Metody numeryczne

Wojciech Chrobak

4 grudnia 2017

Zadanie 3 - obowiązkowe

x	0.062500	0.187500	0.312500	0.437500	0.562500	0.687500	0.812500	0.935700
f(x)	0.687959	0.073443	-0.517558	-1.077264	-1.600455	-2.080815	-2.507266	-2.860307

Tabela wyznacza wielomian:

$$a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + ... + a_1x^1 + a_0$$

Jeśli do wielomianu podstawimy za x kolejno $x_1, x_2, ..., x_n$ przyjmując odpowiednie $f(x)_1, f(x)_2, ..., f(x)_n$ za wartość wielomianu otrzymamy macierz:

$$\begin{bmatrix} x_1^{n-1} & x_1^{n-2} & ... & x_1 & 1 \\ x_2^{n-1} & x_2^{n-2} & ... & x_2 & 1 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ x_n^{n-1} & x_n^{n-2} & ... & x_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{n-1} \\ a_{n-2} \\ ... \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x)_1 \\ f(x)_2 \\ ... \\ f(x)_n \end{bmatrix}$$

GSL

Do rozwiązania danego układu równań można wykorzystać faktoryzacje LU

Kod

```
#include <iostream>
#include <gsl/gsl_matrix.h>
#include <gsl/gsl_linalg.h>
#include <iomanip>

using namespace std;

const int size = 8;

int main() {
    cout.setf(ios::fixed, ios::floatfield);
    cout.precision(4);

    double x[] = {0.062500, 0.187500, 0.312500, 0.437500, 0.562500, 0.687500,
    0.812500, 0.935700};
    double y[] = {0.687959, 0.073443, -0.517558, -1.077264, -1.600455, -2.080815,
    -2.507266, -2.860307};

```

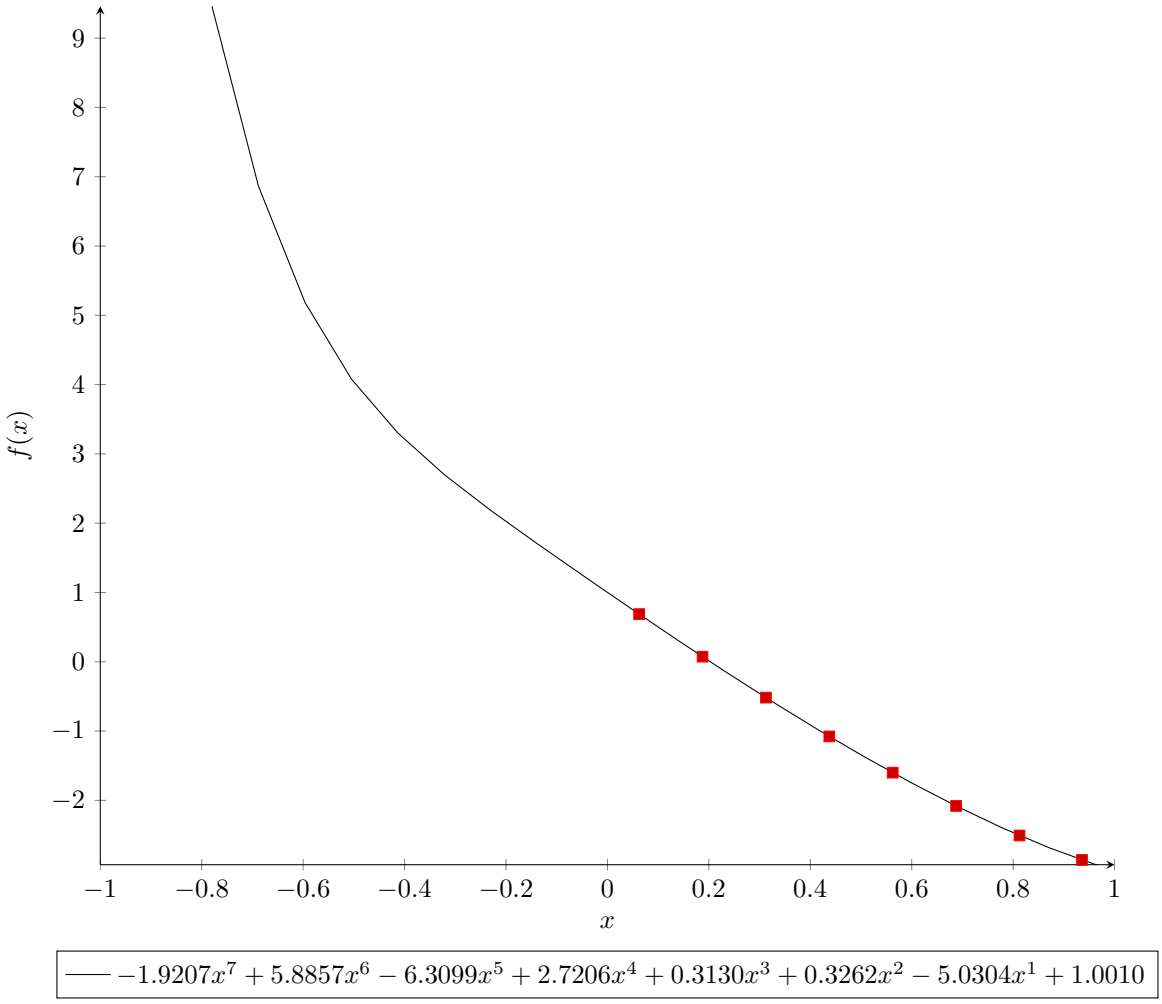
```
    gsl_matrix *A;
    A = gsl_matrix_alloc(size, size);
    for (int i = 0; i < size; ++i) {
        for (int j = 0; j < size; ++j) {
            double temp = pow(x[i],j);
            gsl_matrix_set(A,i,size - j -1,temp);
        }
    }

    gsl_vector *fx;
    fx = gsl_vector_alloc(size);
    for (int k = 0; k < size; ++k) {
        gsl_vector_set(fx, k, y[k]);
    }
    gsl_vector *a;
    a = gsl_vector_alloc(size);


    int s;

    gsl_permutation * p = gsl_permutation_alloc(size);

    gsl_linalg_LU_decomp (A, p, &s);

    gsl_linalg_LU_solve (A, p, fx, a);

    printf ("Wspolczynniki a = \n");

    for (int l = 0; l < size; ++l) {
        cout << gsl_vector_get(a,l) << endl;
    }


    return 0;
}
```

Wynik

$$a = \begin{bmatrix} -1.9207 & 5.8857 & -6.3099 & 2.7206 & 0.3130 & 0.3262 & -5.0304 & 1.0010 \end{bmatrix}$$

Wielomian:

$$-1.9207x^7 + 5.8857x^6 - 6.3099x^5 + 2.7206x^4 + 0.3130x^3 + 0.3262x^2 - 5.0304x^1 + 1.0010$$



Można jednak zauważyć, że wartości z tabeli rosną (maleją) niemalże liniowo a nasz wielomian interpolacyjny dla wartości ujemnych rośnie bardzo szybko. Zatem nasz wielomian nie do końca można uznać za poprawny na wszystkich przedziałach x.