

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i: MEK 1100 — Feltteori og vektoranalyse.
Eksamensdag: Tirsdag 24 mars 2015.
Tid for eksamen: 11:00 – 13:00.
Oppgavesettet er på 2 sider.
Vedlegg: Formeltillegg på 2 sider.
Tillatte hjelpemidler: K. Rottmann: Matematiske Formelsamlung, godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Det er 10 delspørsmål. Hvert delspørsmål honoreres med poengsum fra 0 til 10 (10 for fullstendig svar, 0 for blank). Maksimal oppnåelig poengsum er 100. Kontroller at du ikke overser noen av spørsmålene.

Oppgave 1

I hele dette eksamenssettet skal vi se på vektorfeltet

$$\mathbf{v} = x^2 \mathbf{i} - y \mathbf{j}$$

i xy -planet.

1a

Regn ut divergensen til \mathbf{v} .

1b

Regn ut virvlingen til \mathbf{v} .

1c

Undersøk om vektorfeltet \mathbf{v} har en strømfunksjon ψ , og finn i så fall strømfunksjonen.

1d

Undersøk om vektorfeltet \mathbf{v} har et potensial ϕ , og finn i så fall potensialet.

(Fortsettes på side 2.)

1e

Tegn et vektor pil-plott (tilsvarende *quiver* på datamaskin) for \mathbf{v} i et område rundt origo. La styrken til feltet være indikert ved lengden til pilene.

Finn alle stagnasjonspunkter (der hvor $\mathbf{v} = \mathbf{0}$) og indiker dem i plottet.

1f

Finn likninger som representerer alle strømlinjene til vektorfeltet \mathbf{v} . Finn spesielt strømlinjene som går gjennom de to punktene A ($x = 1, y = 0$) og B ($x = 1, y = 1$). Indiker disse to strømlinjene spesielt i plottet i forrige deloppgave.

1g

Regn ut fluksen av \mathbf{v} gjennom det rette linjestykket λ mellom de to punktene A ($x = 1, y = 0$) og B ($x = 1, y = 1$).

1h

Finn sirkulasjonen til \mathbf{v} rundt sirkelen γ , der γ er gitt ved $x^2 + y^2 = 1$, ved direkte utregning.

1i

Kontroller svaret i forrige deloppgave ved å regne ut sirkulasjonen som et flateintegral ved å anvende en passende integralsats. Hva heter den integralsatsen du velger å bruke?

1j

La oss tenke oss at vektorfeltet \mathbf{v} er et hastighetsfelt, og at en partikkel beveger seg i henhold til dette hastighetsfeltet. Regn ut akselerasjonen til partikkelen.

SLUTT