

Προσομοίωση και Μοντελοποίηση Δυναμικών Συστημάτων

## **Project**

Εκτίμηση Άγνωστων Παραμέτρων - Μέθοδοι Πραγματικού  
Χρόνου με Προβολή - Αξιολόγηση Μοντέλου

Πέμπτη 23 Μαΐου 2024

Θεωρήστε το σύστημα

$$\dot{x} = ax + bu, \quad x(0) = 0, \quad (1)$$

όπου  $x \in \mathbb{R}$  είναι η κατάσταση του συστήματος,  $u \in \mathbb{R}$  είναι η είσοδος και  $a > 0$ ,  $b > 0$  σταθερές αλλά άγνωστες παράμετροι για τις οποίες όμως γνωρίζουμε ότι

$$a > 0, \quad (2a)$$

$$0.5 \leq b \leq 1.5. \quad (2b)$$

Στόχος είναι να εκτιμηθούν οι άγνωστες σταθερές  $a$ ,  $b$ . Παρατηρήστε ότι το σύστημα (1) είναι ασταθές καθώς  $a > 0$ . Επομένως, η συνθήκη πεπερασμένης εισόδου - πεπερασμένης εξόδου δεν ικανοποιείται. Για τον λόγο αυτό, το σήμα εισόδου  $u(t)$  πρέπει να επιλέγεται κατάλληλα ώστε να ισχύει  $u(t), x(t) \in \mathcal{L}_\infty$ . Θεωρήστε το σήμα εισόδου

$$u(t) = -\frac{k}{w(t)}\epsilon(t), \quad (3a)$$

$$\epsilon(t) = \ln \left( \frac{1 + \xi(t)}{1 - \xi(t)} \right), \quad (3b)$$

$$\xi(t) = \frac{x(t) - x_d(t)}{\rho(t)}, \quad (3c)$$

$$\rho(t) = (\rho_0 - \rho_\infty)e^{-\lambda t} + \rho_\infty, \quad (3d)$$

$$0 < w_1 \leq w(t) \leq w_2, \quad (3e)$$

όπου  $k > 0$ ,  $\lambda > 0$ ,  $\rho_\infty > 0$ ,  $\rho_0 > |x(0) - x_d(0)|$  και  $x_d(t), \dot{x}_d(t) \in \mathcal{L}_\infty$ . Η σχεδίαση ελέγχου που δίνεται από την (3) εγγυάται ότι  $u(t), x(t) \in \mathcal{L}_\infty$ .

## Θέμα 1

Να σχεδιάσετε αλγόριθμο πραγματικού χρόνου με προβολή βασισμένο στη μέθοδο Lyapunov για την εκτίμηση  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$  των άγνωστων παραμέτρων  $a$ ,  $b$ , θεωρώντας ως είσοδο του συστήματος (1) την  $u(t)$  που δίνεται από την (3) και θέτοντας  $w(t) = \hat{b}(t)$ . Να μελετήσετε την ευστάθεια του συστήματος εκτίμησης που σχεδιάσατε.

## Θέμα 2

Να προσομοιώσετε τον αλγόριθμο εκτίμησης που σχεδιάσατε στο Θέμα 1 με (i)  $x_d(t) = A$  και (ii)  $x_d(t) = A \cos(\omega t)$ ,  $\forall t \geq 0$ , όπου  $A$ ,  $\omega$  δική σας επιλογής,  $\rho_\infty = 0.05$ ,  $\lambda = 1$ ,  $\rho_0 > 2|x(0) - x_d(0)|$  και  $k > 0$ . Να αξιολογήσετε το μοντέλο εκτίμησης χρησιμοποιώντας εγκάρσια αξιολόγηση. Για τα πειράματά σας θεωρήστε ότι  $a = 0.75$  και  $b = 1.25$ .

## Θέμα 3

Χρησιμοποιώντας την συνάρτηση Lyapunov  $V(t) = \frac{1}{2}\epsilon^2(t)$  να αποδείξετε ότι το σήμα ελέγχου (3) εγγυάται ότι (i)  $u(t), x(t) \in \mathcal{L}_\infty$  και (ii)  $-\rho(t) < x(t) - x_d(t) < \rho(t)$ ,  $\forall t \geq 0$ . Παρατηρήστε ότι  $\xi(0) \in (-1, 1)$  και  $\lim_{\xi(t) \rightarrow 1^-} \epsilon(t) = +\infty$ ,  $\lim_{\xi(t) \rightarrow -1^+} \epsilon(t) = -\infty$ .

## Σημειώσεις

- Να παραδώσετε: (i) Αναφορά (pdf) στην οποία θα καταγράψετε όλα τα αποτελέσματα και τις παρατηρήσεις/σχόλια/συμπεράσματά σας, (ii) όλους του κώδικες (m-files) που αναπτύξατε.
- Να ανεβάσετε στο elearning ένα συμπιεσμένο αρχείο με ονομασία: Lastname\_Firstname\_AEM\_project.
- Προθεσμία υποβολής: έως και Δευτέρα 08/07/24.