cours_1

January 19, 2021

Algorithmique des tableaux

Christophe Saint-Jean

Transparents du cours

Code du cours

Année 2020-2021

1 Organisation de l'UE

1.1 Mentions Légales

1.2 L'équipe enseignante

- **Christophe Saint-Jean** (CM/TD/TP - Resp.)
- Laurent Mascarilla (TD/TP)
- El Hadi Zahzah (TD/TP)

1.3 Communication

- Questions pédagogiques : Moodle
  - Appronfondissement/Questions
  - Organisation de l'UE/Planning
- Questions administratives (Secrétariat)
  - Appartenance groupes TD/TP
  - Absences/Justifications

1.4 Dispositif horaire

On essaie tout en **synchrone**:

- 6 cours de 1,5 heures
- 4 TDs de 1,5 heures
- 5 TPs de 1,5 heures
- 4 créneaux de 1,5h de TEA - 2 sujets

1.5 Evaluation

$$S_1 = \frac{CC_1 + CC_2}{2}$$

$$S_2 = CC_3$$

Les CC se passent *a priori* en TP 3 et 5 (idem semestre 1).

Attention à la règle sur les absences.

1.6 Environnement de travail

- Cours:
  - En direct: notebook
  - Hors-ligne: pdf, html (parfois des pbs de conversion).
- TD:
  - Support papier
  - Eventuellement un IDE (Thonny)
- TP/TEA:
  - Un IDE (thonny)

1.7 Les objectifs de cet enseignement

- Initiation à l'algorithmique
  - Qu'est ce qu'un algorithme ?
  - Différence algorithme / programme (cf. TD)
  - Initiation à l'analyse d'un algorithme.
- Approfondir vos connaissances sur :
  - les listes, tableaux, fonctions.
  - le langage Python.
- Découvrir des algorithmes simples et les analyser.
- Initiation à la récursivité.

2 Généralités sur l'algorithmique

2.1 Analogie algorithme/recette

1. Mettez la farine dans un saladier avec le sel et le sucre.
2. Faites un puits au milieu et versez-y les œufs légèrement battus à la fourchette.
3. Commencez à incorporer doucement la farine avec une cuillère en bois. Quand le mélange devient épais, ajoutez le lait froid petit à petit.
4. Quand tout le lait est mélangé, la pâte doit être assez fluide, si elle vous paraît trop épaisse, rajoutez un peu de lait. Ajoutez ensuite le beurre fondu, mélangez bien.
5. Faites cuire les crêpes dans une poêle chaude.
6. Répétez jusqu'à épuisement de la pâte.

On attend:

- Langage de description intelligible

- Instructions séquentielles, fonctions, répétitives.

On distingue bien:

- la recette (l'algorithme)
- de sa mise en oeuvre (traduction dans un langage de programmation =: Implémentation)
- aux moyens d'ustentiles de cuisine (variables, structures de données, fonctions, …)

2.2 Algorithme (Définition)

Une définition formelle:

```
Un algorithme est la description d'une méthode de calcul qui, à partir d'un
ensemble de données d'entrée (problème) et une suite finie d'étapes, produit un
ensemble de données en sortie (solution).
```

```
Un algorithme est la description d'une méthode de calcul ...
```

Description

On doit décrire chaque fonction (sous-algorithmes) non triviale et structures de données employées

Méthode de calcul

Il ne peut résoudre que des problèmes calculables. On démontre que certains problèmes ne sont pas calculables (décidables).

Ex.: Problème de l'arrêt (-> L3)

```
Un algorithme est .... et une suite finie d'étapes, produit un ensemble de
données en sortie (solution).
```

Une suite finie d'étapes

Attention, ne pas confondre:

- Une séquence d'instructions qui se termine.
- Une description de longueur finie   possibilité de boucle infinie.

Solution

L'algorithme apporte t'il une solution au problème posé ?

2.3 Algorithmique (Définition)

```
L'algorithmique est la science qui étudie les algorithmes pour eux-même
indépendamment de tout langage de programmation.
```

d'après "Al Khwarizmi", surnom du mathématicien arabe Muhammad Ibn Musa (IX siècle).

2.3.1 Algorithmique (Histoire de calculs)

L'algorithmique et les algorithmes sont bien antérieurs à l'informatique:

- Abaques grecques, romaines, chinoises (arithmétique simple, racines carrées)
- PGCD d'Euclide, Crible d'Ératosthène (IIIème siècle av. J.-C.)
- Boulier japonais (XIIIème siècle)

- Pascaline (1646)
- Métier à tisser programmable Jacquard (18ième siècle)
- Algorithme de cryptographie, Traitement des données, Algorithmique optique/quantique

2.3.2 Questions de l'algorithmique

1. L'algorithme A est t'il correct pour un problème P (toutes instances) ?
2. L'algorithme A se termine t'il ?
3. L'algorithme A est t'il plus efficace qu'un algorithme B ?

Parallèlement, des questions plus fondamentales:

- Est il possible de trouver un algorithme qui résoud un problème P ? (Décidabilité)
- Si, oui existe t'il un algorithme efficace résoud un problème P ? (Classes de complexité)

2.3.3 Exemples d'algorithmes (cf. S1)

Algorithme 1: Plus grand élément d'un tableau

Données : T un tableau n de valeurs comparables par $<$
Résultat : La plus grande valeur de T

```
max ← T[1];
pour i ← 2 à n faire
    si max < T[i] alors
        max ← T[i];
    fin
fin
retourner max
```

Algorithme 2: Approximation de π

Données : π_c une valeur approchée précise de π, p un entier positif
Résultat : Une approximation $\hat{\pi}$ de π_c à 10^{-p} près

```
som ← 0 ;                              // Initialiser som à 0
π̂ ← 0 ;                                // Initialiser π̂ à 0
tant que |π̂ − π_c| ≥ 10^(−p) faire
    som ← som + (−3^k)/(2k+1) ;        // Ajouter (−3^k)/(2k+1) à som
    π̂ ← √12 som;
    k ← k + 1 ;                        // Incrémenter k
fin
retourner π̂
```

2.4 Description d'un algorithme

On utilisera un langage de description d'un algorithme appelé **pseudo-code**.

Caractérisques du pseudo-code

- Il ne doit pas être attaché la syntaxe d'un langage informatique particulier.
- Il doit être lisible par un non-programmeur.
- Être capable de décrire les structures de contrôle des langages impératifs (If, While, For, ...).

2.4.1 L'interface de l'algorithme

Quelques sont les entrées attendues par l'algorithme ?

- Type : Nombre, Tableau, Liste, Arbre, etc ...
- Taille : nombre de bits, nombre d'éléments du tableau, nombre de feuilles, ...
- Propriétés : entiers positifs, tableau trié, ...

Que fait/produit l'algorithme ?

- *Idem* que sur les entrées
- Description textuelle (éventuelle) de l'algorithme

2.4.2 Les types utilisables

Types de données élémentaires :

- Variables simples : booléen, entier, réel, caractère
- Tableaux
- *Pointeurs*

Cela permet de définir des structures de plus haut niveau:

- Chaîne de caractères
- Ensemble, Collection
- Liste, *table de hachage*
- *Graphes, ...*

2.4.3 Quelques instructions du pseudo-code

- Affectation : <-
- Test : =
- Opérations arithmétiques : +,-,*,/
- Séparateur d'instructions : " ;"
- Elements d'un tableau T : "T[i]" (convention 1..n !!)
- Adresse d'une variable "@"
- Instruction de retour : Retourner <val. sortie>
- Le branchement conditionnel :

```
Si <condition> alors
  <blocsi>
sinon
  <blocsinon>
```

```
fin
```

- Les itératives et les répétitives:

```
Pour i <- 1 à n [par pas de 1] faire
    <bloc>
fin

Tant que <condition> faire
    <bloc>
fin
```

2.4.4 Langage de description et Python

- Le langage Python a été conçu pour être le plus lisible et naturel possible.
- On est très proche du langage de description (raccourci en TD)
- **Un algorithme devient une fonction !!**

```python
def max(T):
    maxi = T[0]
    for Ti in T[1:]:
        if maxi < Ti:
            maxi = Ti
    return maxi
```

En C++

```cpp
template<class T> T max(const T* data, int size) {
    T result = data[0];
    for(int i = 1 ; i < size ; i++)
      if(result < data[i])
        result = data[i];
    return result;
  }
```

En Assembleur

```
.MODEL SMALL

.STACK 100H

.DATA

    array DB 2,8,9,5,7

.CODE


MAIN PROC

    MOV AX,@DATA
    MOV DS,AX

    MOV CX,5
    MOV DI,0

    SUB AL,AL

    BIG:
    CMP AL,array[DI]

    JA NEXT

    MOV AL,array[DI]

    NEXT:
    INC DI
    LOOP BIG

    MOV AH,2
    ADD AL,30H
    MOV DL,AL
    INT 21H




    MAIN ENDP
END MAIN
```

2.4.5 De l'importance d'une bonne description

Algorithme 3: Calcul de l'élément maximal d'un tableau trié

Données : T un tableau trié dans l'ordre croissant de n entiers
Résultat : $i_{\max}$ et max tel que $T[i_{\max}] = \max$ avec max comme la plus grande valeur de T

$i_{\max} \leftarrow n$;
$\max \leftarrow T[n]$;

2.5 Analyse: Preuve de terminaison

- Vérifier que chaque instruction simple se termine:
  - calcul simple, affectation OK
  - affichage OK
  - Appel de fonction -> vérifier la fonction
- Instruction Si : vérifier la condition et les deux branches possibles
- Pour les boucles for, s'assurer que la séquence parcourue est taille finie.
- Pour la répétitive While, s'assurer que dans tous les cas que la condition de continuation sera fausse au moins une fois (critère math. parfois).
- Pour les algorithmes récursifs (plus tard), on doit s'assurer que la récursion se termine

Algorithme 1: Plus grand élément d'un tableau

Données : T un tableau n de valeurs comparables par $<$
Résultat : La plus grande valeur de T

$\max \leftarrow T[1]$;
pour $i \leftarrow 2$ *à* n **faire**
    si $\max < T[i]$ **alors**
        $\max \leftarrow T[i]$;
    fin
fin
retourner *max*

2.6 Analyse: Preuve de correction

Il est question de prouver que l'algorithme fait ce qu'il dit faire !

On utilise souvent un invariant de boucle et la preuve par récurrence.

Pour des algorithmes concernant un tableau T[1..n], la démarche (simplifiée) est généralement la suivante:

- Soit i l'indice du parcours de T (c.a.d. T[i])
- Avant l'itération, quelle propriété vérifie la variable qui sera retournée par rapport à T[1..i-1] ?

- Après l'itération, cette propriété reste t'elle vraie pour T[1..i] ?
- L'initialisation de la variable est elle compatible à la propriété ?

On a donc les deux éléments d'une récurrence: Initialisation et Hérédité.

Algorithme 1: Plus grand élément d'un tableau

Données : T un tableau n de valeurs comparables par $<$
Résultat : La plus grande valeur de T

```
max ← T[1];
pour i ← 2 à n faire
    si max < T[i] alors
        max ← T[i];
    fin
fin
retourner max
```

2.7 Analyse : Complexité algorithmique (asymptotique)

L'algorithme est il rapide ?

Pour un tableau T de taille n, la rapidité *devrait* dépendre de:

- n la taille T (des données).
- d'une propriété, du contenu de T.
- du langage de programmation ?
- des ressources machine (CPU, mémoire, …)

Les outils du jour:

- Mesurer le temps d'exécution du programme implémentant l'algorithme (module time)
- Tracer une courbe (module matplotlib)
- Le module tqdm

[1]:
```python
from time import time, sleep

debut = time()
# votre code ici
# sleep(2)
fin = time()
duree = fin - debut
print("Duree: ", duree)
```

```
Duree:  2.0041921138763428
```

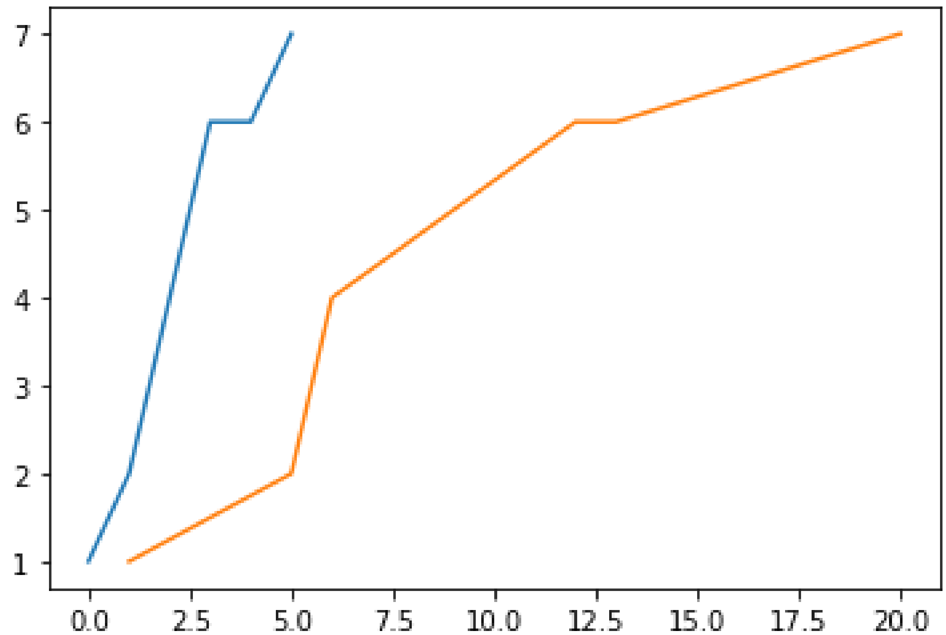
[2]:
```python
def max(T):
    maxi = T[0]
    for Ti in T[1:]:
```

```
        if maxi < Ti:
            maxi = Ti
    return maxi
```

[4]:
```
from time import time, sleep
from random import randint

T, n = [], 10_000_000
for _ in range(n):
    T.append(randint(1, 100_000))

debut = time()
_ = max(T)
fin = time()
duree = fin - debut
print("Duree: ", duree)
```

```
Duree:  0.5535769462585449
```

[8]:
```
import matplotlib.pyplot as plt  # a installer

y = [1, 2, 4, 6, 6, 7]
x1 = list(range(len(y)))
x2 = [1, 5, 6, 12, 13, 20]

plt.plot(x1, y)
#plt.show()
plt.plot(x2, y)
plt.show()
```



[10]:
```python
# tqdm a installer
#from tqdm import tqdm                        # programme python classique
from tqdm.notebook import tqdm               # dans un notebook
#from tqdm.gui import tqdm                    # pour thonny
from time import sleep
from random import randint

for i in tqdm(range(5), desc='Boucle sur i'):
    for j in tqdm(range(30), desc=f'Boucle sur j', leave=False):
        duree_sommeil = randint(1, 2)
        sleep(duree_sommeil)
```

```
Boucle sur i:   0%|          | 0/5 [00:00<?, ?it/s]

Boucle sur j:   0%|          | 0/30 [00:00<?, ?it/s]

Boucle sur j:   0%|          | 0/30 [00:00<?, ?it/s]
```

```
---------------------------------------------------------------------------
KeyboardInterrupt                         Traceback (most recent call last)
<ipython-input-10-2a35daf1202a> in <module>
      9     for j in tqdm(range(30), desc=f'Boucle sur j', leave=False):
     10         duree_sommeil = randint(1, 2)
---> 11         sleep(duree_sommeil)

KeyboardInterrupt:
```

[ ]:
```
!./run.sh
```

```
[NbConvertApp] Converting notebook complet.ipynb to notebook
```

[ ]:
```

```