Université de Bordeaux
Semestre 1

2023-2024

TP4 : Algorithmique sur les tris

Compétences

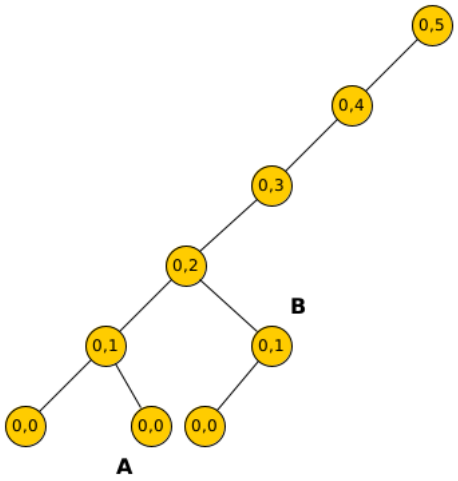
- Dessiner l'arbre d'appels d'un tri récursif
- Implémentater des tris
- Évaluer la complexité expérimentale de différents tris

Le XSort un tri insolite

Les lignes de code d'un alogorithme de tri ont été retrouvées dans un état qui ne permet pas de l'utiliser. Les seules indices que l'on possède pour essayer de retrouver le code d'origine est une partie de l'abre des appels simplifié pour le tableau suivant : 3 1 2 7 8 2 et le contenu du tableau pour les noeuds notés A et B :

- A : 1 3 2 7 8 2
- B : 1 2 3 7 8 2 .

```
1  def XSort(t, i, j):
2
3  tmp = t[j-1]
4  XSort(t, i, j-1)
5  XSort(t, i, j-1)
6  return
7  if i >= j:
8  if t[j-1] > t[j]:
9  t[j-1] = t[j]
10 t[j]   = tmp
```



1. À l'aide des indices donnés dans l'énoncé remettre dans l'ordre les lignes de code de la fonction `XSort`
2. Compléter l'arbre des appels.
3. En cherchant de l'information sur ce tri vous trouvez que dans le pire cas il est en $O(2^n)$ avec n la taille du tableau qu'en pensez-vous ? Justifier.

Temps d'exécution sur des tableaux d'entiers avec tirage pseudo-aléatoires

Pour effectuer un tirage d'entiers pseudo-aléatoire on peut utiliser l'instruction suivante :

```
1  # import de la fonction randint avec l'alias rd
2  from random import randint as rd
3  # un tableau T de 5 valeurs entières dans l'intervalle [0, 10]
4  n = 5
5  T = array("l", [None]*n)
6  for i in range(n):
7      T[i] = rd(0, 10)
```

À l'aide d'une méthode empirique, remplir le tableau ci-dessous avec le temps moyen d'exécution de chaque algorithme de tris pour un tableau de taille n. Les calculs doivent être effectués pour un jeu de 10 expériences sur chaque tri.

n	Tri Insertion	Tri Fusion	XSort
1			
10			
100			
1000			
10000			
100000			
1000000			

Comparer les résultats obtenus avec les complexités théoriques.

Tri insertion modifié

Theorem 1 *Le tri par insertion a une durée d'exécution égale à $O(n)$ sur une séquence triée*

Ce théorème suggère que si des sous parties d'un tableau sont déjà triées, il peut être avantageux d'utiliser le tri par insertion qui a une complexité en $O(n)$ dans ce cas. Étudions un algorithme qui exploite ce théorème pour obtenir une complexité en $O(n^{1.5})$.

Principe

L'idée est d'appliquer plusieurs fois le tri par insertion à des sous séquences d'un tableau sur la base suivante :

1. Initialiser $d = 1$
2. Répéter l'étape 3 jusqu'à ce que $9d > n$
3. d prend la valeur $3d + 1$
4. Répéter les étapes 5 et 6 jusqu'à ce que $d = 0$
5. Appliquer le tri par insertion à chacune des d sous-séquences d'incrément d du tableau de départ.
6. Affecter la partie entière $d/3$ à d

Exemple

- Supposons que le tableau de départ soit composé de $n = 50$ éléments. La boucle de l'étape 2 serait alors répétée 2 fois ce qui ferait augmenter la valeur de départ de $d = 1$ à $d = 4,\ 13$.
- La boucle de l'étape 4 :
  - La première itération applique le tri insertion à chacune des 13 sous-séquences d'incrément 13 $[e_0, e_{13}, e_{26}, e_{39}]$, $[e_1, e_{14}, e_{27}, e_{40}]$, …, $[e_{11}, e_{24}, e_{37}, e_{50}]$, $[e_{12}, e_{25}, e_{38}]$
  - L'étape 6 affecte $d = 4$
  - La deuxième itération applique le tri insertion à chacune des 4 sous-séquences d'incrément 4 $[e_0, e_4, e_8, \ldots, e_{48}]$, $[e_1, e_5, e_9, e_{13}, \ldots, e_{49}]$, …
  - L'étape 6 affecte $d = 1$
  - La troisème et dernière itération applique le tri insertion à tout le tableau.

1. Écrire une fonction `newSort(T, n)` implémentant l'algorithme décrit ci-dessus.
2. Comparer expérimentalement la complexité en temps de cet algorithme avec celui du tri insertion.