多项式朴素贝叶斯算法案例

L先生AI课堂

回顾朴素贝叶斯算法公式:

$$P(y \mid x_1, x_2, \ldots x_m) = \frac{P(y)P(x_1, x_2, \ldots x_m \mid y)}{P(x_1, x_2, \ldots x_m)} = \frac{P(y)\prod_{i=1}^{m} P(x_i \mid y)}{P(x_1, x_2, \ldots x_m)}$$

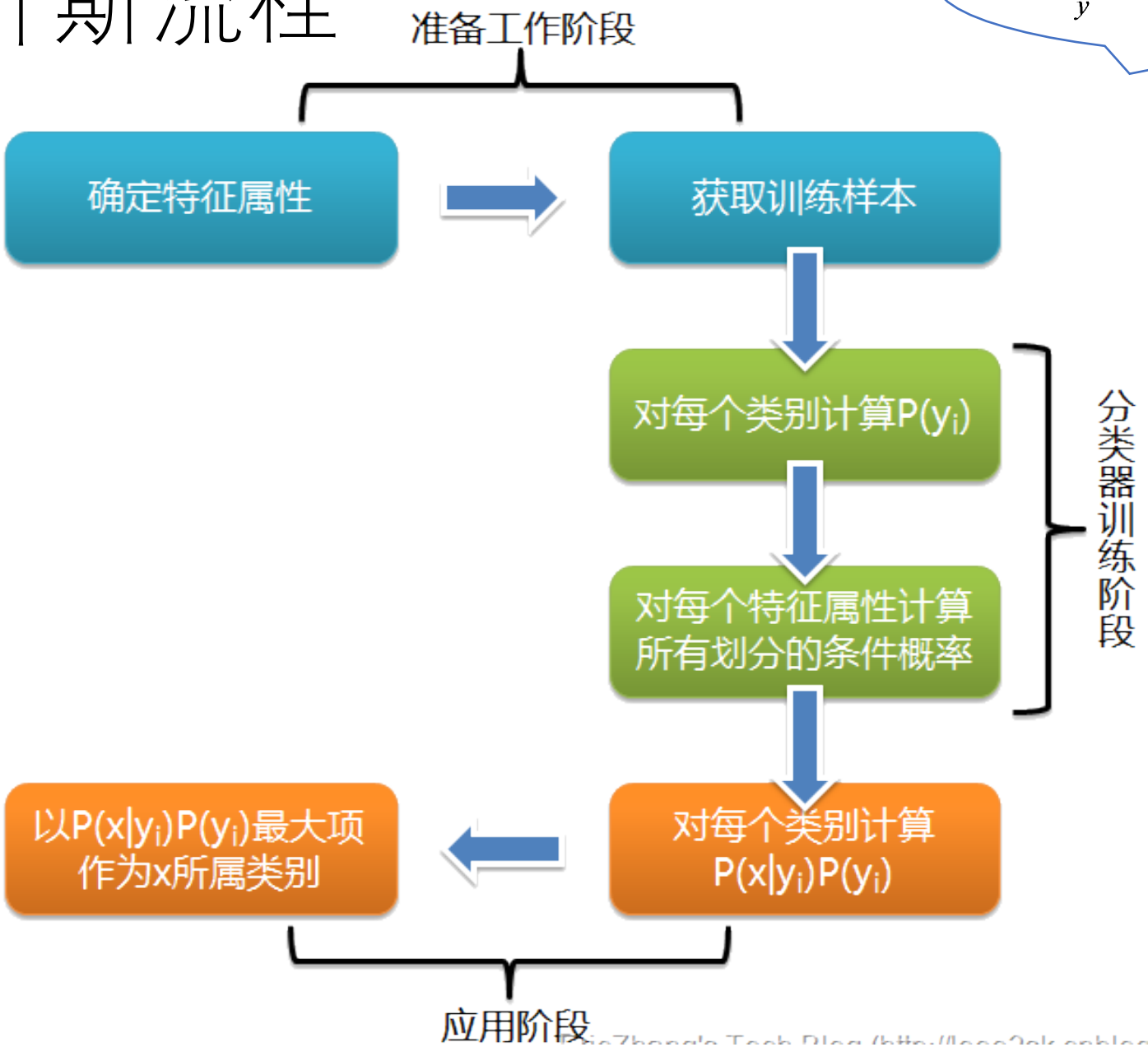
在给定样本的情况下，$P(x_1,x_2,\ldots,x_m)$是常数，所以得到：

从而：
$$P(y \mid x_1, x_2, \ldots x_m) \propto P(y)\prod_{i=1}^{m} P(x_i \mid y)$$

$$\hat{y} = \arg\max_{y} P(y)\prod_{i=1}^{m} P(x_i \mid y)$$

朴素贝叶斯流程

$$\hat{y} = \arg\max_{y} P(y) \prod_{i=1}^{m} P(x_i \mid y)$$



多项式朴素贝叶斯

- Multinomial Naive Bayes是指当特征属性服从多项分布(**特征是离散的形式的时候**)，直接计算类别数目的占比作为先验概率和条件概率。

$$p(y_k)=\frac{N_{y_k}}{N} \qquad p(x_i|y_k)=\frac{N_{y_k,x_i}}{N_{y_k}}$$

- N是总样本个数，k是总的类别个数，N_{yk}是类别为yk的样本个数。
- N_{yk}是类别为yk的样本个数，$N_{yk,xi}$为类别yk中第i维特征的值为xi的样本个数，

多项式朴素贝叶斯案例理解

- 对于下列训练数据，使用多项式朴素贝叶斯方式对测试样本(2,M,L)做一个预测判断。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	4
x2	S	M	S	L	S	S	L	L	L	S
x3	L	H	L	H	L	M	H	M	H	M
y	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1

	x1=1	x1=2	x1=3	x1=4	
y=1	2	1	2	1	6
y=-1	1	3	0	0	4
	3	4	2	1	10

	x2=S	x2=M	x2=L	
y=1	2	1	3	6
y=-1	3	0	1	4
	5	1	4	10

	x3=L	x3=M	x3=H	
y=1	1	2	3	6
y=-1	2	1	1	4
	3	3	4	10

训练阶段:

- 先验概率:

$$p(y=1)=6/10=0.6 \qquad p(y=-1)=4/10=0.4$$

- 条件概率:

$$p(x_1=1|y=1)=\frac{2}{6} \quad p(x_1=1|y=-1)=\frac{1}{4} \quad p(x_2=S|y=1)=\frac{2}{6} \quad p(x_2=S|y=-1)=\frac{3}{4}$$

$$p(x_1=2|y=1)=\frac{1}{6} \quad p(x_1=2|y=-1)=\frac{3}{4} \quad p(x_2=M|y=1)=\frac{1}{6} \quad p(x_2=M|y=-1)=0$$

$$p(x_1=3|y=1)=\frac{2}{6} \quad p(x_1=3|y=-1)=0 \quad p(x_2=L|y=1)=\frac{3}{6} \quad p(x_2=L|y=-1)=\frac{1}{4}$$

$$p(x_1=4|y=1)=\frac{1}{6} \quad p(x_1=4|y=-1)=0$$

训练阶段：

- 条件概率：

$$p(x_3 = L \mid y = 1) = \frac{1}{6} \qquad p(x_3 = L \mid y = -1) = \frac{2}{4}$$

$$p(x_3 = M \mid y = 1) = \frac{2}{6} \qquad p(x_3 = M \mid y = -1) = \frac{1}{4}$$

$$p(x_3 = H \mid y = 1) = \frac{3}{6} \qquad p(x_3 = H \mid y = -1) = \frac{1}{4}$$

预测阶段：

$$\hat{y} = \arg\max_{y} P(y) \overset{?}{\prod_{i=1}^{m}} P(x_i \mid y)$$

样本(2,M,L)的预测概率：

$$p(y=1|x) \propto p(y=1)p(x_1=2|y=1)p(x_2=M|y=1)p(x_3=L|y=1) = \frac{6}{10} * \frac{1}{6} * \frac{1}{6} * \frac{1}{6} = \frac{1}{360}$$

$$p(y=-1|x) \propto p(y=-1)p(x_1=2|y=-1)p(x_2=M|y=-1)p(x_3=L|y=-1) = \frac{4}{10} * \frac{3}{4} * 0 * \frac{2}{4} = 0$$

$$\hat{y} = \arg\max_{y} \{p(y=1|x), p(y=-1|x)\} = 1$$