

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i MEK 1100 — Feltteori og vektoranalyse.

Eksamensdag: Tirsdag 29. mars 2011.

Tid for eksamen: 15:00–17:00.

Oppgavesettet er på 2 sider.

Vedlegg: Formelt tillegg på 2 sider.

Tillatte hjelpemidler: K. Rottmann: Matematiske Formelsamling, godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Det er 10 delspørsmål. Hvert delspørsmål honoreres med poengsum fra 0 til 10 (10 for fullstendig svar, 0 for blank). Maksimal oppnåelig poengsum er 100. Kontroller at du ikke overser noen av spørsmålene.

Oppgave 1

Vi skal se på vektorfeltet $\mathbf{v} = \mathbf{i} - x\mathbf{k}$. La sirkelen γ være gitt ved $\{x^2 + y^2 = R^2, z = 1\}$ hvor konstanten R er radius til sirkelen.

1a

Finn en passende parametrisering av sirkelen γ .

1b

Finn sirkulasjonen til \mathbf{v} rundt sirkelen γ ved direkte utregning.

1c

Regn ut virvlingen til \mathbf{v} . Har \mathbf{v} et skalart potensial ϕ ? Begrunn svaret.

1d

Regn ut sirkulasjonen til \mathbf{v} rundt sirkelen γ indirekte ved bruk av en integralsats.

Oppgave 2

Vi skal se på vektorfeltet $\mathbf{v} = y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + \mathbf{k}$.

2a

Finn divergensen til \mathbf{v} .

2b

Har feltet \mathbf{v} en strømfunksjon? Begrunn svaret.

Forklar hvilken eller hvilke skalare likninger man kan løse for å finne strømlinjene til \mathbf{v} . Du skal ikke løse likningene.

2c

Regn ut fluksen av \mathbf{v} gjennom den delen av xy -planet som er avgrenset av $0 \leq x \leq 1$ og $0 \leq y \leq 1$. La positiv fluks være orientert i z -retning.

Oppgave 3

La flaten S være gitt ved $z = x^2 - y^2 + 2$. Vi skal oppfatte at z -aksen peker opp, og at (x, y) er horisontale koordinater.

3a

Finn enhetsnormalvektor \mathbf{n} til flaten S . La \mathbf{n} peke oppover.

3b

Finn to tangentvektorer \mathbf{t}_x og \mathbf{t}_y til flaten S . La \mathbf{t}_x og \mathbf{t}_y ha horisontalkomponenter henholdsvis kun i x -retning og y -retning.

3c

Regn ut fluksen av vektorfeltet $\mathbf{v} = y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + \mathbf{k}$ gjennom den delen av flaten S som er avgrenset av $0 \leq x \leq 1$ og $0 \leq y \leq 1$. La positiv fluks være orientert opp.

SLUTT