



## ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧ/ΚΩΝ & ΜΗΧ/ΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΑΙ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ

**Μάθημα: "Ρομποτική II: Ευφυή Ρομποτικά Συστήματα"**

ΚΟΥΝΟΥΔΗΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΑΜ: **03117169**

ΤΣΑΚΑΝΙΚΑ ΧΡΙΣΤΙΝΑ ΑΜ: **03117012**

### **Εξαμηνιαία Εργασία 1:**

**Κινηματικός έλεγχος ρομποτικού χειριστή με πλεονάζοντες βαθμούς ελευθερίας: Παρακολούθηση τροχιάς και αποφυγή εμποδίου**

(Redundant manipulators: Path Following and Obstacle Avoidance)

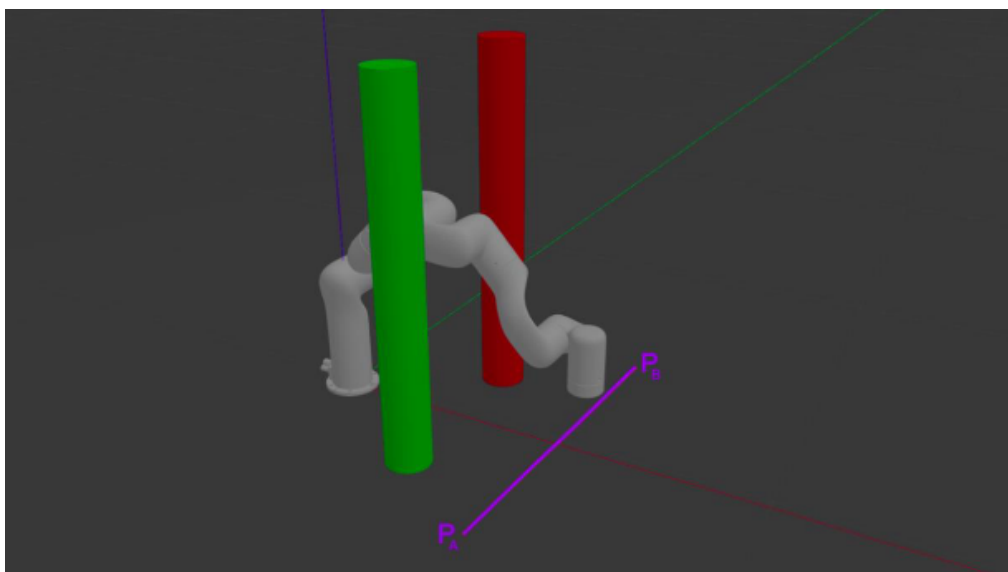
### **Περιγραφή Εργασίας**

Η υλοποίηση ενός αλγορίθμου για την παρακολούθηση τροχιάς από το τελικό στοιχείο δράσης της ρομποτικής διάταξης  $xArm\ 7$  με ταυτόχρονη αποφυγή εμποδίων, αποτελεί τον στόχο της πρώτης εργαστηριακής άσκησης.

Επεξηγηματικά, το τελικό στοιχείο δράσης του βραχίονα καλείται να εκτελέσει ευθύγραμμη περιοδική κίνηση μεταξύ των θέσεων  $P_A$  και  $P_B$  με έλεγχο θέσης, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα, όπου αποτυπώνεται μια απεικόνιση του συνολικού συστήματος στο περιβάλλον προσομοίωσης Gazebo.

Το μοντέλο του ρομποτικού βραχίονα που θα χρησιμοποιηθεί,  $xArm\ 7$ , φανερώνει ότι διαθέτει επτά βαθμούς ελευθερίας κίνησης (7- DOF).

Η εκτέλεση προγραμμάτων ελέγχου του ρομπότ γίνεται σε περιβάλλον ROS (Robot Operating System), η οποία, στο πλαίσιο της παρούσας εργαστηριακής άσκησης, υλοποιήθηκε σε Ubuntu 18.04 LTS.



## A. Θεωρητική Ανάλυση

Οι δύο υποεργασίες που καλείται να επιτελέσει ο ρομποτικός βραχίονας είναι οι ακόλουθες:

- 1) Ευθύγραμμη περιοδική κίνηση του τελικού εργαλείου δράσης (Τ.Ε.Δ.) μεταξύ των θέσεων  $P_A$  και  $P_B$
- 2) Αποφυγή των εμποδίων, θεωρώντας συνεχώς γνωστές τις θέσεις τους στο χώρο.

Πιο συγκεκριμένα, οι δύο ακραίες θέσεις που ορίζουν το ευθύγραμμο τμήμα κίνησης του τελικού στοιχείου δράσης του ρομπότ είναι συμμετρικές ως προς τον x-άξονα, βρίσκονται στην ευθεία  $\{x=0.6043|z=0.1508\}$ , ενώ απέχουν απόσταση 40 cm. Συμπερασματικά, η κίνηση του Τ.Ε.Δ επιτυγχάνεται μεταξύ των ακραίων θέσεων, με y-συντεταγμένες  $y = 0.2$  και  $y = -0.2$ .

Η κίνησή των δύο εμποδίων, που καλείται να αποφύγει το τελικό εργαλείο δράσης, στο χώρο πραγματοποιείται πάνω στο επίπεδο  $x=0.3$ . Επιπλέον, τα κέντρα των εμποδίων βρίσκονται επίσης σε συμμετρικές θέσεις ως προς τον x-άξονα απέχοντας απόσταση 40cm. Συνεπώς, και τα κέντρα των εμποδίων έχουν συντεταγμένες στον y-άξονα  $y = 0.2$  και  $y = -0.2$ .

Από τα παραπάνω εξάγεται, ότι κατά την κίνηση του ρομποτικού βραχίονα, το non-end effector τμήμα καλείται να αποφύγει τα εμπόδια και το Τ.Ε.Δ θα τοποθετείται μπροστά από τα δύο εμπόδια (κατά  $x=0.3043$ ), φτάνοντας στις ακραίες θέσεις της περιοδικής κίνησης.

### 1<sup>η</sup> Υποεργασία

Έστω,

$$\dot{p}_1 = J_1(q) \cdot \dot{q}$$

η συνάρτηση που περιγράφει το γεωμετρικό μοντέλο για την 1η ρομποτική υποεργασία, όπου

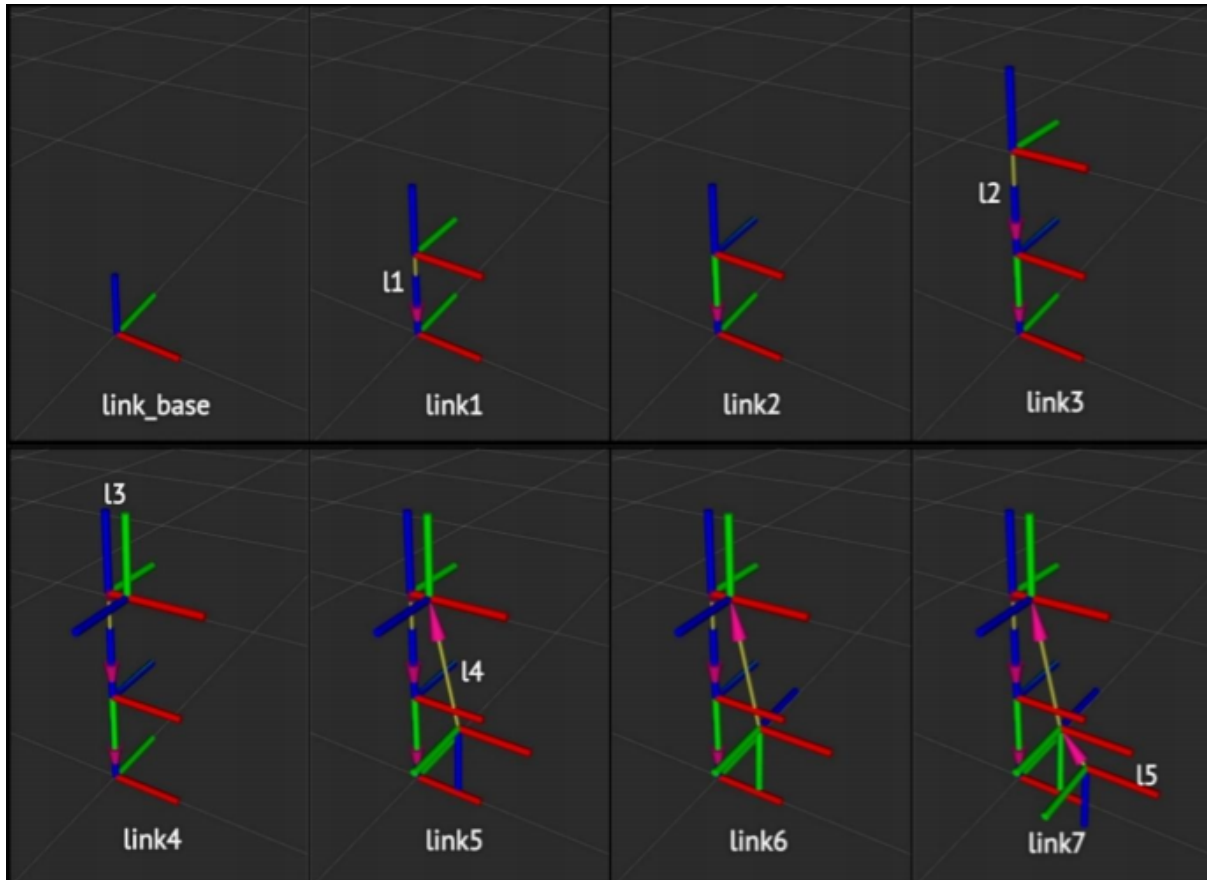
$$J_1(q) = \frac{\partial f_1}{\partial q}$$

η Ιακωβιανή μήτρα της 1ης ρομποτικής υποεργασίας.

Εάν  $p_{1d}$  και  $\dot{p}_{1d}$  η θέση και η ταχύτητα αναφοράς που περιγράφει την 1η ρομποτική υποεργασία, τότε η ζητούμενη εξίσωση κινηματικού ελέγχου δίνεται από τη σχέση:

$\dot{q} = J_1^+ \dot{p}_{1d} + K_2(I_n - J_1^+ J_1) \dot{q}_{r2}$ , όπου  $J_1^+$  η ψευδοαντίστροφη της μήτρας  $J_1$ ,  $K_2$  κέρδος ενίσχυσης που επιλέγεται πειραματικά στην προσομοίωση και η κίνηση  $\dot{q}_{r2}$  αποτελεί την εσωτερική κίνηση του βραχίονα προκειμένου να επιτευχθεί και η δεύτερη υποεργασία.

❖ Δεδομένων των πλαισίων αναφοράς στους συνδέσμους της διάταξης αρχικοποίησης



❖ καθώς και των διαδοχικών μετασχηματισμών

$$A_1^0(q_1) = Rot(z, q_1) \cdot Tra(z, l_1)$$

$$A_2^1(q_2) = Rot(x, -\frac{\pi}{2}) \cdot Rot(z, q_2)$$

$$A_3^2(q_3) = Rot(x, +\frac{\pi}{2}) \cdot Rot(z, q_3) \cdot Tra(z, l_2)$$

$$A_4^3(q_4) = Rot(x, +\frac{\pi}{2}) \cdot Tra(x, l_3) \cdot Rot(z, q_4)$$

$$A_5^4(q_5) = Rot(x, +\frac{\pi}{2}) \cdot Tra(x, l_4 \sin \theta_1) \cdot Rot(z, q_5) \cdot Tra(z, l_4 \cos \theta_1)$$

$$A_6^5(q_6) = Rot(x, +\frac{\pi}{2}) \cdot Rot(z, q_6)$$

$$A_7^6(q_7) = Rot(x, -\frac{\pi}{2}) \cdot Tra(x, l_5 \sin \theta_2) \cdot Rot(z, q_7) \cdot Tra(z, l_5 \cos \theta_2)$$

όπου  $l_1 = 26.7\text{cm}$ ,  $l_2 = 29.3\text{cm}$ ,  $l_3 = 5.25\text{cm}$ ,  $l_4 = 35.12\text{cm}$ ,  $l_5 = 12.32\text{cm}$ ,  
 $\theta_1 = 0.2225 \text{ rad}$ ,  $\theta_2 = 0.6646 \text{ rad}$ .

Εξάγουμε τις ομογενείς μήτρες μετασχηματισμών:

$$\begin{aligned}
 A_1^0 &= \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 A_2^1 &= \begin{pmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 A_3^2 &= \begin{pmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -l_2 \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 A_4^3 &= \begin{pmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & l_3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 A_5^4 &= \begin{pmatrix} c_5 & -s_5 & 0 & l_4 \cdot s_1 \\ 0 & 0 & -1 & -l_4 \cdot c_1 \\ s_5 & c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 A_6^5 &= \begin{pmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 A_7^6 &= \begin{pmatrix} c_7 & -s_7 & 0 & l_5 \cdot s_2 \\ 0 & 0 & 1 & l_5 \cdot c_2 \\ -s_7 & -c_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Προκειμένου να προσδιορίσουμε τη θέση του τελικού εργαλείου δράσης,  $p_E$   
με διαδοχικούς πολλαπλασιασμούς υπολογίζουμε τον πίνακα  $A_7^0(q)$  και από αυτόν  
λαμβάνουμε  $p_E(q) = A_7^0[1:3, 4]$

Συνεπώς, προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned}
 p_{Ex} &= [c_1 s_2 s_4 + c_4 (c_1 c_2 c_3 - s_1 s_3)] [l_4 s_1 + c_5 l_5 s(\vartheta_2 - \vartheta_6)] + [c_1 c_4 s_2 - s_4 (c_1 c_2 c_3 - s_1 s_3)] [-l_4 c_1 - l_5 c(\vartheta_6 - \vartheta_2)] + [c_1 c_2 s_3 + c_3 s_1] l_5 s_6 s_2 + c_1 l_2 s_2 + l_3 (c_1 c_2 c_3 - s_1 s_3) \\
 p_{Ey} &= [s_1 s_2 s_4 + c_4 (c_1 s_3 + c_2 c_3 s_1)] [l_4 s_1 + c_5 l_5 s(\vartheta_2 - \vartheta_6)] + [c_4 s_1 s_2 - s_4 (c_1 s_3 + c_2 c_3 s_1)] [-l_4 c_1 - l_5 c(\vartheta_6 - \vartheta_2)] + [c_2 s_1 s_3 - c_1 c_3] l_5 s_6 s_2 + l_2 s_1 s_2 + l_3 (c_1 s_3 + c_2 c_3 s_1) \\
 p_{Ez} &= (c_2 s_4 - c_3 c_4 s_2) [l_4 s_1 + c_5 l_5 s(\vartheta_2 - \vartheta_6)] + [c_2 c_4 + c_3 s_2 s_4] [-l_4 c_1 - l_5 c(\vartheta_6 - \vartheta_2)] - s_2 s_3 l_5 s_5 s(\vartheta_2 - \vartheta_6) - c_3 l_3 s_2 + l_1 + c_2 l_2
 \end{aligned}$$

Η Ιακωβιανή μήτρα που ορίζεται ως

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_{Ex}}{\partial q_1} & \frac{\partial p_{Ex}}{\partial q_2} & \frac{\partial p_{Ex}}{\partial q_3} & \frac{\partial p_{Ex}}{\partial q_4} & \frac{\partial p_{Ex}}{\partial q_5} & \frac{\partial p_{Ex}}{\partial q_6} & \frac{\partial p_{Ex}}{\partial q_7} \\ \frac{\partial p_{Ey}}{\partial q_1} & \frac{\partial p_{Ey}}{\partial q_2} & \frac{\partial p_{Ey}}{\partial q_3} & \frac{\partial p_{Ey}}{\partial q_4} & \frac{\partial p_{Ey}}{\partial q_5} & \frac{\partial p_{Ey}}{\partial q_6} & \frac{\partial p_{Ey}}{\partial q_7} \\ \frac{\partial p_{Ez}}{\partial q_1} & \frac{\partial p_{Ez}}{\partial q_2} & \frac{\partial p_{Ez}}{\partial q_3} & \frac{\partial p_{Ez}}{\partial q_4} & \frac{\partial p_{Ez}}{\partial q_5} & \frac{\partial p_{Ez}}{\partial q_6} & \frac{\partial p_{Ez}}{\partial q_7} \end{bmatrix}$$

είναι η ακόλουθη:

$$\begin{aligned}
 J_{11} &= l_5 \cdot \cos(\theta_2) (\sin(q_6) (\cos(q_5) (\cos(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cdot \\
 &\cos(q_3) \sin(q_1)) + \sin(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4)) - \sin(q_5) (\cos(q_1) \cos(q_3) - \cos(q_2) \sin(q_1) \sin(q_3))) - \\
 &\cos(q_6) (\sin(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) - \cos(q_4) \sin(q_1) \sin(q_2))) - \\
 &l_4 \cos(\theta_1) (\sin(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) - \cos(q_4) \sin(q_1) \sin(q_2)) - \\
 &l_2 \sin(q_1) \sin(q_2) - l_5 \sin(\theta_2) (\sin(q_6) (\sin(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) - \\
 &\cos(q_4) \sin(q_1) \sin(q_2)) + \cos(q_6) (\cos(q_5) (\cos(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \\
 &\cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) + \sin(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4)) - \sin(q_5) (\cos(q_1) \cos(q_3) - \\
 &\cos(q_2) \sin(q_1) \sin(q_3)))) - l_4 \sin(\theta_1) (\cos(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) \\
 &+ \sin(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4)) - l_3 (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{12} &= l_2 \cos(q_1) \cos(q_2) + l_5 \cos(\theta_2) (\cos(q_1) \sin(q_6) (\sin(q_2) \sin(q_3) \sin(q_5) - \\
 &\cos(q_2) \cos(q_5) \sin(q_4) + \cos(q_3) \cos(q_4) \cos(q_5) \sin(q_2)) - \\
 &\cos(q_1) \cos(q_6) (\cos(q_2) \cos(q_4) + \sin(q_3) \sin(q_2) \sin(q_4))) - \\
 &l_5 \sin(\theta_2) (\cos(q_1) \cos(q_6) (\sin(q_2) \sin(q_3) \sin(q_5) - \cos(q_2) \cos(q_5) \sin(q_4) + \\
 &\cos(q_3) \cos(q_4) \cos(q_5) \sin(q_2)) + \cos(q_1) \sin(q_6) (\cos(q_2) \cos(q_4) + \\
 &\cos(q_3) \sin(q_2) \sin(q_4))) - l_3 \cos(q_1) \cos(q_3) \sin(q_2) - l_4 \cos(q_1) \cos(\theta_1) (\cos(q_2) \cos(q_4) \\
 &+ \cos(q_3) \sin(q_2) \sin(q_4)) + l_4 \cos(q_1) \sin(\theta_1) (\cos(q_2) \sin(q_4) - \cos(q_3) \cos(q_4) \sin(q_2))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{13} &= l_5 \cos(\theta_2) (\sin(q_6) (\sin(q_5) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) + \cos(q_4) \cos(q_5) \\
 &(\cos(q_3) \sin(q_1) + \cos(q_1) \cos(q_2) \sin(q_3))) - \cos(q_6) \sin(q_4) (\cos(q_3) \sin(q_1) + \cos(q_1) \cos(q_2) \sin(q_3)) - \\
 &l_5 \sin(\theta_2) (\cos(q_6) (\sin(q_5) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cos(q_4)\cos(q_5)(\cos(q_3)\sin(q_1) + \cos(q_1)\cos(q_2)\sin(q_3))) + \\ & \sin(q_4)\sin(q_6)(\cos(q_3)\sin(q_1) + \cos(q_1)\cos(q_2)\sin(q_3))) - \\ & l_3(\cos(q_3)\sin(q_1) + \cos(q_1)\cos(q_2)\sin(q_3)) - l_4\cos(q_4)\sin(\theta_1)(\cos(q_3)\sin(q_1) + \\ & \cos(q_1)\cos(q_2)\sin(q_3)) - l_4\cos(\theta_1)\sin(q_4)(\cos(q_3)\sin(q_1) + \cos(q_1)\cos(q_2)\sin(q_3)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{14} = & l_4\sin(\theta_1)(\sin(q_4)(\sin(q_1)\sin(q_3) - \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)) + \\ & \cos(q_1)\cos(q_4)\sin(q_2)) - l_5\sin(\theta_2)(\sin(q_6)(\cos(q_4)(\sin(q_1)\sin(q_3) - \\ & \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)) - \cos(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4)) - \\ & \cos(q_5)\cos(q_6)(\sin(q_4)(\sin(q_1)\sin(q_3) - \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)) + \\ & \cos(q_1)\cos(q_4)\sin(q_2))) - l_5\cos(\theta_2)(\cos(q_6)(\cos(q_4)(\sin(q_1)\sin(q_3) - \\ & \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)) - \cos(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4)) + \\ & \cos(q_5)\sin(q_6)(\sin(q_4)(\sin(q_1)\sin(q_3) - \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)) + \\ & \cos(q_1)\cos(q_4)\sin(q_2))) - l_4\cos(\theta_1)(\cos(q_4)(\sin(q_1)\sin(q_3) - \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)) - \\ & \cos(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{15} = & -l_5\sin(q_6 - \theta_2)(\cos(q_3)\cos(q_5)\sin(q_1) + \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_5)\sin(q_3) - \\ & \cos(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4)\sin(q_5) + \cos(q_4)\sin(q_1)\sin(q_3)\sin(q_5) \\ & - \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_5)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{16} = & l_5\sin(\theta_2)(\sin(q_6)(\cos(q_5)(\cos(q_4)(\sin(q_1)\sin(q_3) - \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)) - \\ & \cos(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4)) - \sin(q_5)(\cos(q_3)\sin(q_1) + \cos(q_1)\cos(q_2)\sin(q_3))) - \\ & \cos(q_6)(\sin(q_4)(\sin(q_1)\sin(q_3) - \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)) + \cos(q_1)\cos(q_4)\sin(q_2))) + \\ & l_5\cos(\theta_2)(\cos(q_6)(\cos(q_5)(\cos(q_4)(\sin(q_1)\sin(q_3) - \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)) - \\ & \cos(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4)) - \sin(q_5)(\cos(q_3)\sin(q_1) + \cos(q_1)\cos(q_2)\sin(q_3))) + \\ & \sin(q_6)(\sin(q_4)(\sin(q_1)\sin(q_3) - \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)) + \cos(q_1)\cos(q_4)\sin(q_2))) \end{aligned}$$

$$J_{17} = 0$$

$$\begin{aligned} J_{21} = & l_5\cos(\theta_2)(\sin(q_6)(\cos(q_5)(\cos(q_4)(\sin(q_1)\sin(q_3) - \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)) - \\ & \cos(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4)) - \sin(q_5)(\cos(q_3)\sin(q_1) + \cos(q_1)\cos(q_2)\sin(q_3))) - \\ & \cos(q_6)(\sin(q_4)(\sin(q_1)\sin(q_3) - \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)) + \cos(q_1)\cos(q_4)\sin(q_2))) - \\ & l_5\sin(\theta_2)(\cos(q_6)(\cos(q_5)(\cos(q_4)(\sin(q_1)\sin(q_3) - \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)) - \\ & \cos(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4)) - \sin(q_5)(\cos(q_3)\sin(q_1) + \cos(q_1)\cos(q_2)\sin(q_3))) + \\ & \sin(q_6)(\sin(q_4)(\sin(q_1)\sin(q_3) - \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)) + \cos(q_1)\cos(q_4)\sin(q_2))) - \\ & l_3(\sin(q_1)\sin(q_3) - \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)) + l_2\cos(q_1)\sin(q_2) - l_4\sin(\theta_1) \\ & (\cos(q_4)(\sin(q_1)\sin(q_3) - \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)) - \cos(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4)) - l_4\cos(\theta_1) \\ & (\sin(q_4)(\sin(q_1)\sin(q_3) - \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)) + \cos(q_1)\cos(q_4)\sin(q_2)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{22} = & l_2\cos(q_2)\sin(q_1) + l_5\cos(\theta_2)(\sin(q_1)\sin(q_6)(\sin(q_2)\sin(q_3)\sin(q_5) - \\ & \cos(q_2)\cos(q_5)\sin(q_4) + \cos(q_3)\cos(q_4)\cos(q_5)\sin(q_2)) - \\ & \cos(q_6)\sin(q_1)(\cos(q_2)\cos(q_4) + \cos(q_3)\sin(q_2)\sin(q_4))) - l_5\sin(\theta_2) \\ & (\cos(q_6)\sin(q_1)(\sin(q_2)\sin(q_3)\sin(q_5) - \cos(q_2)\cos(q_5)\sin(q_4) + \\ & \cos(q_3)\cos(q_4)\cos(q_5)\sin(q_2)) + \sin(q_1)\sin(q_6)(\cos(q_2)\cos(q_4) + \\ & \cos(q_3)\sin(q_2)\sin(q_4))) - l_3\cos(q_3)\sin(q_1)\sin(q_2) - l_4\cos(\theta_2)\sin(q_1)(\cos(q_2)\cos(q_4) + \\ & \cos(q_3)\sin(q_2)\sin(q_4)) + l_4\sin(q_1)\sin(\theta_2)(\cos(q_2)\sin(q_4) - \cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_2)) \end{aligned}$$

$$J_{23} = l_3(\cos(q_1)\cos(q_3) - \cos(q_2)\sin(q_1)\sin(q_3)) + l_5\sin(\theta_2)(\cos(q_6)(\sin(q_5)(\cos(q_1)\sin(q_3) \\ \cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_1)) + \cos(q_4)\cos(q_5)(\cos(q_1)\cos(q_3) - \cos(q_2)\sin(q_1)\sin(q_3))) + \\ \sin(q_4)\sin(q_6)(\cos(q_1)\cos(q_3) - \cos(q_2)\sin(q_1)\sin(q_3))) - l_5\cos(\theta_2)(\sin(q_6)(\sin(q_5)(\cos(q_1)\sin(q_3) \\ + \cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_1)) + \cos(q_4)\cos(q_5)(\cos(q_1)\cos(q_3) - \cos(q_2)\sin(q_1)\sin(q_3))) \\ - \cos(q_6)\sin(q_4)(\cos(q_1)\cos(q_3) - \cos(q_2)\sin(q_1)\sin(q_3))) + l_4\cos(q_4)\sin(\theta_1) \\ (\cos(q_1)\cos(q_3) - \cos(q_2)\sin(q_1)\sin(q_3)) + l_4\cos(\theta_1)\sin(q_4)(\cos(q_1)\cos(q_3) - \\ \cos(q_2)\sin(q_1)\sin(q_3))$$

$$J_{24} = l_5\cos(\theta_2)(\cos(q_6)(\cos(q_4)(\cos(q_1)\sin(q_3) + \cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_1)) + \sin(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4)) \\ + \cos(q_5)\sin(q_6)(\sin(q_4)(\cos(q_1)\sin(q_3) + \cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_1)) - \cos(q_4)\sin(q_1)\sin(q_2))) \\ - l_4\sin(\theta_1)(\sin(q_4)(\cos(q_1)\sin(q_3) + \cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_1)) - \cos(q_4)\sin(q_1)\sin(q_2)) + \\ l_5\sin(\theta_2)(\sin(q_6)(\cos(q_4)(\cos(q_1)\sin(q_3) + \cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_1)) + \sin(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4)) \\ - \cos(q_5)\cos(q_6)(\sin(q_4)(\cos(q_1)\sin(q_3) + \cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_1)) - \cos(q_4)\sin(q_1)\sin(q_2))) \\ + l_4\cos(\theta_1)(\cos(q_4)(\cos(q_1)\sin(q_3) + \cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_1)) + \sin(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4))$$

$$J_{25} = l_5\sin(q_6 - \theta_2)(\cos(q_1)\cos(q_3)\cos(q_5) - \cos(q_2)\cos(q_5)\sin(q_1)\sin(q_3) + \\ \cos(q_1)\cos(q_4)\sin(q_3)\sin(q_5) + \sin(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4)\sin(q_5) + \cos(q_2)\cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_1)\sin(q_5))$$

$$J_{26} = -l_5\sin(\theta_2)(\sin(q_6)(\cos(q_5)(\cos(q_4)(\cos(q_1)\sin(q_3) + \cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_1)) + \sin(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4)) \\ - \sin(q_5)(\cos(q_1)\cos(q_3) - \cos(q_2)\sin(q_1)\sin(q_3))) - \cos(q_6)(\sin(q_4)(\cos(q_1)\sin(q_3) + \\ \cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_1)) - \cos(q_4)\sin(q_1)\sin(q_2))) - l_5\cos(\theta_2)(\cos(q_6)(\cos(q_5)(\cos(q_4)(\cos(q_1)\sin(q_3) \\ + \cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_1)) + \sin(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4)) - \sin(q_5)(\cos(q_1)\cos(q_3) - \cos(q_2)\sin(q_1)\sin(q_3))) \\ + \sin(q_6)(\sin(q_4)(\cos(q_1)\sin(q_3) + \cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_1)) - \cos(q_4)\sin(q_1)\sin(q_2)))$$

$$J_{27} = 0$$

$$J_{31} = 0$$

$$J_{32} = l_4\cos(\theta_1)(\cos(q_4)\sin(q_2) - \cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_4)) - l_2\sin(q_2) - l_4\sin(\theta_1)(\sin(q_2)\sin(q_4) \\ + \cos(q_2)\cos(q_3)\cos(q_4)) + l_5\sin(\theta_2)(\sin(q_6)(\cos(q_4)\sin(q_2) - \cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_4)) \\ - \cos(q_6)(\cos(q_5)(\sin(q_2)\sin(q_4) + \cos(q_2)\cos(q_3)\cos(q_4)) + \cos(q_2)\sin(q_3)\sin(q_5))) \\ - l_3\cos(q_2)\cos(q_3) + l_5\cos(\theta_2)(\cos(q_6)(\cos(q_4)\sin(q_2) - \cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_4)) \\ + \sin(q_6)(\cos(q_5)(\sin(q_2)\sin(q_4) + \cos(q_2)\cos(q_3)\cos(q_4)) + \cos(q_2)\sin(q_3)\sin(q_5)))$$

$$J_{33} = l_3\sin(q_2)\sin(q_3) + l_5\sin(q_2)\sin(\theta_2)(\sin(q_3)\sin(q_4)\sin(q_6) - \cos(q_3)\cos(q_6)\sin(q_5) \\ + \cos(q_4)\cos(q_5)\cos(q_6)\sin(q_3)) + l_5\cos(\theta_2)\sin(q_2)(\cos(q_6)\sin(q_3)\sin(q_4) + \cos(q_3)\sin(q_5)\sin(q_6) \\ - \cos(q_4)\cos(q_5)\sin(q_3)\sin(q_6)) + l_4\cos(q_4)\sin(q_2)\sin(q_3)\sin(\theta_1) + l_4\cos(\theta_1)\sin(q_2)\sin(q_3)\sin(q_4)$$

$$J_{34} = l_4\cos(\theta_1)(\cos(q_2)\sin(q_4) - \cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_2)) + l_4\sin(\theta_1)(\cos(q_2)\cos(q_4) \\ \cos(q_3)\sin(q_2)\sin(q_4)) + l_5\sin(\theta_2)(\sin(q_6)(\cos(q_2)\sin(q_4) - \cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_2)) \\ + \cos(q_5)\cos(q_6)(\cos(q_2)\cos(q_4) + \cos(q_3)\sin(q_2)\sin(q_4))) + l_5\cos(\theta_2)(\cos(q_6)(\cos(q_2)\sin(q_4) \\ - \cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_2)) - \cos(q_5)\sin(q_6)(\cos(q_2)\cos(q_4) + \cos(q_3)\sin(q_2)\sin(q_4)))$$

$$J_{35} = l_5\sin(q_6 - \theta_2)(\cos(q_5)\sin(q_2)\sin(q_3) + \cos(q_2)\sin(q_4)\sin(q_5) - \cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_2)\sin(q_5))$$

$$J_{36} = l5\cos(\theta2)(\sin(q6)(\cos(q2)\cos(q4) + \cos(q3)\sin(q2)\sin(q4)) - \cos(q6)(\cos(q5)(\cos(q2)\sin(q4) - \cos(q3)\cos(q4)\sin(q2)) - \sin(q2)\sin(q3)\sin(q5))) - l5\sin(\theta2)(\cos(q6)(\cos(q2)\cos(q4) + \cos(q3)\sin(q2)\sin(q4)) + \sin(q6)(\cos(q5)(\cos(q2)\sin(q4) - \cos(q3)\cos(q4)\sin(q2)) - \sin(q2)\sin(q3)\sin(q5)))$$

$$J_{37} = 0$$

Προκειμένου να εξασφαλίσουμε την ομαλή κίνηση του τελικού εργαλείου δράσης ως προς την ταχύτητα, απαραίτητη κρίνεται η χρήση πολυωνύμου παρεμβολής. Για να επιτύχουμε υψηλότερη ακρίβεια, χρησιμοποιείται πολυώνυμο πέμπτου βαθμού. Συγκεκριμένα, ορίζουμε το πολυώνυμο:

$s(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5$ , το οποίο αποδίδει την θέση του τελικού εργαλείου δράσης στον άξονα y κάθε χρονική στιγμή, εφόσον το Τ.Ε.Δ. κινείται διαρκώς στο επίπεδο όπου  $x = 0.6043$  και  $z = 0.1508$ . Εφόσον, η αρχική διάταξη τοποθετεί τον ρομποτικό βραχίονα ακίνητο στην θέση  $y=y_o$ , προκύπτουν οι κάτωθι αρχικές συνθήκες:

- $s(0) = y_o$
- $s(t_f) = y_f$
- $\dot{s}(0) = 0$
- $\dot{s}(t_f) = 0$
- $\ddot{s}(0) = 0$
- $\ddot{s}(t_f) = 0$

Όπου,  $t_f$ , η χρονική στιγμή κατά την οποία ο ρομποτικός βραχίονας φτάνει στη θέση προορισμού. Επειδή τα σημεία  $P_A$   $P_B$  απέχουν 40cm και βρίσκονται σε θέσεις συμμετρικές ως προς τον άξονα x, έχουμε πως  $y_f = \pm 0.2$ .

Σύμφωνα με τα παραπάνω, εξάγουμε τους συντελεστές:

$$a_0 = y_o, a_1 = 0, a_2 = 0, a_3 = 10 \cdot \frac{y_f - y_o}{t_f^3}, a_4 = -15 \cdot \frac{y_f - y_o}{t_f^4}, a_5 = 6 \cdot \frac{y_f - y_o}{t_f^5}$$

Η παράγωγος του παραπάνω πολυωνύμου, μας αποδίδει την ταχύτητα του τελικού εργαλείου δράσης.

Άρα,

$$\dot{p}_y = \dot{s} = a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 + 4a_4t^3 + 5a_5t^4$$

Συμβολίζοντας την ευθεία κίνησης με  $\{x_E = 0.6043 | z_E = 0.1508\}$ , προκύπτει πως



$$\dot{p}_{1d} = \begin{bmatrix} x_E - p_{Ex} \\ \dot{p}_y \\ z_E - p_{Ez} \end{bmatrix}$$

Επομένως, η πρώτη υποεργασία ολοκληρώνεται ως εξής:

$$\widehat{q1} = J_1^T (J_1 J_1^T)^{-1} \cdot \dot{p}_{1d}.$$

Κατά την προσομοίωση, προκειμένου να λάβουμε καλύτερα αποτελέσματα, πολλαπλασιάσαμε την παραπάνω σχέση με έναν παράγοντα κέρδους  $K_1 = 20$ , για τον οποίο παρατηρήσαμε ικανοποιητικά αποτελέσματα.

## 2<sup>η</sup> Υποεργασία

Προβαίνουμε στον ορισμό συνάρτησης κριτηρίου  $V(q)$ , η βελτιστοποίηση της οποίας θα περιγράψει τη 2η ρομποτική υποεργασία. Επιλέγεται, η  $V(q)$  να οριστεί ως η ευκλείδεια απόσταση του κοντινότερου σημείου του ρομπότ από το εμπόδιο, δηλαδή:

$$V(q) = \min_{p,o} \|p(q) - o\|,$$

όπου  $p$ : σημείο πάνω στο ρομπότ και  $o$ : σημείο πάνω στο εμπόδιο.

Ο αλγόριθμος κάθε φορά εντοπίζει την θέση των αρθρώσεων του ρομπότ καθώς και την απόσταση κάθε μιας από αυτές από τα δύο εμπόδια. Προσοχή δίνεται επίσης και στο σημείο που βρίσκεται ανάμεσα στις αρθρώσεις 4 και 5, διότι όταν τα εμπόδια είναι ακίνητα, το σημείο αυτό απέχει την ελάχιστη απόσταση από το πράσινο εμπόδιο, καθώς ο end-effector κινείται προς το  $PA$ .

Διαχωρίζουμε τις αποστάσεις που αφορούν το πρώτο εμπόδιο, από αυτές που αφορούν το δεύτερο και σε κάθε περίπτωση επιλέγουμε την ελάχιστη.

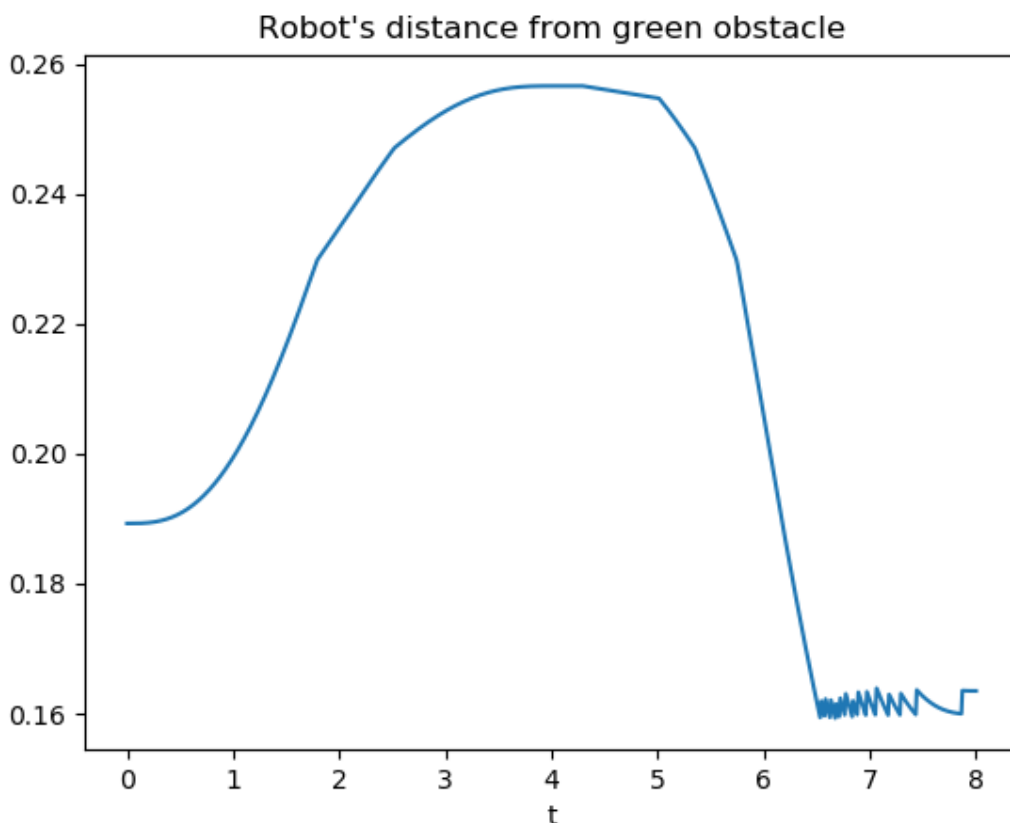
Εν συνεχεία, αποφαινόμαστε για το ποιο σημείο απέχει την ελάχιστη από το εμπόδιο. Άρα, γίνεται υπολογισμός της παραγώγου της συνάρτησης κριτηρίου, για το συγκεκριμένο σημείο. Τέλος, απαραίτητος είναι και ο προσδιορισμός της Ιακωβιανής ορίζουσας για το εν λόγω σημείο.

Όλα τα παραπάνω περιγράφουν τη δεύτερη υποεργασία, η οποία προσδιορίζεται ως ακολούθως:

$$\widehat{q2} = K_2 (I_n - J^+ J) \frac{dV}{dq}.$$

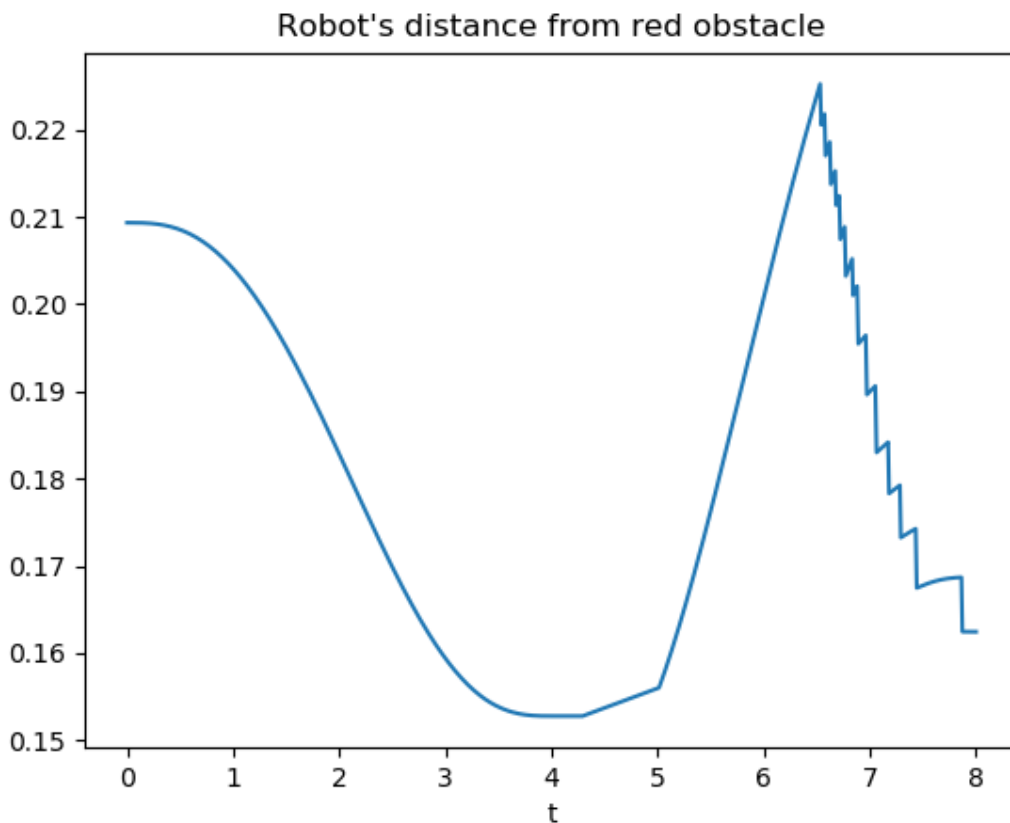
## Β. Προσομοίωση

Παρακάτω, παραθέτουμε διαγράμματα που αφορούν την κίνηση του robot. Έχουμε επιλέξει να παρουσιάσουμε τα πρώτα 8 δευτερόλεπτα της κίνησης, κατά τα οποία το ρομπότ εκκινώντας από το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος  $PA, PB$  φτάνει ως το κόκκινο εμπόδιο (σημείο  $P_A$  πρώτα 4 δευτερόλεπτα) και έπειτα ως το πράσινο εμπόδιο (σημείο  $P_B$  δευτερόλεπτα 4-8).

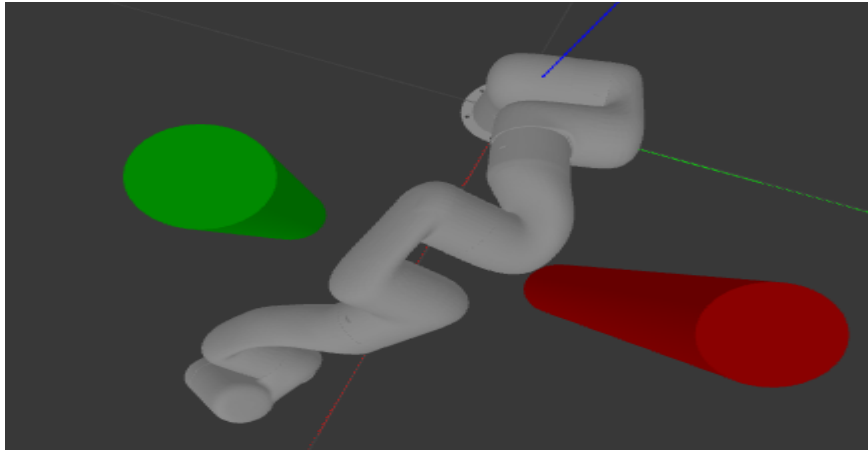


Στο διάγραμμα αυτό αποδίδεται η απόσταση του εκάστοτε σημείου που απέχει λιγότερο από το πράσινο εμπόδιο. Παρατηρείται συμμετρία της καμπύλης ως προς τον άξονα  $t=4$ , όπου ο end effector διέρχεται από το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος ( $y=0$ ). Καθώς επειδή, η διάμετρος της διατομής κάθε συνδέσμου του βραχίονα είναι 12.6 cm, ενώ οι δύο

κύλινδροι-εμπόδια έχουν διάμετρο διατομής 10cm, έχει επιλεχθεί ένα κατώφλι απόστασης μεταξύ ρομπότ-εμποδίου, που έχει τεθεί στα 16cm. Το παραπάνω αποδίδεται ως ελάχιστη τιμή της καμπύλης, ενώ οι “πριονωτές” μεταβολές στα τελευταία δευτερόλεπτα οφείλονται στο ότι το υπόλοιπο τμήμα του ρομπότ προσπαθεί να αποφύγει το πράσινο εμπόδιο, γεγονός που επηρεάζει ελάχιστα, όπως φαίνεται, τη θέση του end-effector.



Παραπάνω παρουσιάζεται το διάγραμμα με την αντίστοιχη ελάχιστη απόσταση του ρομπότ από το κόκκινο εμπόδιο. Όπως αναμένουμε, κατά τα 4 πρώτα δευτερόλεπτα η απόσταση αυτή ελαττώνεται καθώς πλησιάζουμε το κόκκινο εμπόδιο, ενώ έπειτα (4-6sec) η απόσταση αυτή αυξάνει και πάλι, διότι ο end-effector κινείται προς το  $p_A$ . Παρατηρούμε στα δευτερόλεπτα 6-8, την απόσταση του ρομπότ να ελαττώνεται από το κόκκινο εμπόδιο, επειδή στο εν λόγω χρονικό διάστημα, το ρομπότ προσπαθεί να αποφύγει τη σύγκρουση με το πράσινο εμπόδιο. Συνεπώς “πλαγιάζει”, προκειμένου να απομακρυνθεί από το πράσινο εμπόδιο και κατά συνέπεια πλησιάζει το κόκκινο, όπως αποδίδεται παρακάτω:

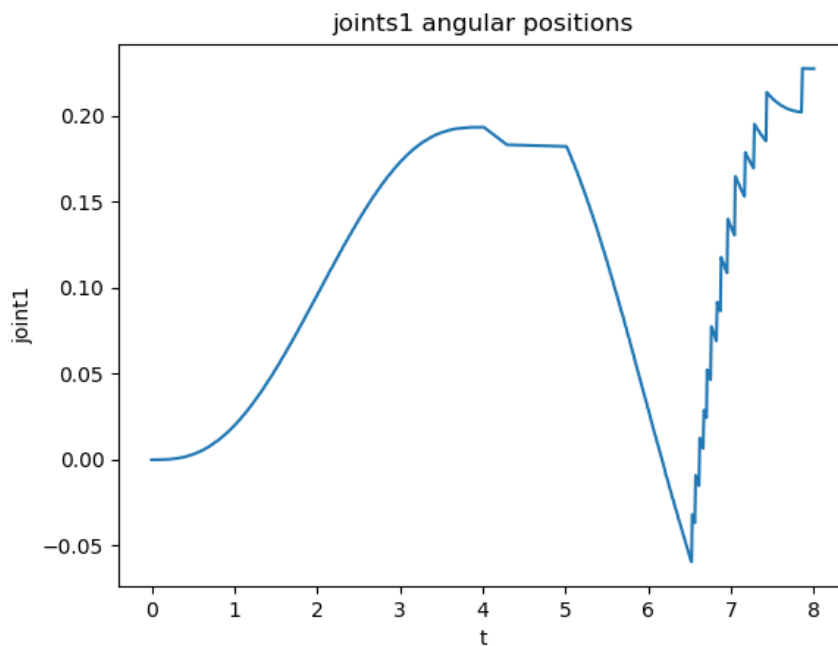


Στιγμιότυπο κατά το οποίο ο end-effector βρίσκεται στο σημείο  $p_A$ , ενώ το υπόλοιπο τμήμα του ρομπότ πλησιάζει το κόκκινο εμπόδιο. Σημειώνεται, επιπλέον, πως κτώφλι απόστασης από το κόκκινο εμπόδιο έχουν επιλεγεί τα 15cm.

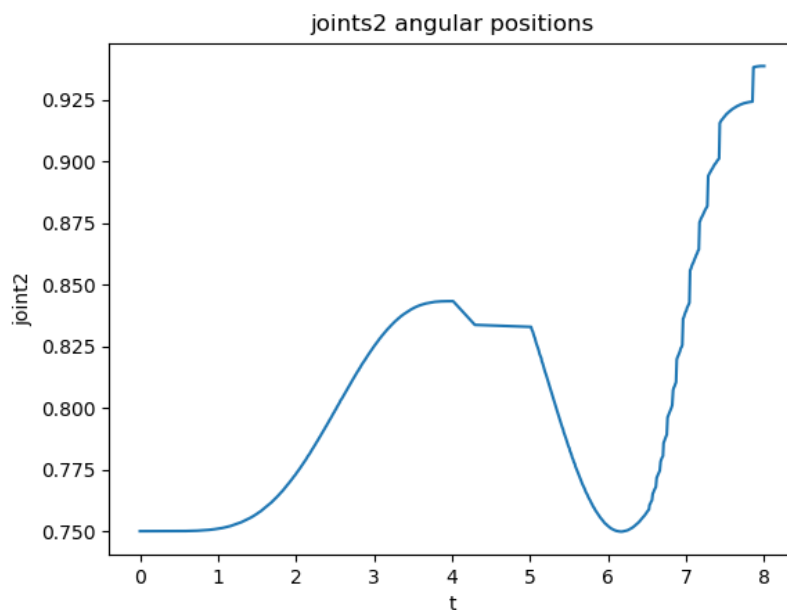


Το διάγραμμα αυτό αποδίδει το εύρος κίνησης του end-effector στον y-άξονα. Συγκεκριμένα, παρατηρούμε ότι ξεκινώντας από την αρχική θέση  $y=0$ , φτάνουμε στο σημείο  $p_B$  ( $y=0.2$ ) και εν συνεχεία στο  $p_A$  ( $y=-0.2$ ).

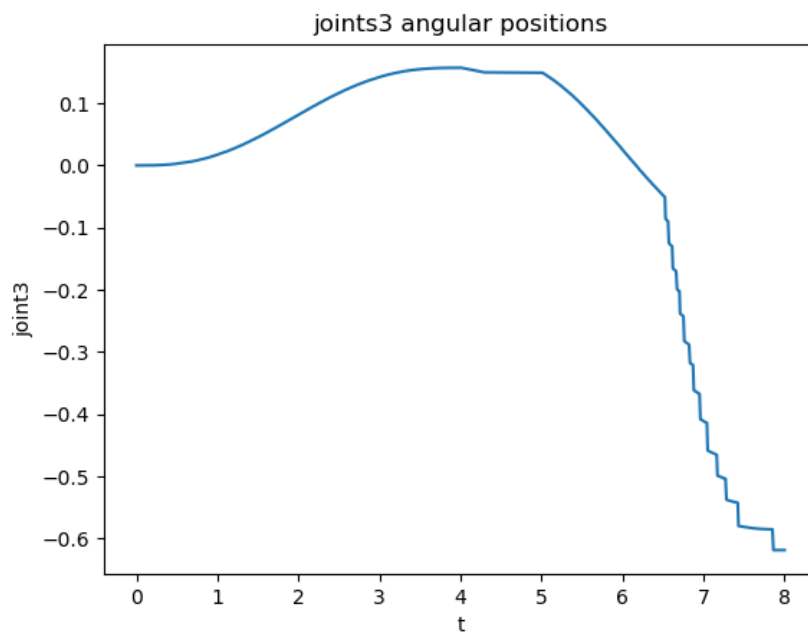
Παρουσιάζονται οι γωνιακές θέσεις των αρθρώσεων.



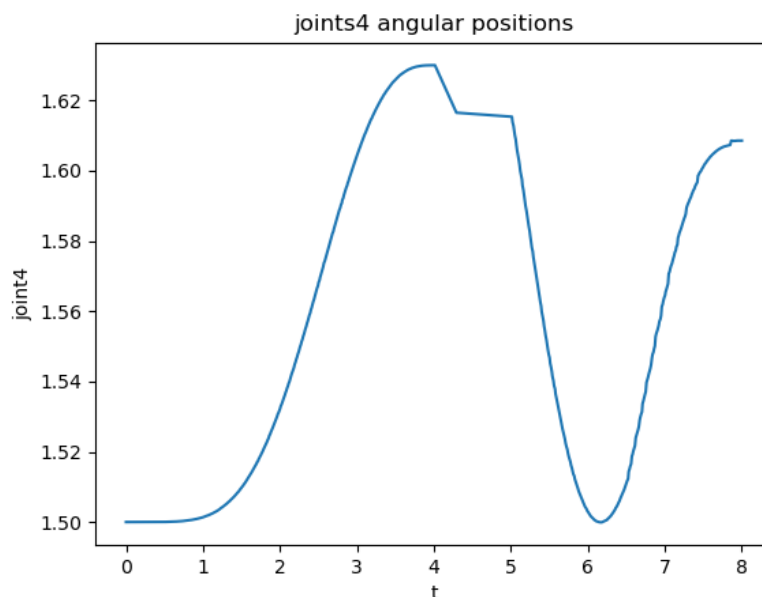
Η πρώτη άρθρωση στρίβει ομαλά την διάταξη στα πρώτα τέσσερα δευτερόλεπτα προς το κόκκινο εμπόδιο, στα επόμενα δευτερόλεπτα στρίβει τη διάταξη προς το πράσινο εμπόδιο ενώ στα τελευταία δευτερόλεπτα, παρατηρούμε πως στρίβει έντρονα την διάταξη προς το κόκκινο εμπόδιο προκειμένου να αποφευχθεί η σύγκρουση.



Η δεύτερη άρθρωση συμπεριφέρεται αντίστοιχα με την πρώτη, ενώ οι μεγαλύτερες τιμές στις γωνιακές μετατοπίσεις φανερώνουν, πως η συγκεκριμένη διάταξη διαδραματίζει πιο καθοριστικό ρόλο στην στρέψη του ρομπότ.

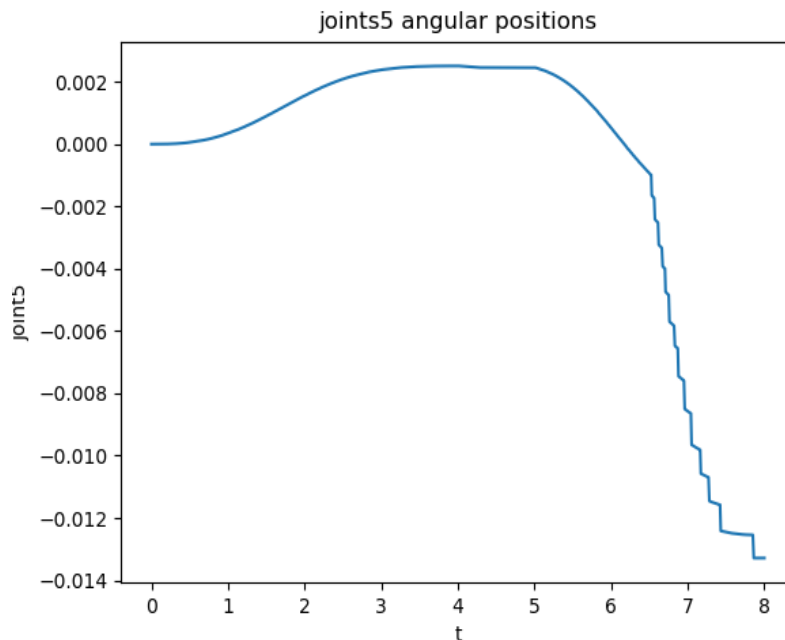


Αρχικά, η τρίτη άρθρωση στρέφει το ρομπότ προς το κόκκινο εμπόδιο, γεγονός που αποδίδεται ως αύξηση της γωνίας στο διάστημα 0-4sec. Από εκεί και ύστερα, η άρθρωση αυτή στρέφει το ρομπότ προς το πράσινο. Τα δευτερόλεπτα κατά το οποία το ρομπότ πρέπει να αποφύγει το πράσινο εμπόδιο, επομένως ορισμένες αρθρώσεις στρέφονται κατά το κόκκινο εμπόδιο, η 3η άρθρωση εξακολουθεί να στρέφει το ρομπότ προς το πράσινο εμπόδιο, προκειμένου ο end-effector να φτάσει στην επιθυμητή θέση  $y=-0.2$ .

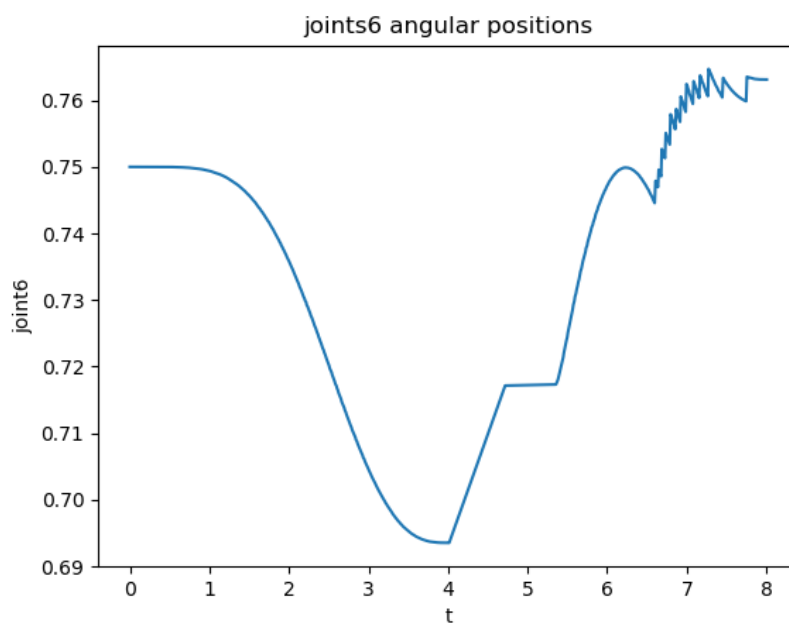


Η κίνηση της άρθρωσης κατά τα 4 πρώτα δευτερόλεπτα δε διαφέρει από αυτήν των προηγούμενων αρθρώσεων, το διάστημα αυτό. Λίγο μετά το τέταρτο δευτερόλεπτο παρατηρείται μια όχι και τόσο ομαλή μετάβαση στο διάστημα των γωνιών, διότι και αυτή η άρθρωση συμβάλλει στην στρέψη του ρομπότ κατά την αντίθετη κατεύθυνση, προκειμένου

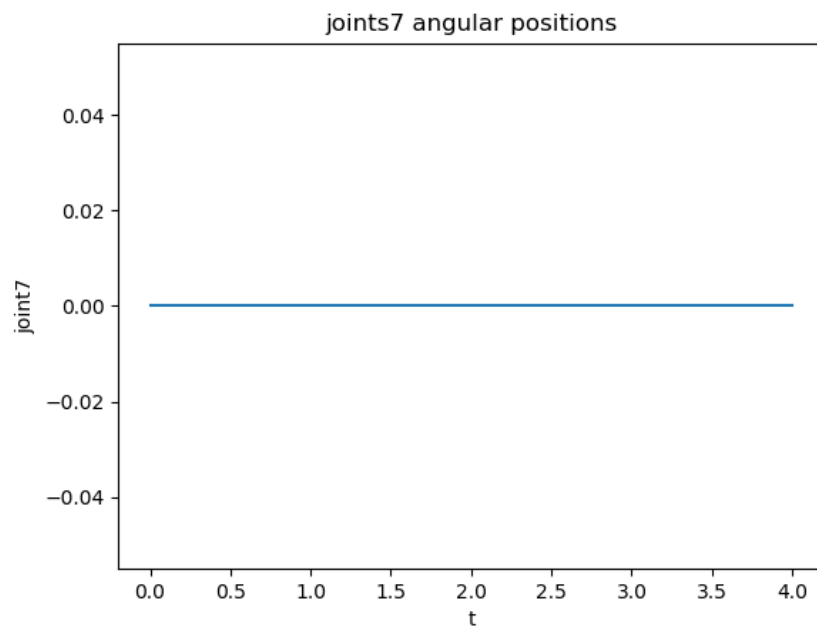
να ξεκινήσει η κίνηση προς το  $p_B$ . Ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα δευτερόλεπτα 6-8, όπου το ρομπότ έχει πλησιάσει πολύ κοντά στο πράσινο εμπόδιο. Συγκεκριμένα, επειδή τα σημεία μεταξύ των αρθρώσεων 4 και 5 απέχουν την ελάχιστη απόσταση από το εμπόδιο, τις χρονικές αυτές στιγμές η 4η άρθρωση στρέφεται σημαντικά προς το κόκκινο εμπόδιο, γι'αυτό παρατηρούμε τη γωνιακή μετατόπιση να αυξάνεται σημαντικά.



Η 5<sup>η</sup> άρθρωση, ευρισκόμενη ελάχιστα πιο μπροστά στο x-άξονα, από ότι τα εμπόδια, παρουσιάζει συμπεριφορά αντίστοιχη με αυτή της 3<sup>ης</sup> άρθρωσης, όπου αρχικά (0-4 sec) συμβάλλει στην στρέψη του ρομπότ προς το κόκκινο εμπόδιο (end-effector to  $p_A$ ), ενώ έπειτα (4-8 sec), εφόσον αυτό το τμήμα της άρθρωσης δε διατρέχει κίνδυνο να σύγκρουσης στο πράσινο εμπόδιο, στρέφει το τμήμα του ρομπότ που βρίσκεται μετά από αυτό προς το πράσινο εμπόδιο (end-effector to  $p_B$ ).

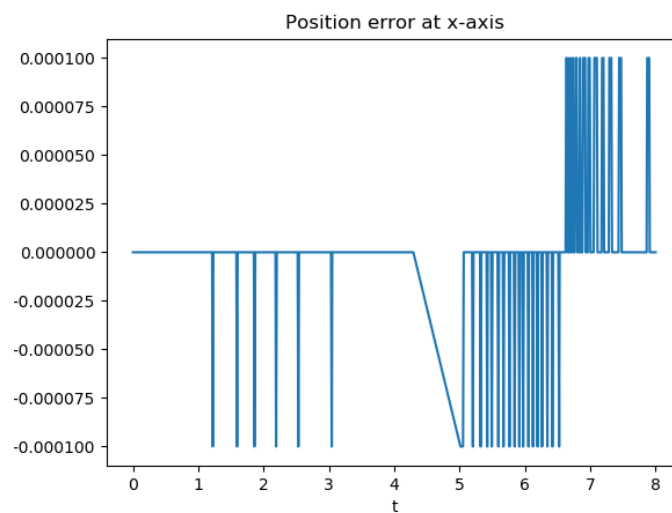


Η 6η άρθρωση στρεφεται με τρόπο τέτοιο ώστε ο end effector να βρίσκεται πάνω στην ευθεία  $\{x=0.6043|z=0.1508\}$ . Η κίνηση μετά το 6ο δευτερόλεπτο δεν είναι ιδιαίτερα ομαλή, λόγω της προσπάθειας αποφυγής του πράσινου εμποδίου.

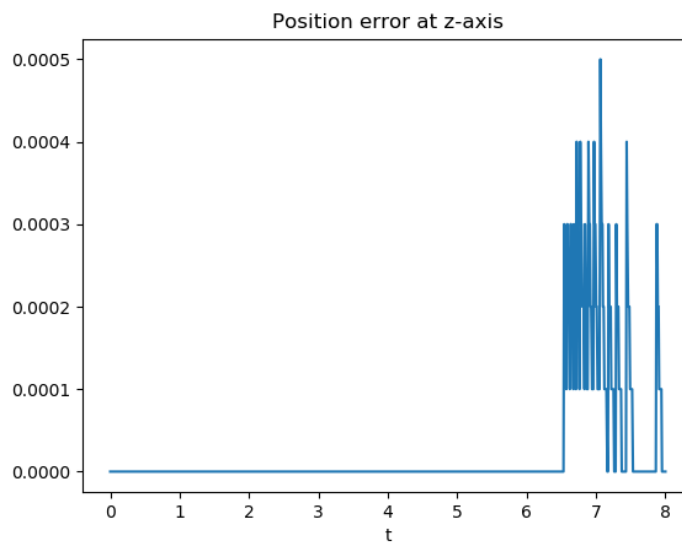
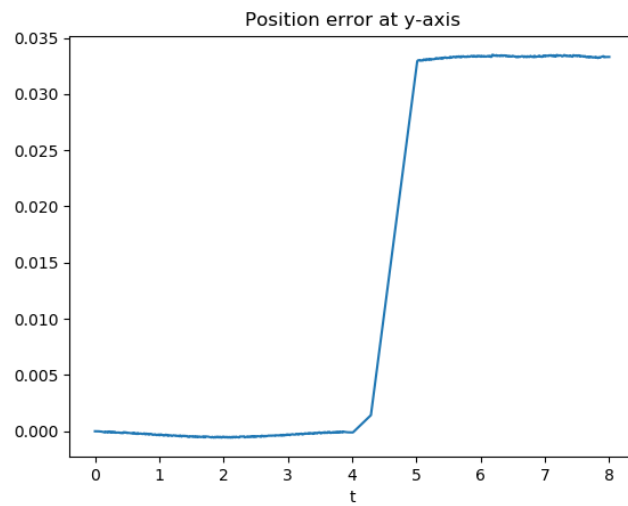


Τέλος, η έβδομη άρθρωση, που αποτελεί το τελικό εργαλείο δράσης, δεν μεταβάλλεται καθόλου γωνιακά εφόσον κινείται διαρκώς πάνω στην ευθεία:  $\{x=0.6043|z=0.1508\}$ .

Παρακάτω, παρατίθενται τα σφάλματα θέσεις σε κάθε άξονα, των οποίων η τιμή είναι αμελητέα.

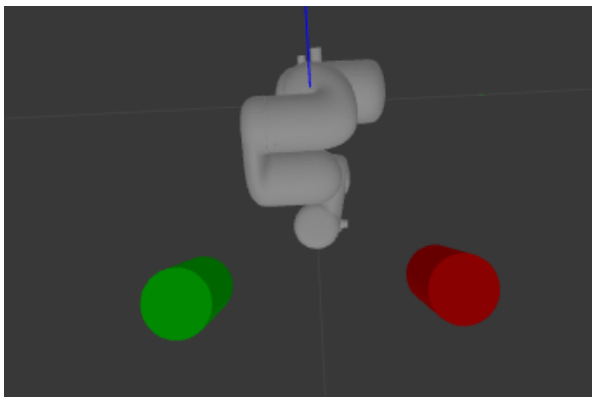




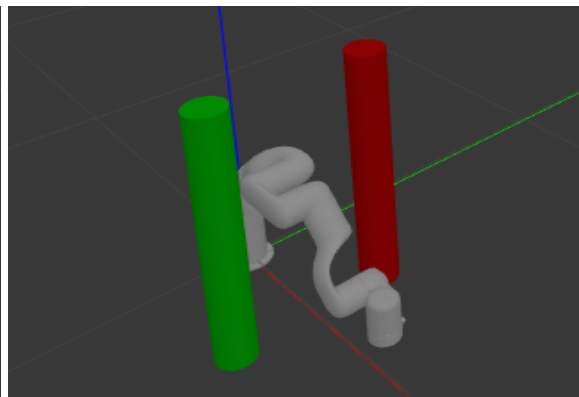


Για το ίδιο διάστημα χρόνων (0-8 sec), παρουσιάζουμε ορισμένα στιγμιότυπα της κίνησης

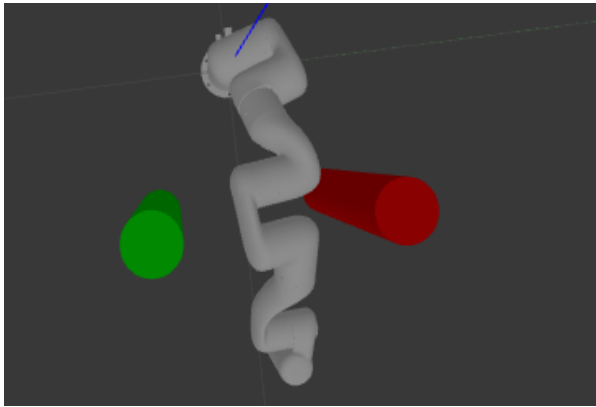
1



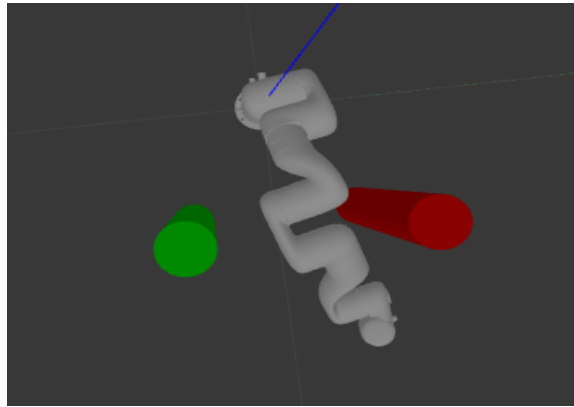
2



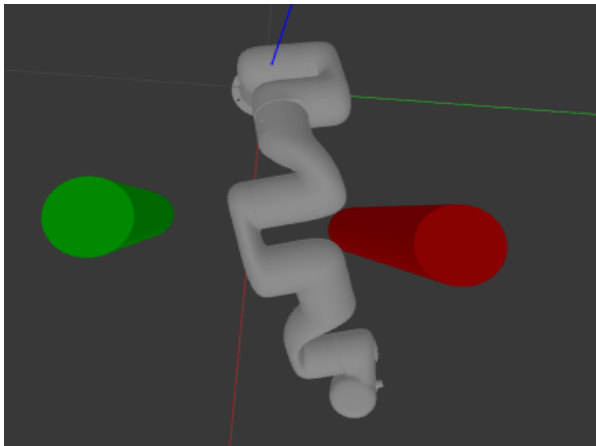
3



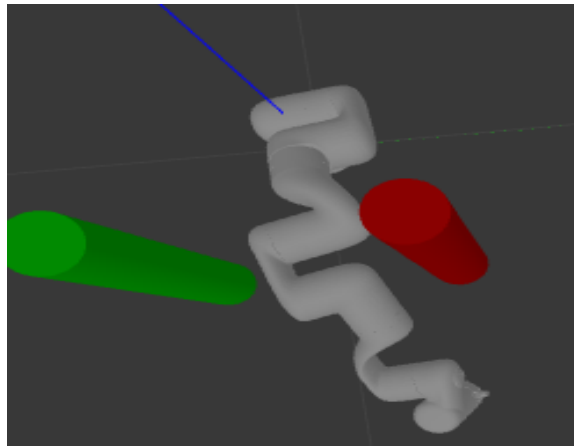
4



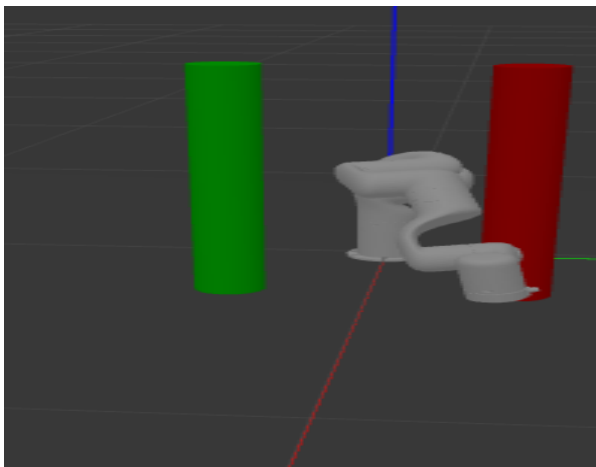
5



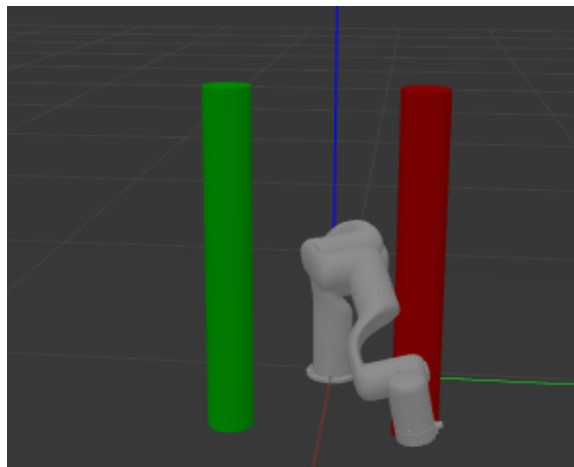
6



7



8

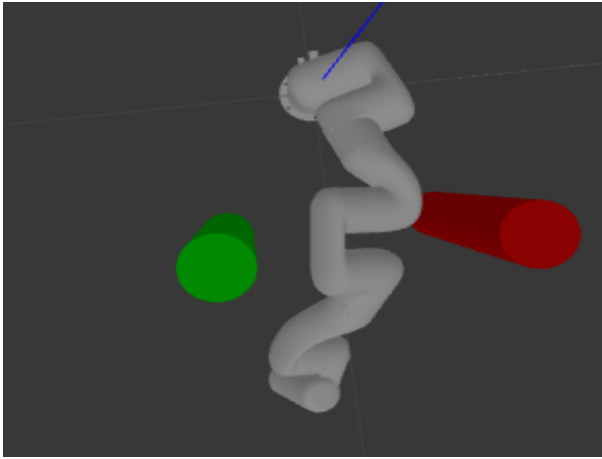


9

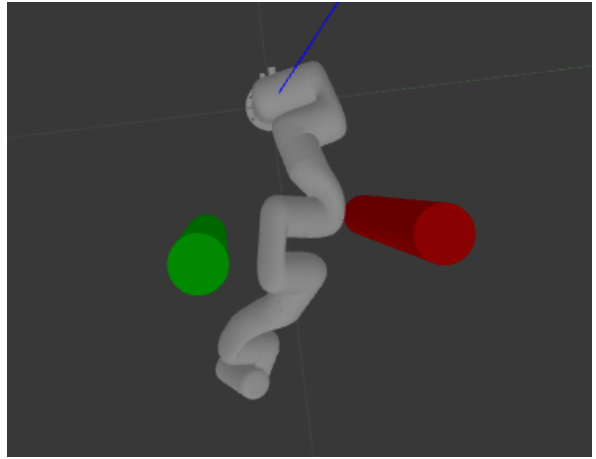


10

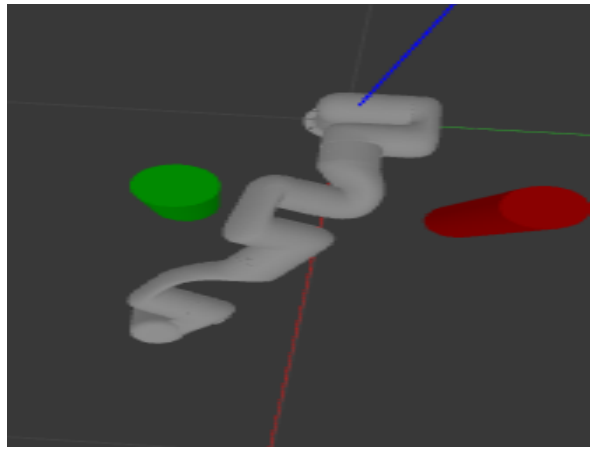
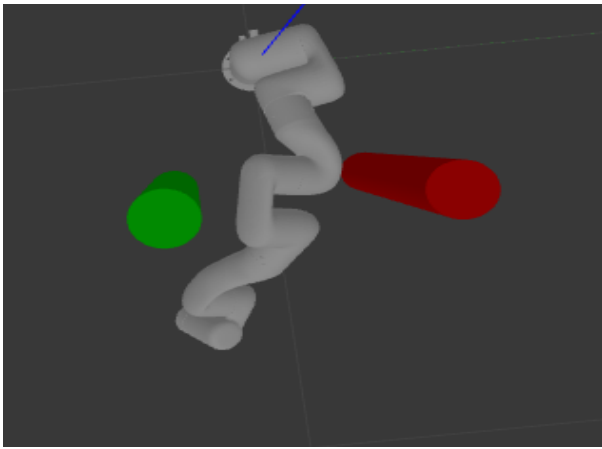




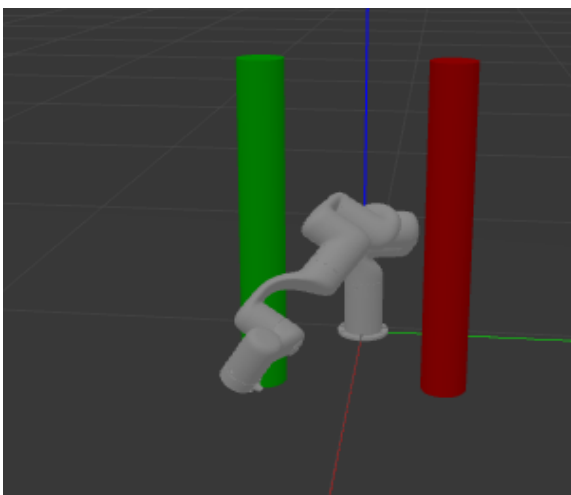
11



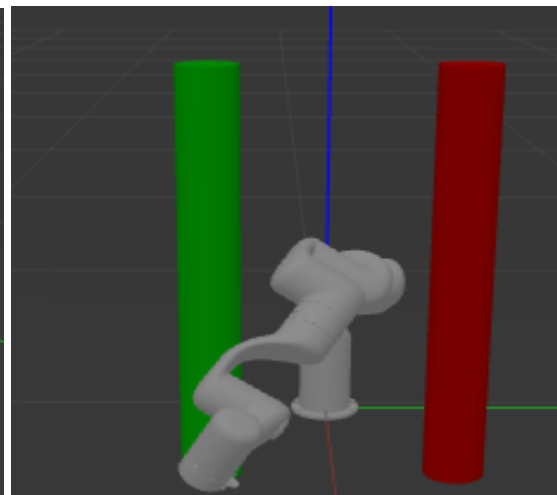
12



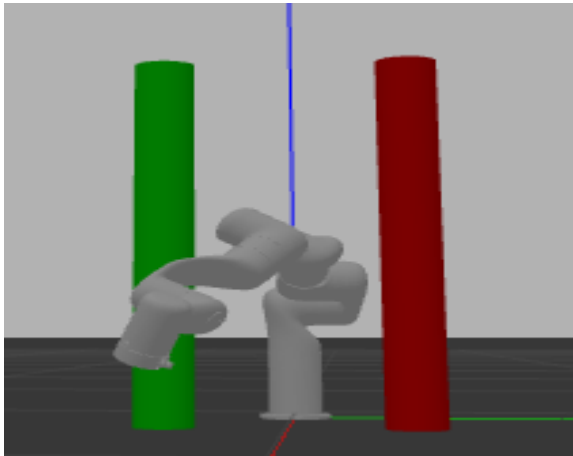
13



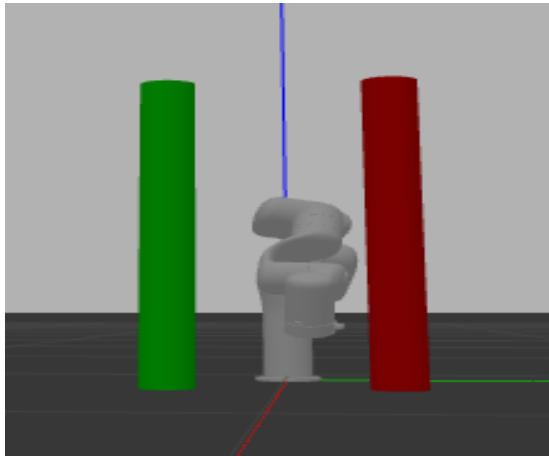
14



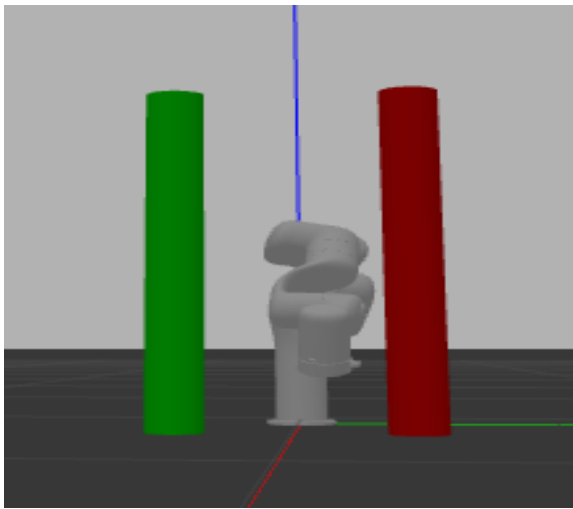
15



16



17



18

