

TD5 : Algorithmique sur les tris

Compétences

- Dessiner l'arbre d'appels d'un tri récursif
- Évaluer de manière empirique la complexité d'un tri

Un peu d'histoire

Durant la seconde Guerre mondiale, La *Moore School of Engineering* à Philadelphie embauche des femmes pour effectuer des calculs de trajectoires. L'une d'elle Betty Holberton est vite remarquée pour ses aptitudes mathématiques et fut choisie pour être l'une des six programmatrices de l'ENIAC (acronyme de l'expression anglaise Electronic Numerical Integrator And Computer). Elle développe en 1952 le premier algorithme de tri connu.

In 1952, Holbetton developed the Sort-Merge Generator" for the UNIVAC I which produced a program to sort and merge files. This was the first step toward actually using a computer to write programs (i.e., a precursor to the concept of a compiler) and was called "the first major *software routine* ever developed for automatic programming

Tri fusion

Appliquer le tri fusion à un tableau t contenant n éléments consiste à trier récursivement le tableau entre les indices 0 et $\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor$ et entre les indices $\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor + 1$ et $n - 1$, puis à fusionner les deux sous-tableaux triés. L'idée est qu'il est facile de fusionner deux tableaux triés en un tableau lui-même trié.

1. Si on applique le triFusion à un tableau de n éléments, où se trouve le premier couple d'éléments qui seront comparés entre eux? Où se trouve le deuxième couple d'éléments qui seront comparés entre eux? Qu'est-ce qu'on peut dire sur les indices respectifs du dernier couple d'éléments qui seront comparés entre eux?
2. Donner le nombre de comparaisons nécessaires entre éléments du tableau pour effectuer le tri fusion d'un tableau de taille n dans le pire des cas (quel est-il?), puis dans le meilleur des cas (quel est-il?).
3. Donner le nombre d'affectations à une case du tableau nécessaires pour effectuer le tri fusion d'un tableau de taille n dans le pire des cas (quel est-il?), puis dans le meilleur des cas (quel est-il?).
4. En fonction du nombre n d'éléments à trier, quel est l'ordre de grandeur de la complexité en temps du tri fusion?
5. Combien de fois au maximum déplace-t-on un élément du tableau?
6. Si le tableau contient deux occurrences du même élément, est-ce qu'après le tri l'ordre initial des deux occurrences entre elles est encore respecté?
7. Dessiner l'arbre d'appel de la fonction `triFusion` vue en cours pour le tableau $t = [10, 4, 7, 3, 9, 11, 5]$
8. En s'inspirant de la fonction `fusionner` vue en cours, écrire une fonction `fusionnerV2(t, debut, milieu, fin)` qui, étant donné un tableau t trié entre les indices `debut` et `milieu` et entre les indices `milieu+1` et `fin`, trie t entre les indices `debut` et `fin`.
Par exemple, soit $t = [4, 1, 5, 0, 3, 8, 2]$. On remarque que $[1, 5]$ est trié donc t est trié entre les indices 1 et 2. Pareillement, $[0, 3, 8]$ est trié donc t est trié entre les indices 3 et 5. L'appel de la fonction : `fusionnerV2(t, 1, 2, 5)` va ainsi fusionner ces deux sous-tableaux et on aura $t = [4, 0, 1, 3, 5, 8, 2]$ qui est trié entre les indices 1 et 5.