

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

**Geradores de homologia persistente e aplicações**

**Carlos Henrique Venturi Ronchi**

Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em  
Matemática (PPG-Mat)



SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Carlos Henrique Venturi Ronchi**

## Geradores de homologia persistente e aplicações

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências – Matemática. *EXEMPLAR DE DEFESA*

Área de Concentração: Matemática

Orientador: Profa. Dr. Marcio Fuzeto Gameiro

**USP – São Carlos**  
**Junho de 2018**



**Carlos Henrique Venturi Ronchi**

## Persistent homology generators and applications

Dissertation submitted to the Institute of Mathematics and Computer Sciences – ICMC-USP – in accordance with the requirements of the Mathematics Graduate Program, for the degree of Master in Science.  
*EXAMINATION BOARD PRESENTATION COPY*

Concentration Area: Mathematics

Advisor: Profa. Dr. Marcio Fuzeto Gameiro

**USP – São Carlos**  
**June 2018**



# RESUMO

RONCHI, C. H. V. **Geradores de homologia persistente e aplicações**. 2018. [31](#) p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Matemática) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2018.

a.

**Palavras-chave:** Modelo, Monografia de qualificação, Dissertação, Tese, Latex.





# ABSTRACT

RONCHI, C. H. V. **Persistent homology generators and applications**. 2018. [31](#) p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Matemática) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2018.

a.

**Keywords:** Template, Qualification monograph, Dissertation, Thesis, Latex.



# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

---

Figura 1 – Esquema de uma rede neural artificial. O número de vértices na camada escondida é determinado pelo tamanho da matriz $A_i$ . . . . .	28
---	----



# LISTA DE ALGORITMOS

---

---



## LISTA DE CÓDIGOS-FONTE

---

---





## LISTA DE TABELAS

---

---



# SUMÁRIO

---

1	INTRODUÇÃO . . . . .	19
2	HOMOLOGIA PERSISTENTE 101 . . . . .	21
3	MÓDULOS DE PERSISTÊNCIA . . . . .	23
4	GERADORES ÓTIMOS E OUTROS CONCEITOS . . . . .	25
4.1	Geradores ótimos . . . . .	25
4.2	Vetorização do diagrama de persistência . . . . .	25
4.3	Mapper . . . . .	25
5	APLICAÇÕES . . . . .	27
5.1	Geradores ótimos em classificadores de imagens . . . . .	27
5.1.1	<i>Redes Neurais Convolucionais (CNN)</i> . . . . .	27
5.2	Imagens de persistência aplicadas a proteínas . . . . .	28
6	CONCLUSÃO . . . . .	29
	REFERÊNCIAS . . . . .	31



---

# INTRODUÇÃO

---

Este documento explica brevemente como trabalhar com a classe  $\text{\LaTeX}$  *icmc* para confeccionar trabalhos acadêmicos seguindo as normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) e as “*Diretrizes para apresentação de dissertações e teses da USP: documento eletrônico e impresso. Parte I (ABNT)*”, publicado pelo Sistema Integrado de Bibliotecas (SIBi) USP. O presente manual também atende as exigências prevista no regimento do Programa de Pós-graduação em Ciências da Computação e Matemática Computacional (CCMC) do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC) da Universidade de São Paulo (USP).

A classe *icmc* foi construída com base na última versão da classe *abntex2* e do pacote *abntex2cite*. Portanto, este documento exemplifica a elaboração de trabalho acadêmico (tese, dissertação e outros do gênero) produzido conforme a ABNT NBR 14724:2011 *Informação e documentação - Trabalhos acadêmicos - Apresentação*.

Assim, é altamente recomendável que seja consultada a documentação do *abntex2*<sup>1</sup>. A classe *abntex2* foi desenvolvida para facilitar a escrita de documentos seguindo as normas da ABNT no ambiente  $\text{\LaTeX}$  (??).

Todo o trabalho de pesquisa e ajustes da presente classe  $\text{\LaTeX}$  *icmc* foram feitos pelo aluno mestrado do Programa de Pós-graduação em Ciência da Computação e Matemática Computacional, Humberto Lidio Antonelli, durante a confecção da sua monografia de qualificação.

O requisito básico para utilização da classe *icmc* é criar um documento desta classe com o comando `\documentclass[@parameters]{icmc}` e ter, no diretório de trabalho, o arquivo *icmc.cls* presente. Entretanto, recomenda-se fortemente manter a estrutura de diretório inicial fornecida por este modelo. Além disso, para que o documento esteja em conformidade com as normas exigidas pelo programa de Pós-Graduação, o **projeto deve**

---

<sup>1</sup> <http://abntex.net.br>

ser compilado utilizando *XeLaTeX* ou *LuaLaTeX*. Esse processo de compilação é necessário para que as fontes externas utilizadas para gerar a capa sejam incluídas.

Os parâmetros possíveis utilizados pelo `\documentclass` são:

**qualificacao** Exclusivamente para monografias de qualificação em geral;

**mestrado / doutorado** Identifica o curso ao qual o aluno pertence, sendo utilizado apenas uma das duas opções disponíveis. O valor padrão é **doutorado**;

**pre-defesa / pos-defesa** Identifica a situação do documento (exceto para qualificação), sendo necessário apenas uma das duas opções. O valor padrão é **pos-defesa**;

**impressao** Gera exclusivamente uma versão para impressão do documento;

**french, spanish, english, brazil** Adiciona o idioma para correta hifenização correta no documento. Os idiomas bases para o modelo (português e inglês) não precisam ser declarados.

---

## HOMOLOGIA PERSISTENTE 101

---





---

## MÓDULOS DE PERSISTÊNCIA

---



---

## GERADORES ÓTIMOS E OUTROS CONCEITOS

---

### 4.1 Geradores ótimos

### 4.2 Vetorização do diagrama de persistência

### 4.3 Mapper



## APLICAÇÕES

Neste capítulo serão descritas algumas aplicações utilizando geradores ótimos e imagens de persistência.

### 5.1 Geradores ótimos em classificadores de imagens

Utilizando imagens e rótulos associados a elas é possível criar classificadores, algoritmos que decidem os rótulos dada uma imagem. Alguns deles são Redes Neurais (MCCULLOCH; PITTS, 1943), SVM (CORTES; VAPNIK, 1995), Redes Neurais Convolucionais (abreviado por CNN, sigla em inglês) (LECUN *et al.*, 1989) e *Generative Adversarial Networks (GAN)* (GOODFELLOW *et al.*, 2014).

Nesta seção será descrito as redes neurais convolucionais e como obteve-se um classificador de imagens utilizando-as. Além disso, será descrito como outros classificadores foram gerados utilizando informações disponibilizadas pelos geradores ótimos para obter-se um classificador com melhor acurácia do que a rede neural convolucional original.

#### 5.1.1 Redes Neurais Convolucionais (CNN)

O algoritmo de redes neurais artificiais é o precursor da CNN. Um rede neural artificial é uma composição de funções  $f_n$  que tem como contra domínio algum  $\mathbb{R}^m$ . O seu domínio é dado pela dimensão dos dados disponíveis, por exemplo, se temos uma imagem de tamanho 10x10, a dimensão do domínio é 100. Logo, a rede neural pode ser descrita como uma função  $Ann: \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^m$

$$Ann(x) = f_n(\dots f_2(A_2 * f_1(A_1 * x + b_1) + b_2), \quad (5.1)$$

onde  $A_i$  é uma matrix de tamanho arbitrário e  $b_i \in \mathbb{R}$ . Na Figura 1, temos uma imagem clássica para redes neurais.

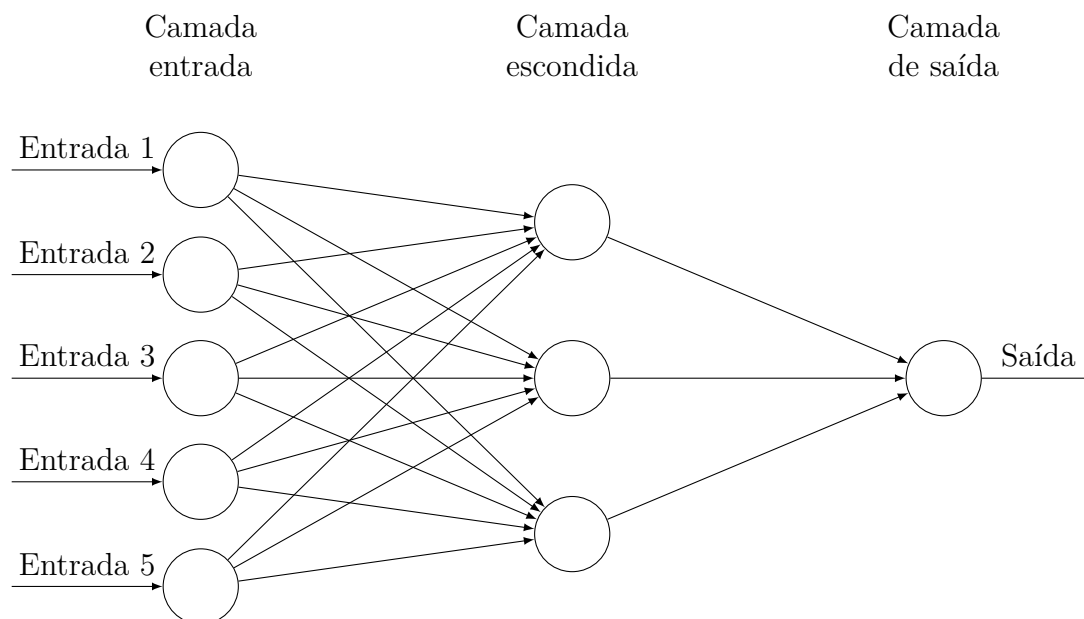


Figura 1 – Esquema de uma rede neural artificial. O número de vértices na camada escondida é determinado pelo tamanho da matriz  $A_i$

## 5.2 Imagens de persistência aplicadas a proteínas

---

## CONCLUSÃO

---





## REFERÊNCIAS

---

CORTES, C.; VAPNIK, V. Support-vector networks. **Machine Learning**, Springer Nature, v. 20, n. 3, p. 273–297, set. 1995. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/bf00994018>>. Citado na página 27.

GOODFELLOW, I. J.; POUGET-ABADIE, J.; MIRZA, M.; XU, B.; WARDE-FARLEY, D.; OZAIR, S.; COURVILLE, A.; BENGIO, Y. Generative adversarial nets. In: **Proceedings of the 27th International Conference on Neural Information Processing Systems - Volume 2**. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 2014. (NIPS'14), p. 2672–2680. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2969033.2969125>>. Citado na página 27.

LECUN, Y.; BOSER, B.; DENKER, J. S.; HENDERSON, D.; HOWARD, R. E.; HUBBARD, W.; JACKEL, L. D. Backpropagation applied to handwritten zip code recognition. **Neural Computation**, MIT Press - Journals, v. 1, n. 4, p. 541–551, dez. 1989. Disponível em: <<https://doi.org/10.1162/neco.1989.1.4.541>>. Citado na página 27.

MCCULLOCH, W. S.; PITTS, W. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. **The Bulletin of Mathematical Biophysics**, Springer Nature, v. 5, n. 4, p. 115–133, dez. 1943. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/bf02478259>>. Citado na página 27.

