

Προσομοίωση και Μοντελοποίηση Δυναμικών Συστημάτων

## Εργασία 2

Εκτίμηση Άγνωστων Παραμέτρων - Μέθοδοι Πραγματικού Χρόνου

Πέμπτη 25 Απριλίου 2024

## Θέμα 1

Θεωρήστε το σύστημα

$$\dot{x} = -ax + bu, \quad x(0) = 0, \quad (1)$$

όπου  $x$  είναι η κατάσταση του συστήματος,  $u$  είναι η είσοδος, και  $a > 0$ ,  $b > 0$  σταθερές αλλά άγνωστες παράμετροι. Σχεδιάστε έναν εκτιμητή πραγματικού χρόνου των άγνωστων παραμέτρων με τη μέθοδο κλίσης και προσομοιώστε την λειτουργία του. Θεωρήστε ότι η είσοδος του συστήματος είναι i)  $u(t) = 5$  και ii)  $u(t) = 5 \sin(2t)$ ,  $\forall t \geq 0$ . Δημιουργήστε τις γραφικές παραστάσεις των  $x(t)$ ,  $\hat{x}(t)$  και της διαφοράς  $x(t) - \hat{x}(t)$ , καθώς και των εκτιμήσεων  $\hat{a}(t)$ ,  $\hat{b}(t)$  των  $a$  και  $b$ , αντίστοιχα. Τι διαφορές παρατηρείτε μεταξύ των δύο περιπτώσεων; Θεωρήστε για τα πειράματά σας ότι  $a = 4$  και  $b = 1.5$ .

## Θέμα 2

Για το σύστημα (1) και με είσοδο  $u(t) = 5 \sin(2t)$ ,  $\forall t \geq 0$ , να σχεδιάσετε εκτιμητή πραγματικού χρόνου των άγνωστων παραμέτρων i) παράλληλης δομής και ii) μεικτής δομής, βασισμένο στη μέθοδο Lyapunov, και να προσομοιώστε τη λειτουργία του όταν η έξοδος  $x$  του συστήματος μετρείται με θόρυβο  $\eta(t) = \eta_0 \sin(2\pi ft)$ ,  $\forall t \geq 0$ , με  $\eta_0 = 0.5$  και  $f = 40$ . Δημιουργήστε τις γραφικές παραστάσεις των  $x(t)$ ,  $\hat{x}(t)$  και της διαφοράς  $x(t) - \hat{x}(t)$ , καθώς και των εκτιμήσεων  $\hat{a}(t)$ ,  $\hat{b}(t)$  των  $a$  και  $b$ , αντίστοιχα. Να συγκριθούν οι δύο δομές. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει το πλάτος  $\eta_0$  ή μεταβάλλεται η συχνότητα  $f$ ; Θεωρήστε για τα πειράματά σας ότι  $a = 2$  και  $b = 5$ .

## Θέμα 3

Θεωρήστε το σύστημα

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \quad (2)$$

όπου  $x = [x_1 \ x_2]^T$  είναι η κατάσταση του συστήματος,  $u(t) = 4 \sin(\pi t) + 2 \sin(8\pi t)$ ,  $\forall t \geq 0$ , είναι η είσοδος, και  $A \leq 0$ ,  $B$  σταθεροί αλλά άγνωστοι πίνακες. Να σχεδιαστεί εκτιμητής πραγματικού χρόνου των άγνωστων πινάκων βασισμένος στη μέθοδο Lyapunov, και να προσομοιωθεί η λειτουργία του. Δημιουργήστε τις γραφικές παραστάσεις των  $x(t)$ ,  $\hat{x}(t)$  και της διαφοράς  $x(t) - \hat{x}(t)$ , καθώς και των εκτιμήσεων  $\hat{A}(t)$ ,  $\hat{B}(t)$  των  $A$  και  $B$ , αντίστοιχα. Τι διαφορές παρατηρείτε μεταξύ των δύο περιπτώσεων; Θεωρήστε για τα πειράματά σας ότι  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$  και  $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

## Θέμα 4

Θεωρήστε το σύστημα

$$\dot{x} = -\theta_1^* f(x) + \theta_2^* u, \quad x(0) = 0, \quad (3)$$

όπου  $x$  είναι η κατάσταση του συστήματος,  $u(t) = 1.5 \sin(2\pi t) e^{-3t}$ ,  $\forall t \geq 0$ , είναι η είσοδος, και  $\theta_1^* > 0$ ,  $\theta_2^* > 0$  σταθερές αλλά άγνωστες παράμετροι. Θεωρήστε ότι i)  $f(x) = \frac{1}{2} \sin(x)x$  και ii)  $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$ . Να σχεδιαστεί εκτιμητής πραγματικού χρόνου των άγνωστων παραμέτρων βασισμένος στη μέθοδο Lyapunov και να προσομοιωθεί η λειτουργία του. Δημιουργήστε τις γραφικές παραστάσεις των  $x(t)$ ,  $\hat{x}(t)$  και της διαφοράς  $x(t) - \hat{x}(t)$ , καθώς και των εκτιμήσεων  $\hat{\theta}_1(t)$ ,  $\hat{\theta}_2(t)$  των  $\theta_1^*$  και  $\theta_2^*$ , αντίστοιχα. Τι διαφορές παρατηρείτε μεταξύ των δύο περιπτώσεων; Θεωρήστε για τα πειράματά σας ότι  $\theta_1^* = 0.5$  και  $\theta_2^* = 2$ .

## Σημειώσεις

- Να παραδώσετε: (i) Αναφορά (pdf) στην οποία θα καταγράψετε όλα τα αποτελέσματα και τις παρατηρήσεις/σχόλια/συμπεράσματά σας, (ii) όλους του κώδικες (m-files) που αναπτύξατε.
- Να ανεβάσετε στο elearning ένα συμπιεσμένο αρχείο με ονομασία: Lastname\_Firstname\_AEM\_lab02.
- Προθεσμία υποβολής: έως και Παρασκευή 17/05/24.