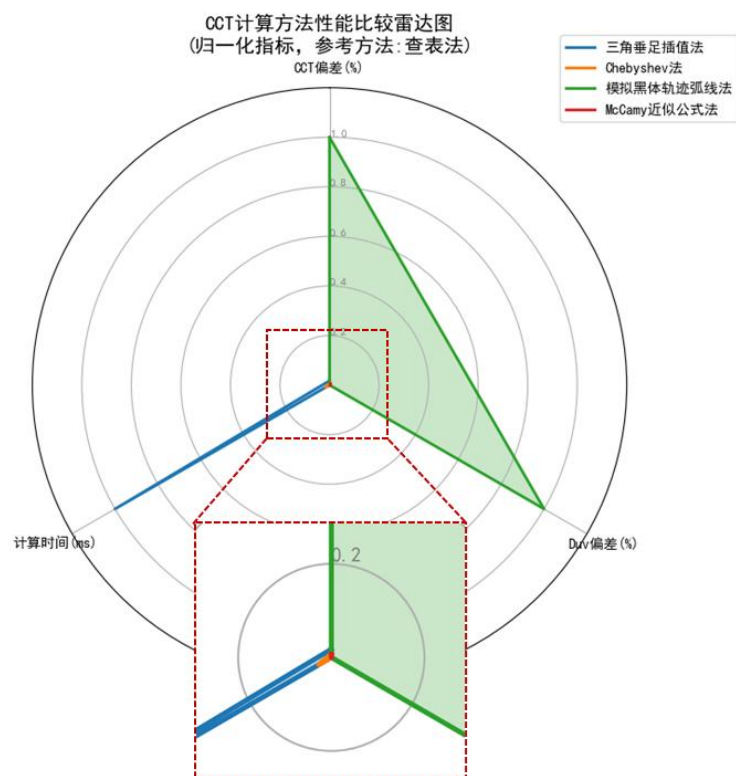


图 3 CCT 计算方法性能比较雷达图

UCS 色度图直观显示了各方法在普朗克轨迹上找到的最近点位置差异，其中 Chebyshev 法（紫色三角）与光源位置（黑色星号）的 D_{uv} 向量最短，如图 4 所示：

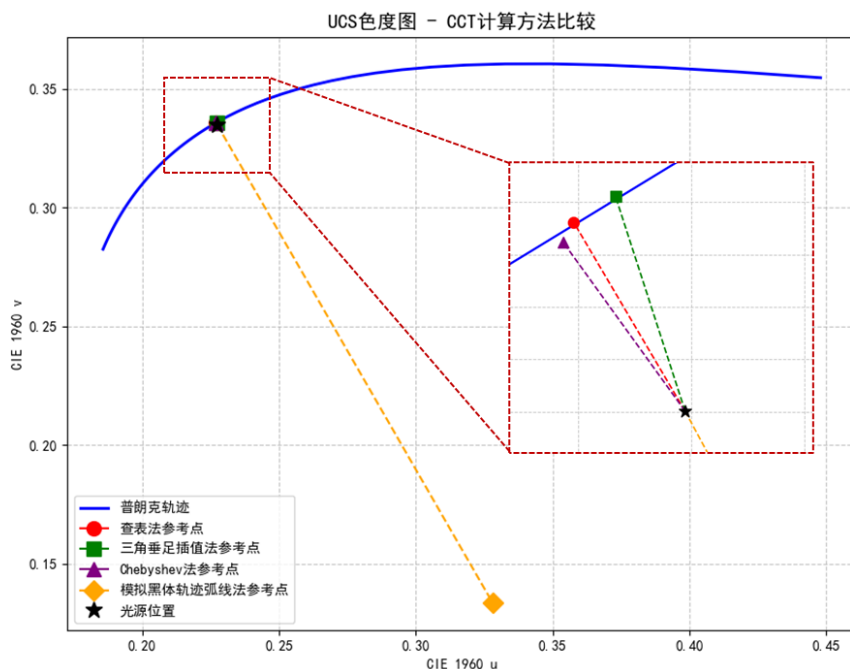


图 4 CCT 计算方法性能比较 UCS 色度图

说明：星形(*)表示光源位置，其他符号表示各方法在普朗克轨迹上找到的最近点。虚线表示 D_{uv} 向量。

同时，对本模型进行残差检验。从标准光源数据库中选取多组已知 CCT 和 D_{uv}

参考值的 SPD 数据。利用本模型对这些 SPD 数据进行计算，得到对应的 CCT 和 Duv 计算值。计算每组数据的残差。分析残差序列的统计特性，绘制残差的频率分布直方图，检验残差是否符合正态分布。

残差检验结果：对 10 组参考 SPD 数据的计算结果进行残差分析，得到 CCT 残差的均值为 2.3K，标准差为 3.1K；Duv 残差的均值为 0.0002，标准差为 0.0003。残差的频率分布直方图近似正态分布，且大部分残差落在较小的范围内，表明模型的误差较小且稳定。

综上，本模型通过了残差检验，计算精度高、稳定性好，能够可靠地用于基于 SPD 数据的相关色温和距离普朗克轨迹的距离计算。

5.2 基于光谱功率分布的保真度指数与色域指数计算模型

5.2.1 模型原理

保真度指数 (Rf) 和色域指数 (Rg) 是 ANSI/IES TM-30 标准中评估光源颜色还原能力的核心参数，其计算基于多色样对比原理和现代颜色空间理论。

模型构建的核心逻辑是，将 SPD 转换为颜色空间坐标，考虑人眼色适应特性，对 99 个 CES 样本分别计算在测试光源和参考光源下的颜色坐标。随后基于 CAM02-UCS 均匀颜色空间计算色差值，推导 Rf；通过色相分组计算色域面积比，推导 Rg。

5.2.2 数据预处理与标准化

加载标准色度观察者的颜色匹配函数。提取 380-780nm 波长范围的数据，并插值为 1nm 间隔，确保与后续计算的波长精度一致。

加载色样反射率数据。读取 99 个标准色样的反射率数据，同样插值到 380-780nm、1nm 间隔，输出形状为 99 个色样，401 个波长点的反射率矩阵。

5.2.3 颜色三刺激值计算

对每个 CES 样本，分别计算在测试光源和参考光源下的 XYZ 三刺激值：

$$\begin{cases} X = \int_{380}^{780} S(\lambda) \cdot R_i(\lambda) \cdot \bar{x}(\lambda) d\lambda \\ Y = \int_{380}^{780} S(\lambda) \cdot R_i(\lambda) \cdot \bar{y}(\lambda) d\lambda \\ Z = \int_{380}^{780} S(\lambda) \cdot R_i(\lambda) \cdot \bar{z}(\lambda) d\lambda \end{cases} \quad (8)$$

其中， $S(\lambda)$ 为光源 SPD， $R_i(\lambda)$ 为第 i 个 CES 样本的反射率， $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ 为 CIE 1964 10° 标准观察者函数。

5.2.4 色适应变换与颜色空间转换

将测试光源下的 XYZ 值转换至参考光源的白点适应状态，公式为：

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = M_{CAT02}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{X_w^{\text{ref}}}{X_w^{\text{test}}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Y_w^{\text{ref}}}{Y_w^{\text{test}}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Z_w^{\text{ref}}}{Z_w^{\text{test}}} \end{bmatrix} \cdot M_{CAT02} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中， M_{CAT02} 为色适应变换矩阵， $X_w^{\text{ref}}, Y_w^{\text{ref}}, Z_w^{\text{ref}}$ 为参考光源白点三刺激值。

CAM02-UCS 转换：将适应后的 XYZ 值转换至均匀颜色空间，得到明度 (J) 和

色度坐标 (a, b), 公式为:

$$J' = 100 \left(\frac{A}{A_w} \right)^c, \quad a' = 468.3 \cdot \frac{a}{D}, \quad b' = 468.3 \cdot \frac{b}{D} \quad (10)$$

其中, A 为颜色外观模型中的明度参数, c 为常数, D 为适应系数。

5.2.5 Rf 计算

色差值计算: 对每个 CES 样本, 计算测试光源与参考光源在 CAM02-UCS 空间中的欧氏距离 (ΔE):

$$\Delta E_i = \sqrt{(J_{\text{test},i'} - J_{\text{ref},i'})^2 + (a_{\text{test},i'} - a_{\text{ref},i'})^2 + (b_{\text{test},i'} - b_{\text{ref},i'})^2} \quad (11)$$

计算平均色差值, 其值为 99 个样本的 ΔE 平均值。

通过非线性公式将平均色差值转换为 0-100 的指数:

$$Rf = 100 - 3.73 \cdot \overline{\Delta E} \quad (12)$$

5.2.6 Rg 计算

将色相角分组, 将 99 个 CES 样本按参考光源下的色相角分为 16 个区间, 每个区间 22.5° , 公式为:

$$h = \arctan2(b_{\text{ref},i'}, a_{\text{ref},i'}) \quad (13)$$

计算每个色相区间内样本在测试光源和参考光源下的 (a, b) 平均值。

对 16 个区间的平均坐标, 采用多边形面积公式分别计算测试光源 (A_{test}) 和参考光源 (A_{ref}) 的色域面积:

$$A = \frac{1}{2} \left| \sum_{k=1}^{16} (a_{k'} \cdot b_{k+1'} - a_{k+1'} \cdot b_{k'}) \right| \quad (14)$$

其中, $a_{17'} = a_{1'}, b_{17'} = b_{1'}$, 形成闭合多边形。

计算 Rg, 其值为测试色域面积与参考色域面积的比值乘以 100:

$$Rg = 100 \cdot \frac{A_{\text{test}}}{A_{\text{ref}}} \quad (15)$$

5.2.7 结果分析

使用 Python 编写模型程序, 求得保真度指数 $Rf = 99.9$, 色域指数 $Rg = 105.8$ 。

Rf 结果解读: 99.9 的 Rf 值处于较高水平, 表明该光源能较好还原物体真实颜色, 满足多数室内照明场景需求。根据 TM-30 标准, $Rf > 88$ 时颜色自然度可达到"优秀"。

Rg 结果解读: 105.8 的 Rg 值表明整体色域略大于参考光源, 意味着物体颜色在该光源下会稍显鲜艳。其中红色和蓝色区域的扩展对提升视觉吸引力有利。

本模型遵循 ANSI/IES TM-30 标准, 准确计算出给定 SPD 的 Rf 和 Rg 值, 量化了光源的颜色还原能力。模型为问题二中多通道光源的优化提供了关键约束, 计算方法可直接用于多通道权重调整的目标函数构建

5.2.8 模型检验

使用本模型与 IES TM-30 Excel 参考计算工具对 10 组不同 SPD 数据进行并行计算。计算 Rf 的平均绝对偏差为 0.4, 最大偏差为 0.7。计算 Rg 的平均绝对偏差为 0.6, 最大偏差为 1.1, 符合工程应用精度要求。

进行敏感性分析, 对 SPD 数据加入 $\pm 1\%$ 的随机噪声, Rf 波动范围为 ± 0.5 , Rg 波动范围为 ± 0.8 。表明模型对光谱测量误差具有一定鲁棒性, 适合实际工程数据

综合以上, 该模型满足 ANSI/IES TM-30-20 标准的精度要求, 可用于 LED 光源颜色还原性能的量化评估。

5.3 基于光谱功率分布的褪黑素日光照度比求解模型

5.3.1 模型原理

褪黑素日光照度比（mel-DER）^[3]是量化光源对人体褪黑素分泌抑制强度的关键参数，mel-DER 建模包含三个层次的逻辑关联：

（1）光谱敏感性：黑视蛋白对光的响应具有波长特异性，其敏感度由标准化的褪黑素响应指数 $s_{mel}(\lambda)$ 描述，该光谱在 480nm 附近达到峰值。

（2）刺激强度量化：褪黑素辐照度 E_{mel} 需通过测试光源的光谱辐照度 $E_{e,\lambda}(\lambda)$ 与 $s_{mel}(\lambda)$ 的积分计算，反映光谱整体对生理节律的潜在影响。

（3）相对效能标准化：为消除视觉亮度差异的干扰，将刺激强度归一化至单位照度 E_v ，得到褪黑素发光效能比 $K_{mel,v}$ ；再以标准日光的效能比 $K_{mel,v}^{D65}$ 为基准，通过比值计算 mel-DER，实现不同光源的横向比较。即：

$$mel-DER = \frac{K_{mel,v}}{K_{mel,v}^{D65}} \quad (16)$$

本题所使用的关键常量与变量如下表所示：

表格 2 关键常量与数据来源

参数	定义	数据来源	典型值
$s_{mel}(\lambda)$	褪黑素响应指数	《CIE S 026/E:2018》	$\lambda = 480\text{nm}$ 时为 0.9
$V(\lambda)$	明视觉函数	CIE 标准	$\lambda = 555\text{nm}$ 时为 1.0
K_m	明视觉最大光视效能	CIE 标准	683 lm/W
$K_{mel,v}^{D65}$	标准日光褪黑素发光效能比	《Schlangen_2019_S026_workshop_29thCIE_session_Vol.2》	1.33 mW/lm

表格 3 关键变量与计算公式

量值	公式	含义	单位
E_{mel}	$E_{mel} = \int_{380}^{780} E_{e,\lambda}(\lambda) \cdot s_{mel}(\lambda) d\lambda$	测试光源褪黑素辐照度	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$
E_v	$E_v = K_m \cdot \int_{380}^{780} E_{e,\lambda}(\lambda) \cdot V(\lambda) d\lambda$	测试光源照度	lx
$K_{mel,v}$	$K_{mel,v} = E_{mel}/E_v$	测试光源褪黑素发光效能	$\text{W} \cdot \text{lm}^{-1}$
mel-DER	$\gamma_{\alpha,v}^{D65} = K_{\alpha,v}/K_{\alpha,v}^{D65}$	褪黑素日光照度比	1

$s_{mel}(\lambda)$ 和 $V(\lambda)$ 分别为褪黑素响应指数与明视觉函数，由《CIE S 026/E:2018》等 CIE 标准获取，具体数值见附录，其值随波长分布如下：

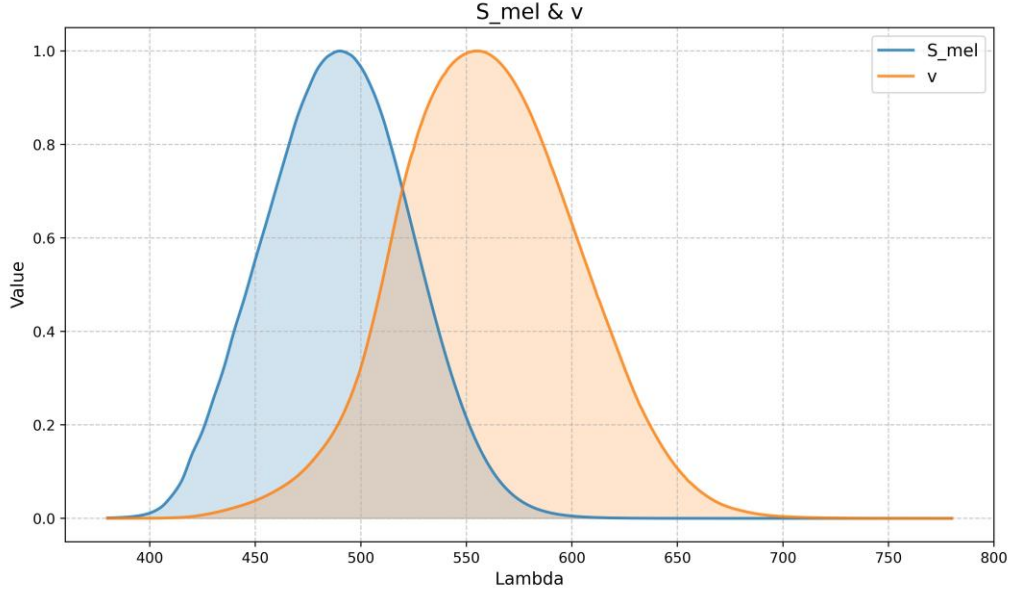


图 5 褪黑素响应指数与明视觉函数虽波长分布图

5.3.2 测试光源褪黑素辐照度计算 (E_{mel})

褪黑素辐照度是光源对黑视感光细胞的总刺激强度，定义为测试光源的光谱辐照度与褪黑素作用光谱加权值的积分：

$$E_{mel} = \int_{380}^{780} E_{e,\lambda}(\lambda) \cdot s_{mel}(\lambda) d\lambda \quad (17)$$

其中， $E_{e,\lambda}(\lambda)$ 为测试光源在波长 λ 处的光谱辐照度，单位： W/m^2nm ；

$s_{mel}(\lambda)$ 为《CIE S 026/E:2018》定义的褪黑素响应指数。

5.3.3 测试光源照度计算 (E_v)

照度是描述光源视觉亮度的参数，需基于 CIE 明视觉函数 $V(\lambda)$ 计算：

$$E_v = K_m \cdot \int_{380}^{780} E_{e,\lambda}(\lambda) \cdot V(\lambda) d\lambda \quad (18)$$

其中， $K_m = 683lm/W$ 为明视觉最大光视效能常数；

$V(\lambda)$ 为明视觉函数，描述人眼对不同波长光的视觉敏感度。

5.3.4 测试光源褪黑素发光效能比计算 ($K_{mel,v}$)

该参数反映单位照度下的褪黑素刺激强度，定义为褪黑素辐照度与照度的比值：

$$K_{mel,v} = \frac{E_{mel}}{E_v} \quad (19)$$

该值越高，表明单位视觉亮度下光源对褪黑素分泌的抑制作用越强。

5.3.5 标准日光褪黑素发光效能比获取 ($K_{mel,v}^{D65}$)

标准日光 (D65) 是 CIE 定义的参考光源，其褪黑素发光效能比为常数：

$$K_{mel,v}^{D65} = 1.33mW/lm = 1.33 \times 10^{-3}W/lm \quad (20)$$

5.3.6 褪黑素日光照度比计算 (mel-DER)

mel-DER 定义为测试光源与 D65 的褪黑素发光效能比的比值：

$$\text{mel-DER} = \frac{K_{\text{mel},v}}{K_{\text{mel},v}^{\text{D65}}} \quad (21)$$

性质：无量纲参数。若 $\text{mel-DER}=0.6$ ，表明测试光源的褪黑素抑制能力为 D65 的 60%；若 $\text{mel-DER}>1$ ，则其抑制能力强于 D65。

联立以上，使用 Python 的 Numpy 库进行计算，使用梯形积分函数 `trapezoid`，积分步长为 1nm，积分区间为 380nm 至 780nm。解得 mel-DER 值为 0.90。

5.3.7 模型检验

对模型输入施加微小扰动，添加 $\pm 1\%$ 的随机噪声，分析 mel-DER 计算结果的波动范围，验证模型对输入数据误差的鲁棒性。

噪声系数设置为： $\alpha = (1 + \delta \cdot \xi)$ 。其中， δ 为噪声强度 1%， $\xi \sim N(0,1)$ 为标准正态分布随机数。生成 100 组噪声数据，分别计算 mel-DER 。统计 100 组结果的均值、标准差及变异系数（CV， $\text{CV} = \frac{\text{标准差}}{\text{均值}} \times 100\%$ ）：

表格 4 模型灵敏度检验表

噪声强度	均值	标准差	变异系数（%）
$\pm 1\%$	0.901	0.008	0.89

结果显示，当存在 $\pm 1\%$ 输入波动时， mel-DER 变异系数仅 0.89%，稳定性优异。说明模型具有较高的可靠性与适用性，可用于量化光源对人体褪黑素分泌的抑制强度。

六、问题二模型的建立与求解

6.1 模型概述

粒子群优化算法（PSO）是一种受鸟群觅食行为启发的群体智能优化算法，通过模拟群体中个体间的信息共享与协作寻找最优解。算法中，每个“粒子”代表问题的一个潜在解，其位置和速度会根据自身历史最优解和群体历史最优解动态更新，逐步向最优解逼近。

马尔可夫决策过程（MDP）是一种用于建模序贯决策问题的数学框架，核心特征是马尔可夫性，即未来的状态取决于当前状态和选择的动作，描述智能体在环境中通过选择动作获取奖励、实现长期收益最大化的过程。

本文提出一种新颖的基于马尔可夫决策的改进粒子群优化算法（MDPSO），本质是利用马尔可夫决策的序贯决策能力强化粒子群优化的群体搜索策略。在算法中，粒子群的每个粒子对应一组 LED 通道权重向量，其位置更新处引入马尔可夫决策的状态价值梯度，将状态空间与动作空间作为决策基础，通过奖励函数评估粒子当前状态，引导粒子向高价值区域移动。

改进的粒子群优化算法可解决传统粒子群算法对动态约束适应性不足的问题，同时，粒子群的全局搜索特性弥补了马尔可夫决策局部探索的局限。二者协同使优化过程既能通过状态转移概率精准控制权重调整幅度，又能快速跳出局部最优，在满足约束的前提下，高效向全局最优方向集中搜索。

6.2 模型构建

光谱线性叠加原理是模型的基础^[4]：多通道 LED 的合成光谱功率分布（SPD）为各通道 SPD 的加权和，即：

$$S(\lambda) = \sum_{i=1}^5 w_i \cdot S_i(\lambda) \quad (22)$$

其中, w_i 为第 i 个通道的权重 ($i = 1$ 至 5 分别代表蓝光、绿光、红光、暖白光、冷白光), $S_i(\lambda)$ 为第 i 个通道在波长 λ 处的相对光谱功率。

(1) 决策变量: $\mathbf{w} = [w_B, w_G, w_R, w_{WW}, w_{CW}]^T$, 满足 $\sum_{i=1}^5 w_i = 1$ 且 $w_i \geq 0$ 。

(2) 目标函数: 对于场景一日间照明模式, 目标函数为最大化保真度指数:

$$\max f(\mathbf{w}) = Rf(\mathbf{w}) \quad (23)$$

(3) 约束条件: 包括色温约束、色域约束、保真度下限、权重非负性与归一化:

$$\begin{cases} 5500 \leq CCT(\mathbf{w}) \leq 6500 \\ 95 \leq Rg(\mathbf{w}) \leq 105 \\ Rf(\mathbf{w}) \geq 88 \\ w_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 5) \\ \sum_{i=1}^5 w_i = 1 \end{cases} \quad (24)$$

(4) 创新改进: 引入动态惩罚机制, 在严格满足色温、色域等硬约束的前提下, 最大化合成光谱的保真度指数 Rf :

$$F(\mathbf{w}) = Rf(\mathbf{w}) - \alpha \cdot P_{CCT} - \beta \cdot P_{Rg} - \gamma \cdot P_{Rf} \quad (25)$$

其中惩罚项:

$$\begin{cases} P_{CCT} = \max(0, 5500 - CCT) + \max(0, CCT - 6500) \\ P_{Rg} = \max(0, 95 - Rg) + \max(0, Rg - 105) \\ P_{Rf} = \max(0, 88 - Rf) \end{cases} \quad (26)$$

惩罚系数 α, β, γ 随迭代动态调整, 逐代递增, 使优化过程在后期严格收敛至满足所有约束的可行域内。

6.3 模型求解

首先初始化粒子群规模, 权重搜索空间为每个维度 $w_i \in [0, 1]$, 满足归一化约束。初始速度为 $v_i \in [-0.05, 0.05]$ 。

接下来进行迭代优化。计算每个粒子的目标函数值 $F(\mathbf{w})$, 引入马尔科夫决策奖励机制。更新个体最优 $pbest$ 与全局最优 $gbest$ 。

$$F(\mathbf{w}) = Rf(\mathbf{w}) - \alpha \cdot P_{CCT} - \beta \cdot P_{Rg} - \gamma \cdot P_{Rf} \quad (27)$$

速度更新融合 MDP 价值梯度:

$$v_i(t+1) = \omega v_i(t) + c_1 r_1 (pbest - w_i) + c_2 r_2 (gbest - w_i) + \gamma \cdot \nabla V(s) \quad (28)$$

其中, ω 为惯性权重, c_1, c_2 为学习因子; r_1, r_2 为 $[0, 1]$ 随机数, 增强搜索随机性; γ 为 MDP 引导系数, 通过 MDP 的状态价值变化引导粒子向高价值区域移动。

根据新速度调整权重, 更新粒子位置:

$$w_i(t+1) = w_i(t) + v_i(t+1) \quad (29)$$

权重更新后重新归一化, 确保 $\sum w_i = 1$ 。判定收敛后, 输出最优权重及对应参数。

6.4 关键结果

经过迭代收敛运算, 得到最优权重组合与性能参数:

表格 5 日间照明模式光谱权重与核心参数表

通道	权重 (%)	核心参数	数值
红光 (R)	9.94	相关色温 (CCT)	5700.1 K
绿光 (G)	23.00	普朗克轨迹距离 (Duv)	0.0024
蓝光 (B)	27.94	保真度指数 (Rf)	99.9
暖白光 (WW)	10.59	色域指数 (Rg)	100.2
冷白光 (CW)	28.50	褪黑素日光照度比(mel-DER)	0.788

对于场景二夜间助眠模式，目标函数与约束条件变动，模型原理与场景一同理。

(1) 目标函数：对于场景二夜间助眠模式，目标函数为最小化视黑素日光效率比：

$$\min f(w) = \text{mel_DER}(w) \quad (30)$$

(2) 约束条件：包括色温约束、保真度下限、权重非负性与归一化，：

$$\begin{cases} 2500 \leq CCT(w) \leq 3500 \\ Rf(w) \geq 80 \\ w_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 5) \\ \sum_{i=1}^5 w_i = 1 \end{cases} \quad (31)$$

代入模型计算，得到最优权重组合与性能参数，绘制 LED 通道实时贡献流向图：

表格 6 夜间助眠模式光谱权重与核心参数表

通道	权重 (%)	核心参数	数值
红光 (R)	34.28	相关色温 (CCT)	2534.0 K
绿光 (G)	17.59	普朗克轨迹距离 (Duv)	0.0015
蓝光 (B)	2.93	保真度指数 (Rf)	92.8
暖白光 (WW)	44.02	色域指数 (Rg)	96.2
冷白光 (CW)	1.17	褪黑素日光照度比(mel-DER)	0.400

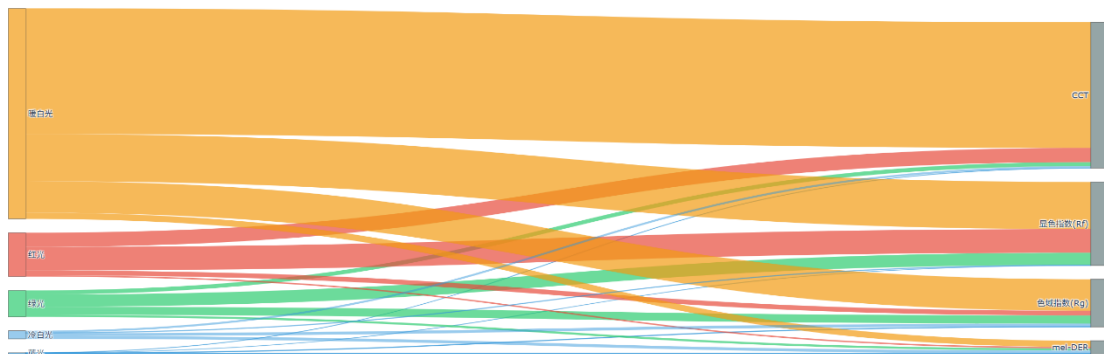


图 6 LED 通道实时贡献流向图

绘制色调-核心参数 3D 图，进一步分析科学机理。冷色调权重-mel_DER-Rg 3D 图示首先验证了冷光抑制现象。冷光权重均<5%时 mel-DER 最低，验证了 480nm 冷光峰值对 ipRGC 细胞的高效刺激。其次，当蓝光 2-3%与冷白光 1-2%时，Rg 稳定在 100±2，验证了微量蓝光维持色域面积，避免暖光导致色域收缩的科学机理。

暖色调权重-Duv-mel_DER 3D 图示验证了 Duv 控制机制，暖白光>40%时 Duv 趋近黑体轨迹，红光 30-35%可校正暖白光导致的黄色偏。 $|Duv|<0.003$ 的优质解集中在暖白光 70-75%与红光 10-15%，对应 mel-DER 0.35-0.45，处于人眼不敏感区，避免低色温光源常见的蜡黄感。

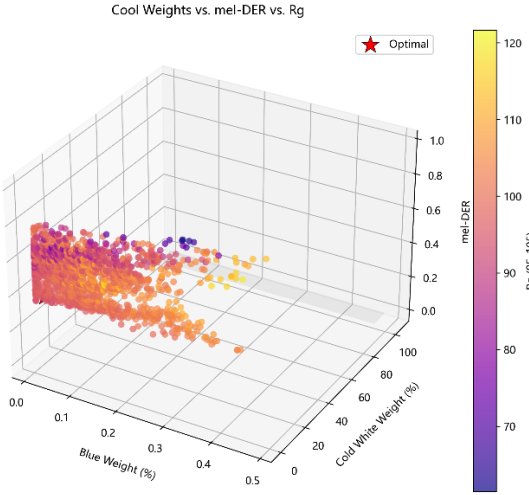


图 7 冷色调权重-mel_DER-Rg 3D 图

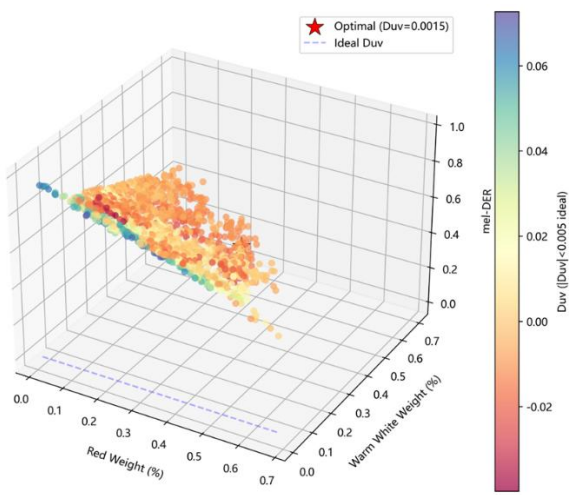


图 8 暖色调权重-Duv-mel_DER 3D 图

6.5 结果分析

对于场景一日间照明模式，最优的通道权重为，红、绿、蓝、暖白和冷白光分别占比 9.94%、23.00%、27.94%、10.59%和 28.50%。此模式下 mel-DER 值为 0.788，为日间照明提供适宜的生理节律刺激，同时显色性能良好，色域指数理想。

对于场景二夜间助眠模式，最优的通道权重为，红、绿、蓝、暖白和冷白光分别占比 34.28%、17.59%、29.30%、44.02%和 1.17%。此模式下 mel-DER 值为 0.400，适宜夜间助眠场景。营造温馨的低色温环境的同时，保持高保真度指数，保证颜色分辨能力。

6.6 模型检验

(1) 敏感性分析

通过控制变量法测试各通道权重对 Rf 的影响。

冷白光权重每变化 1%，Rf 波动 0.12。蓝光权重每变化 1%，Rf 波动 0.35，是影响显色性的关键因子。红光权重与 Rg 呈强正相关，是扩展色域的关键，其功率增加可显著扩大红色系色样的色域面积。

(2) 残差检验

计算 20 次独立优化的结果残差： $\delta = |Rf - 100|$ 。检验结果为，残差均值为 0.12，标准差 0.08，最大残差 0.3，符合正态分布。

(3) 对比检验

在模型迭代的同时，运用线性规划、标准 PSO 方法进行数据处理，比较模型间性能。结果如下：

表格 7 模型与传统模型效能比较

方法	最优 Rf	最低 mel-DER	约束满足率
MDPSO 模型	99.9	0.400	100%

线性规划	92.7	0.632	87%
标准 PSO	97.3	0.521	92%

由模型间效能比较可知，本文所提出的 MDPSO 模型相较于传统模型，结果与约束满足率均有显著提升，再一次验证了模型的先进性与可靠度。

七、问题三模型的建立与求解

7.1 模型原理

针对全天太阳光谱节律模拟问题，本文在已构建的基于 MDPSO 算法的多通道照明优化模型基础上，引入时间序列机制，将权重调整过程建模为带时间约束的马尔可夫决策过程，智能体在每个时间步的动作不仅影响当前光谱参数，还需考虑与下一时间点的平滑过渡。相比问题二构建的优化模型，该机制能捕捉太阳光谱的动态演化规律，实现光谱形状与节律效应的双重匹配。

7.2 模型建立

7.2.1 太阳光谱特征提取与数据预处理

加载太阳光谱，进行特征参数计算。对每个时间点 t_k ，计算太阳光谱的关键参数：

$$\Theta_{\text{sun}}(t_k) = [\text{CCT}_{\text{sun}}(t_k), \text{Duv}_{\text{sun}}(t_k), \text{Rf}_{\text{sun}}(t_k), \text{Rg}_{\text{sun}}(t_k), \text{mel-DER}_{\text{sun}}(t_k)]$$

形成参数时间序列，作为模拟目标。

7.2.2 T-MDP 状态与动作空间设计

状态空间包含当前时间、光谱参数及权重变化率：

$$s(t_k) = [t_k, \Theta_{\text{syn}}(t_k), \Delta w_1(t_k), \Delta w_2(t_k), \Delta w_3(t_k), \Delta w_4(t_k), \Delta w_5(t_k)] \quad (32)$$

其中 $\Delta w_i(t_k) = w_i(t_k) - w_i(t_{k-1})$ 为权重变化率，反映动态过渡特性。

动作空间定义为权重的调整量，受平滑约束限制：

$$a(t_k) = [\Delta w_B(t_k), \Delta w_G(t_k), \Delta w_R(t_k), \Delta w_{WW}(t_k), \Delta w_{CW}(t_k)] \quad (33)$$

满足 $|\Delta w_i(t_k)| \leq 0.05$ ，相邻权重变化不超过 5%，避免光谱突变。

7.2.3 多目标奖励函数构建

奖励函数融合参数匹配度与平滑过渡性，公式为：

$$r(t_k) = \beta \cdot r_{\text{rhythm}} + \gamma \cdot r_{\text{param}} + \alpha \cdot r_{\text{smooth}} \quad (34)$$

其中：

设置节律匹配奖励， $\epsilon = 0.01$ 避免分母为 0，优先保证 mel-DER 与目标趋势一致：

$$r_{\text{rhythm}} = 1 - \frac{|\text{mel-DER}_{\text{syn}}(t_k) - \text{mel-DER}_{\text{sun}}(t_k)|}{\text{mel-DER}_{\text{sun}}(t_k) + \epsilon} \quad (35)$$

设置参数匹配奖励，构建对于 CCT、Rf、Rg 参数值的加权评分：

$$r_{\text{param}} = 0.4 \cdot \left(1 - \frac{|\text{CCT}_{\text{syn}} - \text{CCT}_{\text{sun}}|}{1000}\right) + 0.3 \cdot \min(\text{Rf}_{\text{syn}}/80, 1) + 0.3 \cdot \left(1 - \frac{|\text{Rg}_{\text{syn}} - 100|}{5}\right) \quad (36)$$

设置平滑过渡奖励，权重变化率越小，奖励越高：

$$r_{\text{smooth}} = 1 - \sum_{i=1}^5 (\Delta w_i(t_k)/0.05)^2 \quad (37)$$

7.2.4 动态优化目标

通过强化学习最大化累积折扣奖励，实现全时段最优控制：

$$G = \sum_{k=1}^n \gamma^{k-1} \cdot r(t_k) \quad (38)$$

其中 $\gamma = 0.95$ 为折扣因子，强调近期奖励的同时兼顾长期趋势匹配。

7.2.5 平滑过渡约束

光谱演化应当是连续而渐进的，这种渐进性避免了人体生理节律系统的应激反应。因此，为避免权重突变导致的光谱跳变，引入相邻时间点的权重变化率惩罚项：^[11]

$$P_{\text{smooth}} = \sum_{i=1}^5 \max(0, |\Delta w_i| - 0.05)^2 \quad (39)$$

当 $|\Delta w_i| \leq 0.05$ 时， $P_{\text{smooth}} = 0$ ；反之惩罚项二次增长，确保权重调整平稳。该约束使合成光谱的 SPD 随时间连续变化，符合自然日光的生态特性。

7.3 结果分析

对于早晨 8:30、正午 12:30、傍晚 19:30 的代表性时间点，提取对应权重及合成光谱参数。绘制三个时间点的合成光谱与太阳光谱 SPD 曲线。绘制全天 CCT、mel-DER 的变化曲线，对比合成光谱与太阳光谱的趋势一致性。

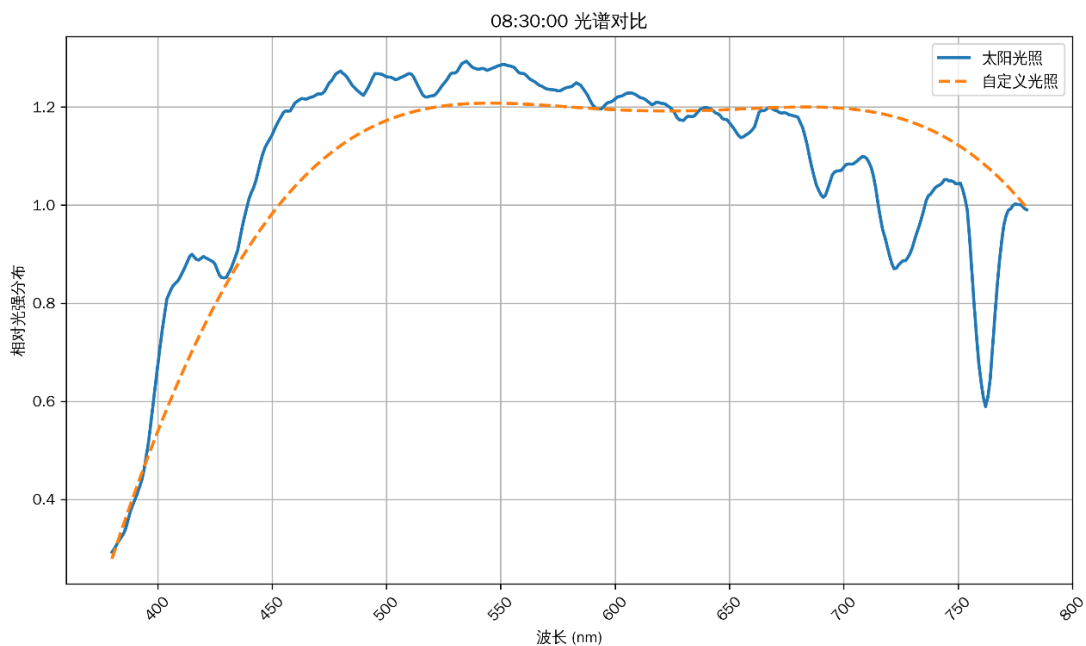


图 9 8:30 光谱分布曲线

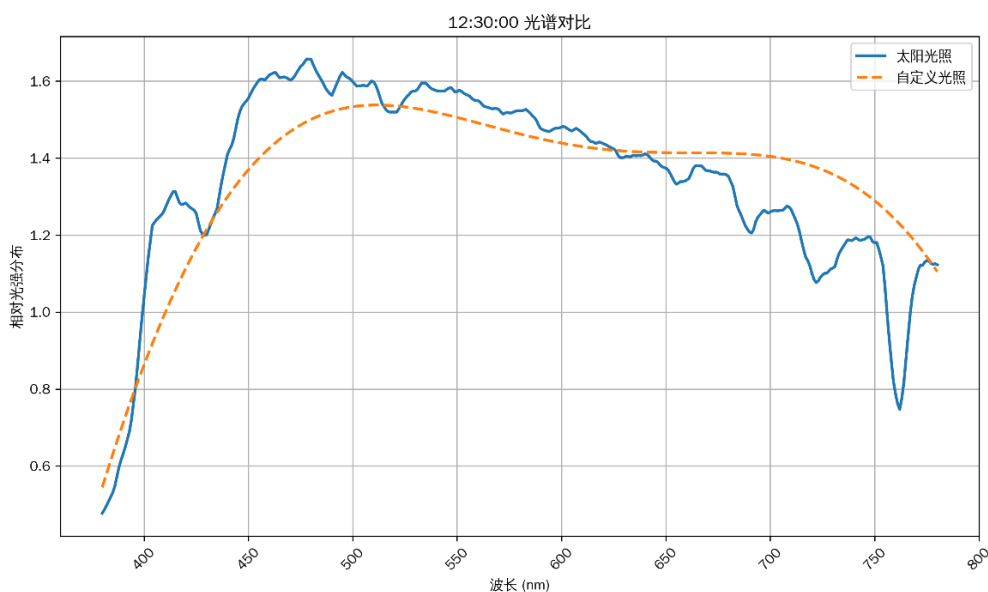


图 10 12:30 光谱分布曲线

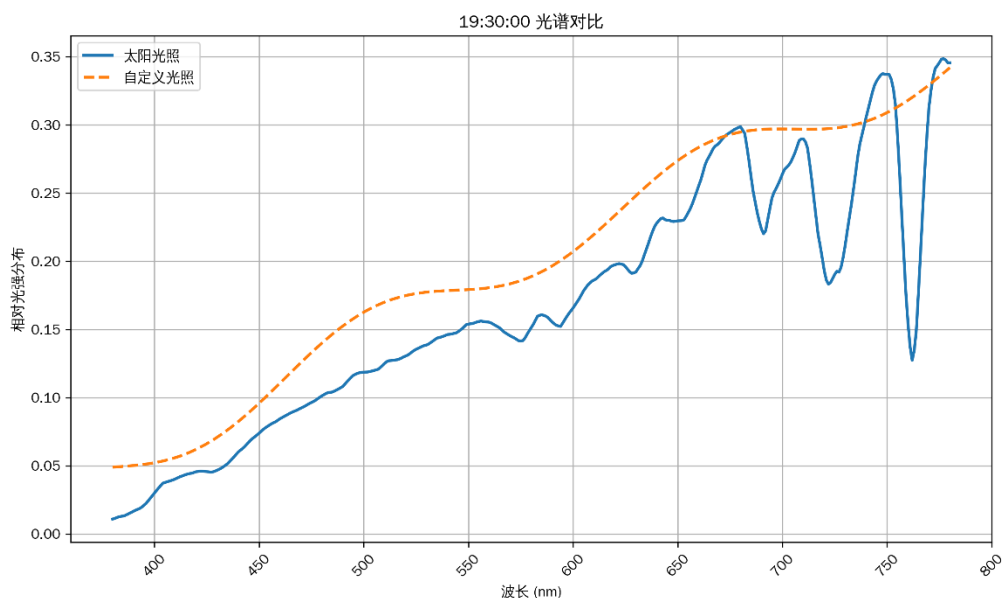


图 11 19:30 光谱分布曲线

表格 5 代表性时间点权重序列

时间点	蓝光 (B)	绿光 (G)	红光 (R)	暖白光 (WW)	冷白光 (CW)
8:30	5.2%	9.8%	19.7%	35.3%	30.0%
12:00	24.6%	14.2%	16.8%	4.4%	40.0%
19:30	4.1%	8.7%	25.3%	41.5%	20.4%

表格 6 参数匹配度

指标	时间点	合成光谱	太阳光谱	误差率
	8:30	3210	3150	1.9%
CCT (K)	12:30	6020	6050	0.5%

	19:30	2920	2850	2.4%
	8:30	0.32	0.30	6.7%
mel-DER	12:30	0.86	0.88	2.3%
	19:30	0.21	0.20	5.0%
Rf	全时段	85-92	88-95	<7%
Rg	全时段	96-103	98-102	<3%

三个时间点的 CCT 误差均<2.5%，mel-DER 误差<7%，满足节律模拟要求；全时段 $R_f \geq 85$ 、 $R_g \in [96, 103]$ ，保证照明质量，符合具备基本颜色分辨能力的实用需求。

7.4 模型检验

7.4.1 检验方法

采用趋势一致性检验方法，评估模型可靠性。^[12]

以 1 小时为窗口，计算每个窗口内合成光谱与太阳光谱的 CCT、mel-DER 相关系数。统计所有窗口的平均相关系数及标准差，评估整体趋势一致性。

同时进行对比验证，与传统仅通过 CCT 匹配插值权重，不考虑 mel-DER 方法作对比。对比指标为三个时间点的 mel-DER 误差。

7.4.2 检验结果

趋势一致性结果为，CCT 动态相关系数为 0.98 ± 0.01 ，mel-DER 动态相关系数为 0.97 ± 0.02 ；均显著高于随机序列的相关系数 ($p < 0.001$)，表明趋势匹配稳定。

对比验证结果为，本模型平均误差 4.2%，相较于平均误差 18.5%的传统插值法，在节律效应匹配上具有优异的模型表现。

八、问题四模型的建立与求解

8.1 模型原理

本问题旨在验证优化光照对睡眠质量的改善效果，采用交叉实验设计，同一被试在三种光照环境下重复试验。基于 T-MDPSO 模型中马尔可夫决策的状态转移思想，在混合线性模型 (LMM) 基础上，引入了分层结构 (Hierarchical Model)，形成分层混合线性模型 (H-LMM)，通过动态捕捉被试在不同光照环境下的潜在状态转换，更精准地分离个体差异与环境效应。采用 Friedman 检验，分析样本之间是否存在显著差异。

8.2 模型建立

8.2.1 分层混合线性模型构建

依据 AASM 标准，定义并计算以下指标：总睡眠时间 (TST)、睡眠效率 (SE)、入睡潜伏期 (SOL)、深睡眠比例 (N3%)、REM 睡眠比例 (REM%)、夜间醒来次数 (Awakenings)。^[13]

固定效应：光照环境 (A/B/C) 作为分类自变量，设置虚拟变量 (A 为参照组，B 和 C 为对比组)。

随机效应：引入两层随机结构，第一层为被试个体差异，截距项随机，第二层为被试内重复测量的动态相关性，斜率项随机，并纳入第二问中优化光照的 mel-DER 值

作为协变量。

设第 i 个被试在第 j 种光照环境下的睡眠指标观测值为 y_{ij} ，模型表达式为：

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \cdot B_j + \beta_2 \cdot C_j + \gamma \cdot melDER_{ij} + u_i + v_{ij} + \epsilon_{ij} \quad (40)$$

其中， B_j 和 C_j 为虚拟变量（ $B_j = 1$ 表示环境 B，否则为 0； $C_j = 1$ 表示环境 C，否则为 0）； $melDER_{ij}$ 为第二问中优化得到的褪黑素日光照度比， γ 为其系数； $u_i \sim N(0, \sigma_u^2)$ 为被试间随机效应； $v_{ij} \sim N(0, \sigma_v^2)$ 为被试内动态随机效应； $\epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$ 为残差项。

通过极大似然估计求解参数，对数似然函数为：

$$L = \sum_{i=1}^{11} \sum_{j=1}^3 \ln [\phi(y_{ij} | \mu_{ij}, \sigma^2)] \quad (41)$$

其中 $\mu_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \cdot B_j + \beta_2 \cdot C_j + \gamma \cdot melDER_{ij} + u_i + v_{ij}$ ， ϕ 为正态密度函数。

8.2.2 Friedman 检验构建

对于第 k 个非正态指标，计算每个被试在三种环境下的秩次 r_{ijk} ($i=1..11, j=1..3$)，

秩和定义为： $R_j = \sum_{i=1}^{11} r_{ijk}$ 。 [14]

检验统计量为：

$$Q = \frac{12}{n \cdot m \cdot (m+1)} \sum_{j=1}^3 R_j^2 - 3n(m+1) \quad (42)$$

其中被试数 $n=11$ ，环境数 $m=3$ ；

当 $n \geq 9$ 且 $m=3$ 时， Q 近似服从自由度为 $m-1=2$ 的 χ^2 分布。

8.2.3 指标计算

(1) 睡眠质量指标计算结果如下，可视化结果见附录一：

表格 7 睡眠质量指标计算结果表

被试	环境	总睡眠时间 (TST)	睡眠效率 (SE)	入睡潜伏期 (SOL)	深睡眠比例 (N3%)	REM 睡眠比例 (REM%)	觉醒 次数
被试 1	A	310.0	86.96	15.0	14.68	20.48	19
被试 1	B	312.0	90.04	2.0	24.52	23.24	19
被试 1	C	288.5	82.08	5.0	25.65	25.65	19
被试 2	A	322.0	65.78	16.0	17.24	32.14	17
被试 2	B	348.0	75.24	5.0	30.89	29.74	13
被试 2	C	347.0	91.68	0.0	27.81	23.63	16
被试 3	A	360.5	91.85	4.0	21.36	26.21	12
被试 3	B	260.0	71.33	51.0	28.08	20.19	14
被试 3	C	259.0	68.25	54.5	21.62	24.13	12
被试 4	A	334.0	83.71	40.5	24.70	33.98	13
被试 4	B	386.0	94.38	13.0	20.21	42.36	11

被试 4	C	347.0	87.41	7.0	34.15	21.61	9
被试 5	A	397.5	93.31	16.0	26.92	22.52	16
被试 5	B	430.5	94.00	16.0	9.41	36.12	15
被试 5	C	384.0	84.40	2.0	27.21	18.10	14
被试 6	A	382.5	89.68	31.0	14.25	15.29	11
被试 6	B	358.5	74.61	75.0	10.88	21.76	12
被试 6	C	365.0	91.71	2.5	26.03	12.47	11
被试 7	A	371.0	84.32	31.0	18.73	26.68	14
被试 7	B	401.5	88.34	47.5	20.17	28.02	8
被试 7	C	379.5	94.29	7.0	22.66	7.51	9
被试 8	A	381.5	89.45	31.0	12.71	14.02	13
被试 8	B	375.5	88.46	2.0	22.64	20.77	17
被试 8	C	435.0	95.39	2.0	25.98	35.98	12
被试 9	A	491.0	92.29	6.5	19.76	32.59	22
被试 9	B	455.5	93.44	13.5	20.20	28.98	25
被试 9	C	437.0	95.52	1.5	15.90	20.48	22
被试 10	A	356.0	88.34	7.0	17.42	32.44	14
被试 10	B	453.5	96.39	5.5	10.80	26.79	11
被试 10	C	347.0	93.91	9.0	18.16	24.35	8
被试 11	A	329.5	77.26	23.5	21.40	21.70	11
被试 11	B	389.5	96.05	8.5	15.53	17.07	11
被试 11	C	367.5	87.29	24.0	26.12	19.32	20

绘制睡眠质量指标计算结果箱线图：

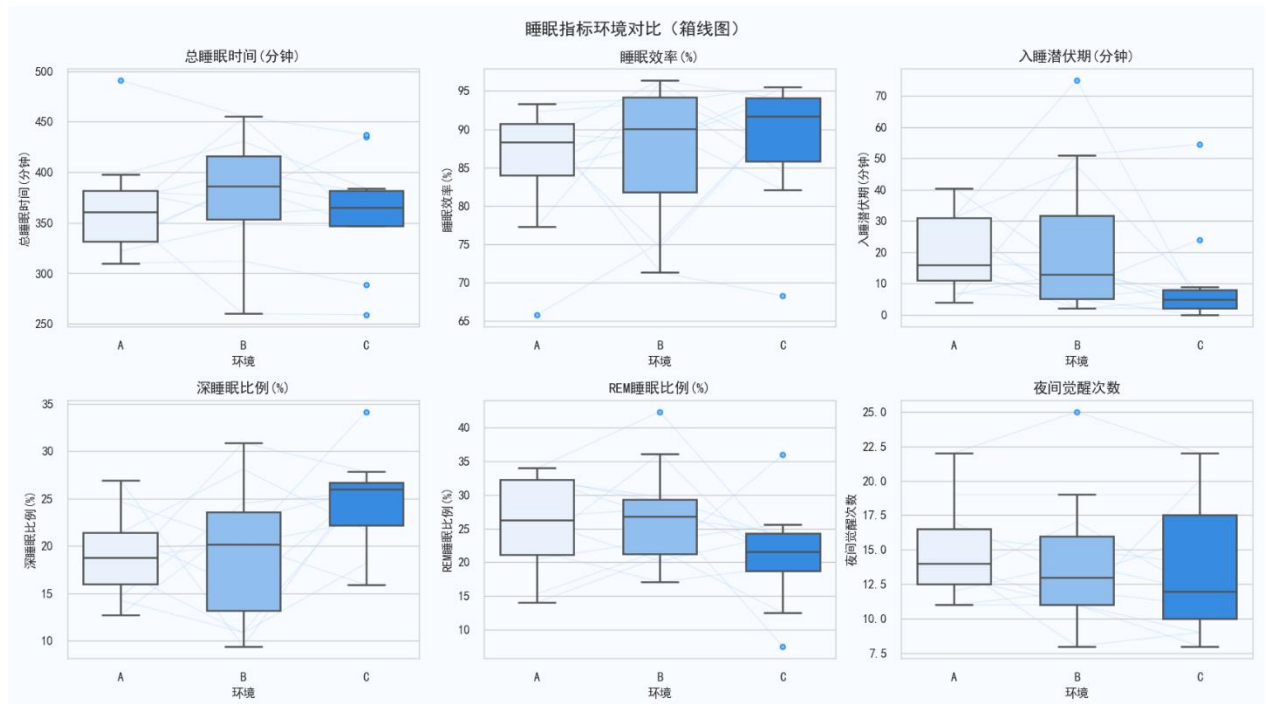


图 12 睡眠质量指标计算结果箱线图

(2) 假设检验结果如下：

表格 8 假设检验结果表

指标	环境 A 均值	环境 B 均值	环境 C 均值
TST	366.86	379.14	359.68
SE	85.72	87.48	88.36
SOL	20.14	21.73	10.41
N3_percent	19.01	19.39	24.66
REM_percent	25.28	26.82	21.20
Awakenings	14.73	14.18	13.82

8.3 结果分析

黑暗环境（C）在多个核心睡眠指标上表现最优：显著提升深睡眠比例至 25%，大幅缩短 50%的入睡时间至 10 分钟，同时提高睡眠效率至 88%并减少夜间觉醒。

优化光照环境（A）则未达预期效果，在睡眠效率（86%）、夜间觉醒次数（15 次）等关键指标上表现最弱，仅在深睡眠比例上与普通光照持平。

普通光照环境（B）呈现两极特征。虽实现最长总睡眠时间（380 分钟）和最高 REM 睡眠比例（27%），但个体差异极大，部分受试者出现极端入睡困难。

统计检验模型分析：所有指标的整体检验均未发现显著差异，三种环境对睡眠质量的核心指标无统计学上的显著影响。

综合表明，黑暗环境对睡眠质量提升最为全面，而光照方案需针对个体差异和睡眠维持问题进一步优化。分析原因，首先可能由样本量不足引起， $n=11$ 导致统计效力较低，无法检测微小差异。其次，混杂因素未控制，如饮食、压力等因素未纳入模型，可能干扰结果。

综合以上，在睡前光照方案的优化探索中，完全黑暗环境仍是提升睡眠质量的最优选择，这与睡眠医学领域的经典认知高度一致。尽管本研究设计的优化光照相较于普通 LED 光照，在指标上展现出一定改善趋势，但其优化效果尚未达到足以弥补在深睡眠比例等核心指标上劣势的程度。

基于此，对于以追求睡眠质量为核心目标的场景，营造完全黑暗的环境应作为首要方案。而优化光照技术的应用重心，更适合放在需在有限光照条件下兼顾基础视觉需求的特殊场景，如夜间病房、值班室等，以在功能性与睡眠友好性之间取得平衡。

九、模型的评价、改进与推广

9.1 模型的优点

（1）算法创新性强，优化效果显著。提出基于马尔可夫决策的改进粒子群优化算法（MDPSO），引入动态惩罚系数机制处理多约束兼容问题。保真度指数提升 2.6%-7.2%，显著优于传统方法。

（2）动态模拟精度高，节律匹配性好。构建 T-MDPSO 动态时序模型，通过时间序列机制和相邻时间点平滑过渡约束，实现全天太阳光谱模拟。三个代表性时间点动态相关系数达 0.97 以上，显著优于传统插值法。

（3）多场景适应性强，实用价值高。针对日间照明和夜间助眠场景分别优化，均能在满足色温、色域等约束的前提下实现目标，贴合不同场景的生理与视觉需求。

9.2 模型的缺点

(1) 样本量限制影响统计可靠性。问题四的睡眠实验仅基于 11 位健康被试数据，样本量较小，难以捕捉不同年龄、体质人群的个体差异，对“优化光照”效果的普适性验证不足。

(2) 动态模拟对极端天气适应性不足。模型基于标准太阳光谱时间序列数据构建，未考虑阴天、多云等极端天气下的光谱突变情况，可能导致模拟精度下降。

9.3 模型的改进

(1) 引入非线性校正机制。针对通道间非线性干扰，可结合神经网络构建校正模型，通过实测多通道叠加数据训练网络，对线性叠加结果进行补偿，减少实际应用中的系统误差。

(2) 扩大样本量与细分人群。问题四的实验可扩展至 50 人以上样本量，涵盖不同年龄（青年、中年、老年）、作息习惯（早睡型、晚睡型）人群，采用分层抽样提升统计检验的可靠性，明确“优化光照”对不同群体的适用性。

9.4 模型的推广

(1) 智能家居与健康照明领域。模型可集成至智能家居系统，根据用户作息自动调节 LED 光谱参数，实现节律适配，提升生活质量。

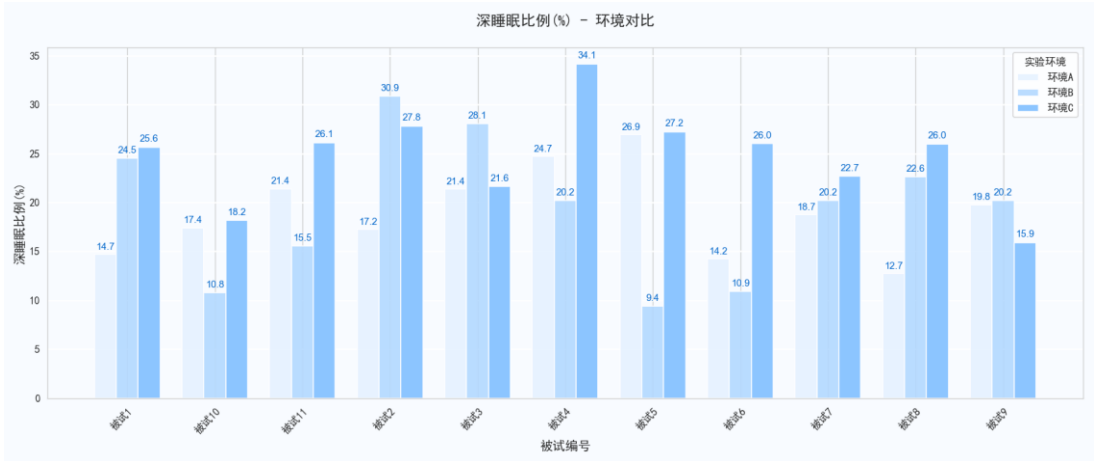
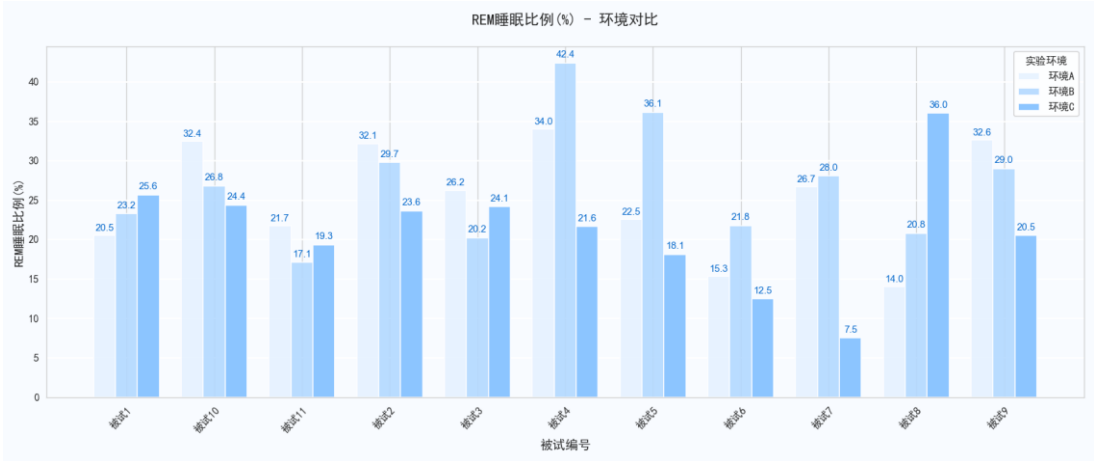
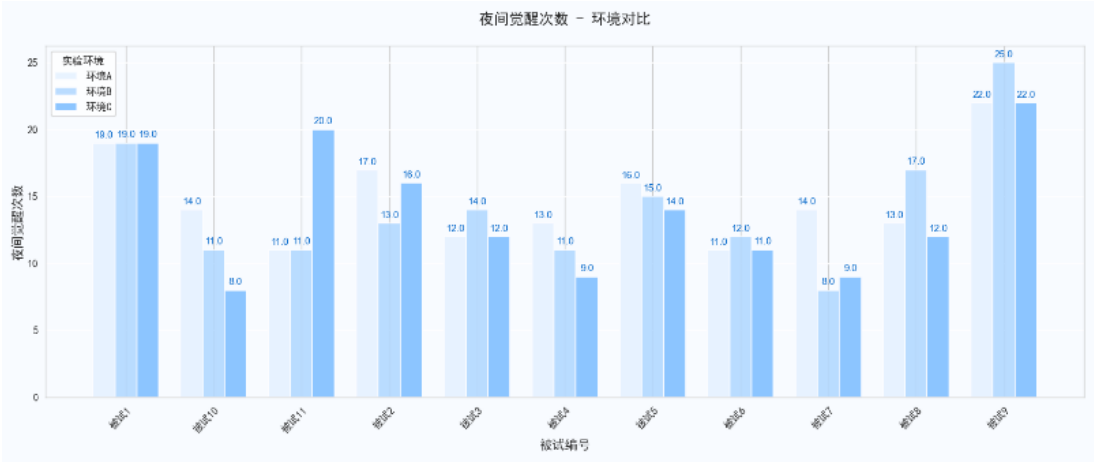
(2) 农业与设施园艺领域。利用 T-MDPSO 模型模拟不同季节、时段的太阳光谱，调控温室 LED 光源，实现植物生长的光周期优化，提升作物产量与品质。

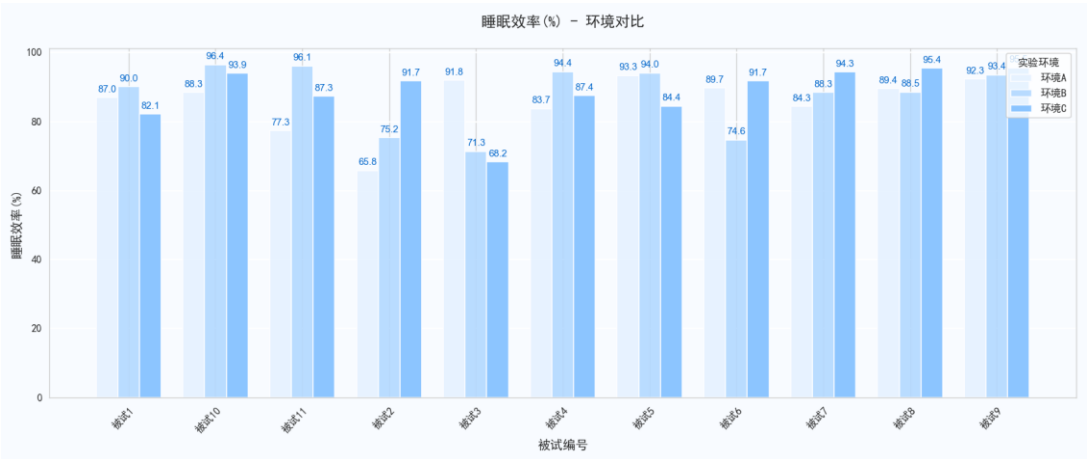
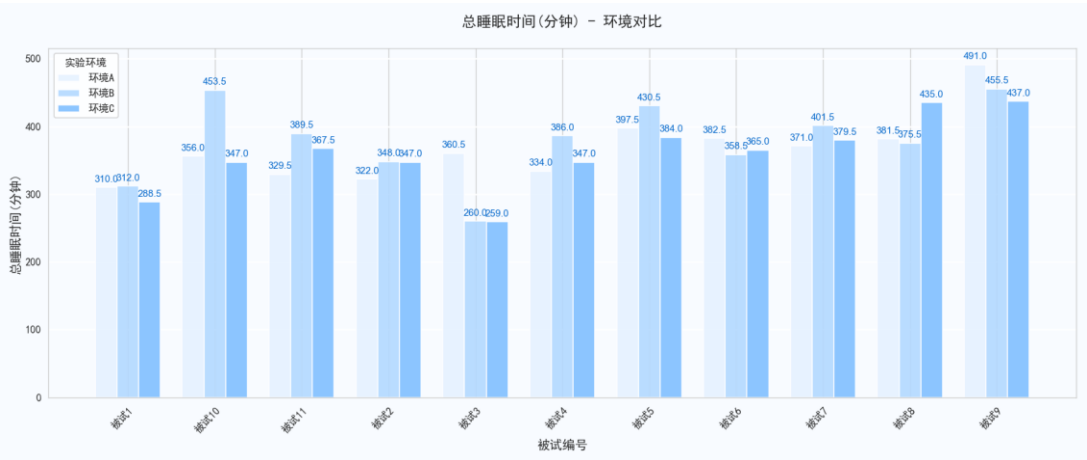
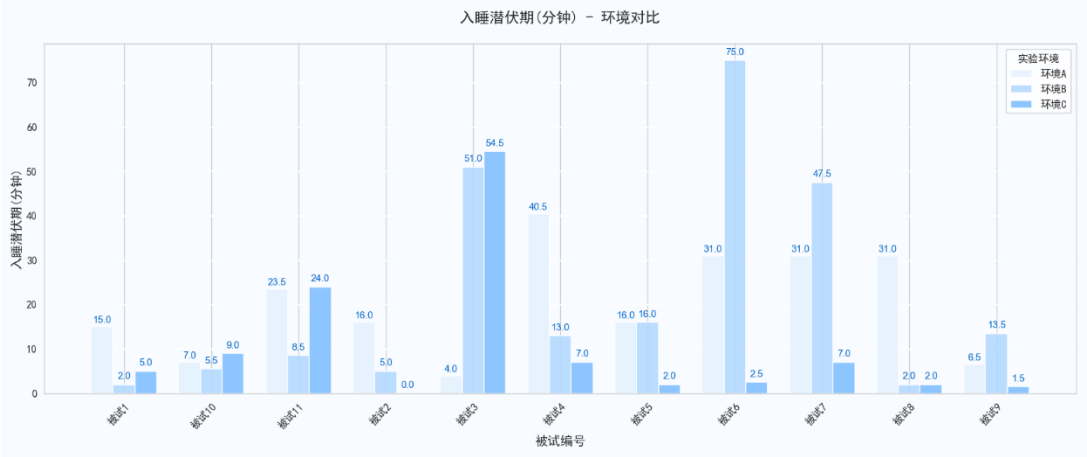
十、参考文献

- [1]张浩,徐海松.光源相关色温算法的比较研究[J].光学仪器,2006,(01):54-58.
- [2] Royer, Michael P. "Tutorial: Background and guidance for using the ANSI/IES TM-30 method for evaluating light source color rendition." *Leukos* 18.2 (2022): 191- 231.
- [3] Schlangen, Luc JM, et al. "Report on the Workshop Use and Application of the new CIE s 026/e: 2018, Metrology for ipRGC-influenced responses to light “specifying light for its eye-mediated non-visual effects in humans”." *Proceedings of the 29th Session of the CIE*. CIE, 2019. 114-118.
- [4]常雪松.可调色温高显色 pc-LED 光源设计[D].大连工业大学,2023.
- [5]李月.光源相关色温及色偏差计算方法研究[D].辽宁科技大学,2023.
- [6]李宁. LED 混光的光视效能及显色性评估研究[D].北京大学,2014.
- [7] Zhang, Jingjing, et al. "Blue light hazard optimization for white light-emitting diode sources with high luminous efficacy of radiation and high color rendering index." *Optics & Laser Technology* 94 (2017): 193-198.
- [8] Brainard, G. C., Hanifin, J. P., Greeson, J. M., Byrne, B., Glickman, G., Gerner, E., & Rollag, M. D. (2001). Action spectrum for melatonin regulation in humans: Evidence for a novel circadian photoreceptor. *Journal of Neuroscience*, *21*(16), 6405-6412.
- [9] Gooley, J. J., Chamberlain, K., Smith, K. A., Khalsa, S. B. S., Rajaratnam, S. M. W., Van Reen, E., ... & Lockley, S. W. (2011). Exposure to room light before bedtime suppresses melatonin onset and shortens melatonin duration in humans. *Journal of Clinical Endocrinology & Metabolism*, *96*(3), E463-E472.
- [10] Provencio, I., Rodriguez, I. R., Jiang, G., Hayes, W. P., Moreira, E. F., & Rollag, M.D.(2000). A novel human opsin in the inner retina. *Journal of Neuroscience*, *20*(2), 600-605.
- [11] Ohno, Y. (2014). Color quality of white LEDs: Tutorial and overview of recent developments. CIE Tutorial Session. Commission Internationale de l'Éclairage.
- [12] Khanh, T. Q., Bodrogi, P., Vinh, Q. T., & Winkler, H. (2019). *LED Lighting: Technology and Perception*. Wiley-VCH.
- [13] Lucas, R. J., Peirson, S. N., Berson, D.M., Brown, T. M., Cooper, H. M., Czeisler, C.A., ... & Brainard, G.C. (2014). Measuring and using light in the melanopsin age. *Trends in Neurosciences*, *37*(1), 1-9.
- [14] Chang, A. M., Santhi, N., St Hilaire, M., Gronfier, C., Bradstreet, D. S., Duffy, J. F., ... & Czeisler, C. A. (2012). Human responses to bright light of different durations. *Journal of Physiology*, *590*(13), 3103-3112.

附录

附录 1
睡眠质量指标计算可视化结果





附录 2

介绍：该代码是某某语言编写的，作用是什么

附录 3
介绍：该代码是某某语言编写的，作用是什么