Σχεδόν Βέλτιστοι Αλγόριθμοι και Αποτελέσματα Μη Προσέγγισης για την Κάλυψη Πολυγωνικών Περιοχών

Χριστόδουλος Φραγκουδάκης

Διδακτορική Διατριβή

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Τεχνολογίας Πληροφορικής και Υπολογιστών

Επιβλέπων: καθηγητής Στάθης Ζάχος

Ορατότητα

Δύο αντικείμενα είναι ορατά το ένα στο άλλο, αν υπάρχει ευθύγραμμο τμήμα που τα ενώνει και δεν τέμνει τα μεταξύ τους εμπόδια.

Ερευνητικά αποτελέσματα :

- συνδυαστικά (art gallery theorems, visibility graphs),
- αλγοριθμικά (πολύγωνα, γενικότερα επίπεδα περιβάλλοντα).

Ορατότητα πολυγώνων

Συνδυαστικά αποτελέσματα

Art Gallery Problem [V. Klee, 1973]

Η κάτοψη μιας αίθουσας τέχνης είναι ένα απλό πολύγωνο με n κορυφές. Πόσοι φύλακες χρειάζονται για να καλυφθεί η αίθουσα;

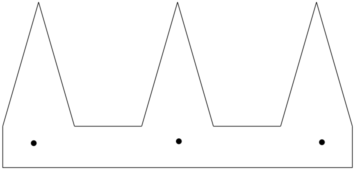
Θεώρημα [V. Chvátal, 1975, S. Fisk, 1978]

$\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ «σημειακοί φύλακες» αρκούν πάντα και κάποιες φορές τόσοι ακριβώς χρειάζονται.

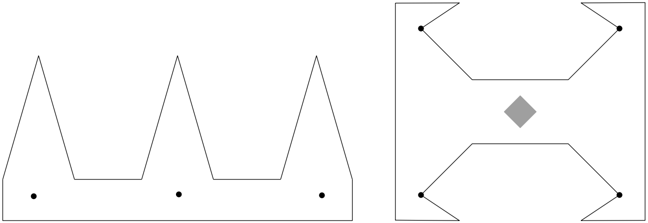
Εικασία [T. Shermer, 1994]

$\lfloor \frac{n}{4} \rfloor$ «φύλακες ακμές» αρκούν πάντα;

Παραδείγματα φύλαξης

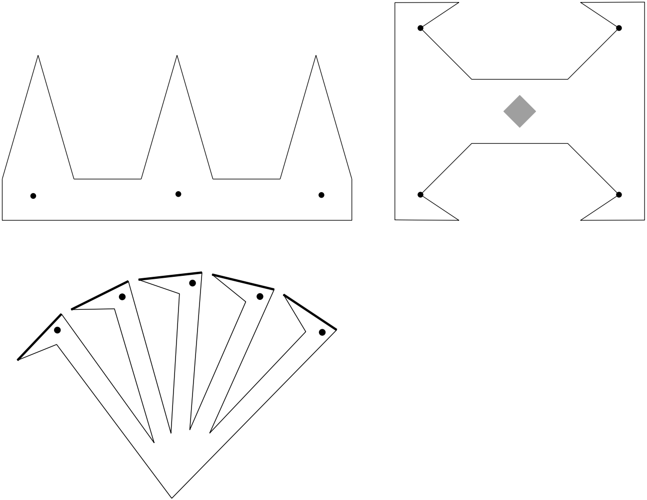


Παραδείγματα φύλαξης

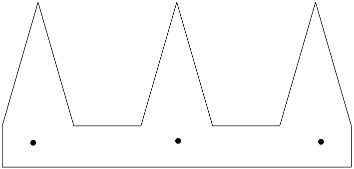


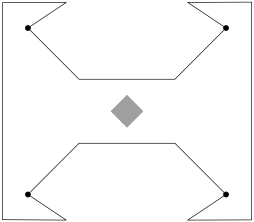
Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

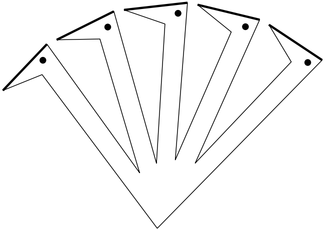
Παραδείγματα φύλαξης

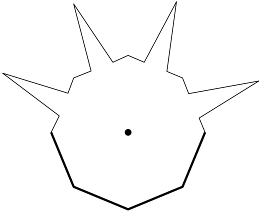


Παραδείγματα φύλαξης









Ορατότητα πολυγώνων

Αλγοριθμικά αποτελέσματα

Εύρεση «καλών» θέσεων για τους φύλακες.

Ελαχιστοποίηση του αριθμού των φυλάκων:

- NP-hard [D. Lee, A. Lin, 1986]
- $O(\log n)$ προσέγγιση [S. Ghosh, 1987]
- NP-hard για 3-link πολύγωνα [B. Nilsson, 1995]
- APX-hard [S. Eidenbenz, 1998]
- APX-hard για 2-link πολύγωνα [B. Brodén et al, 2001]
- 12-προσεγγίσιμο για μονότονα πολύγωνα [B. Nilsson, 2005]

Ορατότητα πολυγώνων

Αλγοριθμικά αποτελέσματα

Μεγιστοποίηση της φύλαξης:

- 1 φύλακας: FPTAS, [S. Ntafos, M. Tsoukalas, 1994]
- k φύλακες: $O(1)$-προσεγγίσιμο με μεγάλη πιθανότητα. [O. Cheong et al, 2004]

Ορατότητα πολυγώνων

Αλγοριθμικά αποτελέσματα

Μεγιστοποίηση της φύλαξης:

- 1 φύλακας: FPTAS, [S. Ntafos, M. Tsoukalas, 1994]
- k φύλακες: $O(1)$-προσεγγίσιμο με μεγάλη πιθανότητα. [O. Cheong et al, 2004]

Συνεισφορά της διατριβής:

- Ντετερμινιστικοί αλγόριθμοι.
- Μεγιστοποίηση της κάλυψης από k φύλακες.
- Φύλακες κορυφές ή ακμές.
- Απλά πολύγωνα με ή χωρίς τρύπες.

Γεωγραφική περιοχή κάλυψης:

- Απλό πολύγωνο με ή χωρίς τρύπες.
- Οι τρύπες αναπαριστούν εμπόδια ορατότητας.

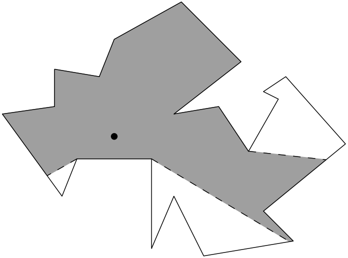
Κάλυψη περιμέτρου ή εσωτερικού της περιοχής.

- Πλήρης κάλυψη με ελαχιστοποίηση σταθμών.
- Μεγιστοποίηση της κάλυψης με k σταθμούς.
  - Άνω όριο συνολικού κόστους.
  - Προτεραιότητες κάλυψης.
  - Έξυπνη διεύρυνση της περιοχής κάλυψης.

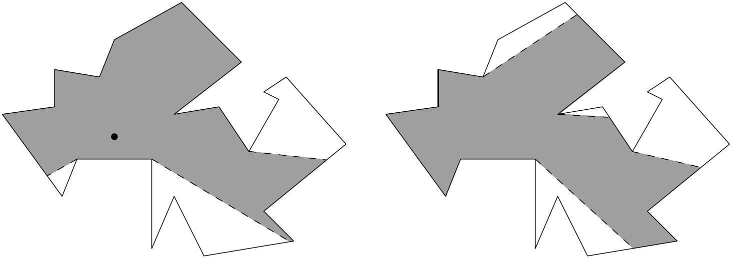
Οπτική επαφή του σταθμού με το σημείο κάλυψης.

Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Πολύγωνο Ορατότητας

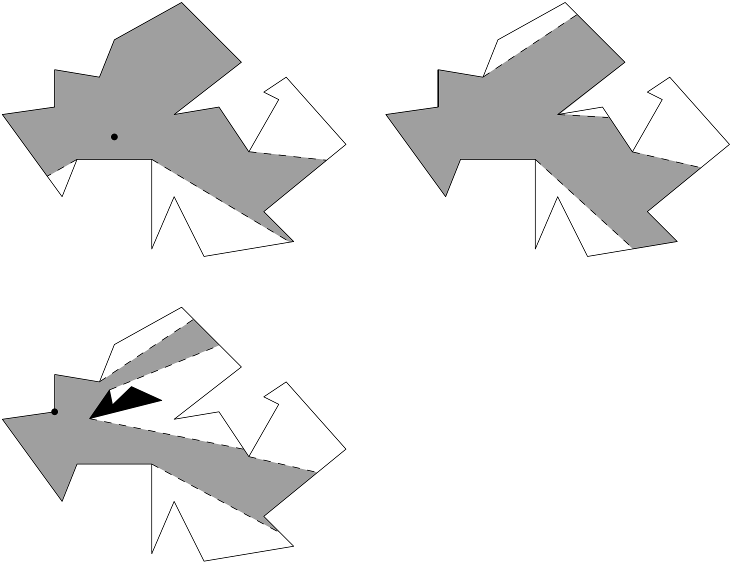


Πολύγωνο Ορατότητας



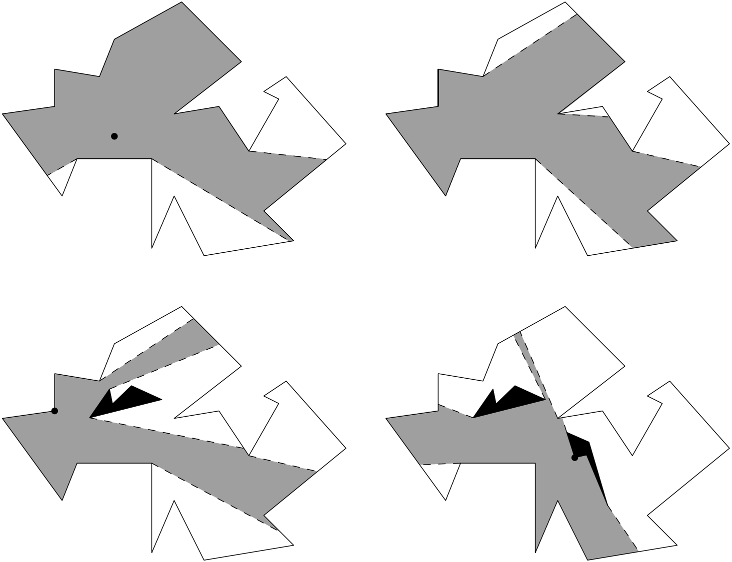
Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Πολύγωνο Ορατότητας



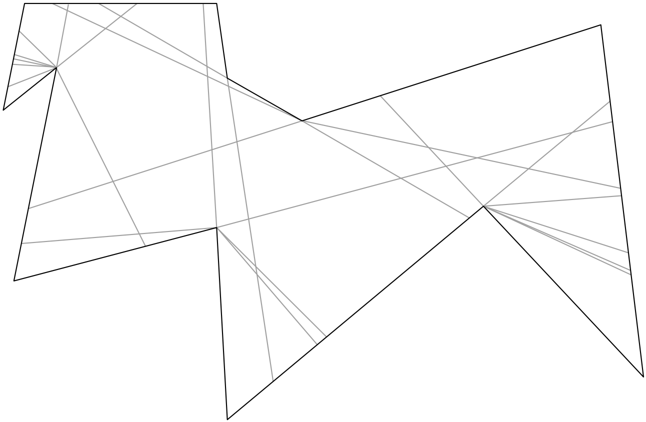
Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Πολύγωνο Ορατότητας

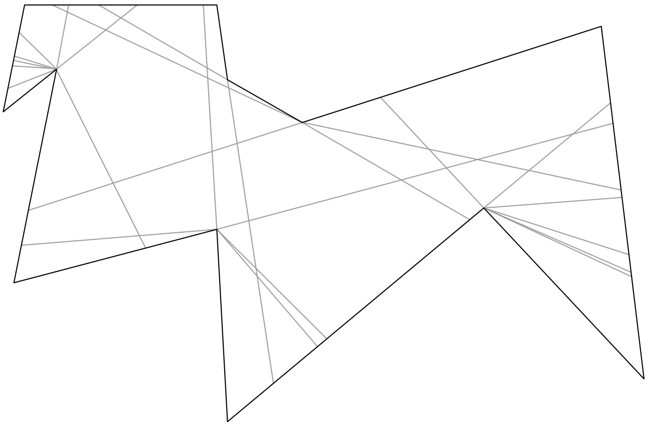


Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Υποδιαιρέσεις ορατότητας



Υποδιαιρέσεις ορατότητας



Οποιοδήποτε κομμάτι της υποδιαίρεσης δεν μπορεί να καλύπτεται μόνο μερικώς από μια κορυφή ή ακμή.

Ιδιότητες των υποδιαιρέσεων

Θεώρημα [P. Bose et al, 1992, L. Guibas et al, 1991]

Κάθε ευθύγραμμα τμήμα $s \in P$ τέμνει το πολύ $O(n)$ κρίσιμους περιορισμούς του πολυγώνου P.

- Υποδιαίρεση περιμέτρου $\mathcal{V}(\partial P)$: $O(n^2)$ τμήματα.
- Υποδιαίρεση εσωτερικού $\mathcal{V}(P)$: $O(n^3)$ χωρία.

Ιδιότητες των υποδιαιρέσεων

Θεώρημα [P. Bose et al, 1992, L. Guibas et al, 1991]

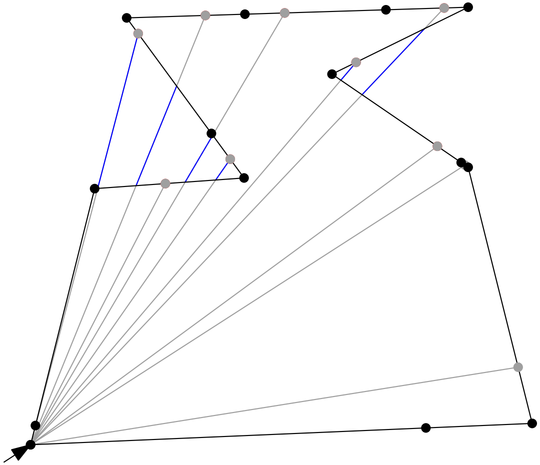
Κάθε ευθύγραμμα τμήμα $s \in P$ τέμνει το πολύ $O(n)$ κρίσιμους περιορισμούς του πολυγώνου P.

- Υποδιαίρεση περιμέτρου $\mathcal{V}(\partial P)$: $O(n^2)$ τμήματα.
- Υποδιαίρεση εσωτερικού $\mathcal{V}(P)$: $O(n^3)$ χωρία.

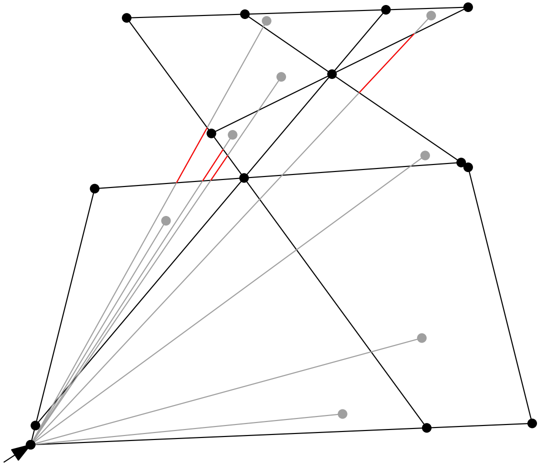
Θεώρημα [C. Fragoudakis, E. Markou, S. Zachos, 2005]

Ένα κομμάτι της υποδιαίρεσης καλύπτεται από μια κορυφή (ή ακμή) αν και μόνο αν επιτηρείται από την κορυφή (ή την ακμή).

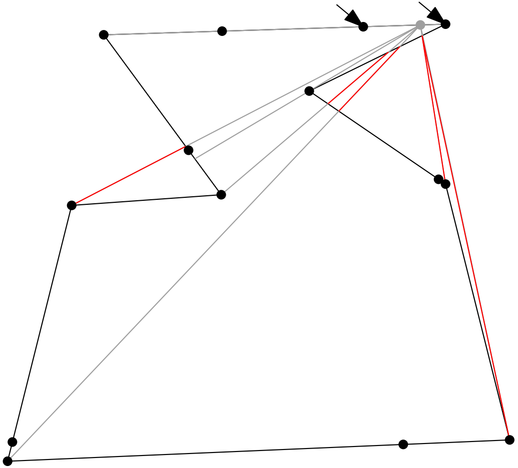
Κατασκευή του συνόλου $\mathcal{V}(\partial P)(v)$



Κατασκευή του συνόλου $\mathcal{V}(P)(v)$

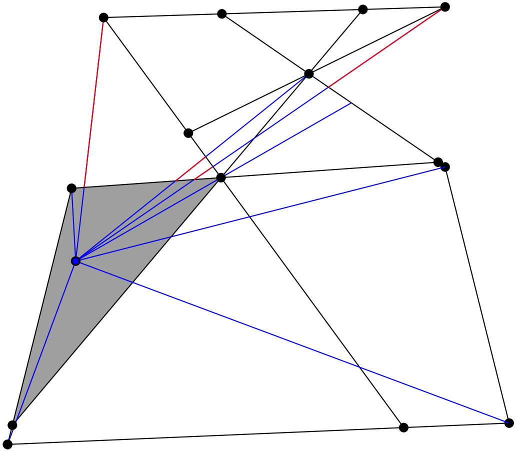


Κατασκευή του συνόλου $\mathcal{V}(\partial P)(e)$



Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Κατασκευή του συνόλου $\mathcal{V}(P)(e)$



Επισκόπηση προβλημάτων

Μεγιστοποίηση της φύλαξης με k φύλακες

		Φύλακες			
				Κόστος	
Φύλαξη	Μεγιστοποίηση	Κορυφές	Ακμές	Κορυφές	Ακμές
Περίμετρος	Μήκος				
	Αξία				
	Αξία + Τοποθέτηση				
Εσωτερικό	Εμβαδό				
	Αξία				
				Προϋπολογισμός	

Επισκόπηση προβλημάτων

Διάφοροι Ορισμοί

Max Value Vertex (Edge) Guard

P απλό πολύγωνο, $k > 0$, Q σύνολο ξένων μεταξύ τους τμημάτων στη ∂P, $W(q)$ είναι η αξία του $q \in Q$.

Max Value Vertex (Edge) Guard

P απλό πολύγωνο, $k > 0$, Q σύνολο ξένων μεταξύ τους τμημάτων στη ∂P, $W(q)$ είναι η αξία του $q \in Q$. Να τοποθετηθούν k φύλακες κορυφές (ακμές) έτσι ώστε να καλύπτουν τη μέγιστη δυνατή αξία από τα $q \in Q$.

Επισκόπηση προβλημάτων

Διάφοροι Ορισμοί

Max Value Vertex (Edge) Guard

P απλό πολύγωνο, $k > 0$, Q σύνολο ξένων μεταξύ τους τμημάτων στη ∂P, $W(q)$ είναι η αξία του $q \in Q$. Να τοποθετηθούν k φύλακες κορυφές (ακμές) έτσι ώστε να καλύπτουν τη μέγιστη δυνατή αξία από τα $q \in Q$.

Budgeted Max Value Vertex (Edge) Guard

Γενίκευση του Max Value Vertex (Edge) Guard: $C(p)$ είναι το κόστος τοποθέτησης φύλακα στη θέση p, $BUDGET > 0$.

Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Επισκόπηση προβλημάτων

Διάφοροι Ορισμοί

Max Value Vertex (Edge) Guard

P απλό πολύγωνο, $k > 0$, Q σύνολο ξένων μεταξύ τους τμημάτων στη ∂P, $W(q)$ είναι η αξία του $q \in Q$. Να τοποθετηθούν k φύλακες κορυφές (ακμές) έτσι ώστε να καλύπτουν τη μέγιστη δυνατή αξία από τα $q \in Q$.

Budgeted Max Value Vertex (Edge) Guard

Γενίκευση του Max Value Vertex (Edge) Guard: $C(p)$ είναι το κόστος τοποθέτησης φύλακα στη θέση p, $BUDGET > 0$. Να τοποθετηθούν k φύλακες κορυφές (ακμές) έτσι ώστε να καλύπτουν τη μέγιστη δυνατή αξία από τα $q \in Q$ και το συνολικό κόστος τοποθέτησης να μην ξεπερνά το $BUDGET$.

Επισκόπηση προβλημάτων

Διάφοροι Ορισμοί

MAX VALUE VERTEX (EDGE) GUARD WITH PAINTING PLACEMENT

P απλό πολύγωνο, $k > 0$, $Q = \{l_i, w_i\}$ «παρακαταθήκη πινάκων».

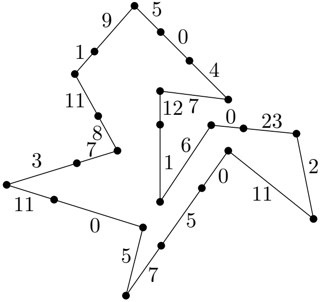
Επισκόπηση προβλημάτων

Διάφοροι Ορισμοί

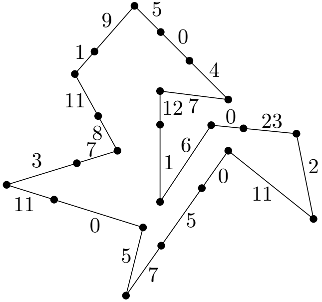
Max Value Vertex (Edge) Guard With Painting Placement

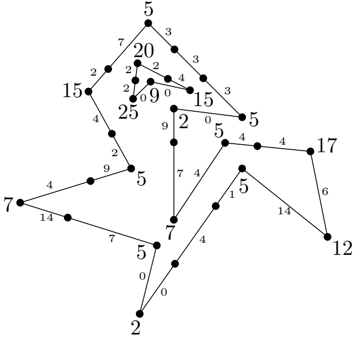
P απλό πολύγωνο, $k > 0$, $Q = \{l_i, w_i\}$ «παρακαταθήκη πινάκων». Να τοποθετηθούν k φύλακες κορυφές (ακμές) και «πίνακες» από το σύνολο Q, στην περίμετρο ∂P έτσι ώστε οι φύλακες να καλύπτουν τη μέγιστη δυνατή αξία «πινάκων».

Στιγμιότυπα για τη μεγιστοποίηση αξίας



Στιγμιότυπα για τη μεγιστοποίηση αξίας





Άπληστη μεγιστοποίηση της κάλυψης

Ένα γενικό πλαίσιο

- υπολογισμός της σχετικής υποδιαίρεσης $\mathcal{V}$,

Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Άπληστη μεγιστοποίηση της κάλυψης
Ένα γενικό πλαίσιο

- υπολογισμός της σχετικής υποδιαίρεσης $\mathcal{V}$,
- για όλες τις p, υπολογισμός του $\mathcal{V}(p)$,

Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Άπληστη μεγιστοποίηση της κάλυψης

Ένα γενικό πλαίσιο

- υπολογισμός της σχετικής υποδιαίρεσης $\mathcal{V}$,
- για όλες τις p, υπολογισμός του $\mathcal{V}(p)$,
- $SOL \leftarrow \emptyset$,

Άπληστη μεγιστοποίηση της κάλυψης

Ένα γενικό πλαίσιο

- υπολογισμός της σχετικής υποδιαίρεσης $\mathcal{V}$,
- για όλες τις p, υπολογισμός του $\mathcal{V}(p)$,
- $SOL \leftarrow \emptyset$,
- επανάληψη για κάθε διαθέσιμο φύλακα:

Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Άπληστη μεγιστοποίηση της κάλυψης

Ένα γενικό πλαίσιο

- υπολογισμός της σχετικής υποδιαίρεσης $\mathcal{V}$,
- για όλες τις p, υπολογισμός του $\mathcal{V}(p)$,
- $SOL \leftarrow \emptyset$,
- επανάληψη για κάθε διαθέσιμο φύλακα:
  - $\forall p : S \in \mathcal{V}(p)$ που δεν έχουν ήδη φυλαχτεί,

Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Άπληστη μεγιστοποίηση της κάλυψης

Ένα γενικό πλαίσιο

- υπολογισμός της σχετικής υποδιαίρεσης $\mathcal{V}$,
- για όλες τις p, υπολογισμός του $\mathcal{V}(p)$,
- $SOL \leftarrow \emptyset$,
- επανάληψη για κάθε διαθέσιμο φύλακα:
  - $\forall p : S \in \mathcal{V}(p)$ που δεν έχουν ήδη φυλαχτεί,
  - τοποθέτηση φύλακα στη θέση p που μεγιστοποιείται

Άπληστη μεγιστοποίηση της κάλυψης

Ένα γενικό πλαίσιο

- υπολογισμός της σχετικής υποδιαίρεσης $\mathcal{V}$,
- για όλες τις p, υπολογισμός του $\mathcal{V}(p)$,
- $SOL \leftarrow \emptyset$,
- επανάληψη για κάθε διαθέσιμο φύλακα:
  - $\forall p : S \in \mathcal{V}(p)$ που δεν έχουν ήδη φυλαχτεί,
  - τοποθέτηση φύλακα στη θέση p που μεγιστοποιείται
    - η $F(S)$,

Άπληστη μεγιστοποίηση της κάλυψης

Ένα γενικό πλαίσιο

- υπολογισμός της σχετικής υποδιαίρεσης $\mathcal{V}$,
- για όλες τις p, υπολογισμός του $\mathcal{V}(p)$,
- $SOL \leftarrow \emptyset$,
- επανάληψη για κάθε διαθέσιμο φύλακα:
  - $\forall p : S \in \mathcal{V}(p)$ που δεν έχουν ήδη φυλαχτεί,
  - τοποθέτηση φύλακα στη θέση p που μεγιστοποιείται
    - η $F(S)$,
    - ο λόγος $\frac{F(S)}{C(p)}$, εκτός αν $C_{tot} > BUDGET$

Άπληστη μεγιστοποίηση της κάλυψης

Ένα γενικό πλαίσιο

- υπολογισμός της σχετικής υποδιαίρεσης $\mathcal{V}$,
- για όλες τις p, υπολογισμός του $\mathcal{V}(p)$,
- $SOL \leftarrow \emptyset$,
- επανάληψη για κάθε διαθέσιμο φύλακα:
  - $\forall p : S \in \mathcal{V}(p)$ που δεν έχουν ήδη φυλαχτεί,
  - τοποθέτηση φύλακα στη θέση p που μεγιστοποιείται
    - η $F(S)$,
    - ο λόγος $\frac{F(S)}{C(p)}$, εκτός αν $C_{tot} > BUDGET$
  - ενημέρωση του συνόλου SOL

Άπληστη μεγιστοποίηση της κάλυψης

Ένα γενικό πλαίσιο

- υπολογισμός της σχετικής υποδιαίρεσης $\mathcal{V}$,
- για όλες τις p, υπολογισμός του $\mathcal{V}(p)$,
- $SOL \leftarrow \emptyset$,
- επανάληψη για κάθε διαθέσιμο φύλακα:
  - $\forall p : S \in \mathcal{V}(p)$ που δεν έχουν ήδη φυλαχτεί,
  - τοποθέτηση φύλακα στη θέση p που μεγιστοποιείται
    - η $F(S)$,
    - ο λόγος $\frac{F(S)}{C(p)}$, εκτός αν $C_{tot} > BUDGET$
  - ενημέρωση του συνόλου SOL
- αν $\exists p$ με $F(\mathcal{V}(p)) > F(SOL)$

Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Άπληστη μεγιστοποίηση της κάλυψης

Ένα γενικό πλαίσιο

- υπολογισμός της σχετικής υποδιαίρεσης $\mathcal{V}$,
- για όλες τις p, υπολογισμός του $\mathcal{V}(p)$,
- $SOL \leftarrow \emptyset$,
- επανάληψη για κάθε διαθέσιμο φύλακα:
  - $\forall p : S \in \mathcal{V}(p)$ που δεν έχουν ήδη φυλαχτεί,
  - τοποθέτηση φύλακα στη θέση p που μεγιστοποιείται
    - η $F(S)$,
    - ο λόγος $\frac{F(S)}{C(p)}$, εκτός αν $C_{tot} > BUDGET$
  - ενημέρωση του συνόλου SOL
- αν $\exists p$ με $F(\mathcal{V}(p)) > F(SOL)$
  - επιστρέφει $F(\mathcal{V}(p))$

Άπληστη μεγιστοποίηση της κάλυψης

Ένα γενικό πλαίσιο

- υπολογισμός της σχετικής υποδιαίρεσης $\mathcal{V}$,
- για όλες τις p, υπολογισμός του $\mathcal{V}(p)$,
- $SOL \leftarrow \emptyset$,
- επανάληψη για κάθε διαθέσιμο φύλακα:
  - $\forall p : S \in \mathcal{V}(p)$ που δεν έχουν ήδη φυλαχτεί,
  - τοποθέτηση φύλακα στη θέση p που μεγιστοποιείται
    - η $F(S)$,
    - ο λόγος $\frac{F(S)}{C(p)}$, εκτός αν $C_{tot} > BUDGET$
  - ενημέρωση του συνόλου SOL
- αν $\exists p$ με $F(\mathcal{V}(p)) > F(SOL)$
  - επιστρέφει $F(\mathcal{V}(p))$
  - αλλιώς επιστρέφει $F(SOL)$

Ανάλυση της μεθόδου

	$F(S_l) = F(\bigcup_{i=1}^{l} S_i) - F(\bigcup_{i=1}^{l-1} S_i) \geq$	
Συνάρτηση F		Κόστη + Προϋπολογισμός
Μήκος - Εμβαδόν - Αξία	$\frac{1}{k}(F(OPT) - F(\bigcup_{i=1}^{l-1} S_i))$	$\frac{c_l}{B}(F(OPT) - F(\bigcup_{i=1}^{l-1} S_i))$
(NP-hard) α-προσεγγίσιμη	$\frac{\alpha}{k}(F(OPT) - F(\bigcup_{i=1}^{l-1} S_i))$	$\frac{\alpha c_l}{B}(F(OPT) - F(\bigcup_{i=1}^{l-1} S_i))$

	$F(SOL) = F(\bigcup_{i=1}^{k} S_i) \geq$	
Συνάρτηση F		Κόστη + Προϋπολογισμός
Μήκος - Εμβαδόν - Αξία	$(1 - \frac{1}{e})F(OPT)$	$\frac{1}{2}(1 - \frac{1}{e})F(OPT)$
(NP-hard) α-προσεγγίσιμη	$(1 - \frac{1}{e^\alpha})F(OPT)$	$\frac{1}{2}(1 - \frac{1}{e^\alpha})F(OPT)$

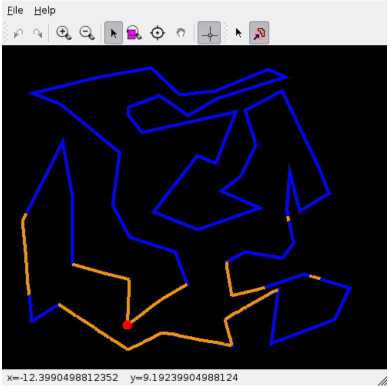
Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Μεγιστοποίηση αξίας μαζί με τοποθέτηση

Maximum Value Vertex Guard With Painting Placement

Multiple Knapsack

- Σάκοι: $s \in \mathcal{V}(\partial P)(v)$,
- Χωρητικότητες: $L(s)$,
- $\frac{1}{2}$-προσεγγίσιμο
  [Shmoys, Tardos, 1993]
- PTAS
  [Chekuri, Khanna, 2000]



Αποτελέσματα

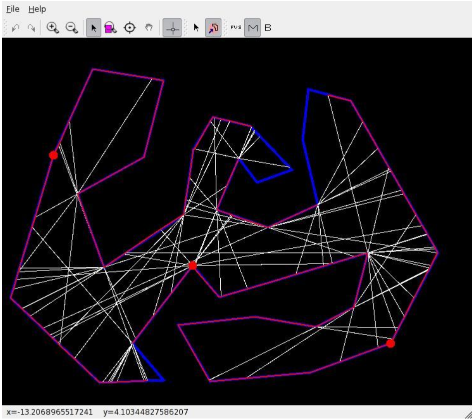
Προσεγγιστικοί αλγόριθμοι με σταθερούς παράγοντες

		Φύλακες			
				Κόστος[2]	
Φύλαξη	Μεγιστοποίηση	Κορυφές	Ακμές	Κορυφές	Ακμές
Περίμετρος	Μήκος[1]	0.632		0.316	
	Αξία[1]				
	Αξία + Τοποθέτηση[3]				
Εσωτερικό	Εμβαδό[4]				
	Αξία[4]				
				Προϋπολογισμός	

1: [C. Fragoudakis, E. Markou, S. Zachos, 2002]
2: [C. Fragoudakis, E. Markou, S. Zachos, 2003]
3: [C. Fragoudakis, E. Markou, S. Zachos, 2005]
4: [I. Emiris, C. Fragoudakis, E. Markou, 2006]

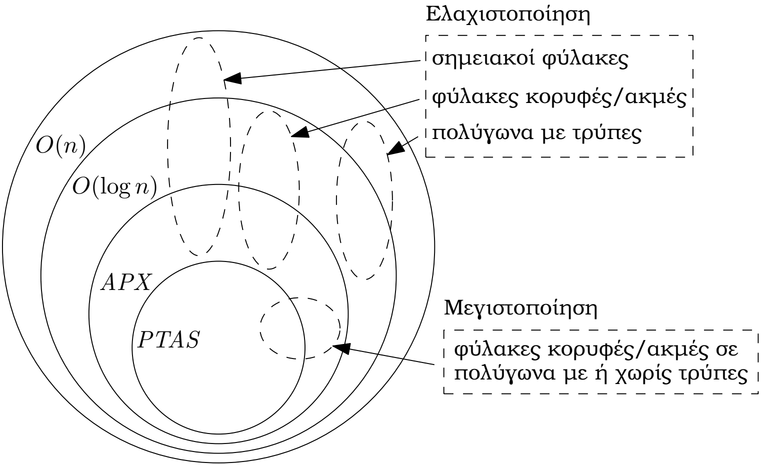
Υλοποίηση του Max Length Vertex Guard

Με χρήση του `vispack`



Κατάταξη προβλημάτων μεγιστοποίησης

Ιεραρχία κλάσεων προσέγγισης



Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Μια παραλλαγή του Satisfiability

Maximum 5 Occurence 3 Sat

Φ είναι λογική έκφραση σε CNF όπου κάθε πρόταση (clause) αποτελείται από το πολύ 3 λεκτήματα (literals) και η κάθε μεταβλητή (variable) εμφανίζεται σε 5 το πολύ προτάσεις.

Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Μια παραλλαγή του Satisfiability

Maximum 5 Occurence 3 Sat

Φ είναι λογική έκφραση σε CNF όπου κάθε πρόταση (clause) αποτελείται από το πολύ 3 λεκτήματα (literals) και η κάθε μεταβλητή (variable) εμφανίζεται σε 5 το πολύ προτάσεις. Να βρεθεί μια απονομή αλήθειας για τις μεταβλητές της Φ έτσι ώστε ο αριθμός των προτάσεων που ικανοποιούνται να είναι μέγιστος.

Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Μια παραλλαγή του Satisfiability

Maximum 5 Occurence 3 Sat

Φ είναι λογική έκφραση σε CNF όπου κάθε πρόταση (clause) αποτελείται από το πολύ 3 λεκτήματα (literals) και η κάθε μεταβλητή (variable) εμφανίζεται σε 5 το πολύ προτάσεις. Να βρεθεί μια απονομή αλήθειας για τις μεταβλητές της Φ έτσι ώστε ο αριθμός των προτάσεων που ικανοποιούνται να είναι μέγιστος.

Θεώρημα [S. Arora, 1997]

Είναι NP-hard να αποφασίσουμε, αν για ένα I του Max-5Occ-3Sat με m προτάσεις ισχύει $OPT(I) = m$ ή $OPT(I) < (1 - \epsilon)m$.

Αναγωγή διατήρησης χάσματος

Πολυωνυμική αναγωγή ενός I του Max-5Occ-3Sat σε ένα I' του Max Length Vertex Guard έτσι ώστε:

$$\begin{array}{ccccccccc} OPT(I) & = & m & = & U(I) & \rightarrow & OPT(I') & = & U'(I') \\ OPT(I) & < & (1-\epsilon)m & = & L(I) & \rightarrow & OPT(I') & < & L'(I') \end{array}$$

Δεν υπάρχει προσεγγιστικός αλγόριθμος για το πρόβλημα Max Length Vertex Guard με παράγοντα προσέγγισης:

$$R = \frac{L'(I')}{U'(I')}$$

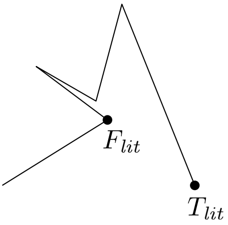
Κατασκευή του στιμιοτύπου

Από το Max-5Occ-3Sat στο Max Length Vertex Guard

- Κατασκευή περιγραμμάτων για κάθε:
  - λέκτημα,
  - πρόταση,
  - μεταβλητή.
- Σύνδεση των περιγραμμάτων.
- Ορισμός διακεκριμένης κορυφής.
- Τοποθέτηση του απαραίτητου αριθμού φυλάκων.

Περίγραμμα λεκτημάτων

$\Phi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$



Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

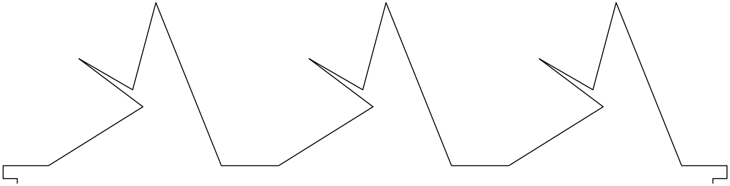
Περίγραμμα προτάσεων

$\Phi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$

Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

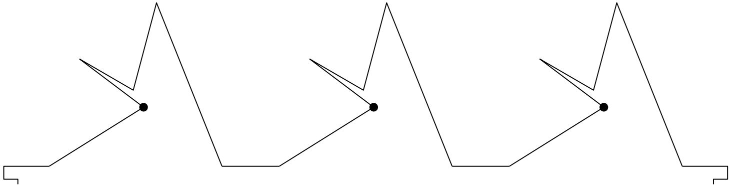
Περίγραμμα προτάσεων

$\Phi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$



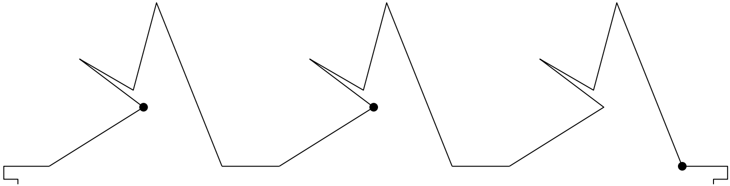
Περίγραμμα προτάσεων

$\Phi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$



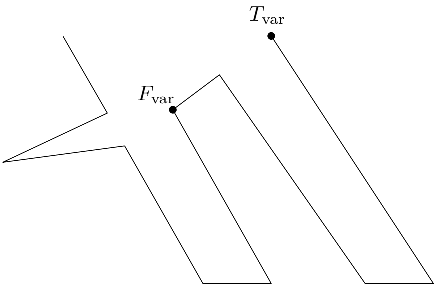
Περίγραμμα προτάσεων

$\Phi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$



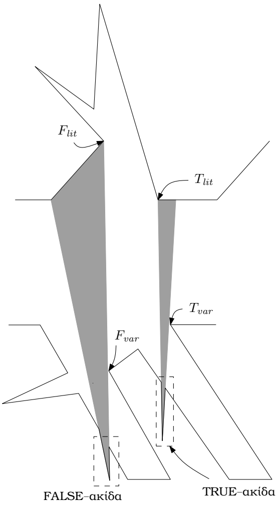
Περίγραμμα μεταβλητών

$\Phi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$



Ακίδες για ένα αρνητικό λέκτημα

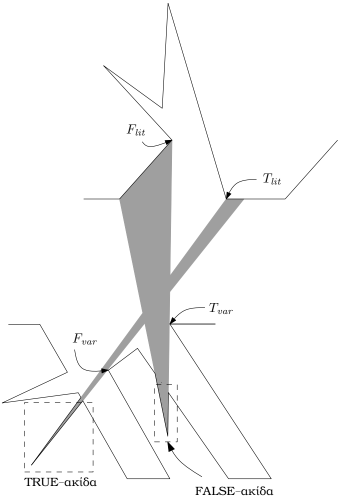
$\Phi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$



Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Ακίδες για ένα θετικό λέκτημα

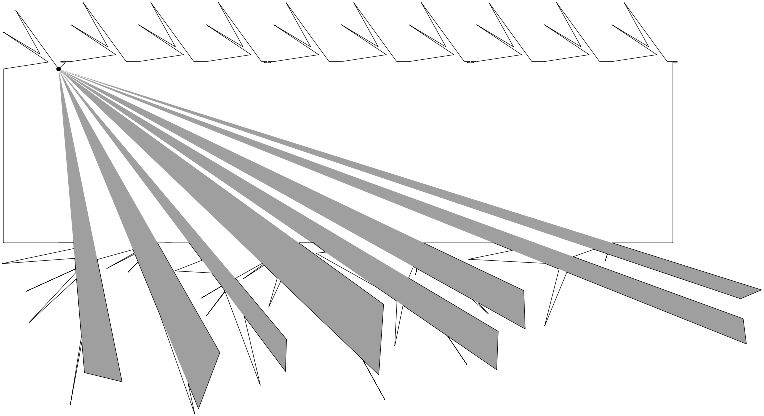
$\Phi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$



Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

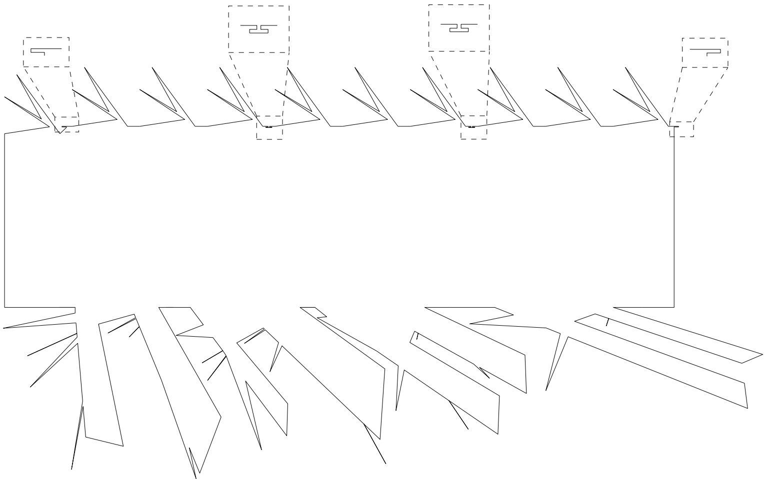
Το τελικό πολύγωνο

$\Phi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$



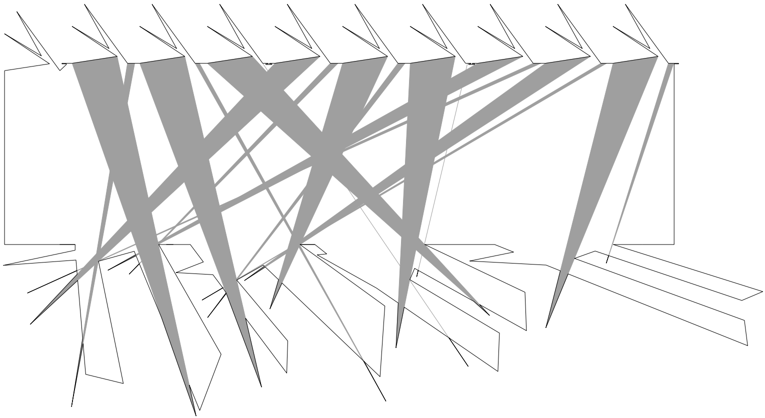
Το τελικό πολύγωνο

$\Phi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$



Το τελικό πολύγωνο

$\Phi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$



Μετασχηματισμός μιας εφικτής λύσης

Από την απονομή αλήθειας στην τοποθέτηση φυλάκων

Τοποθετούμε $k = l + n + 1$ φύλακες στις κορυφές του πολυγώνου:

- 1 φύλακας στη διακεκριμένη κορυφή,
- 1 φύλακας σε κάθε περίγραμμα μεταβλητής,
- 1 φύλακας σε κάθε περίγραμμα λεκτήματος.

Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Μετασχηματισμός μιας εφικτής λύσης

Από την τοποθέτηση των φυλάκων στην απονομή αλήθειας

Μετακινούμε τους φύλακες έτσι ώστε να έχουμε:

- 1 μόνο φύλακα στη διακεκριμένη κορυφή,
- 1 μόνο φύλακα σε κάθε περίγραμμα μεταβλητής,
- 1 μόνο φύλακα σε κάθε περίγραμμα λεκτήματος.

Μετά τη μετακίνηση ισχύει ότι:

- Καλύπτεται μήκος τουλάχιστο όσο και πριν.
- Ίσως να μην καλύπτονται μερικές «κοντές» ακμές.
- Συνεπής τοποθέτηση στις F_{lit}, T_{lit}, F_{var}, T_{var}.

Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Ανάλυση της αναγωγής

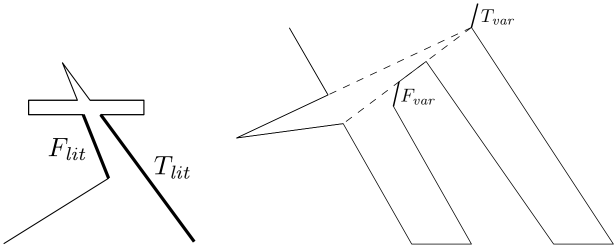
Η αναγωγή διατηρεί το χάσμα:

$$\begin{array}{lcl} OPT(I) = m & \rightarrow & OPT(I') = L(\partial P) \\ OPT(I) < (1-\epsilon)m & \rightarrow & OPT(I') < (1 - 8\epsilon m \frac{L(e_{short})}{L(\partial P)})L(\partial P) \end{array}$$

Δεν υπάρχει πολυωνυμικού χρόνου προσεγγιστικός αλγόριθμος με παράγοντα προσέγγισης:

$$R \geq 1 - \frac{8\epsilon L(e_{short})}{3L_v + 3L_l + 6L_s + L_c + L_r}$$

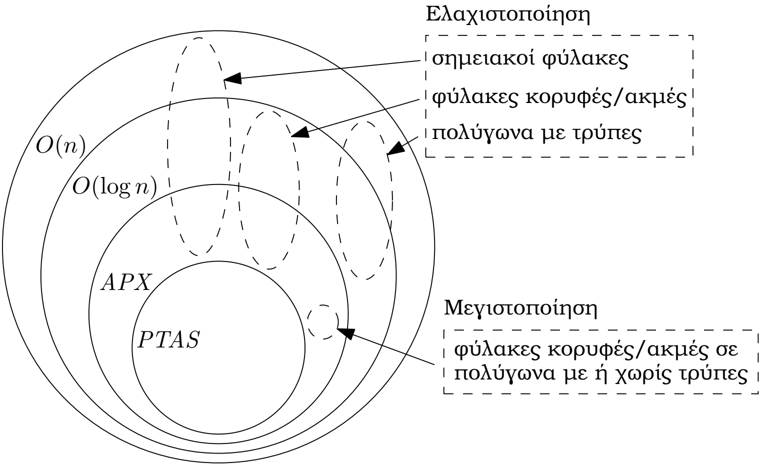
Περιγράμματα για φύλακες ακμές



Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

Τελική κατάταξη προβλημάτων μεγιστοποίησης

Ιεραρχία κλάσεων προσέγγισης



Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr

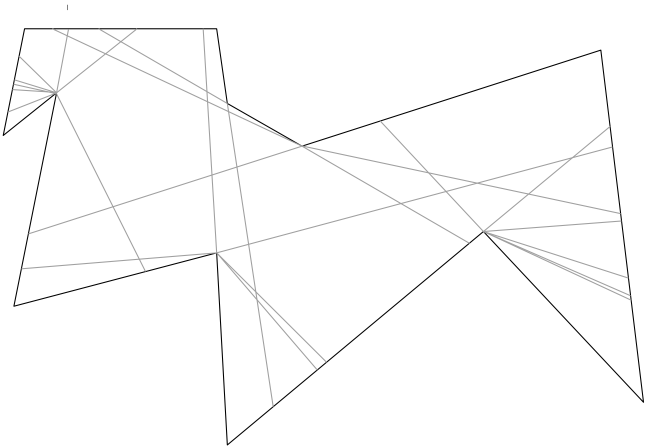
Συνεισφορά της διατριβής

Παραλλαγές του προβλήματος φύλαξης της αίθουσας τέχνης

- Ορατότητα πολυγώνων:
  - υποδιαιρέσεις ορατότητας,
  - ιδιότητες των υποδιαιρέσεων.
- Μεγιστοποίηση της φύλαξης:
  - ρεαλιστικό πλαίσιο (ασύρματα δίκτυα),
  - προσεγγιστικοί αλγόριθμοι,
  - σταθεροί παράγοντες προσέγγισης,
  - πρακτικά κοντά στο βέλτιστο.
- Αναγωγές διατήρησης χάσματος:
  - η μεγιστοποίηση κάλυψης δεν επιδέχεται PTAS
- Υλοποιήσεις: `vispack`
  - υλοποιεί την υποδιαίρεση της ∂P,
  - επεκτείνει τη βιβλιοθήκη CGAL (`http://www.cgal.org`).

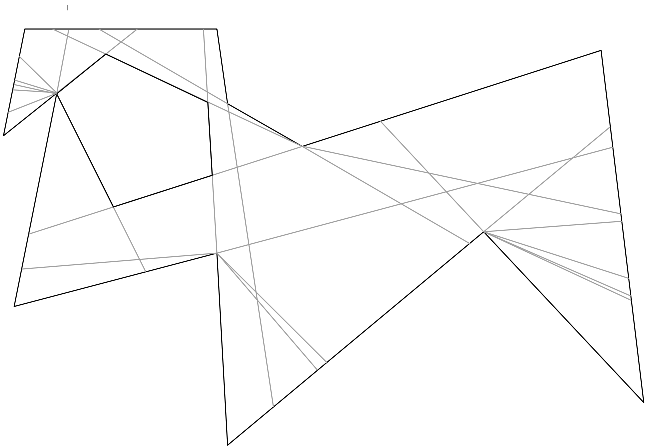
Διερεύνηση της υποδιαίρεσης ορατότητας

[B. Aronov et al, 2002]



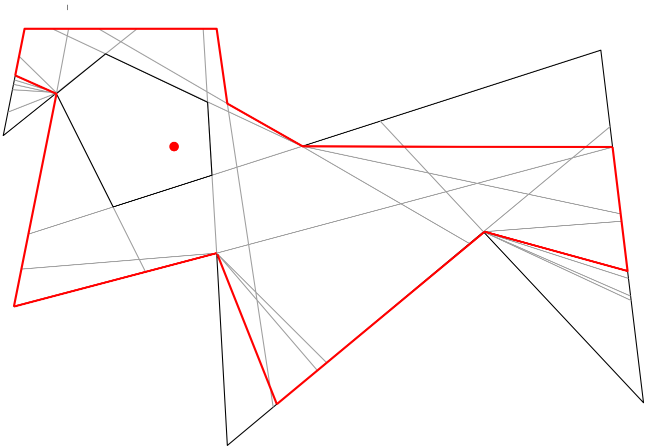
Διερεύνηση της υποδιαίρεσης ορατότητας

[B. Aronov et al, 2002]



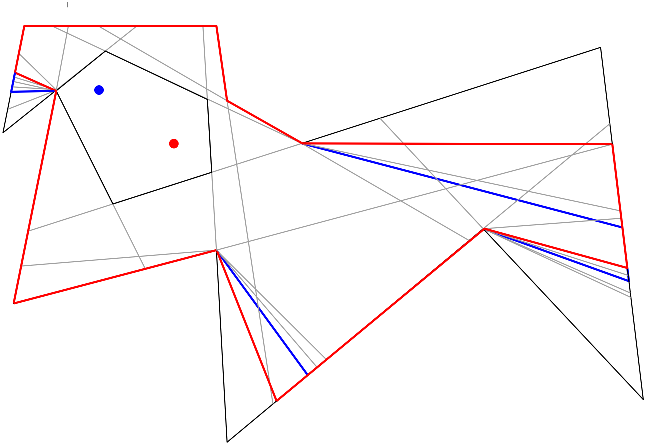
Διερεύνηση της υποδιαίρεσης ορατότητας

[B. Aronov et al, 2002]



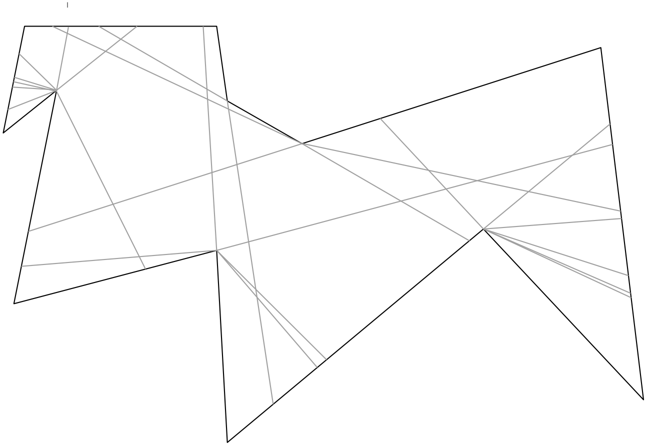
Διερεύνηση της υποδιαίρεσης ορατότητας

[B. Aronov et al, 2002]



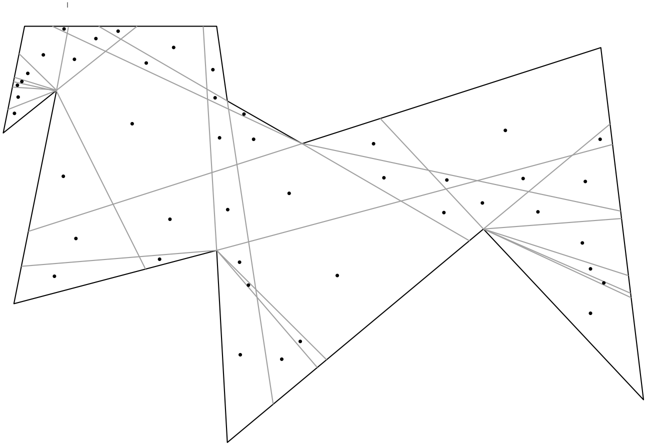
Διερεύνηση της υποδιαίρεσης ορατότητας

Visibility Sinks



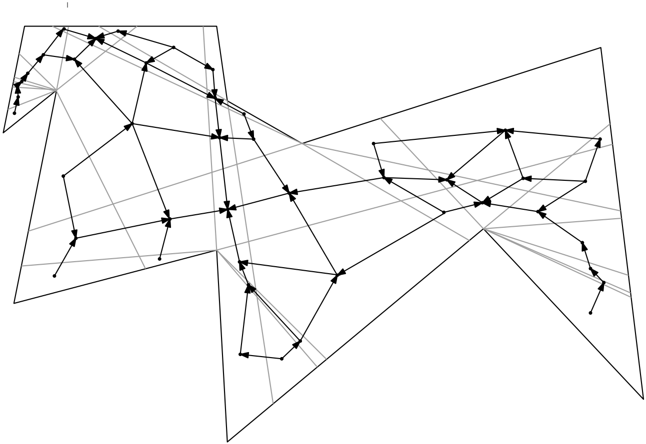
Διερεύνηση της υποδιαίρεσης ορατότητας

Visibility Sinks



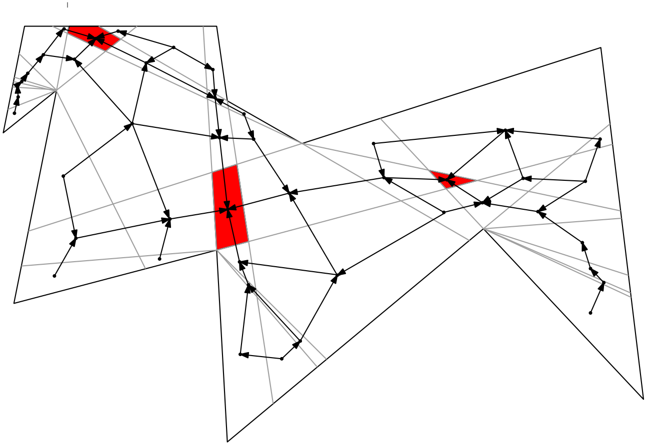
Διερεύνηση της υποδιαίρεσης ορατότητας

Visibility Sinks



Διερεύνηση της υποδιαίρεσης ορατότητας

Visibility Sinks



Ανοιχτά προβλήματα

- Διερεύνηση των υποδιαιρέσεων ορατότητας.
- Φύλακες στο εσωτερικό του πολυγώνου.
- Χαλαροί (;) παράγοντες προσέγγισης.
- Μεγιστοποίηση της κάλυψης για γενικούς φύλακες.
- Προσέγγιση για το Minimum Vertex Guard.
- Υλοποιήσεις.

Δημοσιεύσεις

Christodoulos Fragoudakis, Euripides Markou and Stathis Zachos.
Maximizing the guarded boundary of an Art Gallery is APX-complete.
Computational Geometry: Theory and Applications, In Press, Accepted Manuscript, 2007.

Ioannis Emiris, Christodoulos Fragoudakis, and Euripides Markou.
Maximizing the guarded interior of an Art Gallery.
In *22nd European Workshop on Computational Geometry*, 2006.

Christodoulos Fragoudakis, Euripides Markou, and Stathis Zachos.
How to place efficiently guards and paintings in an Art Gallery.
In *10th Panhellenic Conference on Informatics*,
Lecture Notes in Computer Science, volume 3746, pages 145–154, Springer, 2005

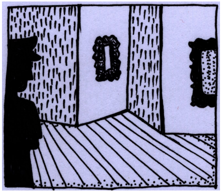
Euripides Markou, Stathis Zachos and Christodoulos Fragoudakis.
Budgeted coverage of a maximum part of a polygonal area.
In *1st Balkan Conference in Informatics*, 2003.

Euripides Markou, Stathis Zachos, and Christodoulos Fragoudakis.
Maximizing the guarded boundary of an Art Gallery is APX-complete.
In *5th Italian Conference on Algorithms and Complexity*,
Lecture Notes in Computer Science, volume 2653, pages 24–35, Springer, 2003.

Euripides Markou, Christodoulos Fragoudakis and Stathis Zachos.
Approximating visibility problems within a constant.
In *3rd Work. on Approximation and Randomization Algorithms in Communication Networks*, 2002.

ΤΕΛΟΣ

Σας ευχαριστώ για την προσοχή σας!



Χ. Φραγκουδάκης
cfrag@cs.ntua.gr