Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής
Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής και Ηλεκτρονικών Υπολογιστών

Σήματα και Συστήματα - Εργασία 2

Χρήστος Μαργιώλης - 19390133

Απρίλιος 2021

Περιεχόμενα

1 Άσκηση 1

- Να σχεδιαστεί το σήμα

$$x(t) = u(t+1) - u(t-2) + u(t+4)$$

Αρχικά ορίζουμε ένα χρονικό διάστημα t - θα το ορίσουμε από το -5 εώς το 10:

```
octave> t = -5:0.1:10
```

Με τη χρήση της συνάρτησης heaviside() θα υπολογίσουμε τις τιμές των συναρτήσεων $u(t+1)$, $u(t-2)$ και $u(t+4)$. Μπορούμε για κάθε συνάρτηση να αποθηκεύσουμε την έξοδό της heaviside() σε μία προσωρινή μεταβλητή, αλλά για μεγαλύτερη άνεση και εξοικονόμιση χρόνου θα αποθηκεύσουμε τα πάντα κατευθείαν στο x:

```
octave> x = heaviside(t+1)-heaviside(t-2)+heaviside(t+4)
```

Τέλος, σχεδιάζουμε το σήμα $x(t)$ και τροποποιούμε τον άξονα x για καλύτερη εμφάνιση της γραφικής παράστασης:

```
octave> plot(t, x)
octave> xlim([-5 10])
```

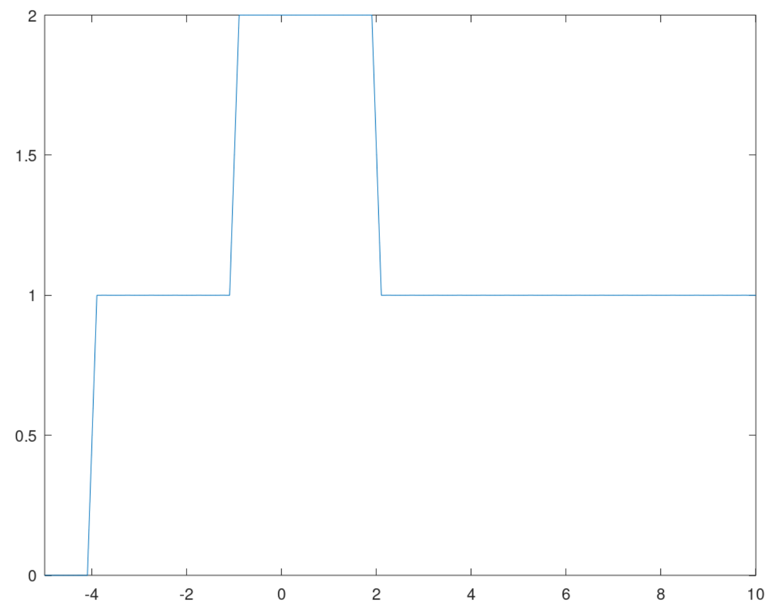

Figure 1: $x(t) = u(t+1) - u(t-2) + u(t+4)$ με τη χρήση της heaviside()

2 Άσκηση 2

- Να σχεδιαστεί το σήμα

$$x(t) = t\sin(2\pi t)(u(t) - u(t-3))$$

Αρχικά ορίζουμε το διάστημα το χρονικό διάστημα t από από το -5 ως το 10:

```
octave> t = -5:0.1:10
```

Για να υπολογίσουμε τις τιμές των μοναδιαίων βηματικών συναρτήσεων $u(t)$ και $u(t-3)$ θα χρησιμοποιήσουμε κατευθείαν την συνάρτηση heaviside():

```
octave> x = t.*sin(2*pi*t).*(heaviside(t)-heaviside(t-3))
```

Τέλος, σχεδιάζουμε το σήμα $x(t)$ και τροποποιούμε τον άξονα x για καλύτερη εμφάνιση της γραφικής παράστασης:

```
octave> plot(t, x)
octave> xlim([-5 10])
```

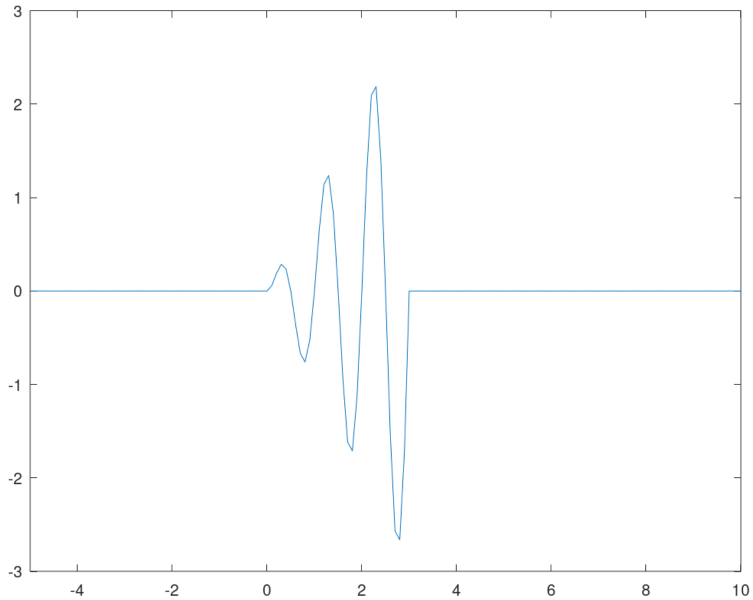

Figure 2: $x(t) = t\sin(2\pi t)(u(t) - u(t-3))$

3 'Ασκηση 3

- Να σχεδιαστεί το σήμα

$$x(t) = t^3 \cos(10\pi t) p2(t-1)$$

όπου $pT(t)$ τετραγωνικός παλμός διάρκειας T.

Ο τετραγωνικός παλμός $pT(t)$ ορίζεται ως

$$pT(t) = u(t + \frac{T}{2}) - u(t - \frac{T}{2})$$

Οπότε, με βάση την εκφώνηση και τον παραπάνω τύπο έχουμε ότι:

$$p2(t-1) \Rightarrow u(t-1+\frac{2}{2}) - u(t-1-\frac{2}{2}) \Rightarrow u(t-1+1) - u(t-1-1) \Rightarrow u(t) - u(t-2)$$

Τώρα, με την χρήση της συνάρτησης heaviside() μπορούμε να υπολογίσουμε τις τιμές του τετραγωνικού παλμού $p2(t-1)$:

```
octave> p = heaviside(t)-heaviside(t-2)
```

'Εχοντας το $p2(t-1)$ μπορούμε τώρα να υπολογίσουμε και να σχεδιάσουμε το σήμα $x(t)$. Επίσης θα τροποποιήσουμε τον άξονα x ώστε να εμφανιστεί πιο καθαρά η γραφική παράσταση:

```
octave> x = t.^3.*cos(10*pi*t).*p
octave> plot(t, x)
octave> xlim([-5 10])
```

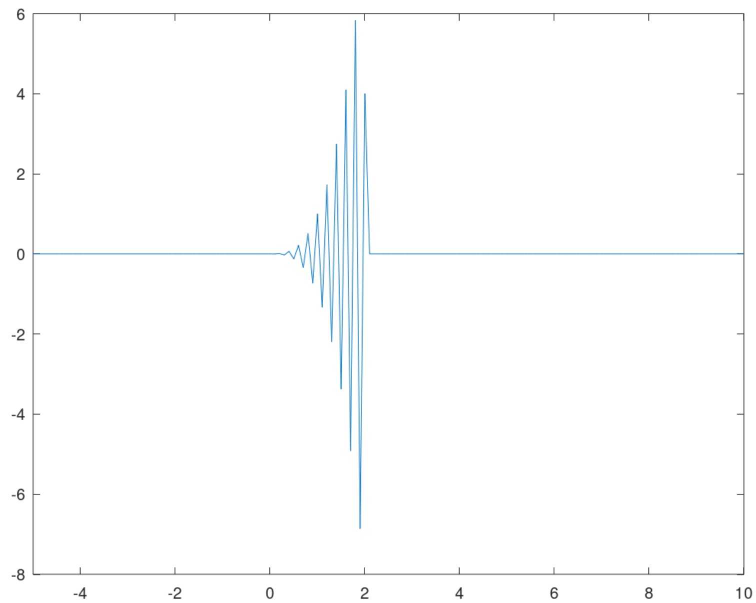

Figure 3: $x(t) = t^3cos(10\pi t)p2(t-1)$

4 'Ασκηση 4

- Να εκφταστεί και να σχεδιαστεί το σήμα (φυλλάδιο εργασίας σελίδα 28) ως άθροισμα μόνο συναρτήσεων ράμπας.

Η συνάρτηση ράμπας ορίζεται ως:

$$r(t) = tu(t)$$

Στο Octave, αυτό υπολογίζεται ως:

```
octave> r = t.*heaviside(t)
```

Οπότε θα φτιάξουμε μία συνάρτηση - θα την ονομάσουμε ramp - η οποία θα υπολογίζει την συνάρτηση ράμπας. Η συνάρτηση θα δέχεται ως όρισμα ένα t και θα επιστρέφει τις τιμές της συνάρτησης $r(t)$:

```
function r = ramp(t)
        r = t.*heaviside(t)
endfunction
```

Το σήμα που ζητάει η εκφώνηση εκφράζεται ως

$$x(t) = r(t) - r(t-1) - r(t-2)$$

και το χρονικό διάστημα είναι το $t = [-2, 3]$. Οπότε:

```
octave> t = -2:0.1:3
octave> r = ramp(t)-ramp(t-1)-ramp(t-2)
octave> plot(t, r)
octave> ylim([-0.3 1.3])
```

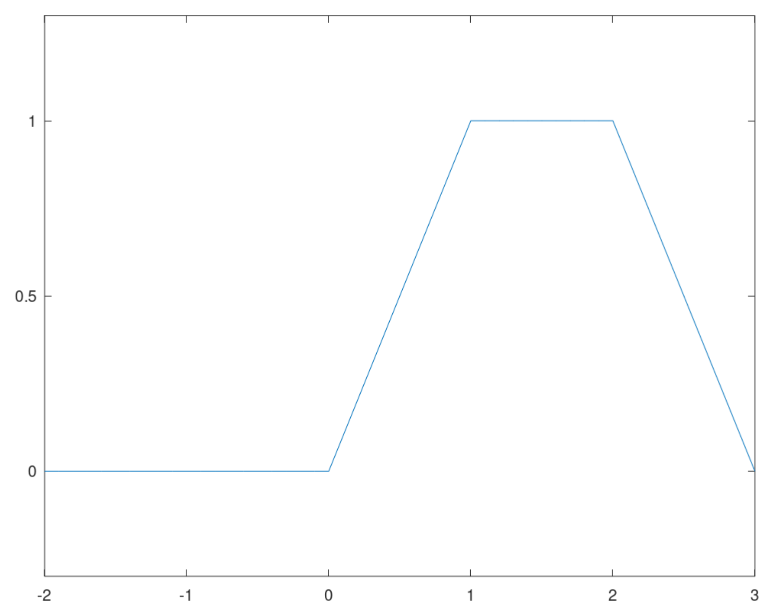

Figure 4: $x(t) = r(t) - r(t-1) - r(t-2)$

5 'Ασκηση 5

- Δίνεται το σήμα

$$x(t) = te^{-t}, 0 \leq t \leq 5$$

Να σχεδιαστούν:

- Το σήμα $x(t)$
- Το άρτιο σήμα $x_e(t)$ του $x(t)$
- Το περιττό σήμα $x_o(t)$ του $x(t)$
- Το άθροισμα $x_e(t) + x_o(t)$

Θα σχεδιάσουμε τα τέσσερα ζητούμενα σήματα στο ίδιο παράθυρο με την χρήση της συνάρτησης subplot().

Αρχικά ορίζουμε το διάστημα $t = [0, 5]$:

```
octave> t = 0:0.1:5
```

Υπολογίζουμε τις τιμές του σήματος $x(t) = te^{-t}$ και σχεδιάζουμε το σήμα. Σε όλα τα σήματα που θα σχεδιάσουμε θα τους δώσουμε και επίσης και έναν τίτλο ώστε να μπορούμε να ξεχωρίσουμε σε ποιο σήμα αντιστοιχεί η κάθε γραφική παράσταση:

```
octave> x = t.*exp(-t)
octave> sublot(2, 2, 1)
octave> plot(t, x)
octave> title("x(t) = t.*exp(-t)")
```

Το άρτιο μέρος ενός σήματος ορίζεται ως:

$$x_e(t) = \frac{1}{2}(x(t) + x(-t))$$

και το περιττό μέρος ως:

$$x_o(t) = \frac{1}{2}(x(t) - x(t))$$

Για να υπολογίσουμε το $x(-t)$ θα μπορούσαμε να φτιάξουμε μία νέα μεταβλητή $-t$ η οποία θα κρατάει το διάστημα χρόνου αντιστραμένο - δηλαδή $-t = [-5, 0]$ - αλλά το Octave παρέχει την συνάρτηση fliplr () η οποία μπορεί να αντιστρέψει ένα διάνυσμα. Το αποτέλεσμα της fliplr () θα το αποθηκεύσουμε στο διάνυσμα xrev ώστε να το χρησιμοποιήσουμε για τον υπολογισμό του αρτίου και περιττού σήματος:

```
octave> xrev = fliplr(x)
octave> xe = 0.5*(x + xrev)
octave> xo = 0.5*(x - xrev)
octave> subplot(2, 2, 2)
octave> plot(t, xe)
octave> title("x_{even}")
octave> subplot(2, 2, 3)
octave> plot(t, xo)
octave> title("x_{odd}")
```

Για τον υπολογισμό του αθροίσματος, απλώς προσθέτουμε τα σήματα $x_e(t)$ και $x_o(t)$ που υπολογίσαμε παραπάνω.

```
octave> xeo = xe + xo
octave> subplot(2, 2, 4)
octave> plot(t, xeo)
octave> title("x_{eo}")
```

Παρατηρούμε ότι ισχύει

$$x(t) = x_e + x_o$$

δηλαδή το άθροισμα του αρτίου και του περιττού σήματος είναι ίσο με το αρχικό σήμα $x(t)$:

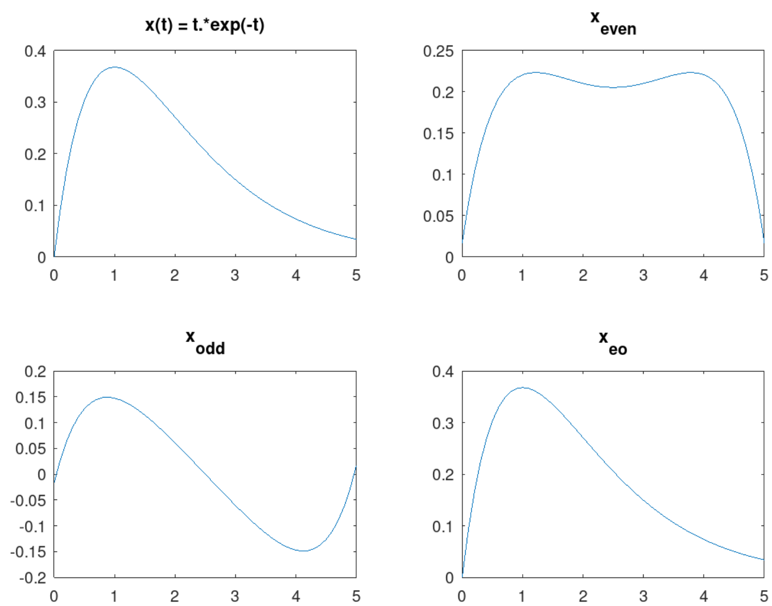

Figure 5: $x(t)$, $x_e(t)$, $x_o(t)$, $x_e(t) + x_o(t)$

6 Άσκηση 6

- Έστω το σήμα

  $$x(t) = t\cos(2\pi t), 0 \leq t \leq 5$$

  Να σχεδιάσετε τα σήματα:

  - $x(t)$
  - $x(-t)$

- $x(t/5)$
- $x(1+3t)$
- $x(-1-3t)$

```
octave> t = 0:0.1:5
octave> x1 = t.*cos(2*pi*t)
octave> x2 = -x1
octave> x3 = (t/5).*cos(2*pi*(t/5))
octave> x4 = (1 + 3*t).*cos(2*pi*(1 + 3*t))
octave> x5 = -x4
octave> subplot(3, 2, 1)
octave> plot(t, x1)
octave> title("x(t)")
octave> subplot(3, 2, 2)
octave> plot(t, x2)
octave> title("x(-t)")
octave> subplot(3, 2, 3)
octave> plot(t, x3)
octave> title("x(t/5)")
octave> subplot(3, 2, 4)
octave> plot(t, x4)
octave> title("x(1+3*t)")
octave> subplot(3, 2, 5)
octave> plot(t, x5)
octave> title("x(-1-3*t)")
```

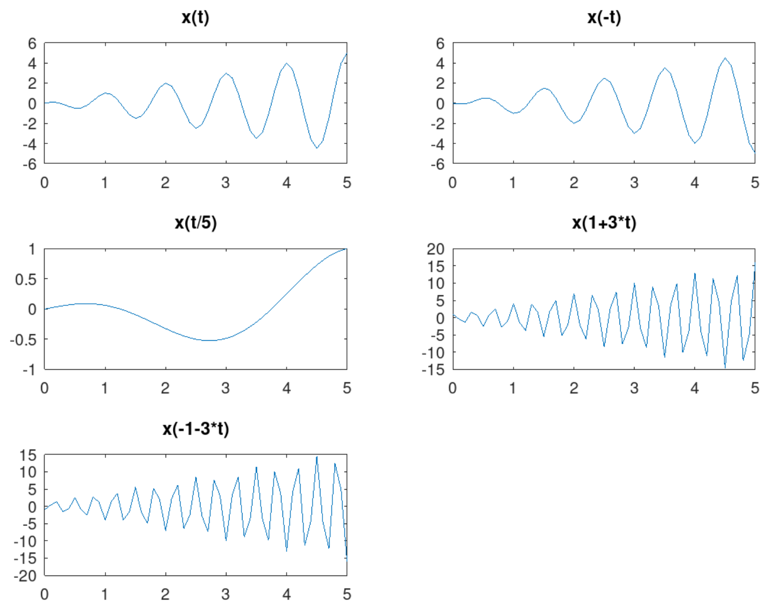

Figure 6: $x(t)$, $x(-t)$, $x(t/5)$, $x(1+3t)$, $x(-1-3t)$

7 Εργαλεία

Τα εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν για την υλοποίηση αυτής της εργασίας ήτανε τα εξής:

- Περιβάλλον: GNU Octave 5.2.0
- Επιπλέον πακέτα:
  - octave−forge−symbolic
  - octave−forge−signal
- Λειτουργικό σύστημα: FreeBSD 12.2
- Κειμενογράφος: Vim
- Μορφοποίηση κειμένου: LaTeX