

# PUE Theoretische Informatik

## WS2019-2020

### Übungsblatt 1

#### Aufgabe 1:

In dieser Aufgabe betrachten wir aussagenlogische Formeln über die atomaren Formeln  $Var = \{A, B, C, D\}$ . Beachten Sie dabei die formale Definition der Syntax der Aussagenlogik aus der Vorlesung.

- (a) Entscheiden Sie ob die folgenden Formeln syntaktisch korrekte aussagenlogische Formeln für die atomaren Formeln  $Var = \{A, B, C, D\}$  sind und begründen Sie ihre Hypothese.

(i)  $((A \wedge \neg B) \vee \neg D) \vee C$

(ii)  $(A \wedge C \vee (\neg \wedge BD))$

(iii)  $(A \rightarrow B \rightarrow (C \wedge D))$

(iv)  $(A \vee (B \rightarrow \neg(D \vee C)))$

- (b) Sind die folgenden Belegungen Modelle für die syntaktisch korrekten Formeln aus (a)?

$X$	$\alpha(X)$	$X$	$\beta(X)$	$X$	$\gamma(X)$	$X$	$\delta(X)$
A	1	A	1	A	0	A	1
B	1	B	0	B	0	B	1
C	0	C	1	C	0	C	1
D	1	D	0	D	0	D	1

#### Aufgabe 2:

- (i) Wie aus der Vorlesung bekannt ist die Menge  $\{\neg, \wedge, \vee\}$  funktional vollständig. Drücken Sie mit Hilfe der drei Operatoren die nor- und  $\oplus$ -Operatoren aus und zeigen Sie mit Hilfe von Wahrheitstafeln dass ihr Ausdruck tatsächlich äquivalent zur ursprünglichen Operatoren ist.
- (ii) Betrachten Sie die folgenden Mengen von Booleschen Funktionen und zeigen Sie dass diese funktional vollständig sind.

1.  $\{\neg, \vee\}$

2.  $\{\text{nor}\}$

3.  $\{\rightarrow, \perp\}$

**Hinweis:** Verwenden Sie die Resultate aus der Vorlesung bzw. aus früheren Punkten der Aufgabe.

**Aufgabe 3:**

Formalisieren Sie die folgenden Sätze mittels Aussagenlogik:

- (i) Wenn das Barometer fällt, wird es regnen oder schneien.
- (ii) Wenn eine Anfrage eingeht, wird sie irgendwann bestätigt oder die Anfragebearbeitung macht überhaupt keinen Fortschritt mehr.
- (iii) Heute wird es regnen oder die Sonne wird scheinen, aber nicht beides.
- (iv) Wenn der Mond ein gelber Käse ist, ist 6 eine Primzahl.

Sind die Sätze Tautologien / erfüllbar? Geben Sie, falls existent, ein Modell an.

**Aufgabe 4:**

Beweisen Sie (i) mittels Wahrheitstafel und (ii) mittels Umformungen auf Basis des Ersetzungssatzes und der in der Vorlesung präsentieren Äquivalenzen, dass die folgenden Formeln semantisch äquivalent sind:

- $A \wedge (C \vee D \vee \neg E)$  und  $(A \wedge C) \vee (A \wedge D) \vee (A \wedge \neg E)$

Welche Methode erscheint Ihnen besser geeignet?

**Aufgabe 5:**

Ist die folgende Aussagenmenge widerspruchsfrei?

- 1 Wenn ein Bier zu lange offen steht, dann trinke ich es nicht.
- 2 Wenn ich kein Bier trinke, dann kann ich Autofahren.
- 3 Ich kann nicht Autofahren.
- 4 Das Bier war zu lange offen.

Formalisieren Sie die Aussagen mittels Aussagenlogik und beweisen Sie Ihre Hypothese mit einer Wahrheitstafel.

**Aufgabe 6:**

Formalisieren Sie folgende Sätze mittels Aussagenlogik und überprüfen Sie, ob der Schluss von (1),(2),(3) auf (4) korrekt ist.

- 1. Wenn ich schlafe, dann träume ich.
- 2. Wenn ich esse, dann schlafe ich nicht.
- 3. Ich träume nicht.
- 4. Ich träume nicht und ich esse oder lerne.